



SÉTIMO ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA
EM HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA



História da Educação Matemática nos caminhos do
mundo digital e da democratização do conhecimento

O Pensamento Algébrico no ensino primário: investigação inicial no livro Aritmética Elementar I de George Augusto Büchler

Algebraic Thinking in primary education: Initial Investigation in the book Elementary Arithmetic I by George Augusto Büchler

Abdoral Gomes da Silva Júnior¹

Danilene Gullich Donin Berticelli²

Resumo

Este trabalho tem como objetivo trazer algumas considerações sobre uma pesquisa inicial no campo da História da educação matemática, buscando atividades que envolvam o Pensamento Algébrico no ensino primário no livro Aritmética Elementar - Livro I, 4^a Edição, de George Augusto Büchler. Quais considerações poderão ser tratadas sobre o Pensamento Algébrico com um olhar para o livro Aritmética Elementar? Para estas considerações iniciais, foi utilizada a base teórico-metodológica da História Cultural, destacando Chartier (1988) e Burke (2008), abordam a importância do livro como fonte de pesquisa na História da educação matemática, com destaque para as contribuições de Valente (2008). A Cultura Escolar, conforme discutida por Julia (2001), é integrada na pesquisa buscando identificar a realidade social do período. Para caracterizar o Pensamento Algébrico utilizamos Ponte, Branco e Matos (2009), que o entendem que além de focar nos objetos, também devemos focar nas relações entre eles, pois precisamos representar e raciocinar sobre essas relações de forma geral e abstrata, o que envolve lidar com expressões algébricas, equações, inequações, sistemas de equações e funções. O estudo indica que, a análise inicial das questões, permitiu identificar possíveis potencialidades do Pensamento Algébrico, vinculadas ao ensino de aritmética, pois pode descrever e representar algumas relações identificadas para serem utilizadas no ensino primário usando uma linguagem natural.

Palavras-chave: Pensamento Algébrico; Aritmética Elementar; História da educação matemática.

¹ Discente no Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências, Educação Matemática e Tecnologias Educativas da Universidade Federal do Paraná - Setor Palotina. Membro do Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática – Paraná. abdoralmatematico@gmail.com

² Docente no curso de Licenciatura em Ciências Exatas e no Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências, Educação Matemática e Tecnologias Educativas da Universidade Federal do Paraná - Setor Palotina. Membro do Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática – Paraná. danileneberticelli@gmail.com

Introdução

A presente pesquisa inicial se propõe a realizar um estudo inicial no campo da História da educação matemática, com o objetivo de identificar atividades de aritmética que envolvem o Pensamento Algébrico no ensino primário, no livro Aritmética Elementar - Livro I, 4^a Edição, 1943 de George Augusto Büchler.

O Pensamento Algébrico vai além da simples manipulação de números e equações. Ele se manifesta como uma forma poderosa de pensar e resolver problemas, presente em diversos campos do conhecimento. Para isso, apoiamo-nos em Fiorentini, Miorim e Miguel (2016, p. 88) que afirmam que “não existe uma única forma de se expressar o Pensamento Algébrico”.

Corroborando Ponte, Branco e Matos (2009)

Ou seja, no pensamento algébrico dá-se atenção não só aos objectos mas principalmente às relações existentes entre eles, representando e raciocinando sobre essas relações tanto quanto possível de modo geral e abstracto. Por isso, uma das vias privilegiadas para promover este raciocínio é o estudo de regularidades num dado conjunto de objectos (Ponte; Branco; Matos; 2009, p.10).

Ainda de acordo com Fiorentini, Miorim e Miguel (2016):

Ele pode expressar-se através da linguagem natural, através da linguagem aritmética, através da linguagem geométrica ou através da criação de uma linguagem específica para esse fim, isto é, através de uma linguagem algébrica, de natureza estritamente simbólica (Fiorentini; Miorim; Miguel; 2016, p. 88).

Assim, o ser humano pode se comunicar de diversas maneiras: a) linguagem natural: é o meio usual de comunicação, através da fala e da escrita; b) linguagem aritmética: trata-se da linguagem dos números e das operações matemáticas; c) linguagem geométrica: usada para descrever e compreender formas, tamanhos e posições no espaço; e d) linguagem algébrica: uma linguagem específica para resolver problemas matemáticos de forma simbólica, utilizando letras e símbolos para representar números e operações.

De acordo com Miguel (1993), o ensino de matemática enfrenta grandes desafios atualmente. Isso acontece porque a matemática é vista pelos alunos como uma disciplina difícil de aprender. Logo, o estudo da História da educação matemática permite compreender como as práticas pedagógicas e os currículos

evoluíram ao longo do tempo, refletindo mudanças sociais, políticas e culturais (Valente, 2009).

Para a análise do livro, Valente (2023, p.2) afirma que “o texto serve-se de referências vindas da História Cultural, da História da Educação e mesmo de estudos mais recentes de História da educação matemática”. Segundo o mesmo autor, a História Cultural está fortemente vinculada à perspectiva das dinâmicas de apropriação, que envolvem o consumo criativo e interpretativo de bens culturais. Ainda para Valente (2023) esse conceito de apropriação é amplamente influenciado pelos estudos de Roger Chartier, que destacam como os indivíduos interagem com e reinterpretam esses bens culturais, atribuindo-lhes novos significados conforme o contexto de uso. E, neste caso, sabe-se que a produção de livros didáticos é elaborada por uma série de apropriações que fazem seus autores, tendo em vista obras de outros autores, de orientações oficiais para o ensino, de perspectivas pedagógicas, dentre vários outros elementos (Valente, 2023, p.2).

Através da análise de documentos históricos, como livros didáticos, podemos identificar as concepções matemáticas presentes em diferentes épocas, as práticas pedagógicas utilizadas e os desafios enfrentados pelos professores na implementação de um ensino de álgebra significativo para os alunos (Valente, 2023). Nesse contexto, a História da educação matemática pode assumir um papel importante para tentarmos compreender as diferentes concepções e metodologias de ensino que foram utilizadas ao longo do tempo para promover o desenvolvimento do Pensamento Algébrico no ensino primário.

O livro didático é importante na educação, transmitindo conhecimentos e refletindo as políticas e pedagogias de sua época, inserindo-se assim na cultura local (Valente, 2008). Aliás, este trabalho utiliza-se a base teórico-metodológica da História Cultural, em que para Chartier (1988, p.16-17) “A história cultural, tal como a entendemos, tem por principal objecto identificar o modo como em diferentes lugares e a história cultural, tal como a entendemos, tem por principal objecto identificar o modo como em diferentes lugares”.

Para Burke(2008)

O termo “cultura” é ainda mais problemático que o termo “popular”. [...] O termo cultura costumava se referir às artes e às ciências. Depois, foi empregado para descrever seus equivalentes populares - música folclórica, medicina popular e assim por diante. Na última geração, a palavra passou a

se referir a uma ampla gama de artefatos (imagens, ferramentas, casas e assim por diante) e práticas (conversar, ler, jogar) (Burke, 2008, p.30-31).

Assim, a História Cultural se concentra em como as sociedades se expressam e entendem a si mesmas através de suas artes, literatura, rituais, costumes e outras formas de cultura. Logo, a História Cultural dedica-se ao estudo das diferenças, debates e conflitos presentes nas tradições compartilhadas por culturas inteiras (Burke, 2008). No entanto, o que é mais frequente nas pesquisas com livros didáticos de matemática é usá-los para investigar temas específicos como fontes de pesquisa (Valente, 2008). Para Burke (2008) a história cultural é utilizada como uma resposta às abordagens anteriores de estudo do passado, que negligenciavam aspectos difíceis, mas essenciais, de serem compreendidos.

Ainda para Valente (2008)

Em realidade, o que mais comumente se tem feito, nas pesquisas com livros didáticos de matemática, é o seu uso para estudo de uma temática particular: um determinado tema, assunto ou item de conteúdo matemático torna-se objeto de estudo histórico, através de livros didáticos de outros tempos escolares (Valente, 2008, p.144).

Segundo Julia (2001), a cultura escolar é um conceito histórico complexo que vai além do que é ensinado de forma explícita e programada nas aulas. Ela abrange também objetivos educativos mais amplos, como os valores, normas e comportamentos que as escolas procuram inculcar nos alunos. Assim, a cultura escolar envolve não só o currículo oficial, mas também as lições de vida e as práticas sociais que ocorrem no ambiente escolar (Julia, 2001).

Assim, ao olhar para o livro Aritmética Elementar - Livro I, 4^a Edição, 1943 de George Augusto Büchler, buscaremos investigar algumas atividades aritméticas que apresentem elementos e características que podem constituir o Pensamento Algébrico, e por ventura, alocar uma possível potencialidade encontrada, através dos conteúdos matemáticos no livro, levando em conta a cultura escolar do período.

Desenvolvimento da pesquisa

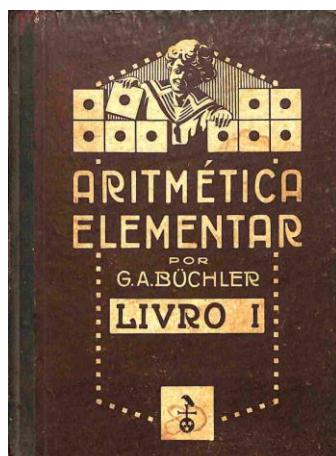
O livro Aritmética Elementar I³ de George Augusto Büchler (nasceu em 21 de maio de 1884, em Steinbach / Hessen), foi impresso nas oficinas gráficas da Companhia Melhoramentos de São Paulo. A versão digitalizada que usaremos neste trabalho é da 4^a edição. Embora não haja uma data de edição indicada, a Editora Melhoramentos forneceu a informação com base em seus catálogos (Silva, 2017).

Silva (2017) afirma que

Segundo informações fornecidas pela própria Editora Melhoramentos, foram publicados pela editora os seguintes livros do autor: *Arithmetica elementar*: livro I - para o ensino primário, de acordo com os *programmas officiaes* (1a ed., 1919a, 4a ed., 1942); *Arithmetica elementar*: caderno auxiliar do livro I (1a ed., 1919b); *Arithmetica elementar*: livro II - para o ensino primário, de acordo com os *programmas officiaes* (1a ed., 1921, 3a ed., 1935); *Arithmetica elementar*: livro III - para o ensino primário, de acordo com os *programmas officiaes* (1a ed., 1924, 3a ed., 1937). (Silva, 2017, p. 58)

A seguir apresentamos a capa do livro:

Figura 01: Capa do livro Aritmética Elementar - Livro I (1943)



Fonte: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/7073>

A capa do livro revela que ele foi destinado ao ensino primário, seguindo os programas oficiais, e que poderia ser utilizado em todos os estados do Brasil. No prefácio, Büchler compartilha sua visão sobre como estava o ensino de aritmética e explica que há um equívoco na forma como a aritmética é ensinada nas séries iniciais, onde se privilegia a abstração e o ensino mecânico e memorização da

³ Um exemplar desta edição, adquirido em um sebo em São Paulo, está disponível no acervo do Centro de Documentação do GHEMAT - Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil. Disponível em <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/7073>

matéria. Conforme sua visão, uma vez que o “espírito infantil só é capaz de noções concretas pela intuição direta, procuramos associar sempre às abstrações aritméticas as coisas ambientes” (Büchler, 1943). Ele também destaca a importância do método de estudo baseado na observação/intuição, conforme proposto por Johann Heinrich Pestalozzi (1746-1827). Assim, como consta no prefácio, há sinais de que Büchler se inspirou nas ideias de Pestalozzi e em sua própria experiência como professor de aritmética para a escola elementar.

Telo (2017) pesquisou sobre como os livros didáticos de matemática foram integrados aos processos de regulamentação estabelecidos no Brasil entre 1938 e 1971, pois implementava ali a primeira política federal para livros didáticos introduzida pelo Decreto-Lei nº 1.006/38, que criou a Comissão Nacional do Livro Didático e estabeleceu diretrizes para a produção, importação e uso desses livros em todo o país, especialmente no ensino primário. Durante esse período, Büchler se destacou como um dos autores com maior número de obras aceitas (Telo, 2017).

Partindo para a questão sobre atividades no referido livro, com fortes indícios da utilização do método intuitivo, voltamos para a questão da álgebra, onde para Ponte, Branco e Matos (2009, p.10) “aprender álgebra implica ser capaz de pensar algebricamente numa diversidade de situações, envolvendo relações, regularidades, variação e modelação”. Assim, reduzir a álgebra à simples manipulação de símbolos é deixar de lado toda a sua riqueza e complexidade (Ponte; Branco; Matos, 2009). Como resultado, os alunos podem acabar aprendendo os procedimentos entendendo o verdadeiro significado por trás deles.

Para caracterizar o Pensamento Algébrico Ponte, Branco e Matos (2009) inclui três vertentes: representar, raciocinar e resolver problemas.

Quadro 1 – Vertentes fundamentais do Pensamento Algébrico

Representar	<ul style="list-style-type: none">▪ Ler, compreender, escrever e operar com símbolos usando as convenções algébricas usuais;▪ Traduzir informação representada simbolicamente para outras formas de representação (por objectos, verbal, numérica, tabelas, gráficos) e vice-versa;▪ Evidenciar sentido de símbolo, nomeadamente interpretando os diferentes sentidos no mesmo símbolo em diferentes contextos.
Raciocinar	<ul style="list-style-type: none">▪ Relacionar (em particular, analisar propriedades);▪ Generalizar e agir sobre essas generalizações revelando compreensão das regras;

	<ul style="list-style-type: none"> Deduzir.
Resolver problemas e modelar situações	<ul style="list-style-type: none"> Usar expressões algébricas, equações, inequações, sistemas (de equações e de inequações), funções e gráficos na interpretação e resolução de problemas matemáticos e de outros domínios (modelação).

Fonte: Ponte, Branco e Matos (2009, p. 11)

Para nosso trabalho, estaremos voltados para a vertente do *representar*. Faremos uma análise inicial de algumas questões contidas no livro, a seguir.

Quadro 2 – Aritmética Elementar - Livro I (1943)

Atividade do livro Aritmética Elementar - Livro I (1943)	Descrição da atividade																																			
<p>2.</p> <tr><td>Chair</td><td>Chair</td><td>Chair</td><td>Chair</td><td>Chair</td><td>Chair</td></tr> <tr><td>Plate</td><td>Plate</td><td>Plate</td><td>Plate</td><td>Plate</td><td>Plate</td></tr> <tr><td>Cup</td><td>Cup</td><td>Cup</td><td>Cup</td><td>Cup</td><td>Cup</td></tr> <tr><td>Napkin</td><td>Napkin</td><td>Napkin</td><td>Napkin</td><td>Napkin</td><td>Napkin</td></tr> <tr><td>Knife</td><td>Knife</td><td>Knife</td><td>Knife</td><td>Knife</td><td>Knife</td></tr> <tr><td>Fork</td><td>Fork</td><td>Fork</td><td>Fork</td><td>Fork</td><td>Fork</td></tr>	Chair	Chair	Chair	Chair	Chair	Chair	Plate	Plate	Plate	Plate	Plate	Plate	Cup	Cup	Cup	Cup	Cup	Cup	Napkin	Napkin	Napkin	Napkin	Napkin	Napkin	Knife	Knife	Knife	Knife	Knife	Knife	Fork	Fork	Fork	Fork	Fork	Fork
Chair	Chair	Chair	Chair	Chair	Chair																															
Plate	Plate	Plate	Plate	Plate	Plate																															
Cup	Cup	Cup	Cup	Cup	Cup																															
Napkin	Napkin	Napkin	Napkin	Napkin	Napkin																															
Knife	Knife	Knife	Knife	Knife	Knife																															
Fork	Fork	Fork	Fork	Fork	Fork																															

 A note below the grid says: 'Para papai: 1 cadeira, 1 prato, 1 chícara, 1 guardanapo, 1 faca e 1 colher. Para mamãe? Para Amélia? etc.'"/>
 A atividade 2 apresenta membros de uma família: o pai, a mãe, Amélia, Otávio, Luiza, Vitor. Tem uma tabela contendo objetos que precisam estar relacionados com cada um dos membros. Para o papai: 1 cadeira, 1 prato, 1 xícara, 1 guardanapo, 1 faca e 1 colher. Para mamãe? Para Amélia? etc. || Fonte: BÜCHLER (1943, p.1) Possível potencialidade encontrada: A atividade deve descrever e representar as relações identificadas inicialmente usando a linguagem natural, ou seja, para cada membro haverá a mesma quantidade de objetos. Esta abordagem inicial pode identificar e representar relações que poderão contribuir para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico dos alunos. | |

Quadro 3 – Aritmética Elementar - Livro I (1943)

Atividade	Descrição da atividade

<p>6. Para ler e copiar.</p> <p>Experimentar com a balança.</p>	<p>A atividade 6 consiste em um quadro para leitura e cópia, onde são apresentados exemplos como $1=1$, $2=2$ e $1+1=1+1$. Anteriormente, na atividade 3, foi introduzida a imagem de uma balança. Na atividade 4, a balança aparece com pesos, mostrando situações em que o lado direito é mais pesado que o esquerdo, o lado esquerdo é mais pesado que o direito, ou ambos os lados têm o mesmo peso.</p>
<p>Possível potencialidade encontrada: A atividade descreve e representa as relações identificadas, começando pelo reconhecimento de igualdades simples e representando o resultado de operações aritméticas, o que, neste caso, é ilustrado através da balança.</p>	

Quadro 4 – Aritmética Elementar - Livro I (1943)

Atividade	Descrição da atividade
<p>3.</p> <p>3 são 2 de um lado, mais 1 do outro lado. 3 são 2 embaixo, mais 1 em-cima.</p>	<p>A atividade 3 indica: 3 são 2 de um lado, mais 1 do outro lado. 3 são 2 embaixo, mais 1 em-cima. Em seguida tem duas tabelas: $3=2+1$ e $3=1+2$.</p>
<p>Possível potencialidade encontrada: A atividade descreve e representa as relações identificadas com o algarismo 3 e pelo reconhecimento de igualdades simples e representando o resultado de operações aritméticas. A igualdade, simbolizada pelo sinal de igual (=), indica que ambos os lados da expressão têm o mesmo valor, ou seja, há uma decomposição para o número 3. Observar a estrutura das expressões ajuda a entender a relação entre os números e a importância da igualdade nas expressões numéricas. O professor deve mostrar que igualdades podem ser escritas de várias formas, como $a + b = c$ e $c = a + b$. Assim, o aluno começa por reconhecer diferentes formas de representar o número 3 através de igualdades numéricas.</p>	

Considerações finais

Considerando a História Cultural, percebemos que ela se concentra em como as sociedades se expressam e se compreendem através das artes, literatura, rituais, costumes e outras formas de cultura. Portanto, ao abordar a aprendizagem matemática, é indispensável levar em conta essas questões culturais, pois refletem concepções específicas de uma determinada época que influenciam o entendimento e a prática da matemática.

Ponte, Branco e Matos (2009, p. 9) afirmam que “o grande objectivo do estudo da Álgebra nos ensinos básico e secundário é desenvolver o pensamento algébrico dos alunos. Este pensamento inclui a capacidade de manipulação de símbolos, mas vai muito além disso”. Logo, a transição da aritmética para a álgebra no ensino primário representa um marco importante no desenvolvimento do Pensamento Algébrico dos alunos.

A análise inicial de questões do livro Aritmética Elementar de George Augusto Büchler permite identificar possíveis potencialidades do Pensamento Algébrico contidas no livro, pois pode descrever e representar algumas relações identificadas para ser utilizado no ensino primário usando uma linguagem natural, como operações básicas, o uso da igualdade e formas de como representar um número através da vertente do *representar*, mencionada acima.

Para os próximos trabalhos, sugerimos uma busca bibliográfica a fim de levantar trabalhos no campo, para promover reflexões sobre a relevância da História da educação matemática para a compreensão das práticas pedagógicas atuais. Outro ponto importante será a investigação detalhada do Pensamento Algébrico, ou pelo menos do entendimento de álgebra naquela época. Articular o Pensamento Algébrico com os conhecimentos de aritmética, uma vez que esses campos estão inteiramente vinculados. Esta abordagem não apenas enriquecerá nosso entendimento teórico, mas também proporcionará uma perspectiva melhor destes conhecimentos matemáticos, destacando como a aritmética moldou o desenvolvimento do Pensamento Algébrico ao longo do tempo.

Acreditamos que este estudo possa contribuir para a construção de uma base sólida para futuras pesquisas na área, que possibilitem a construção do Pensamento Algébrico mais eficaz e significativo aos alunos.

Referências

- BÜCHLER, G. A.(1943) Aritmética Elementar. Vol. 1. 4^a ed. São Paulo: **Melhoramentos**.
- BURKE, P. (2008) **O que é História Cultural?** Trad. Sergio Goes de Paula. 2^a ed. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editora.
- CANAVARRO, A. P. (2007) O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. **Quadrante**, 16(2), 81–118. <https://doi.org/10.48489/quadrante.22816>
- CHARTIER, R. (1988) **A história cultural entre práticas e representações**. Trad. de Maria Manuela Galhardo. Lisboa: Difusão Editora.
- FIORENTINI, D; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. (2016) A contribuição para repensar ... a educação algébrica elementar. **Pro-Posições**, Campinas, SP, v. 4, n. 1, p. 78–91. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/proposic/article/view/8644384>.
- JULIA, D. (2001) A Cultura Escolar como Objeto Histórico. Tradução: Gizele de Souza. **Revista Brasileira de História da Educação**. São Paulo: Autores Associados/SBHE, n.1, p. 9-43. Disponível em: <https://periodicos.uem.br/ojs/index.php/rbhe/article/view/38749>
- MIGUEL, A. (1993) **Três estudos sobre história e educação matemática**. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação. UNICAMP, Campinas.
- PONTE, J. P; BRANCO, N; MATOS, A. (2009) **Álgebra no ensino básico**. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/267842645_ALGEBRA_NO_ENSINO_BASICO
- SILVA, C. M. S. da. (2017). Imagens nos livros didáticos de matemática: Georg Augusto Büchler e Karl Sölter. Acta Scientiarum. Education, 39(1), 55-65. https://doi.org/10.4025/actascieduc.v39i1.28468
- TELO, R. M. (2017) **As comissões avaliadoras de livros didáticos entre 1938 e 1971 no Brasil**. Dissertação de Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.
- VALENTE, W. R. (2023) Breve história de uma ‘Matemática a ensinar’ para o 1º grau. **Revista Brasileira de História da Educação**, 24(1), e301. <https://doi.org/10.4025/rbhe.v24.2024.e301>

VALENTE, W. R. (2009) **História da educação matemática: uma introdução**. São Paulo: Editora Livraria da Física

VALENTE, W. R. (2008) Livro didático e educação matemática: uma história inseparável. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 16, n. 2, p. 139–162. DOI: 10.20396/zet.v16i30.8646894. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646894>.