



7Enaphem

História da Educação Matemática nos caminhos do mundo digital e da democratização do conhecimento

O Produto Educacional “EnsiGA Podcast – Ensino de Geometria Analítica: perspectiva histórica”

The Educational Product ‘EnsiGA Podcast – Teaching Analytic Geometry: A Historical Perspective’

Daniel José de Paula¹

Maria Cristina Araújo de Oliveira²

Resumo

Este artigo apresenta um Produto Educacional (PE) desenvolvido em conjunto com uma dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática, que investigou a Geometria Analítica (GA) em livros didáticos brasileiros para o ensino superior nas décadas de 1960 e 1970. A pesquisa analisou como a GA foi sistematizada nesses livros e suas motivações, utilizando uma abordagem histórica e metodológica baseada em referências adotadas pelo Grupo de Pesquisa em História da Educação Matemática (GHEMAT). A pesquisa identificou a presença de GA em diferentes contextos e livros didáticos brasileiros, destacando variações no tratamento do conteúdo. O Produto Educacional descrito consiste em um podcast denominado "EnsiGA Podcast – Ensino de Geometria Analítica: perspectiva histórica", destinado a divulgar a pesquisa de maneira acessível para o público acadêmico e não acadêmico, abordando a importância da História da Educação Matemática para a Educação Matemática. Foram produzidos quatro episódios com participações de professores da educação básica e do ensino superior, além de estudantes da licenciatura em matemática. O PE foi criado e divulgado na plataforma de áudios *spotify*.

Palavras-chave: Geometria Analítica; Produto Educacional; Podcast; História da educação matemática.

Considerações Iniciais

O presente artigo pretende apresentar e divulgar o Produto Educacional (PE) elaborado de forma conjunta com a dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática: A Geometria Analítica em livros didáticos de autores brasileiros para o ensino superior: circulação no contexto da UFJF nas décadas de 1960 e 1970.

¹ Mestre em Educação Matemática. Professor no Colégio de Aplicação João XXIII/UFJF. Membro do GHEMAT-UFJF, danieljose.paula@ufjf.br

² Pós-doutora em Educação Matemática. Professora na UFJF, coordenadora do GHEMAT-UFJF, cristina.oliveira@ufjf.br.

A pesquisa mencionada investigou com perspectiva histórica o ensino de Geometria Analítica, em nível universitário, considerando referências teórico-metodológicas adotadas pelo Grupo de Pesquisa em História da educação matemática (GHEMAT), núcleo UFJF, a qual está articulada com um projeto maior do grupo denominado “Escolarização da Geometria Analítica: perspectiva histórica”.

A Geometria Analítica (GA) como componente curricular é um tema particularmente interessante. Na perspectiva da História da Matemática, os trabalhos de Descartes e Fermat vão, a partir do século XVII, dar início ao que veio a se constituir como a Geometria Analítica em virtude de um processo de legitimação dos procedimentos algébricos, em nível de igualdade aos geométricos historicamente consolidados (ROQUE, 2012).

A GA é um conteúdo matemático que foi sendo desenvolvido primeiramente no âmbito acadêmico e há indícios que em meados do século XIX começa a ser inserida no ensino secundário, uma tendência internacional e recorrente de incluir conteúdos matemáticos (tratados inicialmente somente no ensino superior), no secundário de modo a aproximar os estudos do tema nesses dois níveis.

No decorrer dos anos, um marco para o ensino de GA no ensino superior é a circulação de livros didáticos escritos por autores brasileiros, por volta de 1960. De acordo com Soares (2013), que estudou a trajetória da GA como componente curricular no curso de matemática da UFJF nas décadas de 1960 e 1970, até a década de 1950 circulou no Brasil, inicialmente, exemplares de autores estrangeiros, nas línguas originais ou traduzidos para o português. Na década de 1960 começam a surgir livros escritos por autores brasileiros.

Desse modo, definimos como recorte temporal as décadas de 1960 e 1970 por se tratar de um período em que aparentemente ocorreram mudanças relativas ao ensino de GA ou ao que se apresenta nos livros deste tema, tornando-se assim um ponto instigante para compor o processo histórico do ensino da GA pretendido.

O objetivo da pesquisa foi investigar como se configura a GA em livros para o ensino superior nas décadas de 1960 e 1970, a partir de obras específicas desse assunto produzidas por autores brasileiros; buscando compreender as ideias propostas para o ensino e as finalidades com as quais tais exemplares foram desenvolvidos, semelhanças e diferenças entre as obras. Em suma, construir uma

representação histórica sobre esse ensino problematizando a GA sistematizada nesses exemplares. Procurou também analisar e discutir a possibilidade de apreender saberes profissionais para o ensino de GA por meio de uma análise histórica de livros didáticos.

Por se tratar de uma pesquisa no programa de pós-graduação da UFJF e havendo a possibilidade de contato com exemplares físicos em acervos da instituição, ficou estabelecido fixar a busca nesse lócus. Foi realizado um levantamento de livros de GA para o ensino superior nas décadas citadas, de autoria de professores brasileiros e selecionados estes exemplares físicos presentes nos acervos das Bibliotecas da UFJF:

- Acervo: Biblioteca do Instituto de Ciências Exatas – UFJF: *Elementos de Geometria Analítica Plana*, de Edgard de Alencar Filho. Edição: 2^a edição. Ano: 1964. Editora: Livraria Nobel S. A; *Geometria Analítica Plana*, de Hélio Siqueira Silveira. Ano: 1968. Publicação: UFJF; *Geometria Analítica Plana - Tratamento vetorial*, de Zózimo Menna Gonçalves. Ano: 1978. Editora: Livros Técnicos e Científicos Editora S/A; *Geometria Analítica no espaço - Tratamento vetorial*, de Zózimo Menna Gonçalves. Ano: 1978. Editora: Livros Técnicos e Científicos Editora S/A.
- Acervo: Biblioteca Universitária (Central) – UFJF: *Cálculo Vetorial e Geometria Analítica*, de Maria Helena Novais. Ano: 1973. Editora: Editora Edgard Blucher Ltda.

Estudo historiográfico realizado

A pesquisa foi realizada tomando como referencial teórico-metodológico conceitos que embasam as investigações em História da educação matemática produzidas por membros do GHEMAT-UFJF. Apoiamo-nos em contribuições da História Cultural por meio de Chartier (1990); nos conceitos de saberes profissionais (a ensinar e para ensinar), que são frutos de pesquisas desenvolvidas pela Equipe de Pesquisa em História das Ciências da Educação (ERHISE) da Universidade de Genebra e estão sendo apropriados pelo GHEMAT; o livro didático como fonte de pesquisa por meio de Choppin (2002, 2004) e, contamos com Valente (2018) no processo de investigação histórica acerca dos saberes profissionais.

As questões que nortearam a pesquisa foram: *qual a Geometria Analítica sistematizada em exemplares de autores brasileiros das décadas de 1960 e 1970 para o ensino no nível superior? Quais motivações e referências marcaram a produção dessas obras? Quais saberes são sistematizados para o ensino de GA neste período?*

Para a análise das fontes, os livros de Geometria Analítica, consideramos cinco critérios elaborados a partir de uma primeira lida geral das obras, captando informações de estrutura, os conteúdos presentes e maneiras que os autores definiram os conceitos. Assim, elencamos os critérios de análise:

1. Analisar o prefácio – a fim de identificar a proposta da obra ou demais contribuições do(a) autor(a); tomando como referência a História Cultural, de Chartier, o prefácio se torna etapa contribuinte para entender contexto histórico e cultural do livro.
2. Observar o tratamento dado a GA (vetorial, algébrico, geométrico ou ambos) e se há uma GA mais plana ou espacial;
3. Analisar o conceito de vetor nas obras – como os autores definem este conceito central na geometria analítica.
4. Verificar as propostas metodológicas para desenvolvimento do conteúdo – aspectos relacionados à como o ensino da GA é posta nos exemplares, ou seja, identificar a apresentação do conteúdo, exemplos e outros indicativos que podem auxiliar o ensino em termos de organização didática e possível presença de saberes para ensinar geometria analítica;
5. Examinar as propostas de exercícios ou problemas – identificar os tipos de exercícios/problemas e suas finalidades, considerando o que se entendia por “exercícios” ou “problemas” em cada obra e no contexto da época.

Principais resultados

Dante das análises históricas das fontes citadas, considerando o escopo

teórico, as questões norteadoras e os critérios de análise estabelecidos, foi observado que, nas obras analisadas, levando em conta livros presentes nas bibliotecas da UFJF, cada uma apresenta uma proposta de ensino de Geometria Analítica própria. O livro de Filho (1964) propõe uma GA plana caracterizada pelo tratamento algébrico com poucas representações gráficas; Silveira (1968) também trabalha a GA plana, mas diferente de Filho, aborda vetorialmente e incentiva a visualização geométrica dos conceitos.

Novais (1973) discute a GA plana com tratamento vetorial e alguns tópicos da GA espacial, como superfícies de revolução e quádricas. A autora mobiliza a linguagem da Teoria de Conjuntos para o ensino de GA ao definir conceitos utilizando termos como “correspondência biunívoca entre conjuntos”. No entanto, ela não se apoia com frequência em representações gráficas. E, Gonçalves (1978), nas suas duas obras, estimula uma GA com tratamento vetorial e com bastante uso de representações gráficas para a visão geométrica, sendo a primeira a GA plana e a segunda a GA no espaço.

Sendo assim, nas décadas de 1960 e 1970, tomando como base as obras analisadas, a GA no ensino superior contemplava em sua maioria a perspectiva plana e em algumas a GA espacial.

Entendemos aqui motivações e referências para a produção das obras tanto do contexto da época (autores de outros exemplares, outros professores) bem como, da própria prática docente de cada autor. Nas obras analisadas, as principais referências ou motivações que notamos são em relação a cada contexto em que foram produzidas. A maioria dos livros analisados foram produzidos a partir de necessidades que surgiram para cada autor.

A autora Maria Helena Novais registrou no prefácio que o exemplar contemplava o programa da disciplina Geometria Analítica na UFPE; embora não tenhamos a confirmação que ela foi professora de GA nessa universidade fica colocada a hipótese dada a especificidade de a proposta atender ao programa da disciplina.

O autor Zózimo Menna Gonçalves atribuiu a produção de seus livros analisados neste trabalho ao conteúdo programático das “novas” disciplinas que surgiram no Instituto de Matemática da UFF, onde ele atuava como professor. Informação descrita pelo próprio autor nos prefácios dos dois exemplares. Assim, sua principal motivação para desenvolver estas obras parece decorrer da necessidade de atender uma demanda: suporte a disciplinas universitárias recém-criadas.

O autor Hélio Siqueira Silveira foi comprovadamente professor de Geometria Analítica na UFJF, conforme Soares (2013), que inferiu que Silveira foi referência no ensino da disciplina, produzindo notas de aulas utilizadas inclusive como indicações bibliográficas na ementa da disciplina durante longo período na instituição. Suas notas de aulas se tornaram apostilas e, como consequência, uma das apostilas se tornou o livro que analisamos aqui.

Dessa maneira, atribuímos como uma referência para Silveira (1968) a sua prática docente e experiência com o ensino de GA constatada também pelo autor do prefácio de seu livro, o professor e autor de livros Roberto Peixoto.

Identificamos como indícios de saberes *a ensinar* geometria analítica nas décadas de 1960 e 1970: o uso da linguagem da teoria de conjuntos, o tratamento vetorial no plano e no espaço, o tratamento algébrico, o uso de conceitos da trigonometria e da geometria euclidiana plana e espacial. E, como saberes *para ensinar* a organização didática predominante composta por apresentação da teoria, exemplos e exercícios. Conforme nosso referencial teórico-metodológico, sistematizamos esses conceitos como saberes *a* e *para ensinar* geometria analítica no superior nas obras analisadas.

O PRODUTO EDUCACIONAL

Por se tratar de uma pesquisa de Mestrado Profissional, é necessário que, juntamente com a dissertação, seja desenvolvido o "Produto Educacional – (PE)", também denominado "Processo Educacional". Este produto representa um resultado concreto, surgido de um processo criado a partir de uma atividade de pesquisa.

Deve apresentar, em sua descrição, as especificações técnicas, ser

compartilhável, registrado em plataforma, apresentar aderência às linhas e aos projetos de pesquisa do PPG, apresentar potencial de replicabilidade por terceiros, além de ter sido desenvolvido e aplicado para fins de avaliação, prioritariamente, com o público-alvo a que se destina (RIZZATTI, I. M. et al, 2020, p. 4).

Em busca de inovação em produtos educacionais nas pesquisas sobre temáticas da História da educação matemática, propomos desenvolver um *podcast* com objetivo de divulgar projetos da área para outros espaços além da academia.

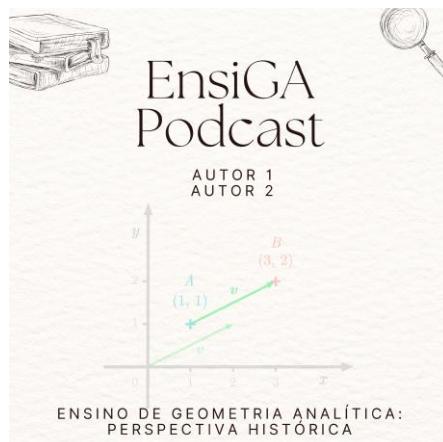
Sabemos que a universidade pública é uma instituição que forma profissionais e desenvolve inúmeras pesquisas que contribuem para a sociedade como um todo. Contudo, ainda se percebe que a ligação entre universidade e sociedade é restrita exclusivamente a uma parcela elitizada e privilegiada.

Em particular, observo que a pesquisa em História da educação matemática não é amplamente divulgada fora do seu campo de pesquisadores, havendo uma grande distância entre os projetos desenvolvidos e a sociedade civil. Desse modo, considero que uma produção midiática, como *podcast*, pode abrir outro caminho para exposição de pesquisas nessa área.

Além disso, os episódios contaram com a participação de professores da educação básica, do ensino superior e estudantes do curso de licenciatura em matemática. Essas colaborações são essenciais para o objetivo do Produto Educacional, abrangendo a possibilidade de tratar com naturalidade e um pouco menos de formalidade a perspectiva histórica do ensino de Geometria Analítica (GA).

Desse modo, atribuímos como título do produto: “EnsiGA Podcast – Ensino de Geometria Analítica: perspectiva histórica”. Para uma divulgação mais ampla, o *podcast* foi produzido e disponibilizado na plataforma de áudios, *Spotify*, bem como publicado no site do Laboratório de história da educação matemática (LaHem). A capa criada para o produto pode ser conferida na figura abaixo:

Figura 01: Logo do 7º Enaphem



Fonte: Autoria própria (2024)

Nosso objetivo foi de produzir uma série de quatro episódios para divulgar o processo histórico do ensino de GA analisado na pesquisa citada em termos mais acessíveis para, além de pesquisadores e pós-graduandos em Educação Matemática, professores e estudantes distantes do meio acadêmico.

JUSTIFICATIVA TEÓRICA

Paralelamente a finalidade de divulgação ampla das pesquisas em História da educação matemática, nossa proposta tomou como objetivo reforçar o papel da História da educação matemática em sua relação com a Educação Matemática (EM) discutido por Matos (2020). O autor afirma que muitos educadores matemáticos não se interessam por investigações históricas.

Ele traz três justificativas sobre a importância de incluir uma perspectiva histórica na EM. Para ele, tais justificativas abrangem aspectos que enriquecem as pesquisas, mas nenhuma responde à questão “qual a relevância da História da educação matemática para a Educação Matemática?”, pois “a utilidade do conhecimento histórico mede-se no médio e no longo prazo, como a de outras áreas científicas ditas fundamentais, e a utilidade para o presente não deve ser confundida com utilidade imediata” (MATOS, 2020, p. 27).

As justificativas apresentadas por Matos (2020) são: *identidade da Educação Matemática*; *qualidade da pesquisa* e *intervenção*. A primeira refere-se a uma articulação entre uma visão futura (em busca de pesquisas promissoras, o que pode ser relevante) e uma visão do passado do campo acadêmico da Educação

Matemática (como o ensino e a aprendizagem evoluíram). Essa articulação auxilia na compreensão de que “muito do que se imagina inovador tem, na verdade, raízes profundas no passado” (MATOS, 2020, p.27).

A segunda justificativa diz respeito ao conhecimento das evidências do passado e como elas se refletem no presente, pois “só o conhecimento do passado nos permite compreender como o presente é apenas uma etapa de um longo processo de evolução que já conheceu muitas realidades que antes pareciam tão naturais como a do presente” (MATOS, 2020, p. 28).

A terceira justificativa retrata a ação, ou seja, a partir do momento que se tem o conhecimento do passado, permite-se intervir adequadamente no presente. Pois, “como afirmam diversos escritores, entre os quais o próprio Clements, ‘os que não conhecem o passado estão condenados a repeti-lo’” (MATOS, 2020, p.29).

Portanto, esperamos que este Produto Educacional seja uma oportunidade de ampliar a atenção que a História da educação matemática merece, considerando sua colaboração com a Educação Matemática.

EPISÓDIOS

- Episódio 1: Abertura/Apresentação – Participação: membros do GHEMAT-UFJF; levamos em consideração membros do grupo GHEMAT-UFJF já familiarizados com a pesquisa de mestrado que mobilizou a criação deste PE. As participantes foram as professoras e pesquisadoras: Geovanna Vilela (Mestranda em Educação Matemática na UFJF) e Letícia Genevain (Mestra em Educação Matemática pela UFJF, Professora nas redes municipal e estadual em Juiz de Fora).
- Episódio 2: Qual o melhor livro para ensinar GA? – Participação: Duas professoras que lecionam ou lecionaram GA no ensino superior e uma professora da Educação Básica que trabalha ou já trabalhou com a GA para o Ensino Médio; No ato do convite para as docentes explicamos qual é a temática, apresentamos um breve resumo da pesquisa de mestrado profissional a fim de preparar as convidadas para os debates que viriam compor o episódio. As professoras convidadas foram: Cristiane Mendes (UFJF), Célia Leme (UNESP) e Lectícia Sobreiro (Mestranda em Educação

Matemática na UFJF, Professora nas redes municipal e estadual em Juiz de Fora).

- Episódio 3: O conceito de vetor em duas ou três dimensões? Qual o melhor tratamento? – Participação: Duas licenciandas em Matemática da UFJF; como movimentação inicial para este episódio, foi elaborado e aplicado um questionário, disponível no Apêndice I, para que licenciandos (as) em matemática da UFJF ou de outros cursos da área de exatas que estudam a disciplina GA, coloquem suas visões sobre suas vivências no estudo da Geometria Analítica durante a graduação. A proposta desse questionário é direcionar a participação destes, além de apresentar a pesquisa e os livros analisados que estão disponíveis nas Bibliotecas da UFJF, inclusive investigar se algum discente chegou a utilizar um desses exemplares em algum momento. As discentes convidadas foram Letícia Pereira (Licencianda em Matemática - UFJF) e Thaís Souza (Licencianda e Bacharelanda em Matemática – UFJF).
- Episódio 4: História da educação matemática na formação e atuação docente e Conclusões – Participação: professores da educação básica e do ensino superior, membros do GHEMAT-UFJF. (Até a presente escrita, este episódio ainda não foi divulgado); este episódio tem como proposta discutir algumas conclusões que poderemos levantar a partir dos episódios anteriores articulados com a pesquisa, dialogar com professores da educação básica e ensino superior sobre a temática, sobre a história da educação matemática na formação e na atuação docente e, quem sabe, projetar alguma continuação. Convidados: Éder Lisboa (Doutorando em Educação Matemática na UFJF e professor no Instituto Federal de Juiz de Fora) e Cleiton Martins (Mestrando em Educação Matemática na UFJF e professor das redes municipal e estadual em Juiz de Fora).

Algumas questões que guiaram as discussões nos episódios:

- (aos professores que lecionam GA) qual o “melhor livro” para o ensino de GA? – discussão esta que guiou o segundo episódio, levantando reflexões sobre a importância de ser ter um livro texto, do contexto escolar e da prática docente;

como você escolhe o livro didático que irá apoiar sua prática docente no ensino de GA? – o que permitiu discutir a contribuição desta pesquisa ao olharmos para as diferentes abordagens do conteúdo de GA em livros de outras épocas;

- (aos estudantes de licenciatura) ao estudar GA na graduação, vocês sentiram dificuldades com o conceito de vetor? – levantando discussões a respeito da vivência do estudante de GA com tal conceito e apresentamos que, conforme nossa pesquisa há muitas formas de abordar essa definição; já se perguntaram por que este conceito é tratado na disciplina GA sem muita ênfase sob o seu aspecto geométrico, enquanto nos Cálculos e nas Físicas as características geométricas do vetor são fundamentais para o entendimento dos conceitos e os desenvolvimentos algébricos decorrentes? – permitiu dialogar com as formas que o vetor é tratado nos livros analisados e quais as heranças desses tratamentos ao longo da história do ensino de GA.

O EnsiGA Podcast pode ser conferido por meio do link: [EnsiGA Podcast](#).

Referências

- Chartier, R. (1990) *A história cultural: entre práticas e representações*. Tradução de Maria Manuela Galhardo. (v. 1, 2. ed.). Rio de Janeiro, RJ: Bertrand Brasil.
- Choppin, A. (2002) O historiador e o livro escolar. *História da Educação*, 6(11), 79-109.
- Choppin, A. (2004) História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. *Educação e pesquisa*, 30, 549-566.
- Gonçalves, Z. M. (1978) *Geometria Analítica Plana - Tratamento Vetorial*. Rio de Janeiro, RJ: Livros Técnicos e Científicos Editora S/A.
- Gonçalves, Z. M. (1978) *Geometria Analítica no espaço - Tratamento Vetorial*. Rio de Janeiro, RJ: Livros Técnicos e Científicos Editora S/A.
- Hofstetter, R; Schneuwly, B. (2017) Saberes: um tema central para as profissões do ensino e da formação. In: Hofstetter, R; Valente, W. (2017) *Saberes em (trans)formação: tema central da formação de professores*. (1^a edição) São Paulo, SP: Livraria da Física.
- Matos, J. M. (2020). Prefácio: História da educação matemática e educação matemática. *História da Educação Matemática e Formação de Professores: aproximações possíveis*, 19-51.
- Novais, M. H. (1973) *Cálculo Vetorial e Geometria Analítica*. São Paulo, SP: Editora Edgard Blucher Ltda.

- Silveira, H. S. (1968) *Geometria Analítica Plana*. Juiz de Fora: Sociedade Propagadora Esdeva. (Publicação Universidade Federal de Juiz de Fora).
- Soares, S. R. (2013) *Um estudo histórico do ensino de geometria analítica no curso de matemática da UFJF nas décadas de 1960 e 1970*. (Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática). Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora.
- Rizzatti, I. M., Mendonça, A. P., Mattos, F., Rôças, G., da Silva, M. A. B. V., de S Cavalcanti, R. J., & de Oliveira, R. R. (2020). Os produtos e processos educacionais dos programas de pós-graduação profissionais: proposições de um grupo de colaboradores. *ACTIO: docência em ciências*, 5(2), 1-17.
- Roque, T. (2012). *História da matemática – Uma visão crítica: desfazendo mitos e lendas*. Editora Schwarcz-Companhia das Letras.
- Valente, W. R. (2018) Processos de investigação histórica da constituição do saber profissional do professor que ensina matemática. *Acta Scientiae*, 20(3), 377-385.