



Graduação () Pós-Graduação
 Artigo completo () Relato de prática () Resumo expandido

PREVISÃO DE VOLATILIDADE PARA GESTÃO DE RISCO: UMA COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS HARQ E GARCH APLICADOS AO BITCOIN

Darlan Camargo
Universidade Federal do Mato Grosso do Sul (UFMS)
d_camargo@ufms.br

Jorge Luis Sanchez Arevalo
Universidade Federal do Mato Grosso do Sul (UFMS)
jorge.sanchez@ufms.br

RESUMO

A volatilidade desempenha papel central na gestão de risco e na precificação de ativos financeiros, sendo particularmente relevante em mercados caracterizados por elevada incerteza, como o de criptomoedas. Assim, o presente estudo tem como objetivo comparar a capacidade preditiva dos modelos GARCH (1,1) e HARQ na estimação da volatilidade do Bitcoin. Para isso, foram utilizados dados de preços do período de 2019 a 2022, obtidos nas bases Economatica e Bloomberg. O modelo GARCH foi estimado a partir de retornos diários, enquanto os modelos HAR e HARQ foram construídos com base em volatilidade realizada derivada de dados intradiários. Os resultados indicam que o modelo GARCH (1,1) apresentou melhor ajuste global, conforme evidenciado pelos critérios de informação e pela log-verossimilhança, enquanto o HARQ completo superou as demais especificações baseadas em volatilidade realizada. Como contribuição, o estudo fornece evidências sobre o desempenho comparativo dessas metodologias no mercado de criptomoedas, destacando suas implicações para aplicações práticas em gestão de risco e previsão de volatilidade em ativos altamente voláteis.

Palavras chave: Bitcoin; Volatilidade; GARCH; HARQ



1 INTRODUÇÃO

A volatilidade ocupa posição central na teoria e na prática financeira, pois representa uma das principais medidas de risco associadas aos ativos financeiros. Além de refletir o grau de incerteza dos mercados, a volatilidade desempenha papel fundamental na precificação de derivativos, na construção de estratégias de hedge e na gestão de risco de portfólios (Merton, 1980). Nesse contexto, o desenvolvimento de modelos econométricos capazes de capturar adequadamente a dinâmica da volatilidade tornou-se um tema central na econometria financeira. Um marco nesse processo foi a introdução do modelo ARCH por Engle (1982), que formalizou a presença de heterocedasticidade condicional em séries financeiras, posteriormente generalizado pelo modelo GARCH proposto por Bollerslev (1986). Desde então, os modelos da família GARCH consolidaram-se como ferramentas amplamente utilizadas para modelar a variância condicional dos retornos financeiros.

Apesar de sua ampla aplicação, os modelos tradicionais de volatilidade apresentam limitações quando aplicados a contextos caracterizados por choques sistêmicos e regimes de alta incerteza. Em períodos de turbulência financeira, como crises econômicas ou eventos de crises extremas, é comum observar picos abruptos e persistência da volatilidade, fenômenos frequentemente associados ao chamado clustering de volatilidade (Lei, et.al. 2021; Patton, et. al. 2021). Essas características tornam a modelagem da volatilidade particularmente desafiadora, especialmente quando se utilizam dados de alta frequência, nos quais medidas de volatilidade realizada podem incorporar ruídos de medição e erros de estimação (Christensen, et. al. 2021; Patton, et. al. 2021).

Com o avanço da disponibilidade de dados intradiários, surgiram novas abordagens para modelar a volatilidade baseada em medidas realizadas. Entre essas abordagens destaca-se o modelo HAR (Heterogeneous Autoregressive), proposto por Corsi (2009), que modela a volatilidade considerando diferentes horizontes temporais, como componentes diário, semanal e mensal. Posteriormente, Bollerslev, Patton e Quaedvlieg (2016) propuseram uma extensão desse modelo ao incorporar a quarticidade realizada (realized quarticity), resultando no modelo HARQ. A inclusão dessa medida de quarta ordem permite capturar de forma mais eficiente os erros de medição presentes na volatilidade realizada, contribuindo para melhorar a persistência e a capacidade preditiva dos modelos.

No contexto dos mercados de criptomoedas, a análise da volatilidade assume importância ainda maior. O Bitcoin (BTC), principal criptomoeda em termos de capitalização



de mercado, caracteriza-se por apresentar níveis elevados de volatilidade e forte sensibilidade a notícias, mudanças regulatórias e choques de mercado. Essas características tornam o Bitcoin um laboratório empírico relevante para avaliar o desempenho de diferentes modelos de previsão de volatilidade em ambientes de elevada incerteza. Estudos recentes indicam que modelos baseados em volatilidade realizada, como os modelos da família HAR, bem como modelos híbridos que combinam diferentes abordagens econométricas, podem apresentar ganhos de desempenho em relação aos modelos GARCH tradicionais, especialmente em mercados caracterizados por alta frequência de negociação e presença de saltos de volatilidade (Liu, et. al. 2021; Katsiampa, 2020; Andersen, et. al. 2020).

Diante desse contexto, surge a seguinte questão de pesquisa: qual modelo apresenta melhor desempenho na previsão da volatilidade do Bitcoin em períodos de elevada incerteza? Mais especificamente, busca-se avaliar se modelos baseados em volatilidade realizada, como o HARQ, são capazes de fornecer previsões mais precisas do que modelos tradicionais de variância condicional, como o GARCH (1,1).

Assim, o objetivo deste estudo consiste em avaliar e comparar a capacidade preditiva dos modelos GARCH e HARQ na estimação da volatilidade do Bitcoin no período de 2019 a 2022, intervalo que inclui episódios relevantes de instabilidade nos mercados financeiros, como a crise associada à pandemia de COVID-19. A análise considera tanto o ajuste dos modelos quanto sua capacidade de previsão da volatilidade, com ênfase em aplicações práticas relacionadas à gestão de risco.

Por meio do estudo, espera-se que os resultados contribuam para a literatura ao fornecer evidências empíricas sobre o desempenho relativo de diferentes abordagens de modelagem da volatilidade em um mercado caracterizado por elevada volatilidade e rápida disseminação de informações. Além disso, os resultados podem oferecer implicações práticas para investidores e gestores que utilizam modelos de volatilidade como suporte para decisões de alocação de portfólio, hedge e mensuração de risco.

De forma geral, a análise empírica compara o desempenho dos modelos tanto no ajuste aos dados históricos quanto na capacidade de prever a volatilidade futura. Para isso, são utilizadas métricas estatísticas empregadas na literatura, como critérios de informação (AIC e BIC) e testes de diagnóstico dos resíduos. Em termos práticos, busca-se avaliar qual modelo fornece previsões mais acuradas da volatilidade do Bitcoin.

2 REVISÃO DA LITERATURA



2.1 O Mercado do Bitcoin

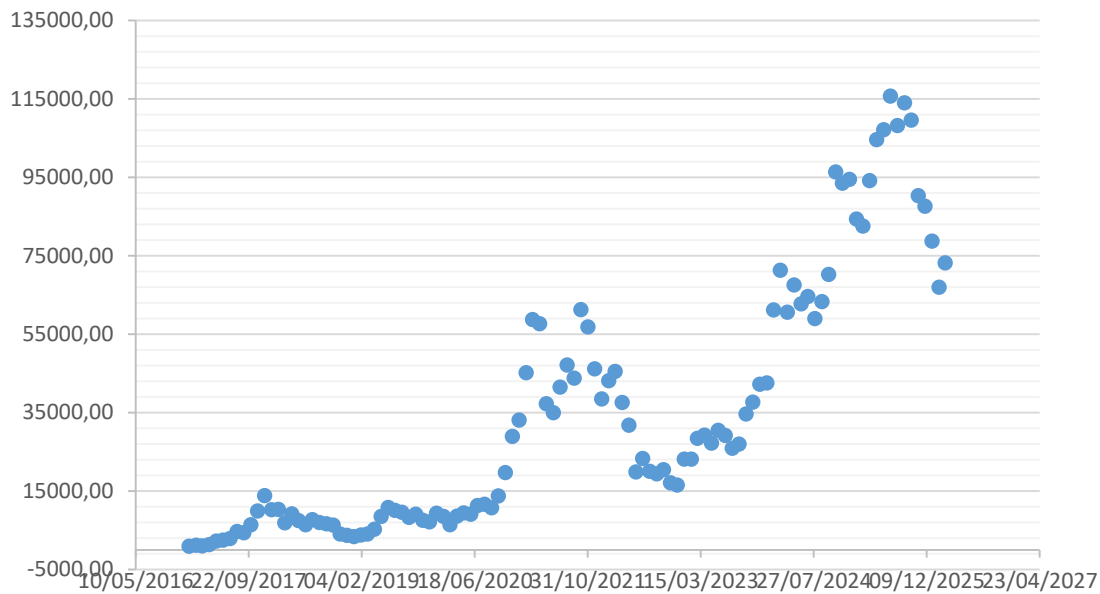
O Bitcoin foi introduzido em 2008 por Satoshi Nakamoto com a proposta de criar um sistema monetário descentralizado baseado em criptografia e tecnologia blockchain. Diferentemente das moedas tradicionais emitidas por bancos centrais, o Bitcoin opera em uma rede distribuída, na qual as transações são validadas pelos próprios participantes do sistema, dispensando a necessidade de intermediários financeiros tradicionais (Katsiampa, 2017; Baur et al., 2018). Como resultado, as transações podem ocorrer com menores custos operacionais e maior rapidez quando comparadas aos sistemas financeiros convencionais.

A Figura 1 apresenta a evolução da cotação do Bitcoin entre 2017 e 2026, evidenciando períodos distintos de expansão e correção no mercado de criptomoedas. Observa-se inicialmente um período de crescimento expressivo em 2017, culminando no primeiro grande ciclo de valorização do ativo, quando o preço ultrapassou níveis próximos a US\$ 13 mil. Esse movimento foi associado ao aumento da visibilidade das criptomoedas e ao ingresso de investidores institucionais e de varejo no mercado.

Após essa primeira expansão, observa-se uma fase de correção e relativa estabilidade entre 2018 e 2019, período frequentemente associado ao ajuste do mercado após o ciclo especulativo inicial. Entretanto, a partir de 2020 ocorre uma nova fase de forte valorização, coincidente com o aumento da liquidez global e com políticas monetárias expansionistas adotadas pelos países em resposta à pandemia de COVID-19. Nesse período, o Bitcoin passou a ser considerado por parte dos investidores como um possível ativo de proteção contra a inflação e a desvalorização das moedas fiduciárias (Phillips & Pohl, 2023).

Esse movimento de valorização também foi acompanhado por maior integração entre o mercado de criptomoedas e os mercados financeiros tradicionais. Estudos recentes indicam que, durante períodos de elevada liquidez global, o Bitcoin pode apresentar comportamento semelhante ao de ativos de risco, como ações de tecnologia listadas nos índices S&P 500 e NASDAQ (Corbet et al., 2020; Phillips & Pohl, 2023). Por outro lado, em determinados períodos de instabilidade financeira, o ativo também passou a ser comparado ao ouro digital, funcionando como alternativa de diversificação de portfólio.

Figura 1 – Comportamento da cotação do Bitcoin para o período de 2017 – 2026



Fonte: elaborado com dados da Economatica (2026)

Entre 2021 e 2022 observa-se maior volatilidade no preço do Bitcoin, refletindo mudanças no ambiente macroeconômico global, incluindo aumento das taxas de juros internacionais e maior regulação do setor de criptomoedas. Esses fatores contribuíram para correções relevantes no preço do ativo, evidenciando a sensibilidade do mercado de criptomoedas a choques macroeconômicos e financeiros.

De forma geral, o intervalo de tempo observada na Figura 1 reforça a característica de elevada volatilidade do Bitcoin ao longo do tempo, com ciclos de expansão e correção bastante pronunciados. Essa dinâmica reforça a relevância de modelos econométricos capazes de capturar adequadamente a persistência e os clusters de volatilidade, como os modelos GARCH e HARQ utilizados no presente estudo.

2.2 Volatilidade e gestão de risco

A volatilidade desempenha papel central na análise de mercados financeiros, sendo amplamente utilizada como indicador de risco e incerteza. Em termos econômicos, a volatilidade pode ser interpretada como um termômetro do nível de incerteza macroeconômica e do sentimento dos investidores, refletindo mudanças nas expectativas e na percepção de risco dos agentes econômicos. Em mercados financeiros modernos, a correta modelagem da volatilidade é fundamental para aplicações como precificação de ativos, construção de

portfólios e cálculo de medidas de risco, como Value-at-Risk (VaR).

No caso específico do mercado de criptomoedas, essa questão torna-se ainda mais relevante, uma vez que tais ativos apresentam níveis de volatilidade significativamente superior aos observados em mercados tradicionais. Fang et al. (2021) destacam que o mercado de criptomoedas combina elevada liquidez com forte instabilidade de preços, características que tornam a previsão da volatilidade particularmente desafiadora. Nesse contexto, a escolha de modelos econométricos adequados torna-se essencial para melhorar a tomada de decisão dos investidores e a gestão de risco. Yahaya, Oyinlove e Adams (2022), por exemplo, demonstram que a utilização de modelos apropriados de volatilidade pode melhorar significativamente as estratégias de investimento em criptomoedas, destacando o uso de modelos da família GARCH em análises empíricas desse mercado.

A dinâmica da volatilidade também varia de acordo com o tipo de mercado analisado e com o estágio de desenvolvimento econômico. Mercados emergentes e mercados desenvolvidos podem reagir de maneira distinta a choques econômicos e financeiros, apresentando diferentes padrões de persistência e intensidade da volatilidade. Durante a pandemia de COVID-19, por exemplo, evidências empíricas indicam que o mercado norte-americano apresentou forte sensibilidade aos choques iniciais da crise, com níveis de volatilidade elevados no índice S&P 500. Entretanto, ao longo do tempo, o mercado demonstrou capacidade de adaptação, tornando-se menos sensível ao avanço da pandemia após o choque inicial. Em contraste, o mercado chinês apresentou maior sensibilidade a variações mesmo pequenas no número de casos, embora com menor volatilidade agregada em razão das políticas de controle mais rigorosas adotadas pelo governo (Gao, Ren & Umar, 2022).

Em mercados de criptomoedas, por sua vez, a volatilidade tende a ser ainda mais pronunciada, em razão da menor maturidade desse mercado, da forte presença de investidores especulativos e da elevada sensibilidade a notícias e mudanças regulatórias. Evidências recentes indicam que a volatilidade das criptomoedas é significativamente superior à observada em classes de ativos mais maduras, refletindo características estruturais de um mercado ainda em desenvolvimento e altamente influenciado por fatores informacionais e institucionais (Brini & Lenz, 2024; Farfán Valdivia et al., 2025). Além disso, anúncios regulatórios e eventos macroeconômicos têm demonstrado impacto relevante sobre a dinâmica da volatilidade nesse mercado, reforçando sua sensibilidade a choques externos (Liu et al., 2023).

Diante dessas características, diversos estudos têm buscado desenvolver modelos capazes de capturar adequadamente a dinâmica temporal da volatilidade. A literatura propõe

diferentes abordagens para modelagem da volatilidade financeira. Os modelos da família GARCH tornaram-se uma das ferramentas mais utilizadas na econometria financeira, uma vez que permitem modelar a variância condicional dos retornos ao incorporar tanto os choques passados quanto a persistência da volatilidade ao longo do tempo. Em particular, o modelo GARCH (1,1) é frequentemente utilizado como benchmark empírico devido ao seu equilíbrio entre simplicidade e capacidade de capturar os principais padrões da volatilidade financeira (Avinash, 2022; Marisetty, 2024).

Paralelamente, avanços na disponibilidade de dados de alta frequência possibilitaram o desenvolvimento de modelos baseados em volatilidade realizada. Entre esses modelos destaca-se o HAR (Heterogeneous Autoregressive Model), que modela a persistência da volatilidade em diferentes horizontes temporais. Extensões desse modelo, como o HARQ (Heterogeneous Autoregressive with Quarticity), incorporam medidas adicionais de incerteza, como a quarticidade realizada, permitindo capturar com maior precisão episódios de volatilidade extrema e choques abruptos de mercado.

De acordo com Ristad e Holand (2024), a inclusão da quarticidade realizada no modelo HARQ reduz problemas associados ao erro de medição da volatilidade realizada e melhora o desempenho preditivo do modelo, especialmente em períodos de elevada incerteza. Resultados semelhantes são observados em estudos recentes que indicam que modelos baseados em volatilidade realizada podem apresentar vantagens na previsão de riscos de cauda e no cálculo de medidas de risco como Value-at-Risk. Além disso, tais modelos tendem a capturar de forma mais eficiente picos abruptos e saltos de volatilidade, característica particularmente relevante em ativos altamente voláteis, como criptomoedas e taxas de câmbio (Queiroz, 2025).

Apesar desses avanços, ainda não existe consenso na literatura sobre qual abordagem apresenta melhor desempenho na previsão da volatilidade em mercados de criptomoedas. Enquanto modelos GARCH são amplamente utilizados para modelar a variância condicional dos retornos, modelos baseados em volatilidade realizada exploram informações intradiárias que podem melhorar a capacidade de previsão. Entretanto, estudos que realizam comparações diretas entre modelos HARQ e GARCH no contexto do Bitcoin ainda são relativamente escassos, especialmente quando se utilizam dados intradiários para construção da volatilidade realizada e se avaliam as implicações práticas para a gestão de risco.

Essa lacuna na literatura motiva a presente pesquisa, que busca comparar o desempenho dos modelos HARQ e GARCH na previsão da volatilidade do Bitcoin, considerando suas implicações para a gestão de risco em um mercado caracterizado por elevada volatilidade e

forte sensibilidade a choques informacionais. Nesse contexto, formulam-se as seguintes hipóteses de pesquisa: H1, de que o modelo GARCH (1,1), por modelar explicitamente a variância condicional, apresenta melhor ajuste global da volatilidade do Bitcoin em comparação aos modelos HAR e HARQ; H2, de que o modelo HARQ completo apresenta desempenho superior ao HAR básico e ao HARQ restrito na previsão da volatilidade realizada; e H3, de que, para fins de gestão de risco, modelos baseados em variância condicional apresentam maior adequação prática para previsão da volatilidade do Bitcoin do que modelos baseados exclusivamente em volatilidade realizada

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

3.1 Descrição dos métodos

O modelo Heterogeneous Autoregressive (HAR), introduzido por Corsi (2009), modela a persistência da volatilidade ao longo de múltiplos horizontes temporais, refletindo a heterogeneidade dos agentes no mercado. A especificação básica do modelo HAR é dada por:

$$RV_t = \omega + \beta_d RV_{t-1}^d + \beta_w RV_{t-1}^w + \beta_m RV_{t-1}^m + \varepsilon_t \quad (1)$$

Onde RV_t representa a volatilidade realizada diária no período t ; RV_{t-1}^d , RV_{t-1}^w e RV_{t-1}^m correspondem, respectivamente, aos componentes diário, semanal e mensal, definidos como médias móveis da volatilidade realizada passada; e ε_t é o termo de erro.

Bollerslev et al. (2016) estendem o modelo HAR ao introduzir explicitamente a incerteza associada à volatilidade realizada por meio da quarticidade realizada, resultando no modelo HARQ. A especificação geral do HARQ é dada por:

$$RV_t = \omega + \sum_{k \in \{d,w,m\}} \left(\beta_k + \beta_{Qk} \sqrt{RQ_{t-1}^k} \right) RV_{t-1}^k + \varepsilon_t \quad (2)$$

A quarticidade realizada é definida como:

$$RQ_t = \frac{M}{3} \sum_{i=1}^M r_{t,i}^4 \quad (3)$$

Em que RQ_{t-1}^k representa a quarticidade realizada agregada nos horizontes diário, semanal e mensal. Os termos HARQ permitem que o impacto da volatilidade passada dependa do nível de incerteza intradiária, tornando o modelo particularmente adequado para períodos de elevada turbulência.

De forma equivalente, substituindo-se a equação (3) na equação (2), o modelo HARQ pode ser escrito de forma expandida como:

$$RV_t = \omega + \left(\beta_d + \beta_{Qd} \sqrt{RQ_{t-1}^d} \right) RV_{t-1}^d + \left(\beta_w + \beta_{Qw} \sqrt{RQ_{t-1}^w} \right) RV_{t-1}^w + \left(\beta_m + \beta_{Qm} \sqrt{RQ_{t-1}^m} \right) RV_{t-1}^m + \varepsilon_t \quad (4)$$

Além do modelo HARQ completo, estima-se uma versão restrita, na qual apenas o componente diário da quarticidade é incluído, com o objetivo de avaliar isoladamente o papel da incerteza de curto prazo.

De forma comparativa para analisar a dinâmica de correlação condicional, utiliza-se o modelo DCC-GARCH. A matriz de variância-covariância condicional é definida como:

$$H_t = D_t R_t D_t \quad (5)$$

Onde $D_t = \text{diag}(v_t)$ ou $D_t = \text{diag}(\sqrt{h_{1t}}, \dots, \sqrt{h_{nt}})$

A matriz de correlação dinâmica R_t é obtida a partir de:

$$Q_t = (1 - a - b) \bar{Q} + a z_{t-1} z_{t-1}^T + b Q_{t-1} \quad (6)$$

$$R_t = Q_t^{*-1} Q_t Q_t^{*-1} \quad (7)$$

Onde:

Com $z_t = D_t^{-1} \varepsilon_t$ representando os resíduos padronizados.

Q_t = é a matriz de covariâncias não padronizada no tempo t.

Q_t^* = é a matriz diagonal contendo as raízes quadradas das variâncias de cada ativo (elementos da diagonal de Q_t)

A função de log-verossimilhança é dada por:

$$\log L = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (n \log(2\pi) + \log |H_t| + \varepsilon_t^T H_t^{-1} \varepsilon_t) \quad (8)$$

Onde: $\log L = \hat{E}$ a função de log-verossimilhança do modelo. É utilizada para estimar os parâmetros do modelo DCC-GARCH via máxima verossimilhança.

Como modelo de referência, estima-se o modelo GARCH (1,1) proposto por Bollerslev (1986), amplamente utilizado na literatura para modelar a volatilidade condicional latente. O modelo é definido como:

$$r_t = \mu + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t = \sqrt{h_t} z_t \quad (9)$$

$$h_t = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1} \quad (10)$$

Onde r_t representa o retorno diário do ativo, h_t é a variância condicional, e z_t é um

ruído i.i.d. com média zero e variância unitária.

3.2 Fonte e tratamento dos dados

Os dados utilizados neste estudo foram obtidos a partir das bases Económica e Bloomberg, amplamente utilizadas em pesquisas acadêmicas e análises financeiras por fornecerem séries históricas confiáveis de preços e indicadores de mercado. O ativo analisado corresponde ao Bitcoin (BTC), selecionado em razão de sua elevada volatilidade e crescente relevância nos mercados financeiros globais.

A amostra compreende o período de janeiro de 2019 a dezembro de 2022, intervalo que inclui episódios relevantes de instabilidade nos mercados financeiros, como a crise associada à pandemia de COVID-19, permitindo avaliar o desempenho dos modelos em contextos de elevada incerteza. Para a estimação do modelo GARCH (1,1) foram utilizados dados diários de preços de fechamento do Bitcoin, a partir dos quais foram calculados os retornos logarítmicos.

Para a estimação dos modelos baseados em volatilidade realizada (HAR e HARQ) foram utilizados dados intradiários com frequência horária, obtidos a partir da Bloomberg. Por meio dessas observações foram construídas as medidas de volatilidade realizada (*Realized Volatility* - RV) e quarticidade realizada (*Realized Quarticity* - RQ), seguindo o procedimento usual da literatura de volatilidade realizada.

A volatilidade realizada diária foi calculada como a soma dos quadrados dos retornos intradiários dentro de cada dia de negociação. Em seguida, foram construídos os componentes diário, semanal e mensal da volatilidade realizada, por meio de médias móveis das medidas diárias, conforme proposto na estrutura do modelo HAR. Para o modelo HARQ, adicionalmente, foram calculadas as medidas de quarticidade realizada, utilizadas para capturar o grau de incerteza associado à estimativa da volatilidade realizada.

Antes da estimação dos modelos, as séries de retornos e de volatilidade foram submetidas a procedimentos usuais de tratamento de dados, incluindo verificação de valores faltantes, alinhamento temporal das observações e construção das variáveis agregadas necessárias para cada modelo. Esse procedimento permitiu garantir a consistência das séries utilizadas nas estimações e assegurar a comparabilidade entre os modelos analisados.

Assim, enquanto o modelo GARCH (1,1) foi estimado utilizando retornos diários, os modelos HAR e HARQ foram estimados com base em medidas de volatilidade construída a partir de dados intradiários, permitindo explorar informações de alta frequência para aprimorar a previsão da volatilidade do Bitcoin.

4 DISCUSSÃO E ANÁLISE DOS DADOS

A seguir, os resultados apresentados na Tabela 1 indicam que o modelo HAR básico captura de forma estatisticamente significativa a persistência da volatilidade realizada do Bitcoin, especialmente nos horizontes de curto e médio prazo. Os coeficientes associados aos componentes diário (RV_d) e semanal (RV_w) são positivos e altamente significativos ao nível de 1%, evidenciando que choques recentes de volatilidade exercem impacto relevante sobre a volatilidade futura. Em particular, o coeficiente do componente diário apresenta magnitude superior, sugerindo que a dinâmica de curto prazo desempenha papel dominante na formação da volatilidade, característica compatível com mercados altamente líquidos e sujeitos a frequentes choques informacionais, como o mercado de criptomoedas.

Tabela 1 - Resultados da estimação do Modelo HAR básico

Variável	Coef.	Erro Padrão	t	p
Constante	5.291	1.186	4.46	<0.001
RV_d	0.403	0.028	14.51	<0.001
RV_w	0.204	0.051	4.031	<0.001
RV_m	0.039	0.071	0.551	0.582

Fonte: Resultado da pesquisa

Estatísticas do modelo: $R^2 = 0.244$; R^2 ajustado = 0.243; $F(3, 1.427) = 153.7$; $p < 0.001$; AIC = 13.820. Durbin-Watson = 2.01.

Nota. RV = Realized Volatility. O modelo foi estimado por MQO com erros padrão não robustos.

Por outro lado, o componente mensal (RV_m) não se mostra estatisticamente significativo, indicando que, no período analisado, a volatilidade de longo prazo não adiciona poder explicativo relevante além daquele já capturado pelos componentes diário e semanal. Esse resultado sugere que a memória da volatilidade no mercado de Bitcoin é predominantemente de curto prazo, com rápida dispersão dos efeitos ao longo do tempo.

Do ponto de vista do ajuste, o modelo apresenta um coeficiente de determinação R^2 de aproximadamente 24%, valor condizente com a literatura de modelos HAR aplicados à volatilidade realizada. Embora esse nível de explicação seja moderado, ele reflete a elevada complexidade e natureza estocástica do processo de volatilidade, especialmente em ativos caracterizados por forte não linearidade e eventos extremos. O teste F confirma a significância conjunta do modelo, enquanto a estatística de Durbin-Watson próxima de 2 indica ausência de autocorrelação linear relevante nos resíduos.

Entretanto, os diagnósticos residuais apontam a presença de heterocedasticidade e

dependência nos resíduos, o que sugere que o modelo HAR básico, embora capture a persistência média da volatilidade, apresenta limitações na representação de períodos de elevada turbulência. Do ponto de vista prático, esse resultado implica que o modelo HAR pode ser útil como ferramenta inicial de previsão e monitoramento de risco, mas tende a subestimar variações abruptas da volatilidade, o que pode comprometer aplicações mais sensíveis à cauda da distribuição, como o cálculo de medidas de risco do tipo Value-at-Risk (VaR) em cenários de estresse. Essas limitações reforçam a motivação para a incorporação de medidas adicionais de incerteza, como a quarticidade realizada, exploradas nas extensões HARQ analisadas nas seções subsequentes.

A seguir, os resultados da Tabela 2 indicam que a incorporação explícita da quarticidade realizada melhora, ainda que marginalmente, o desempenho do modelo em relação ao HAR básico. O aumento do coeficiente de determinação ($R^2 = 0,253$) e a redução do critério de informação de Akaike ($AIC = 13.810$) sugerem que a inclusão dos termos HARQ adiciona informação relevante para explicar a dinâmica da volatilidade realizada do Bitcoin. Embora o ganho estatístico seja modesto, ele é consistente com a literatura, que documenta melhorias incrementais quando medidas de incerteza intradiária são incorporadas a modelos lineares de volatilidade realizada.

No que se refere aos coeficientes, os componentes diário e semanal da volatilidade realizada permanecem estatisticamente significativos, reforçando a evidência de que a memória da volatilidade no mercado de Bitcoin é predominantemente de curto prazo. Adicionalmente, os termos associados à quarticidade diária ($HARQ_d$) e semanal ($HARQ_w$) apresentam significância estatística, ainda que com sinais distintos. O coeficiente positivo do termo diário indica que aumentos na incerteza intradiária amplificam o impacto da volatilidade recente sobre a volatilidade futura, enquanto o coeficiente negativo do termo semanal sugere um efeito de atenuação parcial quando a incerteza é agregada em horizontes mais longos. Essa assimetria entre escalas é compatível com a interpretação de que choques de alta frequência tendem a intensificar a volatilidade no curto prazo, mas podem ser parcialmente absorvidos quando considerados em janelas temporais mais amplas.

Tabela 2 - Resultados da estimação do Modelo HARQ completo

Variável	Coef.	Erro Padrão	t	p
Constante	3.514	1.531	2.295	0.022
RV_d	0.242	0.057	4.224	<0.001
RV_w	0.506	0.107	4.728	<0.001
RV_m	0.07	0.143	0.492	0.623

HARQ_d	0.0002	0.000054	3.116	0.002
HARQ_w	-0.0002	0.000063	-2.888	0.004
HARQ_m	-0.00007	0.000081	-0.871	0.384

Fonte: Resultado da pesquisa

Estatísticas do modelo:

$R^2 = 0.253$; R^2 ajustado = 0.250; $F(6, 1424) = 80.55$; $p < 0.001$; $AIC = 13810$.

Durbin-Watson = 1.99.

Nota. Termos HARQ representam choques de variância nas escalas diária, semanal e mensal.

Ainda com relação a tabela 2, do ponto de vista prático, esses resultados têm implicações diretas para a gestão de risco. A significância dos termos HARQ indica que medidas tradicionais baseadas apenas na volatilidade realizada média podem subestimar o risco em períodos de elevada incerteza intradiária, especialmente em mercados sujeitos a jumps (volatilidade repentina) e eventos extremos. Assim, a inclusão da quarticidade realizada pode contribuir para previsões de volatilidade mais responsivas a choques abruptos, o que é particularmente relevante para aplicações como definição de limites de exposição, ajuste dinâmico de posições e monitoramento de risco em tempo quase real.

Esses achados são consistentes com os resultados reportados por Bollerslev et al. (2016), que demonstram que medidas de quarticidade capturam o erro de medição da volatilidade realizada e melhoram o desempenho preditivo de modelos HAR. Evidências semelhantes também são encontradas em estudos mais recentes aplicados a mercados de alta volatilidade, incluindo criptomoedas, como em Liu, Patton e Sheppard (2021) e Caporin et. al. (2022), os quais encontraram ganhos estatísticos modestos, porém economicamente relevantes, ao incorporar informações intradiárias adicionais. Ainda assim, os diagnósticos residuais indicam que o modelo HARQ, apesar de mais flexível que o HAR básico, permanece limitado por sua estrutura linear, não capturando integralmente a dinâmica condicional da volatilidade.

Em sequência, a Tabela 3 apresenta os resultados do modelo HARQ restrito, no qual apenas o componente diário da quarticidade realizada é incluído. Os coeficientes associados aos componentes diário e semanal da volatilidade realizada permanecem estatisticamente significativos, enquanto o componente mensal continua sem relevância estatística, padrão semelhante ao observado nos modelos anteriores. No entanto, o termo associado à quarticidade diária ($HARQ_d$) apresenta significância apenas marginal, ao nível de 10%, sugerindo que a incorporação isolada da incerteza de curtíssimo prazo não é suficiente para gerar ganhos consistentes de desempenho.

Esse resultado é refletido nos critérios de ajuste do modelo. O valor do AIC retorna ao patamar observado no HAR básico (13.820), indicando perda de desempenho em relação ao HARQ completo. Do ponto de vista econométrico, isso sugere que os efeitos da incerteza

intradária sobre a volatilidade futura não se restringem exclusivamente ao horizonte diário, mas dependem da interação entre diferentes escalas temporais. Em outras palavras, capturar apenas o choque diário ignora informações relevantes contidas na agregação semanal da quarticidade.

Desde o ponto de vista prático, o desempenho intermediário do modelo HARQ restrito indica que estratégias de gestão de risco baseadas apenas em medidas de incerteza de curtíssimo prazo podem ser insuficientes em mercados altamente voláteis como o de Bitcoin. Embora o choque diário contenha informação relevante, ele não substitui a necessidade de incorporar medidas de incerteza em horizontes mais amplos, especialmente em contextos de persistência e clustering de volatilidade. Esse resultado está em linha com evidências recentes da literatura que destacam a importância de abordagens multiescalares e do uso de medidas de volatilidade realizadas baseadas em dados de alta frequência para melhorar a previsão da volatilidade em mercados financeiros (Bormetti, et. al. 2022; Liu, et. al 2021; Bollerslev, et. al. 2016).

Tabela 3 - Resultados da estimação do Modelo HARQ restrito (apenas componente diária)

Variável	Coef.	Erro Padrão	t	p
Constante	5.768	1.216	4.745	<0.001
RV_d	0.322	0.053	6.045	<0.001
RV_w	0.226	0.052	4.339	<0.001
RV_m	0.053	0.071	0.744	0.457
HARQ_d	0.00009	0.00005	1.775	0.076

Fonte: Resultado da pesquisa

$R^2 = 0.246$; R^2 ajustado = 0.244; $F(4, 1426) = 116.3$; $p < 0.001$; AIC = 13820.

Durbin-Watson = 2.00.

Nota. O modelo mantém apenas a incerteza diária, permitindo avaliar seu impacto isolado.

Dando continuidade, a Tabela 4 apresenta uma comparação geral entre os modelos HAR, HARQ e GARCH com base em critérios de ajuste, diagnósticos residuais e propriedades estatísticas. Entre os modelos baseados em volatilidade realizada, o HARQ completo apresenta desempenho superior ao HAR básico e ao HARQ restrito, conforme evidenciado pelo maior valor de R^2 e pelo menor critério de informação de Akaike. Esse resultado confirma que a incorporação multiescalar da quarticidade realizada adiciona informação relevante ao modelo HAR, ainda que os ganhos sejam incrementais.

No entanto, ao comparar os modelos HAR/HARQ com o GARCH (1,1), observa-se uma diferença substancial em termos de ajuste. O modelo GARCH apresenta valores significativamente menores de AIC e BIC, além de um log-verossimilhança substancialmente superior, indicando melhor aderência à estrutura temporal da variância condicional dos retornos

do Bitcoin. Esse resultado é consistente com a natureza do GARCH, que modela explicitamente a variância condicional latente, permitindo capturar de forma mais eficiente a persistência e o clustering da volatilidade.

Assim, os diagnósticos residuais reforçam essa evidência. Enquanto os modelos HAR e HARQ apresentam resíduos com dependência serial e heterocedasticidade remanescente, o GARCH reduz substancialmente a autocorrelação nos resíduos, embora ainda apresente evidências de não normalidade, característica comum em séries financeiras com caudas pesadas. Esses achados são coerentes com a literatura, que aponta vantagens dos modelos de variância condicional em termos de ajuste in-sample, especialmente em ativos altamente voláteis, como criptomoedas.

Tabela 4 - Comparação entre de Diagnósticos: HARQ × GARCH

Métrica	HAR Básico	HARQ Completo	HARQ Restrito	GARCH (1,1)
R ²	0,244	0,253	0,246	—
R ² ajustado	0,243	0,250	0,244	—
AIC	13.820	13.810	13.820	-5.475.36
BIC	13.840	13.850	13.850	-5.454.21
Log-likelihood	-6.907,6	-6.898,9	-6.906,1	2.741,68
Durbin-Watson	2,01	1,99	2,00	—
Normalidad e dos resíduos (JB)	2,37×10 ⁶	2,28×10 ⁶	2,28×10 ⁶	JB = 6.453,62p < 0,001 Assimetria = -0,52 Curtose = 13,28
Homoscedasticidade residual	heterocedasticidade presente	heterocedasticidade presente	heterocedasticidade presente	ARCH-LM: LM = 46.33p < 0.001 (heterocedasticidade presente)
Resíduos independentes?	Não	Não	Não	Ljung-Box resíduos: p(10)=0.054 p(20)=0.288 Resíduos ² : p < 0.001 (dependência)

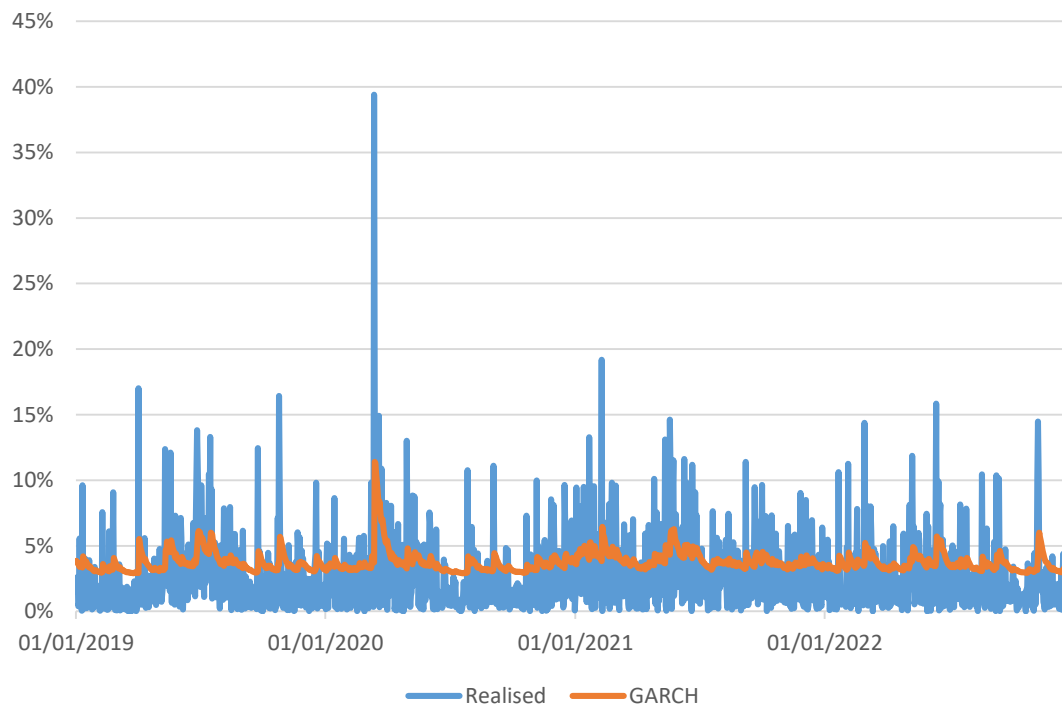
Fonte: Resultado da pesquisa

Em resumo, embora o melhor desempenho do GARCH seja observado em termos de ajuste in-sample, os resultados não invalidam a utilidade dos modelos HARQ, mas evidenciam que, no período analisado, a modelagem explícita da variância condicional é mais eficaz para capturar a dinâmica da volatilidade do Bitcoin.

A seguir, na Figura 2 se verifica a comparação entre a volatilidade realizada do Bitcoin

e a volatilidade condicional estimada pelo modelo GARCH (1,1) no período de 2019 a 2022. Observa-se que a volatilidade realizada apresenta elevada variabilidade, com picos abruptos e episódios de extrema turbulência, notadamente no início de 2020, período associado à crise da COVID-19, quando a volatilidade atinge níveis superiores a 35-40%.

Figura 2 - Volatilidade Realizada versus Volatilidade Condicional Estimada pelo Modelo GARCH (1,1)



Fonte: resultado da pesquisa

Na mesma linha, a volatilidade condicional estimada pelo GARCH acompanha de forma adequada a tendência geral da série realizada, capturando os períodos de maior incerteza e os clusters de volatilidade. Contudo, o modelo apresenta um comportamento suavizado em relação aos choques extremos, não replicando integralmente os picos instantâneos observados na volatilidade realizada. Essa característica é consistente com a estrutura dos modelos GARCH tradicionais, que respondem aos choques de forma gradual, refletindo a persistência da volatilidade ao longo do tempo.

No geral, do ponto de vista da gestão de risco, essa suavização (reage de forma gradual) pode ser interpretada de duas formas complementares. Por um lado, ela reduz a sensibilidade excessiva a movimentos pontuais, fornecendo estimativas mais estáveis da volatilidade condicional. Por outro, pode levar à subestimação temporária do risco em episódios de choques extremos de curtíssimo prazo. Ainda assim, a capacidade do modelo GARCH de capturar a



persistência e os regimes de volatilidade reforça sua adequação para aplicações que exigem monitoramento contínuo do risco, como definição de limites de exposição e cálculo de métricas baseadas em volatilidade condicional.

5 CONCLUSÕES

O presente estudo teve como objetivo analisar e comparar a capacidade preditiva dos modelos GARCH (1,1) e HARQ na estimação da volatilidade do Bitcoin, utilizando dados no período de 2019 a 2022, intervalo que inclui episódios relevantes de instabilidade nos mercados financeiros, como o período associado à pandemia de COVID-19. A análise buscou avaliar qual abordagem apresenta melhor desempenho na modelagem da volatilidade de um ativo caracterizado por elevada incerteza e forte sensibilidade a choques informacionais.

Os resultados empíricos indicam que o modelo GARCH (1,1) apresentou melhor desempenho global em termos de ajuste estatístico, conforme evidenciado por critérios de informação como AIC e BIC, bem como pelo maior valor da log-verossimilhança. Esses resultados sugerem que modelos de variância condicional continuam sendo ferramentas eficientes para capturar a dinâmica da volatilidade em mercados altamente voláteis, como o de criptomoedas. Nesse sentido, os resultados obtidos confirmam a hipótese H1 (não se rejeita a hipótese H1), segundo a qual o modelo GARCH (1,1) apresenta melhor ajuste global da volatilidade do Bitcoin em comparação aos modelos baseados em volatilidade realizada.

No que se refere aos modelos baseados em volatilidade realizada, verificou-se que o modelo HARQ completo apresentou desempenho superior ao HAR básico e ao HARQ restrito, apresentando melhora nas métricas de ajuste dentro desse grupo de modelos. Esse resultado reforça a importância da inclusão da quarticidade realizada, que permite capturar de forma mais eficiente a incerteza associada à volatilidade realizada e melhorar o desempenho preditivo do modelo. Dessa forma, os resultados obtidos confirmam a hipótese H2 (não se rejeita a hipótese H2), indicando que a incorporação de medidas adicionais de incerteza pode contribuir para aprimorar a modelagem da volatilidade.

Entretanto, quando comparados diretamente ao modelo GARCH (1,1), os modelos HAR e HARQ apresentaram desempenho inferior em termos de ajuste global. Esse resultado sugere que, no contexto do Bitcoin e no período analisado, modelos de variância condicional ainda apresentam maior adequação prática para fins de previsão da volatilidade, especialmente em aplicações relacionadas à gestão de risco. Assim, os resultados também oferecem evidências



favoráveis à hipótese H3 (não se rejeita a hipótese H3), indicando que modelos baseados na variância condicional podem apresentar maior utilidade prática do que modelos baseados exclusivamente em volatilidade realizada no contexto do mercado de criptomoedas.

Do ponto de vista prático, os resultados deste estudo apresentam implicações relevantes para investidores, analistas e gestores de portfólio que atuam no mercado de criptomoedas. A escolha de modelos adequados para previsão da volatilidade é fundamental para aplicações como gestão de risco, cálculo de Value-at-Risk (VaR), alocação de ativos e estratégias de hedge. Os resultados sugerem que o modelo GARCH (1,1) continua sendo uma ferramenta robusta e eficiente para estimar a volatilidade do Bitcoin, enquanto modelos baseados em volatilidade realizada podem oferecer informações complementares, especialmente em contextos de alta frequência de negociação.

No âmbito acadêmico, o estudo contribui para a literatura ao comparar empiricamente modelos baseados em volatilidade condicional e volatilidade realizada no contexto do mercado de criptomoedas, utilizando dados que abrangem um período de elevada instabilidade nos mercados financeiros. Além disso, o trabalho explora a aplicação do modelo HARQ, ainda pouco investigado em estudos empíricos aplicados ao Bitcoin, contribuindo para ampliar o debate sobre o desempenho de diferentes abordagens de modelagem da volatilidade em mercados emergentes e digitais.

Apesar das contribuições apresentadas, este estudo possui algumas limitações que devem ser consideradas. Em particular, a construção das medidas de volatilidade realizada requer dados intradiários de alta frequência, os quais geralmente são disponibilizados por bases de dados especializadas e possuem custo financeiro elevado. Em razão dessa limitação, a análise com dados intradiários foi restrita ao período de 2019 a 2022, considerando a disponibilidade de dados acessíveis por meio das bases Economática e Bloomberg. Dessa forma, períodos mais recentes do mercado de criptomoedas não puderam ser incluídos na análise.

Como agenda para pesquisas futuras, recomenda-se ampliar o período de análise à medida que novos dados de alta frequência se tornem disponíveis, bem como explorar a aplicação de modelos híbridos, que combinem componentes de volatilidade realizada e variância condicional. Também, estudos futuros podem investigar o desempenho desses modelos em outras criptomoedas ou em portfólios de ativos digitais, bem como avaliar sua eficácia em aplicações específicas de gestão de risco, como backtesting de Value-at-Risk e previsão de eventos extremos.

REFERÊNCIAS

Andersen, T. G., Bollerslev, T., Diebold, F. X., & Labys, P. (2020). *Realized volatility and correlation*. In Handbook of Financial Econometrics.

Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. Robert F. Engle. *Econometrica*, Vol. 50, No. 4 (Jul., 1982), pp. 987-1007 (21 pages)

Avinash, G. (2022). Forecasting financial market volatility using GARCH models: Evidence from emerging markets. *Journal of Financial Econometrics and Economic Research*, 5(2), 45–58.

Baur, D. G., Hong, K., & Lee, A. D. (2018). Bitcoin: Medium of exchange or speculative asset? *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 54, 177–189. <https://doi.org/10.1016/j.intfin.2017.12.004>

Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31(3), 307–327. [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(86\)90063-1](https://doi.org/10.1016/0304-4076(86)90063-1)

Bollerslev, T., Patton, A. J., & Quaedvlieg, R. (2016). Exploiting the errors: A simple approach for improved volatility forecasting. *Journal of Econometrics*, 192(1), 1–18. <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2015.10.007>

Bormetti, G., Calcagnile, L. M., & Delpini, D. (2022). A multiscale approach to volatility forecasting in financial markets. *Quantitative Finance*, 22(3), 455–470. <https://doi.org/10.1080/14697688.2021.1995930>

Brini, A., & Lenz, J. (2024). A comparison of cryptocurrency volatility: Benchmarking new and mature asset classes. *Financial Innovation*, 10(1), 46. <https://doi.org/10.1186/s40854-024-00646-y>

Caporin, M., Rossi, E., & Santucci de Magistris, P. (2022). Volatility jumps and their economic determinants. *Journal of Financial Econometrics*, 20(3), 558–589. <https://doi.org/10.1093/jjfinec/nbaa021>

Corbet, S., Hou, Y., Hu, Y., Larkin, C., & Oxley, L. (2020). Any port in a storm: Cryptocurrency safe-havens during the COVID-19 pandemic. *Finance Research Letters*, 38, 101884. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2020.101884>

Christensen, K., Oomen, R., & Podolskij, M. (2021). Fact or friction: High-frequency data and volatility forecasting. *Journal of Econometrics*, 222(1), 451–468.

Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, 50(4), 987–1007. <https://doi.org/10.2307/1912773>

Fang, L., Bouri, E., Gupta, R., & Roubaud, D. (2021). Does global economic uncertainty matter for the volatility and hedging effectiveness of Bitcoin? *Finance Research Letters*, 38, 101353. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2020.101353>



Farfán Valdivia, L., Torres, J., & Ramos, M. (2025). Bitcoin and financial markets: A systematic review of volatility, uncertainty, and regulatory challenges. *Businesses*, 5(1), 12–28. <https://doi.org/10.3390/businesses5010003>

Gao, X., Ren, Y., & Umar, M. (2022). COVID-19 and stock market volatility: Evidence from the United States and China. *Economic Research-Ekonomska Istraživanja*, 35(1), 1–18. <https://doi.org/10.1080/1331677X.2021.1906690>

Katsiampa, P. (2017). Volatility estimation for Bitcoin: A comparison of GARCH models. *Economics Letters*, 158, 3–6. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2017.06.023>

Lei, B., Zhang, B., & Song, Y. (2021). Volatility forecasting for high-frequency financial data based on web search index and deep learning model. *Mathematics*, 9(4), 320. <https://doi.org/10.3390/math9040320>

Liu, L. Y., Patton, A. J., & Sheppard, K. (2021). Does anything beat 5-minute RV? A comparison of realized measures across multiple asset classes. *Journal of Econometrics*, 222(1), 693–717. <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2020.03.024>

Liu, Y., Zhang, W., & Wang, Y. (2023). The impact of regulation on cryptocurrency market volatility. *Pacific-Basin Finance Journal*, 79, 101987. <https://doi.org/10.1016/j.pacfin.2023.101987>

Marisetty, V. (2024). Volatility forecasting and risk management using GARCH models: Empirical evidence from financial markets. *Journal of Risk Management and Financial Analysis*, 12(1), 22–37.

Merton, R. C. (1980). On estimating the expected return on the market: An exploratory investigation. *Journal of Financial Economics*, 8(4), 323–361. [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(80\)90007-0](https://doi.org/10.1016/0304-405X(80)90007-0)

Modeling Realized Variance with Realized Quarticity. Hiroyuki Kawakatsu Business School, Dublin City University, Dublin 9, D09 Dublin, Ireland. *Stats*, 2022, 5(3), 856-880; <https://doi.org/10.3390/stats5030050>

Patton, A. J., & Sheppard, K. (2021). Realized volatility forecasting: Robustness to measurement errors. *International Journal of Forecasting*, 37(1), 44–57. <https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2020.02.009>

Phillips, R. C., & Pohl, G. (2023). Cryptocurrency markets and financial integration. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 82, 101707. <https://doi.org/10.1016/j.intfin.2022.101707>

Queiroz, R. G. D. S. (2025). Realized volatility models for cryptocurrency markets: Evidence from Bitcoin. *Applied Economics Letters*. <https://doi.org/10.1080/13504851.2024.XXXXXXX>

Risstad, M., & Holand, M. (2024). Improving volatility forecasts with realized quarticity: Evidence from high-frequency financial data. *Journal of Forecasting*, 43(2), 351–367. <https://doi.org/10.1002/for.2993>



Yahaya, A., Oyinlola, M., & Adams, S. (2022). Modelling cryptocurrency volatility using GARCH-type models: Evidence from major cryptocurrencies. *Journal of Risk and Financial Management*, 15(4), 168. <https://doi.org/10.3390/jrfm15040168>