



www.enaphem.com



## Demonstrações de Teoremas Geométricos: uma terapia sobre o rigor

Proofs of Geometric Theorems: a therapy on rigor

*Marizete Nink de Carvalho<sup>1</sup>*

*Thiago Pedro Pinto<sup>2</sup>*

### Resumo

O presente texto volta-se para cinco coleções de livros didáticos de matemática produzidos no período de 1940-2010, que se destinaram à etapa de ensino que atualmente corresponde ao Ensino Médio. Ao evidenciarmos semelhanças e dessemelhanças nos conteúdos geométricos dos referidos livros, a fim de cumprir os objetivos de uma pesquisa de doutorado, ficou latente, em nosso processo terapêutico, a questão do rigor. Observado não só nas provas/demonstrações matemáticas, mas, também, na disciplina escolar e em outros aspectos sociais. Em nossa investida, nos aproximamos do modo terapêutico de filosofar de Ludwig Wittgenstein, balizada principalmente pelas ferramentas conceituais: jogos de linguagens, formas de vida e com inspirações metodológicas na terapia filosófica.

**Palavras-chave:** Jogos de Linguagem; Semelhanças de Família; Rigor; Livros Didáticos; Geometria.

### Palavras Iniciais

Este artigo desprende-se de uma tese de doutorado, já defendida, onde são abordadas algumas questões voltadas à geometria que se faz presente nos livros didáticos de matemática destinados às etapas de ensino que atualmente correspondem ao Ensino Médio. Nesta, inspirados no modo terapêutico de filosofar de Ludwig Wittgenstein, pretendeu-se apontar nuances e diferenças nas abordagens e nos conteúdos geométricos, ou ainda, nos jogos de linguagem ali

<sup>1</sup> Doutora em Educação Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso do Sul e Professora do Magistério Superior da Universidade Federal de Rondônia. E-mail: marizete@unir.br.

<sup>2</sup> Doutor em Educação para a Ciência pela Universidade Estadual Paulista "Julio de Mesquita Filho" e Professor do Magistério Superior da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. E-mail: Thiago.pinto@ufms.br.

propostos, não com o intuito de caracterizar o ensino em cada recorte temporal estabelecido na pesquisa, mas sim, evidenciar a multiplicidade. Neste processo, além da discussão de cunho filosófico, também foram evidenciados alguns aspectos históricos, tais como: governos, reformas educacionais, programas da disciplina matemática e movimentos reformadores, ocorridos de 1930-2010, que de uma forma ou outra influenciaram os caminhos da educação, em que pese, estes fatos não foram analisados no sentido de quantificar o que melhorou ou piorou, mas como ponte para entender algumas destas mudanças.

Em nossa *terapia*, visto que não seguimos uma metodologia de pesquisa pré-estabelecida, pois “Não há um método da filosofia, mas sim métodos, como que diferentes terapias.” (Wittgenstein, 1999, p. 68), descrevemos analogicamente conexões entre retalhos (de livros didáticos, narrativas históricas, pesquisas...), explorando as suas semelhanças e as suas diferenças, mas, sem, no entanto, tomar hipóteses ou levantar teses gerais, numa busca de confirmá-las ou refutá-las, pois

Dito de outro modo, em sua função terapêutica, a análise nos mostra o que está errado – ou não regrado de acordo com a gramática – possibilitando, assim, realizarmos uma terapia. Em sua função panorâmica, a análise nos dá acesso às diferentes possibilidades da gramática, isto é, nos faculta o acesso, em termos wittgensteinianos, à essência que está expressa na gramática (IF § 371). Contudo, é importante salientar que essa função panorâmica da análise não nos dá acesso propriamente a um fato ou fenômeno, mas às “considerações gramaticais” que fazemos sobre os fenômenos (IF § 90). [...] Essa análise nos mostra as muitas e diferentes possibilidades de articulação da gramática de onde provêm a inteligibilidade com a qual damos sentido ao que ocorre em nossa forma de vida. (Condé, 2020, p. 200)

Na busca por materiais que nos apontassem um caminho a seguir, chegamos aos Anais do ENAPHEM, banco de teses da CAPES, livros e tantos outros materiais que oportunizaram a escrita da referida tese. Por diferentes e tortuosas veredas andávamos, numa mescla de sentimentos ante a tese que inevitavelmente seria a junção de diferentes momentos, ideias, protagonismos, antagonismos, revesses, embates, recuos, avanços, e que a grosso modo, estas ideias foram sendo costuradas, rasgadas, suturadas, recosturadas, enxertadas na expectativa de ao final chegar a um produto que talvez, a nosso ver pudesse apresentar coerência e eficiência com o que nos propúnhamos inicialmente.

Aparentemente isso foi sendo alcançado e amorosamente passei a denominar o que escrevia de – ser – um ser (criado) não perfeito, não uma obra prima, mas talvez, como no conto de Shelley (2012), ansiava dar vida, mesmo que ao acaso, a meu próprio Frankenstein (se não foi possível criar este ser, penso que a metáfora serviu para alimentar, orquestrar e desenvolver a tese). Então como caminho ou percurso metodológico, diria que andamos entre o real e o imaginário, entre obras teóricas da educação e obras de ficção e romances, e assim, sem nos atermos a um determinado momento, ou teórico, ou modelo metodológico, fomos criando e pavimentando nossa própria metodologia – ora tendendo ao formalismo, ora tendendo ao livre arbítrio da escrita.

Ainda cabe neste momento ressaltar que este não é um resumo de toda tese, mas o apontamento de algumas nuances evidenciadas no processo analítico terapêutico, acrescido de algumas ideias e ponderações que não fizeram parte da obra original, mas julgo serem necessárias a fim de dar entendimento ao texto que segue. Portanto, e penso ser consenso entre boa parte dos brasileiros que passaram pelos bancos escolares de que esta entidade se apresenta sob um manto de austeridade e rigorismo, concordando ou não, pensamos neste momento em ponderar a respeito deste tema.

## **Entre Livros e Rigor**

O que faz uma escola? O que faz uma instituição de Educação Básica? Perguntas talvez fáceis de responder por qualquer criança em início de escolarização. Pensando nisso, cabe mais uma pergunta: Existiria uma resposta correta ou única para tal questão? Deixando de lado um falso conceito que poderia emergir como resposta, o fato é que o mito da escola ideal não acha consenso nem mesmo entre os próprios educadores. Alguns defendem uma escola liberal, sem interferências (escola sem partido?), outras beiram o anarquismo, uma autogestão onde toda forma de poder central deve deixar de existir. Há quem defenda o rigor, a dureza e a obediência crassa, a docilização das mentes e dos corpos. Há, ainda, é claro, os da coluna do meio, titubeantes entre lá e cá.

O rigor, no entanto, parece estar presente na maioria das escolas, seja em relação a horários de entrada e saída, seja em relação aos espaços que os alunos

podem ou não frequentar, o tipo de vestimenta, seja no desenvolvimento do trabalho, dos conteúdos, daquilo que é ou não possível (desejável) ser escrito em uma prova. O rigor está entranhado em nossas relações, o próprio processo de criação do Brasil (colonização) e ordenamento dado aos anos seguintes apresenta matizes de governos que se protegem e se sustentam através da força e do rigor.

Vejamos, inclusive, que até mesmo questões religiosas passam pelo crivo do rigor: os dez mandamentos, aqueles que podem ou não falar, aqueles que podem ou não acessar o reino dos céus. E o Brasil, um dos países com maior número de católicos no mundo e com um percentual crescente de evangélicos, atribuiu à igreja um lugar de relativa importância na educação, em tempos idos, era ela que detinha a educação sob suas normas e preceitos. Os nobres, ou aqueles que buscavam as ordens religiosas, recebiam educação, os demais ficavam à mercê. Isso se torna evidente com as reformas religiosas no decorrer da história, em que a educação esteve sempre presente nos atos reformatórios de seus idealizadores. Ademais, um fato importante ocorrido no início dos anos de 1930, em que a igreja diante de um novo modelo de governo, tenta manter ou até mesmo alargar sua influência na educação. Havia um intenso e quase inflexivo (rigoroso?) debate entre governo, educadores, proprietários de escolas particulares e igreja na reformulação das bases para educação.

Ao abordarmos a questão do rigor escolar, é imprescindível lembrar que, entre as diversas disciplinas escolares, talvez a mais exigente, rigorosa, e até impiedosa, seja a matemática, não apenas pela suposta aura que a envolve, mas por ela impor maior disciplina, concentração e, sobretudo, pela necessidade (infundida por ela mesma, ou talvez imputada a ela a fim de formalizá-la) em provar os resultados (rigorosos, provados por A+B).

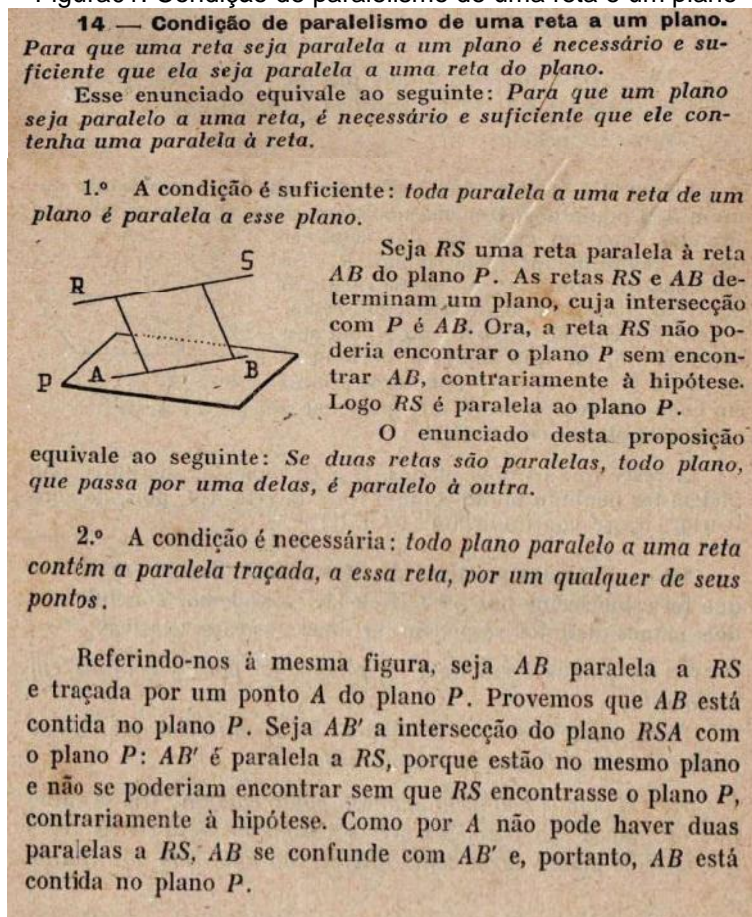
Se olharmos para os livros que escolhemos para compor nosso arquivo cultural de pesquisa<sup>3</sup>, poderíamos nos perguntar, por exemplo: que tipos de provas

---

<sup>3</sup> No recorte temporal evidenciado na pesquisa de doutorado, estabelecemos alguns marcos temporais levando em consideração as reformas educacionais ocorridas, que de alguma forma, a nosso ver, propiciaram mudanças no sistema educacional brasileiro. De cada marco temporal, escolhemos uma coleção de livros didático de matemática destinado a última etapa de ensino que antecedia o Ensino Superior. Para essa escolha não utilizamos critérios pré-estabelecidos, pois não

são apresentadas? Elas são rigorosas? Se olhássemos para o mesmo teorema em diferentes livros, de diferentes épocas, será que as provas são as mesmas em todos eles? São todas igualmente rigorosas? Seria o conceito de rigor não rigoroso? Vejamos<sup>4</sup> este teorema da geometria que estabelece as condições para que uma reta, não contida em um plano, seja paralela a ele:

Figura01: Condição de paralelismo de uma reta e um plano



(Roxo et al, 1945, p. 271-272)

pretendíamos obter uma obra que representasse o ensino de geometria/matemática do período em sua totalidade, mas sim, privilegiamos a multiplicidade dos jogos de linguagem geométricos praticados em cada obra. Então, nosso arquivo cultural de análise ficou assim composto: Pontos de Matemática de Gumercindo Lima (1938); Matemática 2º Ciclo de Euclides Roxo, Roberto Peixoto, Haroldo Cunha e Cesar Darcoso Netto (1944-1945); Matemática para o Curso Colegial de Ary Quintella (1957-1960); Matemática Curso Colegial Moderno de Luiz Mauro Rocha, Ruy Madsen Barbosa e Scipione Di Pierro Neto (1968-1970); Matemática 2º Grau de Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, José Carlos Teixeira, Nilson José Machado, Márcio Cintra Goulart, Luiz Roberto da Silveira Castro e Antônio dos Santos Machado (1976) e Matemática de Luiz Roberto Dante (2005). Sendo que a obra de Gumercindo Lima não aparece neste artigo por não conter conteúdos de geometria no espaço.

<sup>4</sup> “Aforismo de Wittgenstein (LW, IF-66) que caracteriza metonimicamente o seu modo (auto)terapêutico de filosofar.” (Miguel, Vianna, & Corrêa, 2020, p. 15)



Nos dois livros didáticos (Figura01 e Figura02), de autores e épocas diferentes, podemos ver uma característica comum em ambas as provas, que é o fato de os autores a dividirem em duas partes: condição necessária e condição suficiente. Porém, as semelhanças param por aí. Percebemos diferenças tanto na enunciação do teorema como no desenrolar da demonstração.

Figura02: Teorema 5 – (Fundamental)

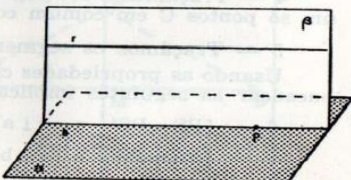
**171. Teorema 5 — (Fundamental)**

Uma reta não contida num plano é paralela ao plano SE E SÔMENTE SE é paralela a uma reta do plano.

$p$  : (relação principal) :  $r // \alpha$   
 $q$  : (condição) : Existem em  $\alpha$  uma reta  $a$  tal que  $r // a$ .

1.<sup>a</sup> parte — A condição  $q$  é necessária para a relação  $p$ , isto é:

$p \Rightarrow q$



Seja  $r // \alpha$ . Vamos escolher um ponto qualquer  $P$  em  $\alpha$  e considerar o plano  $\beta \neq \alpha$  que existe e é único pelo teorema 2.

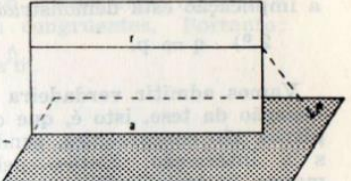
Seja  $a = \alpha \cap \beta$  a intersecção dos dois planos (que existe e é única, pela Proposição no § B).

As retas  $r$  e  $a$  são paralelas, pois, se houvesse um ponto comum, ele pertenceria a  $r$  e  $\alpha$ , o que é contraditório, pela hipótese ( $r // \alpha$ ).

Portanto,  $p \Rightarrow q$ .

2.<sup>a</sup> parte — (Suficiência da condição  $q$ ):

$q \Rightarrow p$



Seja a reta de  $\alpha$  tal que  $r // a$ , lembrando que  $r$  não está no plano.

Uma reta do plano  $\beta$  só pode interceptar  $\alpha$  num ponto pertencente à reta  $a$ .

Então, se admitirmos (por demonstração indireta) que  $r$  intercepta  $\alpha$ , o ponto comum deverá estar em  $r$  e  $a$ , o que contradiz a hipótese ( $r // \alpha$ ).

Portanto:  $r // \alpha$  e temos:  $p \Rightarrow q$ .

Concluimos, finalmente, que as proposições  $p$  e  $q$  são logicamente equivalentes:

$p \Leftrightarrow q$

(Rocha, Barbosa, & Pierro Neto, 1967, p. 24-241)

Na prova do segundo livro (Figura02), os autores se utilizam de uma linguagem carregada de termos e símbolos da lógica matemática, além, é claro, dos símbolos da teoria dos conjuntos (por influência do Movimento Matemática Moderna). Na primeira (Figura01), vemos que os autores, inicialmente, demonstram a condição suficiente, para então demonstrar a condição necessária, o que, em

termos lógicos, não teria relevância por se tratar de uma relação de equivalência lógica.

De outro lado, nos dois livros que seguem (Figura03, Figura04 e Figura05), existe uma semelhança, pois os autores identificam qual a hipótese e a tese a ser provada, no entanto, o primeiro apresenta dois teoremas (Figura03 e Figura04), e o segundo, apenas um (Figura05).

Figura03: Paralelismo de Reta e Plano [T – 1]

**5. PARALELISMO DE RETA E PLANO**

[T - 1] Se uma reta é paralela a um plano, então ela é paralela a uma reta do plano.

Hipótese:  $a \parallel \alpha$       Tese:  $\exists b \subset \alpha \mid a \parallel b$

*Demonstração*

Seja uma reta  $a$  paralela a um plano  $\alpha$  ( $a \cap \alpha = \phi$ ). Passemos por  $a$  um plano  $\beta$  que intercepta  $\alpha$  numa reta  $b$ . Sendo  $\beta \cap \alpha = b$ , notemos que  $b \subset \alpha$ . As retas  $a$  e  $b$  estão em  $\beta$  e, portanto, são coplanares. ❶

Se as retas  $a$  e  $b$  tivessem um ponto comum, este ponto pertenceria à reta  $a$  e ao plano  $\alpha$ , o que é absurdo pois por hipótese  $a \cap \alpha = \phi$ . Logo,  $a$  e  $b$  não têm ponto comum. ❷

De ❶ e ❷ vem que  $a \parallel b$ , isto é, existe uma reta  $b \subset \alpha$ , tal que,  $a \parallel b$ .

*Observações*

- 1) Em símbolos o [T - 1] pode ser escrito:  
 $(a \parallel \alpha, a \subset \beta, b = \beta \cap \alpha) \Rightarrow a \parallel b$
- 2) O método usado para se concluir que  $a$  e  $b$  não têm ponto comum é chamado *método indireto de demonstração* ou *método da redução a um absurdo*. Um absurdo é a negação de uma propriedade já aceita como verdadeira ou a negação da hipótese.
- 3) A representação (figura) de uma situação que recairá em um absurdo, é uma figura "fictícia", isto é, simulada.

(Iezzi, et al., 1976, p. 227-228)

Figura04: Paralelismo de Reta e Plano [T – 2]

[T - 2] Se uma reta não está contida num plano e é paralela a uma reta do plano, então ela é paralela ao plano.

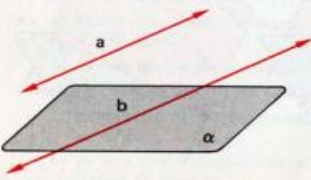
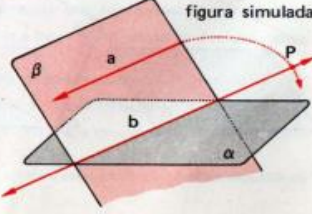
*Hipótese*

$a \not\subset \alpha, a \parallel b, b \subset \alpha$

$\Rightarrow$

*Tese*

$a \parallel \alpha$

*Demonstração*

Inicialmente notemos que  $a$  e  $b$  determinam um plano  $\beta$  e que  $b = \alpha \cap \beta$ .  
 Provemos que  $a \cap \alpha = \emptyset$  pelo método indireto.

Se  $a$  e  $\alpha$  tivessem um ponto comum, este ponto pertenceria à reta  $a$  e à reta  $b$ , o que é absurdo contra a hipótese de  $a \cap b = \emptyset$ . Logo,  $a$  e  $\alpha$  não têm ponto comum, ou seja,  $a \parallel \alpha$ .

*Observação*

Os teoremas [T - 1] e [T - 2] são teoremas recíprocos. Notemos que a hipótese de um é a tese do outro e vice-versa.

(Iezzi, et al., 1976, p. 228-229)

Nas demonstrações do teorema em comum, os autores usam do método indireto de demonstração ou método da redução ao absurdo, apesar de, no segundo (Figura05), não fazer referência explícita a tal método, percebemos semelhanças entre as demonstrações.

Figura05: Reta e Plano Paralelos

**8. Reta e plano paralelos.**

**PRIMEIRO TEOREMA. A reta exterior a um plano e paralela a uma reta deste, é paralela ao plano.**

Hip.:  $\left\{ \begin{array}{l} AB \parallel CD \\ CD \text{ e } P \text{ são apostos} \end{array} \right.$

Tese:  $AB \parallel P$ .

*Demonstração.*

As paralelas  $AB$  e  $CD$  determinam um plano, cuja intersecção com o plano  $P$  é a reta  $CD$  (fig. 11). Assim, os pontos comuns aos dois planos estão todos situados sobre  $CD$  e, como  $AB$  não encontra  $CD$  em virtude da hipótese, também não pode encontrar o plano  $P$ .

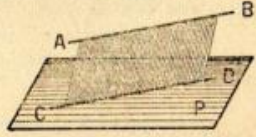


FIG. 11

(Quintella, 1960, p. 107)

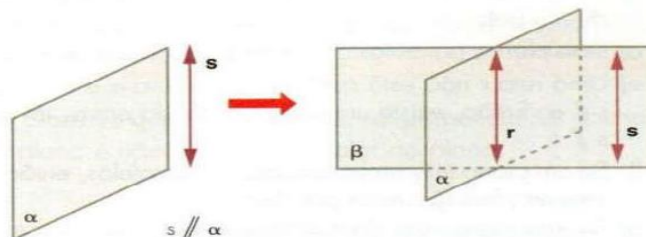


Neste último livro (Figura06), vemos também dois teoremas, com a enunciação muito semelhante ao do Iezzi *et al.* (1976), porém o autor não faz a demonstração deles, apenas a ilustração.

Figura06: 2ª e 3ª Propriedade

2ª propriedade:

Quando uma reta é paralela a um plano, ela é paralela a pelo menos uma reta desse plano.

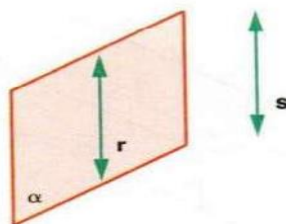


**PARA REFLETIR** Todo plano  $\beta$ , que contém  $s$  e é secante com  $\alpha$ , determina, em  $\alpha$ , a reta  $r$ , paralela a  $s$ .

3ª propriedade:

A recíproca da afirmação anterior é também verdadeira.

Quando uma reta não está contida num plano e é paralela a uma reta do plano, ela é paralela ao plano.



(Dante, 2005, p. 349-350)

Nesses recortes é possível perceber, com exceção no livro do Dante (2005), a presença de um rigor e formalismo nas demonstrações/provas da proposição sobre o paralelismo de plano e reta, ainda que estas preservam diferenças tanto na enunciação da proposição, quanto na argumentação de sua veracidade. Formalismo esse também evidenciado no conjunto dos conteúdos geométricos de cada obra, estabelecendo axiomáticamente conexões entre as definições, postulados e teoremas.

Mas, nem sempre a geometria teve este modelo axiomático-dedutivo. Segundo Greenberg (1994, p. 6-8), a geometria da Antiguidade consistia em um conjunto de procedimentos práticos que, entre os meios utilizados para o seu desenvolvimento estavam: a observação de analogias, a adivinhação, a intuição, e a experimentação, apontando, assim, desdobramentos práticos à matemática. Decorria disso que os resultados eram mais empíricos e práticos, evidenciando quase sempre respostas aproximadas, aceitáveis por todos, tendo como exemplo a geometria egípcia, que consistia num conjunto de regras para cálculo sem qualquer justificação.

Posteriormente, na Grécia, teriam os matemáticos buscado um formato mais sistematizado da geometria, tendo em Thales de Mileto, Pitágoras e Euclides os expoentes, em seus períodos respectivos, em que acenavam com a ideia de que as proposições geométricas deveriam ser entendidas sistematicamente pelo raciocínio dedutivo, e não mais simplesmente por tentativas e erros.

A tese clássica sobre os motivos para o surgimento da prova rigorosa – conhecida como “externalista” por não envolver diretamente a produção de conhecimento matemático – é dada na afirmação de que, naturalmente, ocorreria, na Matemática então produzida, a aplicação das regras do debate argumentativo que governava a vida política na cidade grega, a pólis. Por outro lado, a tese internalista, cuja pergunta é “qual problema (matemático) tornou necessária a demonstração?” – considera como gerador da transformação o obstáculo enfrentado com a questão da irracionalidade. (Garnica, 2000, p. 57)

De outra forma, seria realmente necessário fundamentar através de uma prova, exclusivamente lógica, o êxito praxiológico de uma prática cultural que dá uma resposta adequada ao problema normativo que ela soluciona?

Pensando em como a escola é posta sob uma rotina metódica, hierárquica e rigorosa, a resposta mais adequada seria um estrondoso sim. De outra forma, apesar deste rigorismo que até certo ponto cerceia e limita o pensamento, a criatividade de alunos e professores, é plausível pensar e até mesmo *ver*, ou antever uma escola que busca romper este ciclo, e enquanto isso não acontece, tenta harmonizar o rigor e a intolerância com certas formas ou momentos de liberdade ou, pseudoliberdades.

## Algumas Considerações

Num Brasil que sonha ou apregoa um sonho [utópico] de ser uma nação educadora inclusiva, nos deparamos com o pesadelo [distópico e talvez atópico], que mantém resquícios de uma era organizada sob a égide da força e do rigor, se bem que, seriam necessárias muitas páginas para tentar explicar ou explicitar este termo – MANTÉM – dado que ele pode ser entendido e abordado sob diferentes óticas. Destaco duas – uma perspectiva de que **não se conseguiu abster-se** de costumes e práticas: feudalista, imperialista, colonialista, escravagista, ditatorial, de um rigor quase dogmático e inquisitório, que em sua essência cria castas e aprisiona um percentual elevadíssimo em níveis estratificados e dali não se pode alçar voo para talvez superar as barreiras e acessar um nível superior, numa espécie de escalada social. A segunda basicamente trata-se do mesmo conceito, porém a ideia é que **não se deseja abster-se** destes costumes e práticas, perpetuando o *status quo*, em que o nivelamento ou estratificação da população ocorre em que alguns poucos podem tudo em detrimento a outros muitos (milhões) que não podem nada.

Posto isto, olho para a escola e percebo nela algumas disfunções que parecem atender, ou adentrar este universo que refiro no parágrafo anterior, em que esta normalmente é apresentada como defensora ou salva guardadora do formalismo e do rigor. Nesta perspectiva, a matemática (geometria) parece transitar o nível mais alto de rigor e formalismo, e essa aparência pode assustar, servindo de catalisador na propagação da propensa ideia de que os conceitos matemáticos são difíceis e que os profissionais da área são apresentados como antipáticos, rígidos e pragmáticos. Factível ou não, este parece ser um dos fatores que impacta diretamente na maneira como o aluno chega à sala de aula, recorrente a cada ano, e talvez seja um balizador para algumas dificuldades no andamento das aulas e das séries subsequentes.

A imagem que transparece de nossas escolas de Educação Básica é de que os alunos necessitam ser pequenos matemáticos que, desde muito cedo, precisam entrar em contato com a forma lógica de demonstração e com uma linguagem pura e universal, não passível de equívocos. Tal proposição parece pairar como uma névoa sobre nossas escolas, com maior ou menor intensidade, e não por vezes, ou

muitas vezes, diante de tudo isso a escola seja catalogada como à detentora do saber.

O fato é que a escola como está posta, criada, recriada, estigmatizada, tematizada e engessada, numa espécie de coluna vertebral normatizadora de regras e rigores, de onde ramificações se originam sem perderem a essência, sem conseguir desfazer-se das práticas e dogmas do passado, acaba por replicar, embora, talvez, com outra roupagem, a forma rigorosa de ensino e de comportamentos necessários ao ambiente escolar. Estou já “conceituando” o fazer escolar, mas então o que poderia ou deveria fazer uma escola?

## Referências

- Condé, M. L. (2020). A Gramática do Acaso: Análise, Aleatoriedade e Indeterminismo no Segundo Wittgenstein". Em A. MIGUEL, C. R. VIANNA, & J. F. CORRÊA, *Uma Historiografia Terapêutica de Acasos* (pp. 199-211). Uberlândia: Navegando Publicações.
- Dante, L. R. (2005). *Matemática* (1ª ed., Vol. Único). São Paulo: Ática.
- Garnica, A. V. (2000). É necessário ser preciso? É preciso ser exato? Em H. N. CURY, *Formação de professores de matemática: uma* (pp. 49-87). Porto Alegre: EDIPUCRS.
- Greenberg, M. J. (1994). *Euclidean and non-Euclidean geometries: development and history* (3ª ed.). New York: W. H. Freeman and Company.
- Iezzi, G., Dolce, O., Teixeira, J. C., Machado, N. J., Goulart, M. C., Castro, L. R., & Machado, A. d. (1976b). *Matemática: 2ª Série, 2º Grau* (4ª rev. ed., Vol. 2). São Paulo: Atual.
- Miguel, A., Vianna, C. R., & Corrêa, J. F. (2020). Uma apresentação panorâmica da fisiognomia de uma historiografia terapêutica. Em A. MIGUEL, C. R. VIANNA, & J. F. CORRÊA, *Uma historiografia terapêutica de acasos* (pp. 15-106). Uberlândia: Navegando Publicações.
- Quintella, A. (1960). *Matemática para o primeiro ano colegial* (10ª ed., Vol. 1). São Paulo: Companhia Editora Nacional.
- Rocha, L. M., Barbosa, R. M., & Pierro Neto, S. D. (1967). *Matemática Curso Colegial Moderno* (Vol. 1). São Paulo: IBEP.
- Roxo, E., Peixoto, R., Cunha, H. L., & Darcoso Netto, C. (1945). *Matemática 2º Ciclo - 1ª Série* (Vol. 1). Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves.
- Shelley, M. (2012). *Frankenstein ou o Prometeu Moderno* (2ª ed.). (R. L. Ferreira, Trad.) São Paulo: Martin Claret.
- Wittgenstein, L. (1999). *Investigações Filosóficas*. (J. C. Bruni, Trad.) São Paulo: Nova Cultural.