www.enaphem.com

Abordagens de produtos notáveis na obra *Matemática 1º ano,* de Cecil Thiré e Júlio Cesar de Mello e Souza

Notable products approaches in the work Mathematics 1st year, by Cecil Thiré and Júlio Cesar de Mello e Souza

Leandro Eity Io[1]

Dulcyene Maria Ribeiro[2]

Resumo

Este texto apresenta um estudo do livro didático *Matemática 1º ano*, dos autores Cecil Thiré e Júlio Cesar de Mello e Souza, publicado em 1934. O foco foi compreender as abordagens de ensino do conteúdo produtos notáveis no período de implementação da reforma Francisco Campos. Utilizamos como principal referencial teórico trabalhos de André Chervel e a história das disciplinas escolares, bem como, as categorias de análises utilizadas por Morais, Bertini e Valente (2021). Nesta pesquisa, apresentamos algumas referências às práticas escolares daquele período, com destaque para uma abordagem intuitiva e a utilização das representações geométricas como recurso secundário no ensino dos produtos notáveis.

Palavras-chave: reforma Francisco Campos; análise de livro didático; história das disciplinas escolares.

Introdução

Este estudo faz parte da dissertação desenvolvida no Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática (PPGECEM) da Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste) e tem como objetivo analisar e discutir as abordagens de ensino dos produtos notáveis em livros didáticos de diferentes períodos da educação no Brasil.

---

1 Especialista, Escola Estadual Graciliano Ramos, Santa Helena – PR, leandro.eity@gmail.com.

2 Doutora, Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste), Cascavel – PR, dulcyene.ribeiro@unioeste.br.

Para o presente artigo delimitamos a análise da proposta de ensino do conteúdo de Produtos notáveis no livro *Matemática 1º ano*, dos autores Cecil Thiré e Júlio Cesar de Mello e Souza, em sua 5ª edição, publicada em 1934.

A educação neste período foi marcada por profundas reformas, em nível nacional, especialmente a partir de 1931, com a reforma Francisco Campos. Em especial, o ensino de matemática foi marcado pela unificação da Aritmética, Geometria e Álgebra em uma única disciplina, a Matemática. Os livros didáticos, a partir desta reforma, segundo Valente (2004), passam a atender aos propósitos da fusão desses ramos.

> Antes elaborados como compêndios de cada um dos ramos matemáticos, os livros, a partir da Reforma, passam a ser escritos para atender ao propósito de fusão desses ramos. A análise dessa produção editorial em muito contribui para a história da educação matemática, uma vez que revela a maneira como os autores dos manuais escolares interpretam a Reforma e, através dos seus livros didáticos, dão referência às práticas pedagógicas dos professores da nova disciplina. (Valente, 2004, p.172)

Reconhecendo a importância das propostas da reforma Francisco Campos e dos estudos das práticas pedagógicas de professores em história da Educação Matemática, buscamos na análise da obra de Cecil Thiré e Mello e Souza entender o ensino de matemática praticado nos espaços escolares daquele período. Da mesma forma, espera-se que o presente trabalho contribua para o processo de fundamentação dos saberes profissionais do professor de Matemática, a partir da história do conteúdo que ensina, sendo neste caso, o conteúdo de produtos notáveis.

Referencial teórico

As pesquisas de André Chervel mostram como a escola elabora seus saberes ao longo do tempo e contrapõem a ideia de que a escola reproduz saberes propostos por campos disciplinares científicos. Para Morais, Bertini e Valente (2021) tal perspectiva autoriza a considerar a existência de uma cultura escolar matemática. Segundo os mesmos autores, esse conhecimento pode surgir vinculado à história da matemática como uma forma de validar o conhecimento matemático, mas é importante considerar que ele se modifica para os fins da prática escolar, por esse motivo cabe investigar como esse conhecimento manifesta-se nas escolas por meio das edições didáticas.

Para Chervel (1990) a história da função educacional e docente deve constituir o pivô ou o núcleo da história do ensino. Diferente do que foi feito pela história do ensino de francês que buscou constituir em cada época um conjunto acabado de matérias de ensino com limites claramente traçados. A história das disciplinas escolares traz uma problemática própria, que considera a economia interna desses ensinos. E nesse sentido, considera um papel estruturante a função educativa da escola na história do ensino.

> As disciplinas escolares que tiveram curso na história do ensino francês constituem em cada época um conjunto acabado e com limites claramente traçados. Sua delimitação e sua designação realçam problemas de natureza diversa, dos quais a solução não pode surgir a não ser de um estudo detalhado de cada caso. Aprendizagem da leitura, “francês”, cosmografia, “história e geografia”, instrução religiosa, filosofia: todas as matérias de ensino trazem uma problemática própria. (Chervel, 1990, p. 185)

Sobre a história das disciplinas escolares Chervel (1990) salienta que a história dos conteúdos é o seu componente central, mas não deve restringir-se a ele, pois a partir das finalidades as quais esses conteúdos são submetidos é possível compreender a estrutura das intenções.

> A história das disciplinas escolares não é então obrigada a cobrir a totalidade dos ensinos. Pois sua especificidade, ela encontra nos ensinos da "idade escolar". A história dos conteúdos é evidentemente seu componente central, o pivô ao redor do qual ela se constitui. Mas seu papel é mais amplo. Ela se impõe colocar esses ensinos em relação com as finalidades às quais eles estão designados e com os resultados concretos que eles produzem. Trata-se então para ela de fazer aparecer a estrutura interna da disciplina, a configuração original à qual as finalidades deram origem, cada disciplina dispondo, sobre esse plano, de uma autonomia completa, mesmo se analogias possam se manifestar de uma para outra. (Chervel, 1990, p. 187)

Assim, Morais, Bertini e Valente (2021, p.10) consideram a existência de uma matemática “elaborada historicamente pelo meio escolar que serve às diferentes finalidades postas para o ensino nas diversas épocas em que se exercem as práticas pedagógicas”. A esta matemática o autor chama de “matemática do ensino". E segundo os autores, com base nas pesquisas realizadas no GHEMAT (Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática) esta matemática pode ser percebida nas obras didáticas por meio de algumas categorias de análise como: sequência, significado, graduação, exercícios e problemas.

A sequência revela inicialmente quais conteúdos foram selecionados e em seguida a maneira de ordenamento entre eles. Morais, Bertini e Valente (2021) em seu trabalho com frações consideram:

> Entende-se por sequência o lugar ocupado pelas frações no conjunto dos temas da aritmética. A aritmética do ensino apresenta-se como um conjunto ordenado de temas que o professor deverá mobilizar tendo em vista a aprendizagem de seus alunos, num dado período de tempo. Essa sequência tem caráter histórico, muda em cada época pedagógica. Por exemplo, há momentos em que as frações ordinárias terão prioridade em relação aos números decimais; em outros, os decimais tomam a dianteira das frações dentre os temas aritméticos que o professor deverá ensinar. (Morais, Bertini e Valente, 2021, p.18)

Considerando que a sequência é o lugar em que determinado conteúdo aparece no conjunto de tema de uma subárea, pode-se analisar, por exemplo, o lugar ocupado pelos produtos notáveis no conjunto de temas da Álgebra.

Outro elemento de análise será o significado dado ao conteúdo naquele contexto escolar. O significado não se trata de como os conteúdos são definidos, mas como são apresentados ao leitor. Desta forma Morais, Bertini e Valente (2021) descrevem esse conceito:

> De fato, não se trata de definição nos termos do campo disciplinar matemático. Considera-se significado o modo como o professor deverá se referir a um dado tema da matemática do ensino, de maneira a introduzi-lo em suas aulas, tendo em vista o inicial contato do aluno com um novo assunto. Que ideia inicial deverá o aluno ter sobre o que é uma fração? (Morais, Bertini e Valente, 2021, p.18)

Já a graduação não deve ser confundida com a sequência, pois a primeira refere-se à escolha da forma de progressão do conteúdo a ser ensinado, ou seja, considera a intencionalidade do autor em níveis de dificuldade de apresentação daquele conteúdo. Portanto, trata da organização específica do conteúdo. Assim,

 ISSN 2596-3228

para a análise do ensino de frações, por exemplo, Morais, Bertini e Valente consideram as seguintes progressões:

> A graduação está diretamente ligada a uma dada concepção de ensino e aprendizagem de um dado assunto pelos alunos. Assim, no ensino de frações há que se considerar que progressão? Iniciar com frações mais próximas da vida cotidiana como representações da metade, de um terço etc., progredindo para uma fração qualquer? Ou trabalhar durante todo um período apenas com essas frações conhecidas em termos de efetuar operações etc., para então expandir o assunto com frações de qualquer natureza? Noutros termos, qual o passo-a-passo deverá ser seguido pelo professor para tratar as frações? (Morais, Bertini e Valente, 2021, p.19)

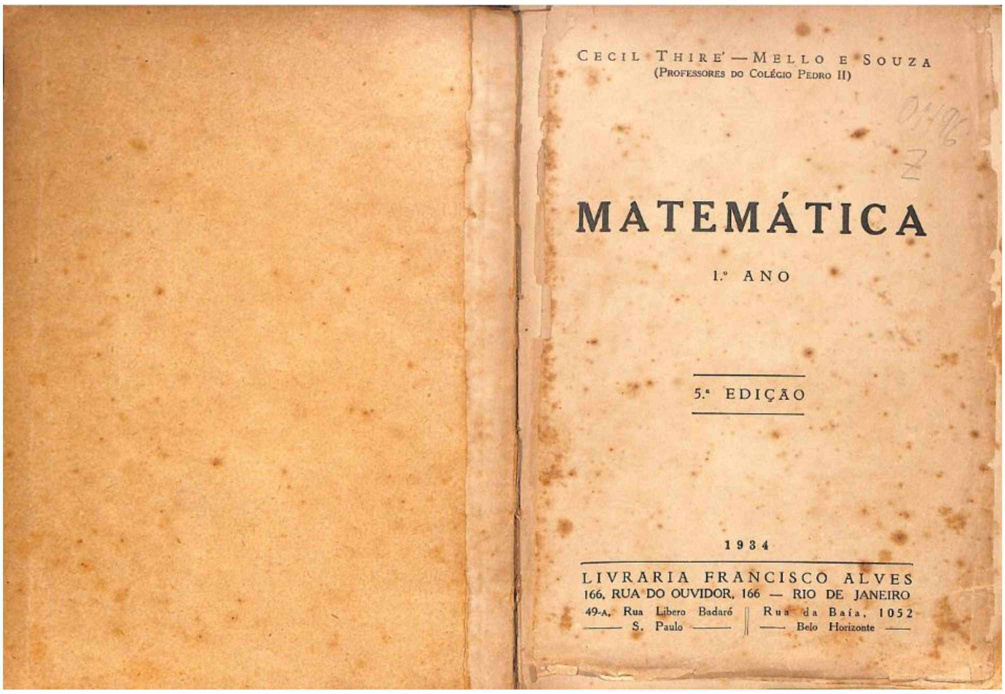
Por fim, tem-se a análise dos exercícios e problemas propostos pelo autor pois, estas “remetem às respostas esperadas pelos professores relativamente ao que ensinaram sobre frações para seus alunos” (Morais, Bertini e Valente, 2021, p.19). Essas foram as categorias de análise utilizadas por Morais, Bertini e Valente (2021) em seu trabalho com a matemática do ensino frações e observando as similaridades entre estas pesquisas e a que procuramos desenvolver, as utilizarmos na tarefa de compreender a matemática do ensino dos produtos notáveis.

Descrição e análise de dados

O livro analisado neste trabalho é uma versão digitalizada do primeiro volume das cinco obras escritas por Cecil Thiré e Mello e Souza. Esse volume está disponível no repositório institucional da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), na seção que abriga um acervo de fontes que servem para a escrita da História da Educação Matemática.

 ISSN 2596-3228

Figura 1: Capa do livro Matemática 1º ano



Fonte: (Thiré; Mello e Souza, 1934, s-n).

Algumas intenções dos autores para o ensino de matemática em nível secundário foram identificadas no prefácio deste livro, como por exemplo, a produção de uma obra "de feição moderna, acentuadamente prático e de leitura agradável ao aluno" (Thiré; Mello e Souza, 1934, p.13). Outra característica, são os elementos de história presentes na seção Leitura no final de cada capítulo. Nas palavras dos autores, “Fizemos acompanhar cada capítulo de um pequeno trecho de leitura capaz de despertar no jovem estudante o interesse pelos diversos fatos da História da Matemática e pela vida dos grandes sábios que colaboraram no progresso dessa ciência”. Ainda neste prefácio os autores consideram também a importância de equilibrar ou adequar o rigor proveniente da matemática acadêmica com a matemática ensinada na escola. Assim, acreditam ser mais adequado partir do 2 º ano a apresentação de demonstrações mais rigorosas.

> Êste compêndio – repetimos – tem um cunho acentuadamente prático, e proporcionará ao estudante do 1° ano uma soma de conhecimentos, metódicos e exatos, que servirão de base para os estudos teóricos que serão feitos nos anos subsequentes.
>
> A partir do 2° ano irão aparecendo, em ordem crescente de complexidade, diversos princípios com suas demonstrações

> rigorosas; os alunos, exercitarão, sem esforço, as suas faculdades de raciocínio sobre teoremas de aplicação quasi imediata. (Thiré; Mello e Souza, 1934, p.14).

Antes de analisar da sequência dos conteúdos cabe considerar que no prefácio desta obra os autores mencionam seguir o programa oficial da época, certamente o proposto pela reforma Francisco Campos. “Sem fugir ao programa oficial, que seguimos pari passu, procuramos abordar as diferentes partes Aritmética, Álgebra e Geometria, em conjunto, com simplicidade e máxima clareza, sem confusão de assuntos” (Thiré; Mello e Souza, 1934, p.13).

A primeira sequência considerada foi a das grandes áreas da Matemática que neste período se fundiram na disciplina matemática. Esta divisão está explícita no índice da obra seguindo a sequência Aritmética, Geometria e Álgebra. Os conteúdos de Álgebra iniciam no capítulo XX com a “Representação das quantidades por meio de letras, expressões algébricas” e segue com os capítulos XXI tratando de “termos semelhantes, adição e subtração de polinômios”, capítulo XXII com “equações do 1° grau”, capítulo XXIII com “eixos coordenados. gráficos”. E capítulo XXIV “Multiplicação algébrica” e no capítulo XXV, último capítulo do livro, o conceito de “raiz quadrada”.

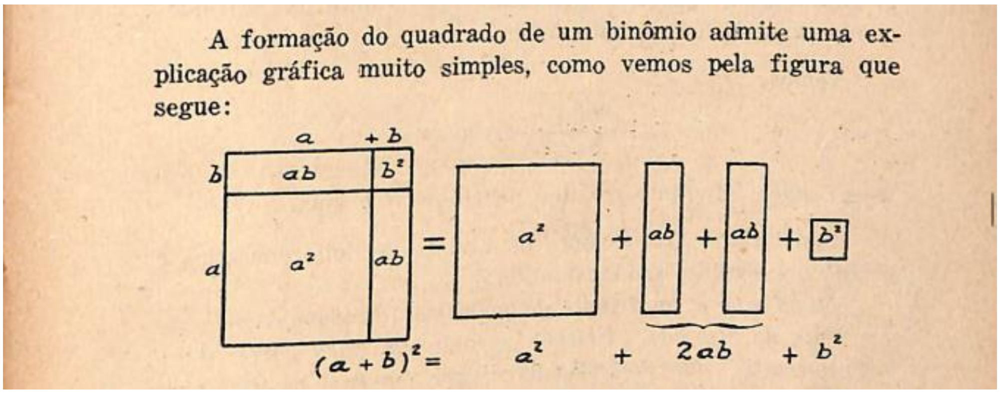
A apresentação dos produtos notáveis insere-se no capítulo XXIV, sobre as multiplicações algébricas. Neste capítulo, não há menção ao termo “produtos notáveis”, mas foi possível identificá-lo pelos nomes "Quadrado de um binômio”, “Quadrado de uma diferença” e “Produto de uma soma por uma diferença". O capítulo é organizado com a seguinte sequência de temas: multiplicação de um monômio por um número, produto de dois monômios, produto de um monômio por polinômio, multiplicação de polinômios, explicação gráfica, quadrado de um monômio, quadrado de um binômio, quadrado de uma diferença, formação do quadrado de um binômio explicação gráfica e produto de uma soma por uma diferença, divisão de monômios, condição para que um monômio seja divisível por outro monômio, m.d.c de monômios literais, cálculo do m.m.c de monômios. Entendemos que este conteúdo está apresentado de forma gradual em nível de complexidade. A sequência quando analisada estabelece elemento de comparação para outras obras do mesmo período, contudo neste artigo não expandiu-se essa

 ISSN 2596-3228

análise. Os elementos abordados neste trabalho servirão para análise das obras na dissertação.

O significado de produtos notáveis identificado nos subitens 14 e 19 é o de uma operação algébrica. No subitem 14, deste capítulo, o quadrado de um binômio é apresentado inicialmente ao leitor com as seguintes palavras “Seja a+b o binômio que queremos elevar ao quadrado. Multipliquemos a+b por a+b” (Thiré; Mello e Souza, 1934, p. 361). Da mesma forma, no subitem 19 com o produto de uma soma por uma diferença, o seguinte texto introduz a explicação “Seja multiplicar a soma a+b pela diferença a-b” (Thiré; Mello e Souza, 1934, p. 363). Considerando o significado como a maneira como os autores apresentam os produtos notáveis ao leitor é possível afirmar que os autores não atribuíram, neste momento, outro significado além de um produto algébrico. Entretanto, no subitem 18 é realizada a explicação gráfica para o quadrado de um binômio. Como podemos observar na ilustração a seguir.

Figura 2: Representação gráfica do quadrado de um binômio



Fonte: (Thiré; Mello e Souza, 1934, 363).

A interpretação geométrica acima foi realizada apenas para o caso do quadrado de um binômio. Porém, revela uma preocupação em atribuir também um significado geométrico aos produtos notáveis.

A graduação dos produtos notáveis tem início no capítulo XXIV e inicia-se no subitem 1 com a multiplicação de um monômio por um número. Neste momento, a conceituação é feita utilizando-se do seguinte exemplo $4ab^3$ multiplicado por 7. Após a apresentação da resolução há a seguinte conclusão: “o produto de um monômio por um número é obtido multiplicando-se o número pelo coeficiente do monômio”

ISSN 2596-3228

(Thiré; Mello e Souza, 1934, p. 356). Esta estrutura, exemplo seguido de uma conclusão, se repete em todo o capítulo com exceção de alguns casos em que os autores necessitam explicar outras propriedades.

No subitem 4 é apresentado a multiplicação entre dois monômios. Porém, nos subitens 2 e 3 são apresentados exercícios resolvidos com a multiplicação de monômios, antecipando a sua definição no subitem 4. Esta inversão na ordem de apresentação pode indicar ao aluno um processo intuitivo no estudo das operações com monômios. Ainda no subitem 4, é definida a multiplicação de monômios seguida pela explicação do procedimento de multiplicação para a parte literal. Esta explicação é um exemplo de como os autores introduzem as propriedades em seus textos. Como ilustra o trecho a seguir:

> O produto de dois monômios é um monômio cujo coeficiente é o produto dos coeficientes dos monômios dados. A parte literal do produto é formada tomando-se cada letra com um expoente igual à soma dos expoentes com que essa letra figura nos monômios (Thiré; Mello e Souza, 1934, p.357).

Um outro exemplo de como as propriedades matemáticas aparecem na abordagem dos conteúdos foi identificado no subitem 6. Neste subitem é apresentado a multiplicação entre monômios e polinômios com o seguinte exemplo: 5x+2a+9 multiplicado por 4ax. Na sequência, enunciou-se a seguinte propriedade "ora, sabemos que para multiplicar um número 4ax por uma soma 5x+2a+9 multiplicamos o número por todas as parcelas da soma" apresentando a aplicação da mesma por meio da igualdade $4ax\ (5x+2a+9) = 20ax^2+8a^2x+36ax$.

No subitem 10, é apresentada a multiplicação de polinômios por meio de um procedimento similar ao algoritmo usual da multiplicação, assim o autor dispõe os polinômios como os fatores no algoritmo usual da multiplicação e realiza a multiplicação termo a termo. Por fim, realiza a soma dos termos semelhantes para obter o resultado da multiplicação, como ilustrado na figura abaixo:

ISSN 2596-3228

Figura 3: Algoritmo da multiplicação para polinômios

Escrevemos os dois fatores com a seguinte disposição:

$$\begin{array}{l} 5x^2 + 4x + 3 \\ \underline{2x \;+ 6 \qquad\quad} \end{array}$$

Multiplicamos em seguida o 1.° têrmo ($2x$) do multiplicador por todos os têrmos do multiplicando:

$$\begin{array}{ll} 5x^2 + 4x + 3 & \\ \underline{2x \;+ 6 \qquad\quad} & \\ 10x^3 + 8x^2 + 6x & \text{1.° produto parcial} \end{array}$$

e vamos obter assim o 1.° produto parcial. Multiplicamos, em seguida, o segundo têrmo do multiplicador ($+ 6$) pelo multiplicando:

$$\begin{array}{ll} 5x^2 + 4x + 3 & \\ \underline{2x \;+ 6 \qquad\qquad\qquad\quad} & \\ 10x^3 + 8x^2 + 6x & \text{1.° produto parcial} \\ \qquad 30x^2 + 24x + 18 & \text{2.° produto parcial} \end{array}$$

Fonte: (Thiré; Mello e Souza, 1934, 359).

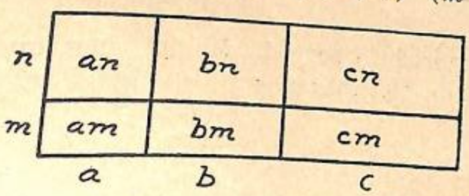
No subitem 12, é apresentado uma interpretação geométrica para a multiplicação de polinômios por meio do cálculo da área do retângulo. Assim, os lados do retângulo são formados pela soma dos termos do polinômio, tomando cada polinômio como uma dimensão do paralelogramo. A apresentação geométrica segue com a relação da multiplicação do polinômio com as partes que constituem a figura formada, fazendo uso para isso de uma figura representativa do retângulo.

Figura 4: Representação geométrica para a multiplicação de polinômios

12 — **Explicação gráfica.**

O produto de dois polinômios pode ser explicado gràficamente de um modo muito simples.

Consideremos um retângulo cuja base é $a + b + c$ e cuja altura é $m + n$. A área dêsse retângulo (produto da base pela altura) será: $(a + b + c)\ (m + n)$.



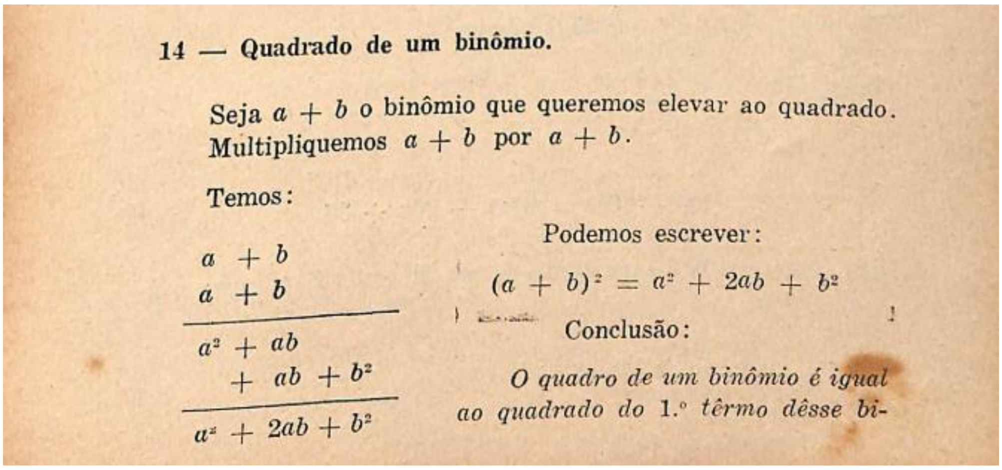
Podemos, porém, como indica a figura, decompor o retângulo dado em 6 retângulos: três dêles tendo a altura m e bases respectivamente a, b e c e os outros altura n e bases, respectivamente, a, b e c

Fonte: (Thiré; Mello e Souza, 1934, 360).

ISSN 2596-3228

No subitem 14, o conteúdo "quadrado de um binômio" é apresentado resolvendo a multiplicação de "a+b" por "a+b" utilizando o mesmo algoritmo da lição 10 (aproximação do algoritmo usual da multiplicação) para multiplicar os polinômios. Na sequência, enfatiza-se a escrita algébrica ao enunciar a igualdade $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$. Por fim, conclui o processo pela definição literal "O quadrado de um binômio é igual ao quadrado do 1.º termo dêsse binômio, mais o dobro do produto de 1.º termo pelo 2.º, mais o quadrado do 2.º", como ilustra a figura abaixo.

Figura 5: Quadrado de um binômio



14 — Quadrado de um binômio.

Seja $a + b$ o binômio que queremos elevar ao quadrado. Multipliquemos $a + b$ por $a + b$.

Temos:

$$\begin{array}{r} a + b \\ a + b \\ \hline a^2 + ab \\ + ab + b^2 \\ \hline a^2 + 2ab + b^2 \end{array}$$

Podemos escrever:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Conclusão:

O quadro de um binômio é igual ao quadrado do 1.º têrmo dêsse bi-

Fonte: (Thiré; Mello e Souza, 1934, 361).

A abordagem descrita anteriormente se repete para os casos "quadrado da diferença" e "produto de uma soma por uma diferença".

Sobre a graduação dos produtos notáveis é possível afirmar que os autores propõem primeiramente a compreensão das propriedades algébricas que compõem os produtos notáveis, priorizando, na sua apresentação, uma progressão em níveis de dificuldade. Algumas propriedades são inseridas nas explicações por meio de uma escrita informal. A interpretação geométrica do quadrado de um binômio aparece somente no subitem 18, depois da conceituação no subitem 14. Esta ordem prioriza uma abordagem algébrica em relação à abordagem geométrica.

Na análise dos problemas e exercícios relacionados aos produtos notáveis foi observado a proposição de um número considerável de exercícios resolvidos juntamente com a apresentação dos conteúdos. De maneira geral, ao final de cada capítulo são propostos entre três e cinco exercícios. Esses exercícios não se diferenciam em forma e em nível de dificuldade dos exercícios resolvidos. A

 ISSN 2596-3228

pequena quantidade de exercícios pode sugerir um distanciamento da prática repetitiva de exercícios enquanto, o formato dos exercícios atende, em especial, à função de reproduzir e exercitar os métodos apreendidos no livro.

Conclusões

O livro de Cecil Thiré e Mello e Souza apresenta uma estrutura intuitiva na escrita e abordagem dos produtos notáveis. Observa-se por meio da graduação dos produtos notáveis uma priorização das representações algébricas sobre as representações geométricas. Esse fato, é apoiado pela falta de representações geométricas em dois casos dos produtos notáveis. Mas a existência de representação geométrica em alguns casos indica a utilização das representações como recurso secundário no ensino de produtos notáveis.

Referências

Chervel, A. (1990). História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. *Teoria & Educação*, Porto Alegre, n. 2, 177-229.

Morais, R. S., Bertini, L. F., & Valente, W. R. (2021). *A matemática do ensino de frações*: do século XIX à BNCC. São Paulo: Livraria da Física.

Thiré, C., & Mello e Souza, J. C. (1934). *Matemática 1º Ano*. 5° ed. Rio de Janeiro: Francisco Alves.

Valente, W. R. (2004). Mello e Souza e a crítica aos livros didáticos de matemática: demolindo concorrentes, construindo Malba Tahan. *Revista Brasileira de História da Matemática*, v. 4, n. 8: 171-187.

 ISSN 2596-3228