



Números complexos em livros didáticos do Ensino Médio

Complex numbers in high school textbooks

Nickson Deyvis da Silva Correia¹

Viviane de Oliveira Santos²

Resumo

Esse artigo descreve a apresentação do conteúdo números complexos em livros didáticos destinados ao Ensino Médio desde os anos 90. Para isso, utilizamos livros didáticos de 1997, 2005 e 2016. Por meio desse estudo, de natureza histórica, é possível compreender algumas mudanças no tratamento desses números, bem como sua aplicação em demais áreas. Além disso, percebemos que os livros usados nessa pesquisa utilizam a História da Matemática para enriquecer a importância desses números, bem como sua consolidação no mundo matemático. Diante disso, consideramos que esse estudo preliminar pode vir a colaborar para a pesquisa em História da Educação Matemática, viabilizando apoio a debates, outras pesquisas e propostas futuras.

Palavras-chave: Livros didáticos; Números complexos; Ensino Médio; Descrição de conteúdo.

Considerações iniciais

Esse texto tem como propósito descrever a apresentação do conteúdo números complexos em livros didáticos destinados ao Ensino Médio desde os anos 90. Para isso, utilizamos as coleções “Matemática” (Iezzi, Dolce, Degenszajn & Périgo; 1997), “Matemática Dante” (Dante, 2005) e “Matemática para compreender o mundo” (Smole & Diniz; 2016). Esse estudo preliminar foi iniciado na pesquisa “Aspectos históricos da aritmética e álgebra nos livros didáticos do Ensino Médio: relações com a geometria” desenvolvida no Programa Institucional de Bolsa de Iniciação Científica pelo Grupo de Pesquisa “História da Matemática e Educação Matemática” da Universidade Federal de Alagoas.

A escolha de trabalhar com Álgebra e Aritmética está paramentada no fato de que atualmente, entre as áreas de estudo que a Matemática escolar abrange, a Aritmética e a Álgebra juntas ocupam boa parte do Ensino Médio. Optamos por utilizar livros didáticos devido a alguns motivos, tais como: são documentos que possibilitam

¹ Mestrando em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Alagoas, Brasil. E-mail: nickson.correia@im.ufal.br.

² Doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Brasil. Docente da Universidade Federal de Alagoas, Brasil. E-mail: viviane.santos@im.ufal.br.

compreender o Ensino de Matemática no país, as ferramentas de aprendizagens utilizadas, as organizações, apresentações, metodologias e autores que contribuíram para a formação da disciplina Matemática que conhecemos. Nesse sentido, Couto & Jucá (2019) explicam que um estudo utilizando livros didáticos como objeto de pesquisa propicia ao pesquisador construir uma história de determinada disciplina, uma vez que se pode perceber as modificações que esta sofreu ao longo do tempo.

Há diversas coleções de livros didáticos de Matemática para o Ensino Médio publicadas desde os anos 90, mas preferimos tratar uma coleção por década, escolhendo assim as três coleções já citadas. Dentre os conteúdos contidos nas três coleções, o interesse em trabalhar o conteúdo números complexos nesse texto deve-se à nossa observação em recentes pesquisas de História da Educação Matemática envolvendo esse conteúdo, como Neto (2013) que defende a manutenção deste conteúdo no Ensino Médio, bem como o seu potencial integrador dos conhecimentos internos à Matemática, e Almeida (2013) que apresenta algumas aplicações dos números complexos, usando-os como recurso para resolver problemas.

Neto (2013, p.8) diz que os livros didáticos “mantêm os números complexos, mas não se preocupam com a realidade e desenvolvimento histórico do conteúdo, quanto ao seu aparecimento, natural, na solução de equações do terceiro grau.” E, segundo Almeida (2013, p. 3), “na maioria dos livros didáticos do Ensino Médio, o capítulo sobre Números Complexos, limita-se a mostrar que esse conjunto é fechado em relação às operações de adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação, não mostrando, no entanto, situações em que eles podem ser aplicados.” Apesar das afirmações, ambos autores não descrevem como o conteúdo é apresentado em livros didáticos. Desse modo, acreditamos que uma descrição de como o conteúdo de números complexos é apresentado em livros didáticos vem a somar com as pesquisas já existentes, podendo servir de apoio para os debates, pesquisas e propostas futuras.

Números complexos em livros didáticos

Em 1985 foi criado o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), trazendo algumas obras didáticas indicadas a serem utilizadas durante alguns anos nas escolas e, em 1996, com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Brasileira (LDB 9394/96), o Ensino de 2º grau passou a ser chamado de Ensino Médio. Nesse contexto, temos a coleção “Matemática” (Iezzi et al., 1997). Essa coleção é composta por um único volume, datado em 1997. Em relação ao conteúdo números complexos, ele está presente na unidade “Álgebra 3”, a qual é composta por conteúdos algébricos a serem estudados na 3ª série do Ensino Médio. O conteúdo é iniciado com a resolução da equação $x^2 + 2x + 5 = 0$ utilizando a fórmula resolvente $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, chamada na obra de fórmula de Bhaskara. Nessa resolução, encontramos $\Delta = -16$. Diante disso, os autores explicam que em \mathbb{R} é impossível calcular a raiz quadrada desse Δ e, em seguida, apresentam uma passagem histórica a respeito disso. Em síntese, dizem que quando aparecia um radicando negativo no processo de resolução de uma equação, os matemáticos concluíam simplesmente que o problema não tinha solução, e comentam também sobre os matemáticos responsáveis pelo reconhecimento de números de natureza $a + \sqrt{-b}$, onde $a \in \mathbb{R}$ e $b \in \mathbb{R}_+$. Definem o conjunto de números complexos e dizem que número complexo pode ser escrito na chamada forma algébrica, identificando a parte real e a parte imaginária de um

número complexo. Em seguida, abordam as operações com números complexos apresentando regras e exemplos. A obra “Matemática” prossegue explicando as potências de i e aborda o plano de Argand-Gauss. Na obra consta quando aconteceu o reconhecimento dos números complexos na Matemática, a definição do módulo e a forma trigonométrica de um número complexo. O conteúdo é finalizado com as operações de multiplicação, divisão, potenciação e radiciação na forma trigonométrica. Apesar da abordagem do plano de Argand-Gauss e da forma trigonométrica, as operações com números complexos não utilizam visualização geométrica. Ao todo, a obra “Matemática” propõe 113 exercícios comuns, 25 testes oriundos de provas de concurso, além de exemplos e exercícios resolvidos.

No final dos anos 90, foram criados os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para ditar competências e diretrizes para a Educação Básica, norteando os currículos, assegurando a formação comum em todo o país. Os PCN (Brasil, 2000) dizem que o currículo de Matemática no Ensino Médio deve garantir espaço para que os alunos possam estender e aprofundar seus conhecimentos sobre números e álgebra adquiridos no Ensino Fundamental, mas não isoladamente de outros conceitos, nem separando dos problemas e história de origem desses temas.

Além da elaboração dos PCN, o PNLD foi aperfeiçoado na década de 90, trouxe análises e avaliações prévias dos conteúdos pedagógicos de algumas obras indicadas. Dentro do PNLD, havia o Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (PNLEM). Nesse contexto, temos a coleção “Matemática Dante” (Dante, 2005). Essa coleção é composta por um único volume datado em 2005 e indicada no PNLEM-2009 (Brasil, 2008). Em relação ao conteúdo números complexos, é apresentado na unidade “Álgebra 3”, a qual é composta por conteúdos algébricos a serem estudados na 3ª série do Ensino Médio, sendo iniciada com uma revisão dos conjuntos numéricos \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{I} e \mathbb{R} . Em seguida, apresenta a equação $x^2 + 1 = 0 \rightarrow x^2 = -1 \rightarrow x = \pm\sqrt{-1}$ e explica que não existe número real x que elevado ao quadrado resulte em -1 , justificando assim a existência do conjunto dos números complexos \mathbb{C} . Logo após, o texto prova algebricamente que as operações de soma e multiplicação estão definidas, pois satisfazem as propriedades comutativa, associativa, elemento neutro e elemento oposto para qualquer número complexo. Apresenta a unidade imaginária i , a forma algébrica $z = a + bi$ e aborda, apenas com exemplos numéricos, as operações de adição, subtração e multiplicação. Para a representação geométrica dos números complexos, a obra utiliza o plano Argand-Gauss, explicando e marcando no plano diversos números complexos. Logo após, apresenta no plano dois números complexos, a soma deles que equivale a diagonal de um paralelogramo formado por vetores, os benefícios dessa associação com vetores e um exemplo de soma de números complexos na forma algébrica e geométrica. A obra apresenta o conjugado de um número complexo e suas propriedades, para depois abordar a operação de divisão com números complexos. O módulo, a forma trigonométrica e a potenciação de números complexos são apresentados de forma semelhante à coleção anterior, e a coleção não aborda a radiciação de números complexos. No final do capítulo, encontram-se dois tópicos intitulados “outras aplicações” e “um pouco da história dos números complexos”.

Em 30 de janeiro de 2012, a Resolução CNE/CEB nº 2 (Brasil, 2012) que trata das Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (DCNEM) entrou em vigor. O artigo nº 13 das DCNEM afirma que as escolas devem orientar e definir todo o currículo, sendo esse fundamentado na seleção dos conhecimentos, componentes,

metodologias, tempos, espaços, arranjos alternativos e formas de avaliação. Porém, devem contemplar o trabalho, a ciência, a tecnologia, a cultura, tendo o trabalho como princípio educativo, a pesquisa como princípio pedagógico, os direitos humanos como princípio norteador e a sustentabilidade socioambiental como meta universal.

Nesse contexto, temos a coleção “Matemática para compreender o mundo” (Smole et al., 2016). Essa coleção, datada em 2016, foi indicada no PNLD-2018 (Brasil, 2017). É composta por três volumes, sendo cada volume destinado a uma série do Ensino Médio. O conteúdo números complexos é apresentado no volume destinado à 3ª série do Ensino Médio, partindo da resolução da equação $x^2 + 3x + 5 = 0$, por meio da fórmula $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, a qual é chamada na obra de fórmula de Bhaskara. Nessa resolução, encontramos $\Delta = -11$, sendo utilizado esse valor para apresentar ao leitor a existência do campo numérico dos números complexos. A obra inicia com uma abordagem histórica, ressaltando pensamentos e contribuições de alguns matemáticos para os números complexos que conhecemos atualmente. As autoras definem número complexo, fazem a apresentação do plano complexo e comentam como tais números passaram a ser aceitos. As operações entre números complexos são apresentadas inicialmente com regras, para depois serem exemplificadas. As operações de soma e subtração também são representadas geometricamente no plano complexo. Sobre as propriedades de números complexos, a obra apresenta o oposto e as potências de i . Da mesma forma da coleção anterior, o módulo e forma trigonométrica de um número complexo são representados geometricamente no plano complexo. Apenas as operações de multiplicação e divisão são realizadas na forma trigonométrica, mas sem a representação geométrica. Para apresentar aplicação dos números complexos, a obra apresenta sua relação com a simetria utilizada em imagens. No fim a coleção apresenta a potenciação e radiciação de números complexos. Além de exercícios resolvidos e/ou comentados, a coleção propõe setenta e dois exercícios e alguns desafios a serem resolvidos.

Algumas considerações finais

Para descrever a apresentação do conteúdo números complexos em livros didáticos destinados ao Ensino Médio desde os anos 90, utilizamos as coleções “Matemática”, “Matemática Dante” e “Matemática para compreender o mundo”. Por meio desse estudo inicial, é possível compreender algumas mudanças no tratamento desses números, bem como sua aplicação em demais áreas. No geral, as três coleções iniciaram com a resolução de uma equação de segundo grau que resultou um Δ negativo, apresentando a importância da existência dos números complexos para tais resoluções. Nessa passagem, verificamos que apenas a coleção “Matemática Dante” não se remeteu à fórmula resolutive de equações como fórmula de Bhaskara. Em relação ao plano complexo ou plano de Argand-Gauss, a coleção “Matemática” é a única que não aborda as operações com representação geométrica. Nenhuma das coleções trata as operações com números complexos da forma trigonométrica utilizando visualização geométrica.

No que se refere a presença da História da Matemática no decorrer do conteúdo, percebemos que todas as coleções fazem seu uso para enriquecer a importância dos números complexos, bem como a trajetória de sua consolidação no mundo matemático. Vimos também que apenas as coleções “Matemática Dante” e “Matemática para compreender o mundo” apresentam a aplicação dos números

complexos em demais áreas, proporcionando ao leitor perceber que estudar números complexos é importante para alguns estudos mais elevados do Ensino Superior.

Apesar de ser um estudo preliminar que trata apenas três coleções, pretendemos dar continuidade a pesquisa, pois consideramos que ela pode vir a colaborar para a pesquisa em História da Educação Matemática, viabilizando apoio a debates, outras pesquisas e propostas futuras.

Referências

- Almeida, S. P. de. (2013). *Números complexos para o ensino médio: uma abordagem com história, conceitos básicos e aplicações*. Dissertação de Mestrado em Matemática. Campina Grande: Universidade Federal de Campina Grande. Retirado em 10 out. 2020 de <http://www.dme.ufcg.edu.br/PROFmat/TCC/Salomao.pdf>.
- BRASIL. (1996). *Lei 9.394, de 20 de dezembro de 1996*. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial da União, Brasília. Retirado em 10 out. 2020 de <https://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/1996/lei-9394-20-dezembro-1996362578-publicacaooriginal-1-pl.html>.
- Brasil. (2000). *Parâmetros Curriculares Nacionais (ensino médio) parte III - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Brasília: Secretaria de Educação Média e Tecnológica.
- Brasil. (2008). Ministério da Educação. *Matemática: catálogo do Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio: PNLEM/2009*. Brasília: Secretaria de Educação Básica, Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação.
- Brasil. (2012). *Resolução CNE/CEB, de 30 de janeiro de 2012*. Diário Oficial da União, Brasília. Retirado em 10 out. 2020 de http://educacaointegral.mec.gov.br/images/pdf/res_ceb_2_30012012.pdf.
- Brasil (2017). Ministério da Educação. *PNLD 2018: matemática – guia de livros didáticos – Ensino Médio*. Brasília: Secretária de Educação Básica, Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação.
- Couto, A. P. N. P. & Jucá, R. S. (2019). Uma análise de dois manuais de aritmética que circularam em Belém no período de 1900 a 1910. In: *HISTEMAT*. ISSN 2447-6447. v. 5, n. 3, p. 152 – 177. Retirado em 10 out. 2020 de <http://histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/283/234>.
- DANTE, L. R. (2005). *Matemática, volume único*. São Paulo: Ática.
- Iezzi, G., Dolce, O., Degenszajn, D. M. & Périco, R. (1997). *Matemática, volume único, manual do professor*. São Paulo: Atual.
- Neto, R. V. (2013). O ensino de números complexos. In: XI ENEM. *Anais do XI ENEM – ISSN 2178–034X*. CURITIBA: XI ENEM. Retirado em 10 out. 2020 de http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/pdf/3669_2071_ID.pdf.
- Smole, K. S. & Diniz, M. I. (2016). *Matemática para compreender o mundo 3*. São Paulo: Saraiva.
- Correia, N. D. da S. (2020). *Números complexos em livros didáticos do Ensino Médio*. (10m00s). Retirado em 15 out. 2020 de <https://youtu.be/J0bD5YOrU0M>.