

Graduação Pós-Graduação

Estatística Multivariada Aplicada: Construção do Modelo de Previsão de Insolvência

Aranha & Gondrige

Eloir de Oliveira Gondrige

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - UFMS

eloirgondrige@gmail.com

José Aparecido Moura Aranha,

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - UFMS

jaranha@terra.com.br

RESUMO

Previsão de insolvência, embora seja assunto bastante discutido, ainda existe necessidade de aprimoramento dos modelos existentes devido ao surgimento de novas variáveis preditoras, como substituições de moedas, cenários econômicos, adequações das normas contábeis ao padrão internacional. Dessa forma, indaga-se como construir um modelo de previsão de insolvência com a aplicação da função discriminante? O objetivo deste trabalho foi desenvolver um modelo de previsão de insolvência utilizando-se análise discriminante. A pesquisa utilizou-se de amostras com 60 companhias, sendo 30 por empresas considerada insolventes 30 por solventes. Foram coletados indicadores econômico-financeiro junto à base de dados da Economática[®]. Para modelagem da função discriminante foi utilizado o Software *SPSS-Statistic* bem como planilha *Microsoft Excel*[®]. A pesquisa quanto sua natureza caracteriza-se como aplicada, quanto a abordagem é quantitativa, com relação aos objetivos classifica-se como descritiva e utiliza-se dos procedimentos de pesquisa bibliográfica e coleta de dados. Estatisticamente o modelo apresentou poder discriminatório de 90% e, quando submetido ao teste de validação, com amostra de empresas diferentes das utilizadas inicialmente, apresentou índice de acerto de 95%, portanto, o modelo de previsão de Insolvência Aranha & Gondrige pode ser considerado robusto e com elevado grau de precisão.

Palavras-chave: Análise Financeira; Função Discriminante; Previsão de Falência.

1 INTRODUÇÃO

O objetivo desta pesquisa é propor um modelo de previsão de insolvência baseado em indicadores contábeis com o uso da análise discriminante. Embora o assunto tenha sido bastante discutido, ainda existe uma necessidade de aprimoramento dos modelos existentes devido ao surgimento de novas variáveis predictoras, tais como várias substituições de moedas desde os últimos modelos, adequações das normas de contabilidade com o padrão internacional, dentre outros fatores que afetam a economia e o desempenho das companhias (SILVA, 2016).

A mensuração da insolvência conjectura-se como uma das inúmeras dificuldades às quais as organizações estão suscetíveis, onde a análise das demonstrações contábeis auxilia na obtenção das informações sobre o desempenho econômico-financeiro das companhias.

No contexto brasileiro, observa-se muitas características qualitativa e quantitativa em todas as áreas e seguimentos, portanto, através da análise financeira obter uma função discriminante que possa antever insolvência das empresas nos primeiros cinco anos de atividades, bem como oferecer evidências empíricas de que as demonstrações contábeis conjugada com uma análise por índices, podem servir de base de informações de altíssimo grau de relevância para se evitar a descontinuidade dessas companhias.

Os modelos de previsão de insolvência apesar de existirem há algum tempo, ainda se faz necessário enquanto não surgir modelos com base em outras metodologias. Pinheiro, Santos, Colauto e Pinheiro (2007) já evidenciavam que de certo modo novos modelos estruturados e com a aplicação de métodos estatísticos surgirão e poderá de alguma forma ser útil aos gestores.

Sendo assim, esse estudo justifica-se pela necessidade de buscar compreender a situação financeira das empresas e a transição que ocorre entre as empresas solventes e insolventes para que possa servir de orientação em previsões financeiras.

Com base nas considerações tem-se o problema de pesquisa: Como construir um modelo de previsão de insolvência com a aplicação da função discriminante?

Portanto, o objetivo deste trabalho é desenvolver um modelo de previsão de insolvência utilizando a análise discriminante, e como objetivos específicos tem-se:

- a) Selecionar companhias em recuperação judicial, com prejuízos recorrentes e com passivo a descoberto e companhias sem problemas financeiros.
- b) Coletar indicadores financeiros do banco de dados da Economática® para compor o modelo de previsão de insolvência.

- c) Construir a função discriminante.
- d) Testar e validar o modelo de previsão de insolvência.

A investigação quanto a natureza classifica-se como aplicada, possui caráter descritivo quanto aos objetivos, quantitativa com relação a sua abordagem e, quanto aos procedimentos é bibliográfica e documental, pois utilizará da análise de dados primários que serão obtidos no banco de dados da Economatica® e da Comissão de Valores Mobiliários (CVM).

2 REVISÃO DA LITERATURA

Vários estudos foram realizados com o objetivo de desenvolver modelos capazes de prever insolvência. Os estudos têm início após a crise dos mercados financeiros em consequência do “crash” da Bolsa de Nova York e a contabilidade manteve seu papel de geradora de informações fazendo-se indispensável na busca contínua pela melhor informação, de modo que seja, fidedigna e tempestiva.

No Brasil, os estudos iniciados por Kanitz no início da década de 1970 proporcionaram uma série de publicações como o artigo de 1974 “Como Prever Falências de Empresas”, tese de livre-docência intitulada “Indicadores Contábeis e Financeiros de Previsão de Insolvência: a experiência da pequena e média empresa brasileira”, bem como do livro “Como Prever Falências” publicado em 1978 (KANITZ, 1974).

O trabalho pioneiro de Kanitz (1974), consistiu na elaboração de uma equação matemática com cinco índices econômico-financeiros de balanços, elaborada a partir da técnica de regressão múltipla e análise discriminante, foi pioneiro no uso de análise discriminante no Brasil onde obteve uma resultante que é chamado de “termômetro da insolvência”. Kanitz (1974), atribuiu ao seu modelo três faixas para classificar as empresas, insolvente entre -3 e -7, solvente entre 0 e 7 e a região da penumbra, isto é, indefinida de 0 a -3.

No exterior, o pioneiro foi Altman (1968) que fez uso de instrumentos estatísticos para construir seu modelo com a utilização da análise discriminante múltipla. Ele tentou através desse estudo superar as deficiências das análises baseadas em um único índice. Com o uso de recursos estatísticos como a análise discriminante multivariada foi possível aplicar a um grupo de índices com capacidade de separar empresas boas (solventes) de empresas ruins (insolventes) e, ao mesmo tempo, determinar o peso relativo de cada índice.

Apesar do estudo de Altman em (1968), realizado nos Estados Unidos, no entanto este seguiu com sua pesquisa com intuito de aprimorar a função ou criação de outros modelos. Sendo

assim, Altman, Baidya e Dias (1978), desenvolveram um estudo com empresas brasileiras, denominado “Previsão de problemas financeiros em empresas”. Utilizaram como base o modelo anteriormente desenvolvido, porém com alguns ajustes para adaptar à realidade brasileira (ALTMAN et al. 1978). O resultado foi um modelo com duas equações, Z_1 e Z_2 , cujos resultados, em termos de precisão de classificação são essencialmente idênticos e em ambos os casos, o ponto crítico de separação dos grupos é zero.

Em pesquisa realizada por Poueri (2002), com a utilização da análise discriminante aplicada em uma amostra de empresas que haviam requerido a concordata, onde o objetivo do autor era verificar se as empresas poderiam ter algum tipo de êxito com essa solicitação onde irá classificá-las em dois grupos solventes e insolventes obtendo como produto um modelo de previsão que pode ser considerado híbrido ou misto.

O modelo de Poueri (2002), foi testado quanto à sua capacidade de avaliar se as empresas concluíram suas concordatas e, também, em sua capacidade de discriminar as empresas nos dois grupos anteriormente descritos (solventes e insolventes). Portanto, verificou-se ser possível, através das demonstrações contábeis das empresas objetos do estudo, a previsão da tendência de solvência ou insolvência daquelas, avaliando-se se lograriam êxito com a concordata.

Pesquisa realizada por Onusic, Kassai e Viana (2004), com o objetivo de gerar modelos de previsão de insolvência utilizando análise envoltória de dados (*Data Envelopment Analysis – DEA*) e regressão logística, onde os autores compararam os resultados alcançados por estas duas técnicas. Mesmo diante de algumas limitações que ocorreram, os resultados obtidos com os modelos foram considerados satisfatórios, uma vez que o modelo *DEA* classificou corretamente 90% das empresas insolventes e 74% das solventes enquanto, que o de regressão logística foi de 78% para as solventes e 70% de classificação correta para as insolventes.

Ainda no mesmo objetivo da pesquisa desenvolvida em 2004, porém com outros autores Onusic, Casa Nova e Almeida (2005), utilizaram uma técnica matemática originada da pesquisa operacional: a análise por envoltória de dados (*Data Envelopment Analysis – DEA*). Para isso valeram-se de uma amostra composta de 60 empresas divididas em dois grupos, um grupo com 10 empresas que enfrentaram processo de falência/concordata e o outro grupo, composta por 50 empresas solventes, todas do mesmo setor e com porte semelhante. Como resultado, as classificações obtidas pelos indicadores *DEA* foram confrontadas com a situação real das empresas após três anos, e ficou preliminarmente demonstrado que o modelo *DEA* foi capaz de discriminar com bom grau de acerto, sendo que 90% das empresas insolventes foram

classificadas corretamente.

Pesquisa realizada por Rebello (2010), os modelos de previsão de insolvência: uma análise comparativa de seus resultados. O estudo foi baseado nos modelos brasileiros de Kanitz, Altman, Elizabetsky, Matias e Silva. No estudo Rebello (2010) utilizou uma amostra de 12 empresas, sendo 6 em situação de concordata ou liquidação ocorrida no período de 1998 a 2001, que foram consideradas insolventes, e no mesmo porte e segmento, outras 6 empresas que não se encontravam em liquidação ou concordata para compor o grupo das empresas solventes. A conclusão obtida por Rebello (2010) é de que os modelos apontaram para classificações distintas, quando aplicados em uma mesma demonstração contábil.

Outra pesquisa que cabe mencionar, foi o estudo desenvolvido por Nascimento, Pereira e Hoeltgebaum (2010), onde replicam os modelos desenvolvidos por Elizabetsky (1976), Matias (1976), Kanitz (1978), Silva (1982) e Altman *et al.* (1979), em grandes empresas aéreas brasileiras, no entanto, compôs a amostra apenas duas empresas, TAM Linhas Aéreas S/A e Gol Linhas Aéreas Inteligentes S/A, no período de 2004 a 2008. Os resultados indicaram que no caso específico da Gol Linhas Aéreas Inteligentes S/A, foram detectados indícios de solvência para os cinco anos analisados nos modelos de Matias (1976), Kanitz (1978), e Silva (1982) e nos modelos de Altman *et al.* (1979) e Elizabetsky (1976) apresentaram indícios de insolvência.

Os resultados de Nascimento *et al.* (2010), para a análise da Gol Linhas Aéreas Inteligentes S/A, estão em linha com achados de Aranha e Lins Filho (2005) que afirmam que esta empresa apresentava trajetória de sucesso.

De certa forma, no caso da companhia TAM Linhas Aéreas S/A, Nascimento *et al.* (2010), verificaram que apenas dois dos modelos apresentaram situação de solvência, o de Matias (1976) e o de Silva (1982). Ressaltam ainda, que o modelo de Elizabetsky (1976) detectou situação de insolvência para os cinco anos investigados. Quanto ao modelo de Kanitz (1978) foi o que apresentou a maior discrepância no período analisado, demonstrando oscilações entre a solvência e insolvência durante os cinco anos.

No ponto de vista de Nascimento *et al.* (2010), os resultados corroboram com os achados de Aranha e Lins Filho (2005) que também identificaram a situação de insolvência na empresa no período de 2002 e 2003. Aranha e Lins Filho (2005) apresentaram estudo onde aplicaram o Modelo de Kanitz na avaliação de empresas do setor de aviação comercial brasileiro. Os dados foram os das companhias GOL, TAM, VASP e VARIG no período de 2002 a 2004. Para a Gol os resultados apontaram situação de solvência, enquanto para as demais, os resultados foram para insolvência.

Portanto, verifica-se que a busca por modelos que consigam prever insolvência foi motivada por uma necessidade por parte dos usuários das informações de cunho econômico-financeiro das companhias, principalmente, diante da grande crise motivada pela queda do mercado de ações norte-americano em 1929.

2.1 Análise Discriminante

O pioneiro no estudo da análise discriminante foi Fischer que a propôs na primeira metade do século XX, como um critério mais confiável para a classificação de novas espécies de vegetais sendo rapidamente adotada além da Taxonomia e Sistemática Vegetal (Maroco, 2003).

Atualmente, percebe-se uma grande aplicação dessa técnica estatística de análise em diversos campos do conhecimento, como biologia, antropologia, marketing, comportamento do consumidor, entre outros (FÁVERO e BELFIORI, 2009).

No estudo de finanças, destaca-se o trabalho de Edward Altman que, em 1968, publicou no *The Journal of Finance* o artigo intitulado *Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy*, bem como cita ainda, outros autores que também contribuíram significativamente para a aplicação da análise discriminante (Fávero *et al.*, 2009).

Durante muitos anos, a análise discriminante tem recebido uma grande atenção teórica de diversas áreas, como marketing, em que podem ser citados os trabalhos de Frank, Massy e Morrison (1965), Morrison (1969), Crask e Perreault (1977) e Hora e Wilcox (1982). Merece destaque também a expressiva contribuição de alguns trabalhos em relação à modelagem matemática da análise discriminante, como os de Lachenbruch e Mickey (1968), Marks e Dunn (1974), McLachlan (1974), Krzanowski (1975), Randles, Broffitt, Ramberg e Hogg (1978), Constanza e Afifi (1979) e Fraley e Raftery (2002) (FÁVERO *et al.*, 2009).

Nos Estados Unidos e na Europa, há, atualmente, uma vasta aplicabilidade da análise discriminante nas ciências sociais e do comportamento e, no Brasil, seu uso vem sendo ampliado em diversas áreas, devido à contribuição direta dos principais softwares estatísticos que apresentam esta técnica (FÁVERO *et al.*, 2009).

Portanto, desde o trabalho de Altman (1968), a análise discriminante tem sido a técnica estatística utilizada para classificar uma observação em um dos vários agrupamentos, *a priori*, dependente das características individuais da observação. É utilizada principalmente para classificar e/ou fazer previsões em problemas onde as variáveis dependentes aparecem em forma qualitativa, por exemplo, do sexo masculino ou do sexo feminino, falência ou não à

falência.

Assim também, Ragsdale (1995, p. 379) define análise discriminante como “uma técnica estatística que usa informações disponíveis de um conjunto de variáveis independentes para prever o valor de uma variável dependente discreta ou categórica”.

Uma das vantagens do uso da análise discriminante para Silva (2016), é que os pesos a serem atribuídos aos índices são determinados por cálculos e processos estatísticos, o que exclui a subjetividade ou mesmo o estado de espírito do analista no momento da análise.

Segundo Corrar, Paulo e Dias Filho (2007, p. 236), “a análise discriminante objetiva encontrar uma função matemática para discriminar ou segregar elementos entre grupos preestabelecidos e assim apresentar uma divisão dos resultados conforme a sua classificação”. Mingoti (2013, p.213) comenta que é “uma técnica que pode ser utilizada para organizar a classificação de elementos de uma amostra ou população, onde os grupos são conhecidos a priori”.

A técnica procura, basicamente, responder se um elemento pertence ou não a uma determinada categoria. Tratando-se da análise de risco de crédito, a análise discriminante, ou especificamente a função discriminante, indicará se uma empresa pertence a um grupo de firmas solventes ou ao conjunto das insolventes (HAIR, ANDERSON, TATHAM e BLACK, 2009).

Sendo assim, a finalidade da análise discriminante, é verificar se determinada empresa se classifica no grupo de empresas solventes ou insolventes, conforme a pontuação recebida, após apuração dos indicadores financeiros obtidos por meio de uma equação linear ou função discriminante, utilizando os dados das demonstrações contábeis das empresas.

Nesse contexto, os objetivos da análise discriminante são:

- a) Identificação das variáveis que melhor diferenciam ou separam grupos de indivíduos estruturalmente diferentes e mutuamente exclusivos;
- b) Estimação dos pesos ou coeficientes da função discriminante;
- c) A utilização das variáveis e dos coeficientes para estimar um “índice” ou função discriminante que represente as formas entre os grupos ou classes; e
- d) A utilização desta função para classificar à priori novos indivíduos nos grupos.

As variáveis independentes relevantes, formadoras da função discriminante, são obtidas por recurso à estatística Lambda (λ) de Wilks (HAIR, ANDERSON, TATHAM e BLACK., 2009).

A estatística para cada uma das variáveis, segundo Maroco (2003), é dada por: $\lambda = \frac{SQE}{SQT}$

Sendo:

- a) $SQE = \sum (y_i - \bar{y}_i)^2$ = soma dos quadrados dos erros dentro dos grupos;
- b) $SQT = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$ = soma dos quadrados totais.
- c) y = variável sob estudo
- d) \bar{y}_i = valor médio de y
- e) \hat{y}_i = valor estimado de y

Os pesos ou coeficientes $w_{i1}, w_{i2}, \dots, w_{ip}$ são estimados de modo que a variabilidade dos escores (D_i) da função discriminante seja máxima entre os grupos e mínima dentro dos grupos. Eles representam uma medida relativa da importância das variáveis originais na função estimada. Quanto maior for o coeficiente das variáveis independentes, maior será a sua contribuição na discriminação entre os grupos, passo importante para interpretação e análise do modelo.

Desta forma, dadas p -variáveis e g grupos é possível estabelecer $m = \min (g - 1; p)$ funções discriminantes que são combinações lineares das p -variáveis, tal que:

$$D_i = w_{i1} X_1 + w_{i2} X_2 + \dots + w_{ip} X_p, \text{ com } i = 1, \dots, m$$

O nível de significância da função é estimado com base em uma transformação qui-quadrado da estatística Lambda (λ) de Wilks.

A classificação de indivíduos em classes utilizadas para estimar a função discriminante é procedida de modo a que cada indivíduo seja inserido no grupo cujo centróide (valor médio para os escores discriminantes de todos os elementos, em uma dada categoria ou grupo) se encontra mais próximo.

O ponto de corte ou zona de fronteira é dado por: $f = \frac{n_1 \bar{d}_1 + n_2 \bar{d}_2}{n_1 + n_2}$

onde:

\bar{d}_1 e \bar{d}_2 são as médias (centróides) da função discriminante nos grupos 1 e 2 e n_1 e n_2 são as dimensões (números de indivíduos) destes grupos.

Assim um determinado indivíduo pertencerá ao grupo 1 se o seu escore, D_i , for maior que f do contrário será classificado no grupo 2.

2.1.1 Suposições da Análise Discriminante

Para aplicação da análise discriminante são requeridos certos pressupostos. Os pressupostos ou suposições mais importantes são a de normalidade das variáveis independentes e igualdade nas matrizes de dispersão e covariância dos grupos. A falta de normalidade pode causar problemas na estimação da função discriminante e matrizes de covariâncias desiguais

podem afetar negativamente o processo de classificação (CORRAR et al., 2009).

Uma outra característica dos dados que pode comprometer os resultados é a multicolinearidade entre variáveis independentes. Esta característica indica se duas ou mais variáveis são correlacionadas, de maneira que uma variável pode ser explicada por outra, acrescentando pouco ao poder elucidativo do conjunto como um todo (HAIR et. al, 2009).

O pressuposto de linearidade das relações entre as variáveis está implícito na função discriminante, pois relações não lineares não são refletidas na função, a menos que transformações específicas de variáveis sejam executadas para representar efeitos não lineares (HAIR, ANDERSON, TATHAM e BLACK, 2009).

Em mesma sintonia, Corrar *et al.* (2014), a linearidade pode ser utilizada como conceito de um determinado modelo onde terá as propriedades de aditividade e homogeneidade, no entanto, os modelos lineares preveem valores que são evidenciados em uma linha reta. De modo contrário, “a linearidade é uma suposição implícita nas técnicas multivariadas baseadas em medidas correlacionais de associação, incluindo regressão múltipla, regressão logística e análise fatorial”.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Este trabalho, quanto aos objetivos do estudo, este se enquadra como pesquisa descritiva. Richardson (2012) denomina referida pesquisa descritiva aquela que busca explicar como um determinado fenômeno se comporta e quais fatores tem efeito nas variáveis da pesquisa e se essas mudanças podem impactar de qual maneira a variável dependente, tendo em vista as causas e as consequências do fenômeno.

Do ponto de vista da sua natureza classifica-se como aplicada porque gera produto ou processos imediatos, possui caráter descritivo quanto aos objetivos uma vez que descreve os fatos observados sem interferir neles, quantitativa com relação a sua abordagem já que requer o uso de recursos e técnicas de estatística.

No que se refere a abordagem classifica-se como quantitativa, pois faz o manuseio ou tratamento de uma amostra utilizando ferramentas estatísticas a fim de mensurar os dados coletados (CRESWELL, 2014 e GIL, 2002). Quanto aos procedimentos é bibliográfica e documental, pois coloca o pesquisador em contato com publicações existentes sobre o tema e utilizará da análise de dados primários.

Para o desenvolvimento, a amostra utilizada é composta de indicadores econômico-financeiros de empresas solventes e insolventes de diversos setores e segmentos conforme

classificação da B3. Para coleta foi utilizado o banco de dados da Economática® do ano de 2019, foi utilizada a base desse ano tendo em vista que no início da pesquisa os de 2020 ainda não estavam disponíveis. Para efeito de classificação das companhias insolventes foram consideradas aquelas em recuperação judicial, conforme listagem disponível na CVM, aquelas que apresentam prejuízos de forma sistemática e com Passivo a Descoberto.

Dentro desse contexto, para efeito de comparabilidade, as companhias selecionadas, solventes e insolventes são dos mesmos segmentos no âmbito da B3. Além do critério mencionado, as companhias possuem valores de Ativo Total similares, cujo propósito foi obter grupos homogêneos tanto em termos de segmentos e de volume de Ativo. Foram utilizadas duas amostras com 30 companhias cada, sendo uma constituída por empresas consideradas insolventes, a outra amostra composta por empresas solventes. As companhias estão descritas na Tabela 1:

Tabela 1: Companhia que constituem a amostra

Empresas Solventes – Variável Dependente (1)	Empresas Insolventes – Variável Dependente (0)	Subsetor Bovespa
Boa Safra	Pomi Frutas	Agropecuária
Casan	Orizon	Água e saneamento
Brf	Minerva	Alimentos processados
Marfrig	Minupar	Alimentos processados
Metal Leve	Plascar Part	Automóvel e motocicletas
Magazine Luiza	Lojas Arapuã	Comércio
Carrefour	Bombril	Comércio e distribuição
MRV	PDG Realt	Construção civil
Tenda	Rossi Resid	Construção civil
Trisul	Viver	Construção civil
Sondotecnica	Eternit	Construção e engenharia
Portobello	Haga	Construção e engenharia
Ceee-Gt	Ceee-D	Energia elétrica
Cosern	Celgpar	Energia elétrica
Aersis	Bardella	Máquinas e equipamentos
Pratica	Nordon Met	Máquinas e equipamentos
Marcopolo	Recrusul	Material de transporte
Randon Part	Riosulense	Material de transporte
Tupy	Wetzel	Material de transporte
Oceanpact	OSX Brasil	Petróleo e gás
Petrobras	Dommo	Petróleo e gás
Petrobras BR	Pet Manguinho	Petróleo e gás
Meliuz	Westwing	Programas e serviços
Nutriplant	Fer Heringer	Químicos
Tekno	Mangels Indl	Siderurgia e metalurgia
Dohler	Karsten	Tecidos vestuários
Pattenati	Tecelagem São José	Tecidos vestuários
Santanense	Teka	Tecidos vestuários
Cia Henring	Tex Renaux	Tecidos vestuários
Whirlpool	Hercules	Utilidade doméstica

Fonte: os Autores, 2021

Os quantitativos de companhias constituem o agrupamento, sendo (0) para as insolventes e (1) para as solventes. Os indicadores econômico-financeiros são as variáveis independentes e, para sua identificação foi atribuída uma nomenclatura (X_i) que se encontra logo à frente deles, conforme Tabela 2:

Tabela 2: Nomenclaturas das variáveis independentes

Grupos de Índices	Índices	Legenda
Indicadores de Liquidez	Liquidez Geral	X_1
	Liquidez Corrente	X_2
	Liquidez Seca	X_3
Indicadores de Rentabilidade	<i>Return on Invested Capital (ROIC)</i>	X_4
	<i>Return on Equity (ROE)</i>	X_5
	<i>Return on Assets (ROA)</i>	X_6
	Margem Ebit	X_7
	Margem Ebitda	X_8
	Margem Bruta (MB)	X_9
	Margem Líquida (ML)	X_{10}
	Giro do Ativo (GA)	X_{12}
Capital de Giro	Giro do Patrimônio Líquido (GPL)	X_{13}
	Capital de Giro	X_{11}
Indicadores de Estrutura de Capital ou Endividamento	Imobilização do Capital Próprio (ICP)	X_{14}
	Participação de Capitais de Terceiros (PCT)	X_{15}
	Grau de Endividamento (GE)	X_{16}

Fonte: Os Autores, 2021

Com base nos indicadores foi construído o modelo de insolvência, utilizando-se o modelo estatístico de análise discriminante de Fischer, para isso, utilizou-se o software *IBM SPSS-statistics*. Após construído, o modelo foi submetido a teste para sua validação.

Inicialmente foram utilizados os 16 indicadores da Tabela 2, entretanto as saídas do software SPSS, apontaram várias inconsistências, de forma que variáveis foram excluídas pelos seguintes motivos:

- Resultado da saída do teste de igualdade de médias de grupos em que o Lambda de Wilks, quanto mais próximo de 1,000 é pior, igualmente, a significância que o recomendado que o p-valor que seja menor que 0,05;
- Exclusão das variáveis com grau de correlação forte evidenciado na figura 04 de covariância e correlação, a exclusão se deu para eliminar problemas de multicolinearidade; e
- Eliminação das variáveis da função discriminante com coeficientes “zerados”, que se utilizados redundará em resultado nulo.

Dessa forma, mediante as exclusões com o propósito de melhorar a saída de dados e obter uma função discriminante mais robusta, restaram as seguintes variáveis independentes:

Liquidez Geral (X_1), Margem Bruta (X_9), Giro do Ativo (X_{12}), Giro do Patrimônio Líquido (X_{13}) e Capital de Terceiro (X_{15}).

Para identificar casos de multicolinearidade foi gerada pelo *SPSS -statistics* as matrizes de covariância e correlação, cuja matriz de covariância serve de base para obtenção da matriz de correlação. A matriz de correlação possibilita ao pesquisador identificar prováveis casos de multicolinearidade e, dessa forma, as variáveis que podem afetar o processo estatístico Corrar *et al.* (2014). Cabe ressaltar que para Gujarati (2011) a multicolinearidade não viola nenhuma das hipóteses de uma regressão, já que estimativas consistentes, não viesadas os erros padrão serão estimados corretamente. Na tabela 3 tem-se a Matriz de covariância-correlação.

Tabela 3: Matriz de Covariância e Correlação

		X_1	X_9	X_{12}	X_{13}	X_{15}
Covariância	X_1	,304	-2,768	,066	-,931	-149,683
	X_9	-2,768	1585,184	-6,534	57,400	8890,719
	X_{12}	,066	-6,534	,617	-2,164	-167,655
	X_{13}	-,931	57,400	-2,164	468,368	46119,419
	X_{15}	-149,683	8890,719	-167,655	46119,419	4979499,097
Correlação	X_1	1,000	-,126	,153	-,078	-,122
	X_9	-,126	1,000	-,209	,067	,100
	X_{12}	,153	-,209	1,000	-,127	-,096
	X_{13}	-,078	,067	-,127	1,000	,955
	X_{15}	-,122	,100	-,096	,955	1,000

Fonte: SPSS, 2021

Apesar da eliminação de variáveis com forte correlação, observa-se que as X_{13} e X_{15} foram mantidas memo com grau muito forte de correlação positiva (**ver grifos**). Optou-se em não as excluir tendo em vista que isso acarretaria prejuízos no resultado do modelo da função discriminante, bem como o modelo não foi prejudicado, evidenciando-se robusto.

Para testar a homogeneidade das matrizes de covariância-correlação, já que o pressuposto de que a matriz para cada um dos grupos em estudo é de uma mesma variância-covariância em relação a cada uma das p-variáveis, dessa forma, para que a estimativa conjunta da variância residual possa ser obtida, não pode ocorrer violação sob pena de comprometer a robustez da função discriminante. Para este teste é utilizado o M de Box.

Se a dimensão de todas as amostras for igual, a função discriminante pode ser considerada robusta relativamente à não violação do pressuposto de homogeneidade das matrizes de covariância-correlação. Neste caso, aceita-se a hipótese H_0 de que as variáveis possuem a mesma variância. A tabela 4 apresenta o resultado de M de Box.

Tabela 4: Teste de M de Box

M de Box		251,713
Z	Aprox.	15,219
	df1	15
	df2	13544,526
	Sig.	<,001

Fonte: SPSS, 2021

O resultado do teste M de Box apresenta nível de significância de 0,001, portanto inferior a 0,05. Se o p-valor for maior que 0,05 aceita-se a hipótese nula, o que indica que os dados estão bons e que não existe diferença entre a matriz de covariância das duas amostras. Em que pese o recomendado p-valor < 0,05, o nível de significância obtido foi inferior, entretanto, isso não afeta a continuidade da geração da função discriminante, pois se o Teste M de Box indica violação dessa premissa e se o *software* não deixou de gerar todas as demais etapas, tem-se o indicativo de que as violações estatísticas não estão inviabilizando o estudo (CORRAR et al. 2014). No caso desse estudo não houve inconsistências nas demais etapas.

A tabela 5 apresenta as saídas do Autovalor e da Correlação Canônica.

Tabela 5: Autovalores e Correlação Canônica

Função	Autovalor	% de variância	% cumulativa	Correlação canônica
1	1,015 ^a	100,0	100,0	,710

Fonte: SPSS, 2021

(^a) As primeiras 1 funções discriminantes e canônicas foram usadas na análise

O resultado (% de variância) indica que o modelo consegue explicar 100% da variação dos dados com apenas uma Função Discriminante. O autovalor = 1,015 indica o grau de superioridade entre funções, como se trata de modelo com uma única função, entende-se que esta tem sua importância. O poder explicativo é dado pela correlação canônica que tem o mesmo poder explicativo do R² de uma análise de regressão. Elevando esse valor ao quadrado tem-se a medida do poder explicativo da função que corresponde a 50,41% (CORRAR et al., 2014), portanto, o grau de confiabilidade da função ainda está em um nível aceitável.

Na tabela 6 é apresentada a saída do SPSS para o resultado do Lambda de Wilks.

Tabela 6: Resultado do Lambda de Wilks

Teste de funções	Lambda de Wilks	Qui-quadrado	df	Sig.
1	,496	38,876	5	<,001

Fonte: SPSS, 2021

O resultado de 0,496 de Lambda de Wilks para um Qui-quadrado de 38,876 e p-valor 0,001, confirma que a função discriminante é altamente significativa. O p-valor > 0,05 indica essa condição. Já o Lambda de Wilks quanto mais próximo de “zero” for seu valor, mais intensa será a diferença entre as médias dos grupos, indicando que a função tem alta capacidade de

discriminar os elementos entre os grupos (CORRAR *et al.* 2014).

A figura 7 demonstra a saída do SPSS para o teste de igualdade entre as médias que é dado pelo Lambda de Wilks.

Figura 7: Teste de Igualdade entre as Médias de Grupos

	Lambda de Wilks	Z	df1	df2	Sig.
X ₁	,568	44,107	1	58	<,001
X ₉	,962	2,275	1	58	,137
X ₁₂	,958	2,568	1	58	,114
X ₁₃	,942	3,556	1	58	,064
X ₁₅	,917	5,218	1	58	,026

Fonte: SPSS, 2021

Estatisticamente o teste de igualdade de médias de grupo define se o modelo consegue separar os grupos. Se p-valor > 0,05 então é significativo, ou seja, consegue separa os grupos. Nesse caso, somente a variável X₁ apresenta p-valor > 0,05 e o menor Lambda de Wilks. Em que pese as demais variáveis não atender essa condição o modelo não foi prejudicado no seu poder preditivo.

Na tabela 8 é apresentada a saída do SPSS para a Função Discriminante Canônica que constitui o produto resultante deste trabalho.

Tabela 8: Coeficientes de Função Discriminante Canônica

X ₁	1,679
X ₉	-,003
X ₁₂	,062
X ₁₃	-,040
X ₁₅	,001
(Constante)	-1,068

Fonte: SPSS, 2021

Portanto, tem-se o Modelo de Previsão de Insolvência Aranha & Gondrige, cuja função discriminante é:

$$FI = - 1,068 + 1,679 * X_1 - 0,003 * X_9 + 0,062 * X_{12} - 0,040 * X_{13} + 0,001 * X_{15}$$

Sendo:

- FI = Fator de Insolvência
- X₁ = índice de Liquidez Corrente
- X₉ = Margem Bruta
- X₁₂ = Giro do Ativo
- X₁₃ = Giro do Patrimônio Líquido
- X₁₅ = Participação de Capitais de Terceiros

Para determinar o poder de classificação da previsão de insolvência tem-se a saída do SPSS conforme tabela 9:

Tabela 9: Resultados da Classificação

		EMPRESAS	0	1	Total
Original	Contagem	0	28	2	30
		1	4	26	30
	%	0	93,3	6,7	100,0
		1	13,3	86,7	100,0

a. 90.0% de casos agrupados originais classificados corretamente

Fonte: SPSS, 2021

Conforme evidenciado na tabela 9 a função classificou corretamente 90% dos dados das amostras, portanto, o Modelo de Previsão de Insolvência Aranha & Gondrige pode ser considerado uma função discriminante relevante, robusta e com alto poder discriminatório.

4 DISCUSSÃO E ANÁLISE DOS DADOS

O Modelo de Previsão Insolvência Aranha & Gondrige foi submetido a teste para medir sua capacidade discriminatória, ou seja, o seu grau de precisão. Utilizou-se como parâmetro o teste adotado por Kassai e Kassai (1999) em seu trabalho denominado “Desvendando Termômetro de Kanitz”, conforme os passos a seguir:

1º Passo: obter os índices das variáveis e alimentar a planilha.

2º Passo: criar uma coluna na planilha do Excel® com os p-valores da função discriminante fornecido pelo Software *IBM SPSS Statistics*, chamada “Escore Discriminante” e calcular o “Ponto de Corte”.

3º Passo: analisar o “Grau de Precisão” do modelo e,

4º Passo: construir o ponto de separação do modelo.

Portanto, diante desses passos segue os procedimentos para validação do Modelo:

1º Passo: obter os índices das variáveis independentes X_1 , X_9 , X_{12} , X_{13} e X_{15} e alimentar a planilha do Excel®.

2º Passo: inserir uma coluna na planilha do Excel® denominando-a de “Escore Discriminante” com os p-valores da função discriminante e, em seguida calcular o “ponto de corte”:

Para calcular o ponto de corte utilizou-se planilha Excel® partindo da média aritmética das empresas (0) e das empresas (1), onde o Excel® cria uma saída com várias informações da estatística descritiva, neste caso foi utilizada as médias das empresas (0) = -1,42 e das empresas (1) = 1,12. Somam-se as duas médias e divide por dois (-

$1,42+1,12) / 2 = -0,15$ sendo este o ponto de corte, no entanto, J. R. Kassai *et al.* (1999) comenta que “existem outras técnicas estatísticas para refinar o cálculo do ponto de corte e aprimorar as análises discriminantes, por exemplo o cálculo da Distância Euclidiana, Distância de Mahalanobis, análise multivariante etc.” **Passo:** analisar o “Grau de Precisão” do modelo.

O ponto de corte de - 0,15 servirá de parâmetro para classificar as empresas, onde será comparado a célula que se encontra na Tabela 10 “Classificação pelo Excel[®]” com a célula “Empresas” e logo tem-se o “Grau de Precisão” do modelo.

Tabela 10: Variáveis das Empresas, Escore Discriminante e Classificação Excel[®]

Empresas	X ₁	X ₉	X ₁₂	X ₁₃	X ₁₅	Escore Discriminante	Classificação Excel
0	0,1	4,3	0,1	0,0	-108,9	-1,07	0
0	0,0	12,7	0,0	0,0	-521,5	-1,61	0
0	0,6	22,7	0,6	-30,8	-4.895,2	-3,71	0
0	0,0	100	0,0	0,0	-103,7	-1,41	0
0	0,0	100	0,0	0,0	-100,1	-1,47	0
0	0,2	58,9	0,0	0,0	-157,0	-1,07	0
0	0,5	100,0	0,0	0,0	-992,2	-1,59	0
0	0,0	100,0	0,0	0,0	-358,4	-1,67	0
0	0,5	13,1	1,1	-147,8	-13.810,9	-8,07	0
0	0,3	-0,2	0,3	-0,2	-173,1	-0,67	0
0	0,3	-3,8	0,8	-0,9	-210,5	-0,73	0
0	0,0	112	0,0	0,0	-168,0	-1,49	0
0	0,4	-140,3	0,0	-0,2	-867,1	-0,76	0
0	0,1	90,7	0,1	0,0	-112,0	-1,34	0
0	0,3	23,5	0,5	-0,3	-159,7	-0,70	0
0	0,3	33,1	0,9	-64,3	-7.369,0	-5,42	0
0	0,2	8,4	1,0	-0,9	-183,7	-0,92	0
0	0,0	100,0	0,0	0,0	-103,6	-1,41	0
0	0,9	3,6	0,0	-0,9	-3.496,2	-3,01	0
0	0,4	2,9	0,5	-0,4	-190,3	-0,49	0
0	0,6	46,0	4,3	-15,3	-459,0	0,21	1
0	0,7	6,6	0,7	37,6	4.934,0	3,62	1
0	0,4	39,3	0,8	-1,2	-258,5	-0,69	0
0	0,1	100	0,0	0,0	-112,5	-1,30	0
0	0,3	16,2	0,2	-0,1	-161,3	-0,74	0
0	0,1	31,4	0,6	-0,4	-163,1	-1,05	0
0	0,0	100,0	0,1	0,0	-102,6	-1,42	0
0	0,0	100,0	0,0	0,0	-101,3	-1,45	0
0	0,4	38,9	1,6	-3,7	-326,9	-0,58	0
0	0,3	16,3	1,3	-1,4	-203,8	-0,74	0
1	1,0	9,7	2,0	9,9	396,6	0,69	1
1	0,4	55,1	0,3	0,9	183,1	-0,48	0
1	0,6	20,9	0,7	3,6	452,0	0,28	1
1	0,7	10,3	0,4	15,7	3.683,4	3,12	1
1	1,1	22,5	0,9	1,6	72,4	0,71	1
1	1,3	29,4	0,2	0,7	167,7	1,17	1
1	1,1	18,3	0,1	0,2	76,5	0,87	1
1	1,1	97,1	0,0	0,0	36,7	0,47	1
1	2,3	32,0	0,9	1,2	42,4	2,76	1

1	0,9	25,0	0,5	2,7	397,3	0,69	1
1	1,4	48,8	0,2	0,4	109,0	1,26	1
1	1,1	21,8	0,6	2,5	286,1	0,99	1
1	0,7	17,9	1,0	4,7	360,3	0,33	1
1	1,0	44,3	1,0	2,9	181,4	0,65	1
1	1,0	15,9	0,6	1,0	64,4	0,70	1
1	1,0	18,1	0,6	1,6	155,2	0,73	1
1	0,9	21,0	0,6	1,2	89,3	0,44	1
1	0,4	19,4	0,6	1,6	193,0	-0,23	0
1	0,2	36,7	0,3	1,0	282,1	-0,50	0
1	1,1	6,2	3,7	10,7	191,3	0,75	1
1	2,1	10,6	2,2	3,6	65,2	2,56	1
1	0,6	19,3	1,1	4,9	337,4	0,02	1
1	2,6	22,0	0,7	0,8	24,1	3,28	1
1	1,0	5,1	0,6	0,9	45,7	0,72	1
1	1,4	20,9	0,8	1,6	107,1	1,31	1
1	3,7	43,8	0,9	1,1	27,2	4,99	1
1	2,5	23,2	0,6	0,8	24,6	3,09	1
1	1,2	13,2	0,8	2,0	155,0	1,02	1
1	1,2	27,2	1,0	2,4	146,0	1,03	1
1	0,8	15,4	1,5	2,8	95,5	0,31	1

Fonte: os Autores, 2021

Analisando as saídas dos dados quanto ao “grau de precisão” do modelo pode-se verificar que do total da amostra o modelo classificou 4 companhias erradas e 1 no rol de sombreamento ou penumbra, ou seja, encontra-se indefinida, sendo assim, apresentou um grau de precisão de 93,33%.

4º Passo: construir o ponto de separação do modelo.

Para definir os pontos de separação, parte-se das médias aritméticas de -1,42 e desvio-padrão de 1,87 para as empresas (0) e de 1,12 e desvio-padrão de 1,24 para as empresas (1). Calcula-se o ponto inicial e final para as empresas (0), onde a média aritmética de -1,42 irá subtrair o desvio-padrão de 1,87 chegando ao resultado de -3,29. Para calcular o segundo ponto, parte-se da média aritmética de -1,42 e soma-se o desvio-padrão de 1,87 e a resultante para o segundo ponto que corresponde a 0,45.

Para calcular os pontos inicial e final para as empresas (1), parte-se da média aritmética de 1,12 e subtrai o desvio-padrão 1,24 chega-se ao resultado de - 0,12. Para calcular o segundo ponto parte-se da média aritmética de 1,12 e soma-se com o desvio-padrão de 1,24 sendo a resultante o segundo ponto que é 2,36. Entretanto, optou-se por ampliar os limites de -3,29 e 2,36, para -5,00 e 5,00, respectivamente.

Dessa forma, para melhor ilustrar, na figura 1 tem-se os pontos de classificação, sendo de 0,45 a 5,00 para empresas solventes; - 0,12 a 0,45 zona de indefinição, ou seja, empresas nessa condição requerem cuidados e, de - 0,12 a - 5,00 para empresas insolventes.

Figura 1: Pontos de separação do modelo



Fonte: os Autores, 2021

Da mesma forma o modelo Aranha & Gondrige também apresenta uma área de penumbra como o de Kanitz, cujo ponto de separação está entre 0 e -3.

4.1 Validação do Modelo Aranha & Gondrige

Para validação do modelo obteve-se uma amostra com 20 companhias sendo, 10 insolventes e 10 solventes. As companhias não fazem parte da amostra utilizada no desenvolvimento do modelo.

O resultado da classificação está demonstrado na tabela 11.

Tabela 11: Variáveis Empresas, Escore Discriminante e Classificação Excel®

Empresas	X ₁	X ₉	X ₁₂	X ₁₃	X ₁₅	Escore Discriminante	Classificação Excel®
0	0,6	14,9	-1,9	0,3	-785,8	-1,05	0
0	0,4	32,8	-2,3	0,8	-393,3	-1,14	0
0	0,2	-63,7	0,0	0,1	-128,0	-0,69	0
0	0,1	73,8	0,0	0,0	-108,6	-1,27	0
0	0,7	100,0	-0,3	0,1	-378,6	-0,58	0
0	0,2	79,4	0,0	0,0	-130,6	-1,12	0
0	0,2	65,1	-0,2	0,2	-240,5	-1,24	0
0	0,1	3,1	-0,3	1,2	-122,2	-1,11	0
0	0,4	91,9	-5,1	4,2	-221,8	-1,30	0
0	0,1	67,0	-6,1	0,3	-2.007,8	-3,42	0
1	1,1	53,1	1,7	0,2	574,4	1,35	1
1	0,5	47,2	0,4	0,3	62,1	-0,25	0
1	1,5	34,1	2,3	1,1	120,5	1,51	1
1	1,1	16,5	1,6	0,6	188,7	1,05	1
1	0,8	21,1	0,8	0,5	62,5	0,38	1
1	1,2	8,5	0,4	0,2	155,5	1,07	1
1	0,7	31,4	6,3	1,3	369,3	0,73	1
1	0,7	31,7	1,7	0,3	462,7	0,52	1
1	0,9	57,0	1,7	0,8	101,1	0,44	1
1	0,9	41,7	1,1	0,3	238,1	0,63	1

Fonte: os Autores, 2021

Conforme se pode analisar o Modelo de Previsão de Insolvência Aranha & Gondrige conseguiu classificar corretamente 95% das empresas pertencentes na amostra teste, apenas uma empresa insolvente foi classificada como solvente.

5 CONCLUSÕES

Pode-se afirmar que os resultados obtidos pelo Modelo de Previsão de Insolvência Aranha & Gondrigo são excelentes, pois estatisticamente classificou 90% dos dados da amostra e, quando submetido à validação obteve 95% de precisão, portanto, considera-se um modelo eficiente, robusto e com elevado grau de discriminação.

Dessa forma, pode-se afirmar que a pesquisa atingiu o objetivo proposto e, de futuro espera-se que o estudo contribua para a discussão acerca dos modelos proporcionando resultados que servirão de base para próximas pesquisas. Com o propósito aferir ainda mais a capacidade de prever insolvência, a função discriminante desenvolvida deverá ser submetida a testes de comparação com os modelos existentes, como os de Altman, Elizabetsky, Kanitz, Matias Borges e Pereira, dentre outros, valendo-se de uma amostra mais robusta.

REFERÊNCIAS

ALTMAN, Edward I. **Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy**. The Journal of Finance, Vol. 23, No. 4., pp. 589-609, Sep., 1968.

_____; BAIDYA, Tara K. N.; DIAS, Luiz Manoel Ribeiro. **Previsão de Problemas Financeiros em Empresas**. Revista Administração de Empresas – RAE - Rio de Janeiro, 1978.

ARANHA, José A. Moura; LINS FILHO, Oduvaldo da Silva. **Modelos de previsão de insolvências: o termômetro de Kanitz na avaliação de empresas do setor de aviação comercial**. Anais V Jornada Científica do Centro-Oeste de Economia e Administração, Campo Grande, MS, Brasil, UFMS, 2005.

BOLSA, BRASIL, BALCÃO – B3. **Dados da amostra**. Acessado em: 20 junho, 2021, de http://www.b3.com.br/pt_br/.

COMISSÃO DE VALORES MOBILIÁRIOS – CVM. **Dados da amostra**. Acessado em : 10 junho, 2021, de <http://sistemas.cvm.gov.br/>.

CORRAR, Luiz J.; PAULO, Edilson; e DIAS FILHO, José Maria. **Análise Multivariada**. São Paulo: Atlas, 2014.

CRESWELL, John W. (2007). **Projeto de Pesquisa. Métodos qualitativos, quantitativos e misto**. 2a ed. Porto Alegre.

ECONOMÁTICA: **Banco de Dados**. Acessado em: 05 junho, 2021, de <http://www.economica.com>.

FÁVERO, Luiz Paulo; BELFIORE, Patrícia; SILVA, Fabiana Lopes da; CHAN, Betty Lilian. **Análise de dados: modelagem multivariada para tomada de decisões**. Rio de Janeiro: Câmpus, 2009.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4a ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GUJARATI, Damodar N.; **Econometria básica**. Porto alegre. Tradução Denise Durante, Mônica Rosemberg, Maria Lúcia G. L. Rosa – 5a ed., 2011.

HAIR, Joseph F.; ANDERSON, Rolph E.; TATHAM, Ronald L.; BLACK, William C. **Análise multivariada de dados**. Porto Alegre: Bookman. Tradução da 6a ed. americana por Adonai Schlup Sant'Anna e Anselmo Chaves Neto, 2009.

IBM SPSS Statistics Versão: 28.0.0.0 (190).

KANITZ, Stephen Charles. **Como Prever Falências de Empresas**. Revista Exame, dezembro, 1974.

KASSAI, JOSÉ Roberto; KASSAI, Silvia Pereira de Castro. **Desvendando o termômetro de insolvência de Kanitz**. Anais. Ribeirão Preto: FEA-USP, 1999.

MAROCO, João. **Análise estatística: com a utilização do SPSS**. Lisboa Sílabo, 2003.

MINGOTI, Sueli A. **Análise de dados através de métodos de estatística multivariada: uma abordagem aplicada**. 2ª impressão. Belo Horizonte: ed.UFMG, 2013.

NASCIMENTO, Sabrina do; PEREIRA, Alexandre Matos; HOELTGEBAUM Marianne. **Aplicação dos Modelos de Previsão de Insolvências nas Grandes Empresas Aéreas Brasileiras**. Revista de Contabilidade do Mestrado em Ciências Contábeis da UERJ. v. 15 – n. 1, 2010.

ONUSIC, Luciana Massaro, KASSAI, Silvia, VIANA, Adriana Backx Noronha. **Comparação dos Resultados de Utilização de Análise por Envoltória de Dados e Regressão Logística em Modelos de Previsão de Insolvência: Um Estudo Aplicado a Empresas Brasileiras**. FACEF PESQUISA – v. 7 – n.1, 2004.

_____. CASA NOVA, Silvia Pereira de Castro e ALMEIDA, Fernando Carvalho de. **Modelos de Previsão de Insolvência Utilizando a Análise por Envoltória de Dados: Aplicação a Empresas Brasileiras**. RAC. 2a Edição Especial, 2007

PINHEIRO, Laura Edith Taboada; SANTOS, Carla Poliana; COLAUTO, Romualdo Douglas e PINHEIRO, Juliano Lima. Validação de Modelos Brasileiro de Previsão de Insolvência. Universidade Federal de Minas Gerais, Brasil. **Contabilidade Vista & Revista**, vol. 18, núm. 4, outubro-diciembre. pp. 83-103. 2007.

POUERI, Mário do Carmo. **Uma Análise de Modelos de Previsão: Estudo Exploratório Aplicado em Empresas Mineiras**. Dissertação Mestrado, Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da USP, São Paulo, FEA/USP, Brasil, 2002.

RAGSDALE, Cliff T. **Spreadsheet modeling and decision analysis: a practical introduction to management Science**. Course Technology, Inc, 1995.

REBELLO, Marcos Barbosa. **Os modelos de previsão de insolvência: uma análise comparativa de seus resultados**. Dissertação Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Contabilidade da Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis – SC, Brasil, 2010.

RICHARDSON, Roberto Jarry. **Pesquisa Social: Métodos e Técnicas**. 3a ed. São Paulo: Atlas, 2012.

SILVA, José Pereira da. **Gestão e análise de risco de crédito**. 9a ed. rev. e atual. São Paulo, SP: Cengage Learning, 2016.