



www.enaphem.com



OS NÚMEROS COMPLEXOS NO COLÉGIO PEDRO II (1837-1931): A ABORDAGEM DE ETIENNE BÉZOUT

COMPLEX NUMBERS IN COLÉGIO PEDRO II (1837-1931): ETIENNE BÉZOUT'S APPROACH

Victor Negromonte Pereira¹

Paulo Roberto Castor Maciel²

Resumo

O presente trabalho tem como objetivo investigar os números complexos nos programas do Colégio Pedro II, entre o período de 1837 a 1931. O referencial teórico- metodológico utilizado se baseia nas ideias de Certeau (2011) e de Chervel (1990). A presente investigação analisou os programas de matemática da referida instituição e a partir deles elaborou uma planilha eletrônica com dados sobre o período, a série e os temas e subtemas relacionados. Constatou-se que há duas abordagens diferentes sobre números complexos, uma relacionada com medidas ensinadas como parte da Aritmética e outra relacionada com o conjunto numérico e relacionada com a Álgebra. Entretanto neste estudo analisaremos a abordagem dada pelo matemático Etienne Bézout aos números complexos, aquela relacionada à metrologia e ao sistema métrico da época.

Palavras-chave: Metrologia, sistema métrico; Programa de matemática; Matemática do Ensino Secundário.

Introdução

Em programas curriculares como: Rio de Janeiro (2012), São Paulo (2021) e Brasil (2018) encontra-se conteúdos que estão presentes no ensino de matemática desde o processo de sistematização e modernização do ensino secundário, em nível nacional, proposto pela Reforma Francisco Campos em 1931, no governo do então presidente Getúlio Vargas. Dentre eles podemos destacar os números complexos que são aqueles compostos por uma parte real

¹ Licenciando em Matemática pela Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ), Duque de Caxias, Rio de Janeiro, Brasil. E-mail: victornegromonte25@gmail.com.

² Doutor em Ciência, Tecnologia e Educação pelo Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca. Professor Adjunto do Instituto de Educação de Angra dos Reis da Universidade Federal Fluminense. Pesquisador Associado do Grupo de Pesquisa em História da Educação Matemática (GHEMAT). E-mail: prcastor@htomail.com.

e uma imaginária. Eles representam todos os pares ordenados (a,b) , cujos elementos pertencem ao conjunto dos números reais e pode ser escrita na forma $z = a + bi$ ($a = \text{parte real}$ e $b = \text{parte imaginária}$).

A presente pesquisa, em desenvolvimento, trata-se de um projeto de iniciação científica, que pretende analisar a presença dos números complexos nos programas de ensino da matemática no Brasil. Com isso, destaca-se o colégio Pedro Segundo, fundado em 2 de dezembro de 1837, localizado no Rio de Janeiro, e recebeu esse nome para homenagear o Imperador-menino Dom Pedro II que aniversariava nesta data. Tal instituição durante longos anos foi referência para o ensino secundário no império e na república, por esse motivo, foi escolhida para o presente estudo. As instituições de ensino privadas da época utilizavam o mesmo currículo e funcionamento do Colégio Pedro II, visando o exame preparatório, que dava acesso ao ensino superior. Logo, podemos perceber a importância da referida instituição para o ensino secundário³ brasileiro.

Beltrame (2000) em seu trabalho de mestrado identificou todos os programas de matemática utilizados no referido instituto de 1837 a 1932. Essa dissertação será utilizada como uma das fontes para realizar nossa investigação sobre os números complexos. O recorte cronológico escolhido foi selecionado por conta dos programas que eram escolhidos pelos professores do colégio Pedro II. A partir de 1931, os programas deveriam ser os que foram propostos pela Reforma Francisco Campos, por isso, limitamos o recorte da pesquisa entre 1837 a 1931.

Analisando os programas de matemática propostos pela Reforma Capanema (1942), identificou-se que havia no ensino secundário a temática de números complexos na primeira série do curso ginásial, e na terceira série do curso científico, e foi possível constatar que eram conteúdos distintos.

Ferreira (2018) realizou uma investigação que identifica historicamente por que há dois conteúdos com a mesma nomenclatura, porém que representam assuntos totalmente diferentes. A motivação para o desenvolvimento do trabalho da mesma surge a partir de uma crítica feita por Ampère⁴ a Etienne Bézout⁵, matemático e escritor influente da França do século XVII: “Bézout teria escrito em seu Cours de mathématiques à l’usage du corps royal

³ Era constituído de dois ciclos: 1º ciclo (ginásio) e 2º ciclo (colégio). O colégio tinha duas possibilidades: Clássico ou Científico. O primeiro ligado à área de humanas e o segundo a área de exatas.

⁴ André-Marie Ampère (1775-1836) foi um físico, filósofo, cientista e matemático francês que fez importantes contribuições para o estudo do eletromagnetismo.

⁵ Étienne Bézout (1730-1783) foi um matemático francês, em 1758 foi eleito adjunto em mecânica da Académie des Sciences. Dentre diversos trabalhos, escreveu Théorie Générale des équations.

de l' 'artillerie de 1970, que a multiplicação de dois fatores poderia não ser comutativa. (Ferreira, 2018, p. 3)".

Bézout utilizava dois exemplos em seu livro, no primeiro exemplo ele multiplica $34\#10s2d$ (34 livres, 10 sous e 2 deniers) por 17 toises, e obtém como resultado: 586.12.10 (o resultado é dado em livres e seus submúltiplos). No segundo exemplo era realizada a multiplicação 17 toises por $34\#10s2d$ (34 livres, 10 sous e 2 deniers) e o resultado era: 586.3.10.2.4(4/5) (tal produto é dado em toise e seus submúltiplos). Com os resultados obtidos verifica-se que a multiplicação não era comutativa.

Bézout utilizou o termo “nombres complexes” (números complexos) para se referir a essas quantidades que representavam a soma de grandezas com uma unidade e seus submúltiplos, como por exemplo, livres (unidade), sous e denier (submúltiplos do livres) (Ferreira, 2018). Em seus livros ensinava as operações entre outras informações sobre esses números. Essa abordagem foi disseminada por diversos países, entre eles: França, Inglaterra, Portugal, Brasil, Espanha e Itália. A referida autora afirma que o fato do termo “números complexos” não ter sido utilizado na Alemanha, contribui para que o matemático Carl Friedrich Gauss fizesse o uso para determinar algo diferente do que Bézout fez. Em 1831, ele publicou o artigo: Teoria dos Resíduos biquadrados, o qual ele definiu “a metafísica das grandezas imaginárias”, pois do seu ponto tanto as quantidades negativas como as quantidades imaginárias podiam ser vistas como números propriamente ditos e ganhavam um lugar na Aritmética (Roque, 2012). Tem-se que o aparecimento dos números imaginários se deu a partir do desenvolvimento da álgebra. No século XVI, a resolução de equações recebia muita atenção dos matemáticos da época. E em algumas formas de encontrar as soluções eram encontradas raízes quadradas negativas, no processo de resolução, mas que a partir de certas operações “sumiam”. No entanto, não havia um formalismo para lidar com tais resultados.

Roque (2012) afirma que Gauss foi o primeiro matemático reconhecido a defender publicamente as quantidades imaginárias. Em 1799, ele defendeu sua tese em que apresentou o Teorema Fundamental da Álgebra, na qual apresentava relação entre raízes que não eram reais, mas que poderiam aparecer como solução de equações polinomiais. No artigo de 1831, ele utilizou o termo “números complexos” para representar quantidades que possuíam uma parte imaginária e uma parte real. Ele também foi responsável por introduzir os símbolos $-i$, $+i$, além da representação algébrica e geométrica de tais números. Dessa forma, destaca-se no desenvolvimento que considera os números complexos como um conjunto próprio e

apresenta suas propriedades. Essa abordagem será identificada em nosso trabalho como segunda versão sobre números complexos.

Posto isso, identificamos que os números complexos possuem duas abordagens: a) A primeira está relacionada à proposta por Bézout e “são definidas como uma grandeza composta de dois ou mais termos unidos por uma adição ou subtração” (Ferreira, 2018, p.8); b) A segunda “refere-se àquela dada por Gauss, com a ideia dos números imaginários, ou seja, a teoria que existe um conjunto de números representados por C tais que podem ser escritos na forma $z = a + bi$ ” (Silva Neto, Costa, 2020, p.226).

A partir das abordagens de números complexos, o presente estudo tem como objetivo investigar os números complexos nos programas de matemática do Colégio Pedro II. O questionamento que embasa a presente pesquisa: De que forma os números complexos, “na perspectiva de Bézout”, aparecem nos programas de ensino do Colégio Pedro II durante o período⁶ de 1837 a 1931.

Referencial Teórico-Metodológico

Neste trabalho, adotou-se a investigação histórica, que se inicia pela separação e reunião dos documentos (Certeau, 2011). Com relação aos números complexos, foram utilizados os programas de matemática do Colégio Pedro II, que se encontram no trabalho de Beltrame (2000), posteriormente serão utilizados manuais didáticos da época.

Para Certeau (2011) a atividade do historiador pode ser vista como uma operação, na qual se leva em conta três elementos: um lugar, uma prática e uma narrativa. O referido autor afirma que o lugar de onde se fala incide de maneira incontestável sobre essa “operação”. Como operação deve ser pensada na relação de um lugar (por exemplo, uma profissão, o meio acadêmico, etc.), práticas de produção e de análise (uma disciplina) e a construção textual (uma literatura).

O estudo realizado nesta investigação também segue os fundamentos metodológicos apresentados pelas ideias de Chervel (1990). O referido autor considera as disciplinas como criações espontâneas da escola, e não uma simples vulgarização de um saber científico. Para Chervel (1990), o saber escolar é o ponto central do campo de pesquisa por ele desenvolvido.

⁶ O período foi escolhido por conta dos programas que foram apresentados no trabalho de Beltrame (2000).

Assim, queremos compreender como os números complexos se inseriram no programa da disciplina de Matemática do Colégio Pedro II.

O conceito de disciplina inicialmente remete-nos aos conteúdos ou matérias, no entanto não é só isso. Para Chervel (1990, p. 180) essa palavra é “um modo de disciplinar o espírito e dar os métodos e regras para abordar os diferentes domínios do pensamento, do conhecimento e da arte”. Sendo assim, analisando de forma histórica as disciplinas escolares se dão por meio de um processo de constituição que possui etapas que podem deflagrar a criação de uma nova disciplina, pois tal processo se dá pela análise de mudanças de conteúdos, metodologia de ensino, atividades até o momento em que essas práticas se tornam mais uniformes e em conformidade com os objetivos definidos, seja pela legislação, ou pela ação pedagógica.

A história do ensino se confronta também com o problema das finalidades da escola, em virtude de ser complexo e sutil (Chervel, 1990), e o estudo desse problema depende, em parte, da chamada história das disciplinas. As finalidades são apresentadas em textos oficiais programáticos, discursos ministeriais, leis, ordem, decretos e programas, e, de acordo com Chervel (1990), devem ser a primeira documentação a ser analisada para identificar os objetivos, mas nem todas estão inscritas nos textos destacados. Por isso, em nossa investigação utilizamos os programas do Colégio Pedro II, pois fazem parte dos documentos oficiais da instituição que indicam o que deveria ser ensinado e representam assim finalidades prescritas nos vestígios do passado. O estudo da disciplina se dá não só por meio das leis, decretos, entre outros, como também por meio de elementos que fizeram parte da prática pedagógica e que podem auxiliar na verificação, se o que está estabelecido nos documentos oficiais foi efetivado no cotidiano escolar. Em nossa pesquisa iremos utilizar além dos programas os livros didáticos utilizados no Colégio Pedro II.

Os conteúdos estão presentes nos programas de ensino e nos materiais didáticos e outros recursos utilizados pelo professor. E os conteúdos de ensino são concebidos como entidades *sui generis*, próprios da classe escolar, independentes, numa certa medida, de toda a realidade cultural exterior à escola, e desfrutando de uma organização, de uma economia interna e de uma eficácia que elas não parecem dever a nada além delas mesmas, quer dizer à sua própria história (Chervel, 1990, p. 180).

Chervel (1990) afirma que se deve estudar além dos conteúdos e programas e se preocupar com outros aspectos constitutivos da disciplina como: a) ensino de exposição, que é a forma como os conteúdos são transmitidos para os alunos seja pela exposição do

professor ou dos manuais didáticos; b) os exercícios são atividades executadas pelos alunos e podem ser observáveis pelos professores, além disso, são utilizados para fixação dos conteúdos; c) as práticas de incitação e motivação fazem com que o conhecimento transmitido seja interessante para o corpo discente; d) o aparelho docimológico está relacionado com as avaliações dos alunos, seja em exames internos ou externos. Dessa forma, ao analisar os números complexos nos livros didáticos⁷ adotados no Colégio Pedro II, iremos adotar os três primeiros aspectos indicados por Chervel (1990). Não iremos adotar o último item constitutivo, pois este está diretamente relacionado com as avaliações da disciplina, e não iremos consultar tais vestígios para realização desta investigação.

A partir do referencial teórico utilizado, será feita uma apropriação dos conceitos apresentados e utilizados como forma de analisar fontes da pesquisa, que são: a dissertação de Beltrame (2000) e livros didáticos da época.

O primeiro passo da investigação foi identificar nos programas de ensino do Colégio Pedro II no período de 1837 a 1931 a temática de números complexos relacionada à abordagem dada pelo matemático Etienne Bézout. Para isso utilizou o trabalho de Beltrame (2000) que apresenta de forma organizada todos os programas de matemática da referida instituição de ensino. Dessa forma, a partir dos conteúdos encontrados nos programas que fizessem referência aos termos: metrologia e operações com números complexos, sistema métrico, operações entre unidades de tempo, ângulos e medidas inglesas. A partir desses dados foi criada uma planilha eletrônica, na qual foram organizados com as seguintes informações: o ano do programa, a série e o conteúdo relacionado com os números complexos.

Descrição e Análise de Dados:

De acordo com Beltrame (2000) o Colégio Pedro II era um estabelecimento padrão de ensino secundário do Brasil, e dessa forma, os programas apresentam as transformações deste segmento de ensino ao longo dos anos.

Na planilha eletrônica que foi criada a partir dos dados encontrados nos programas de matemática, identificou-se temas associados com números complexos nas duas abordagens.

⁷ Identificou-se inicialmente que apesar do período extenso de avaliação, foram adotados no máximo 10 livros didáticos. Esses livros serão analisados de forma a verificar a presença e como eles fazem a abordagem da temática.

Assim neste artigo iremos destacar os conteúdos que poderiam estar associados com a abordagem de Bézout.

Beltrame (2000) afirma que pouco se sabe sobre o ensino de matemática na instituição no período compreendido de 1837 até 1849. Neste período a disciplina de Matemática era ensinada apenas no 6º e 7º Ano do ensino secundário da escola.

Entre os anos de 1850 e 1855, os documentos encontrados eram programas de exames, que foram o “primeiro documento curricular impresso para o Colégio Pedro II. Ele refletirá os conteúdos estudados segundo a reforma curricular efetuada no Colégio em 1842” (Beltrame, 2000, p. 17).

Ao consultarmos os programas de ensino da referida instituição, observa-se que os termos utilizados para abordagem dada pelo matemático Etienne Bézout é: números complexos, operações com números complexos, metrologia⁸ e números complexos. Frisa-se que essa abordagem se relaciona com a aritmética, por isso, listou-se tais conteúdos no quadro 1, a seguir.

Quadro 1⁹ - Números complexos na abordagem de Bézout

Ano	Série	Assunto
1850	Quinto ano	adição, multiplicação e divisão dos números complexos.
1854	Quinto ano	Multiplicação e divisão dos números complexos
1855	Quinto ano	Multiplicação e divisão dos números complexos
1856	Primeiro Ano	Números complexos: operações sobre os números complexos
1858	Segundo ano	Números complexos: operações sobre os números complexos
1860	Segundo ano	Números complexos: operações sobre os números complexos
1862	Segundo Ano	Números complexos: operações sobre os números complexos
1870	Segundo ano	Números complexos: operações sobre os números complexos
1877	Quarto ano	Metrologia e operações sobre os números complexos

⁸ A metrologia é uma palavra de origem grega: metron = medida; logos = ciência. E é a ciência das medidas e das medições.

⁹ No quadro utilizamos a forma de escrita encontrada nos programas da época.

Sexto Encontro Nacional de Pesquisa em História da Educação Matemática - 8

1879	Primeiro ano	Metrologia e operações sobre os números complexos
1893	Primeiro ano	Metrologia e números complexos
1897	Primeiro ano	Metrologia - diversos systemas de pesos e medidas, Números complexos e metricos decimais
1898	Primeiro ano	Metrologia - diversos systemas de pesos e medidas, Números complexos e metricos decimais
1899	Primeiro ano	Metrologia - diversos systemas de pesos e medidas, Números complexos e metricos decimais
1901	Primeiro ano	Metrologia - diversos systemas de pesos e medidas, Números complexos e metricos decimais.
1912	Primeira série	Systema metrico, complexos
1915	Segundo ano	50ª lição Numeros complexos. Operações sobre os numeros complexos. Transformações diversas dos numeros complexos. Primeira transformação: reduzir um numero complexo a unidades do menor submultiplo. Segunda transformação: dos submultiplos (ou dos multiplos inferiores) de um numero complexo extrahir os multiplos superiores. 51ª lição Adição de numeros complexos. Subtracção de numeros complexos. 52ª lição Multiplicação de numeros complexos. 53ª lição Divisão de numeros complexos. Os numeros complexos e o systema metrico. Exercicios e problemas sobre numeros complexos.
1919	Primeiro ano	Números complexos: operações. Estudo especial e minucioso das medidas inglezas.
1923	Segundo ano	Estudo completo do systema inglez. Os números complexos: redução de complexo a incomplexo e vice-versa. As quatro operações. Exercicios somente com as unidades de tempo, de angulo e com as medidas inglesas.
1926	Primeiro ano	Numeros complexos; reduçção de complexo a incomplexo e vice-versa. As quatro operações. Exercicios sómente com as undiades de tempo, de angulo e com as unidades inglezas. Conversão destas em unidades metricas e viceversa.
1928	Primeiro ano	Numeros complexos; reduçção de complexo a incomplexo e vice-versa. As quatro operações. Exercicios sómente com as undiades de tempo, de angulo e com as unidades inglezas. Conversão destas em unidades metricas e viceversa.
1929	Primeiro ano	Operações com os numeros complexos, unidade de tempo. Moeda ingleza.
1930	Primeiro ano	Operações com os numeros complexos, unidade de tempo. Moeda ingleza.

Fonte: Beltrame(2000)

Decore-se que no quadro acima a temática relacionada a números complexos na abordagem dada pelo Bézout aparece explicitamente pela primeira vez nos programas de ensino no ano de 1850, e era abordado no quinto ano. Assim como afirma Ferreira (2018): o ensino dos números complexos consta na maioria dos programas do colégio Pedro II de 1850 a 1930 (com exceção dos programas de 1881, 1882, 1892, 1895 e 1901). Até 1879 (inclusive), os números complexos constavam em todos os programas de ensino do colégio (Ferreira, 2018, p. 28). E objetivava-se o estudo das operações entre números complexos. Entretanto, percebemos que há uma variação nas séries de abordagem desse conteúdo. No ano de 1877 o tema números complexos era abordado junto ao conteúdo de metrologia na quarta série. Tal abordagem é encontrada nos programas de ensino durante os anos de 1879, 1893, 1897, 1898, 1899 e 1901.

Durante os anos de 1923, 1926 e 1928 a abordagem dos números complexos estava relacionada às unidades de tempo, ângulo e com as medidas inglesas. De acordo com Ferreira (2018): “Conforme o programa de 1928, a Matemática continua presente nos quatro primeiros anos de curso, com a mesma distribuição. Os complexos e o sistema métrico decimal continuam no 1º ano...”

Os programas representam as finalidades fixadas para a escola de acordo com Chervel (1990). Dessa forma, para compreender melhor esses dados é necessário analisar as práticas da escola. Uma forma de verificar isso, será por meio da análise dos livros didáticos¹⁰. Os estudos preliminares ainda não foram finalizados. As informações encontradas no quadro 1 estão sendo analisadas com outras fontes e trabalhos. Após o término desse estudo preliminar dos nomes relacionados aos números complexos iremos montar uma planilha eletrônica com os nomes dos livros adotados para os programas que contém essa possível abordagem. Após a construção dessa planilha iremos realizar a compra dos exemplares ou digitalização dos manuais. E posteriormente a prática contida nesses materiais serão analisados e assim poderemos afirmar o que era ensinado sobre a temática no Colégio Pedro II.

Considerações Parciais

¹⁰ Apesar do período de análise ser longo da pesquisa, a quantidade de livros didáticos utilizados não foi muito expressiva, alguns livros se mantiveram um longo período nos programas destacados por Beltrame(2000).

Certifica-se que a partir dos programas analisados que a abordagem dos números complexos relacionada ao matemático Etienne Bézout aparece pela primeira vez nos programas de ensino do Colégio Pedro II no ano de 1850. Durante muitos anos esse conteúdo permaneceu constante nos programas curriculares da matemática na referida instituição.

Além disso, essa temática estava relacionada à área de aritmética. A investigação ainda está em processo e para compreender como essa temática era ensinada no período há necessidade de investigar como ela aparecia nos livros didáticos da época, ou seja, como os números complexos na abordagem do Bézout eram ensinados nesse período.

Referências

Beltrame, J.(2000). Os programas de ensino de matemática do Colégio Pedro II: 1837- 1932. 259 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

Brasil (2018). Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC/SEB. Recuperado em: < <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>>

Certeau, M. A. (2011). Escrita da História. 3ª Ed. Rio de Janeiro: Forense.

Chervel, A. (1990). História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. Teoria & Educação, Porto Alegre, n. 2, p. 177-229.

Ferreira, D. M.L. (2018). Descobrimo e analisando práticas matemáticas desconhecidas- o caso dos “Números Complexos”. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

Rio de Janeiro. (2012). Secretária de Estado de Educação. Currículo Mínimo: Matemática. Rio de Janeiro: SEEDUC/RJ.

Roque, T. (2012). História da Matemática: Uma visão crítica desfazendo mitos e lendas. 1ª Ed. Rio de Janeiro: Zahar.

São Paulo. (2021). Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. Currículo da cidade: Ensino Médio: Área de conhecimento: Matemática e suas tecnologias. – São Paulo: SME / COPED.

Silva Neto, O; Costa, D. (2020). Saberes matemáticos no ensino industrial: o caso dos Números Complexos e Incomplexos. Revista de História da Educação Matemática, SBHMat, v. 6, p.221-244. Recuperado em: <http://www.histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/download/317/270>.