



SÉTIMO ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA
EM HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

7º Enaphem

História da Educação Matemática nos caminhos do mundo digital e da democratização do conhecimento

O que a história nos conta sobre a Teoria da Probabilidade?

What does history tell us about Probability Theory?

Gerlan Silva da Silva¹

Regina Célia Grando²

Resumo

Este artigo apresenta uma visão histórica da Teoria da Probabilidade, desde a antiguidade até o século XX, com o objetivo de mostrar seu movimento complexo e multifacetado. Organizado em uma linha do tempo que abrange quatro períodos distintos (pré-história da probabilidade, surgimento do conceito, desenvolvimento da Probabilidade Clássica e período moderno), o texto destaca as contribuições essenciais de matemáticos para o Cálculo de Probabilidade. A análise revela que a teoria foi formada por diversas contribuições de mentes brilhantes de diferentes épocas e contextos, incluindo matemáticos, filósofos, estatísticos e cientistas. Essa evolução conceitual e epistemológica teve um impacto profundo no desenvolvimento da teoria e influenciou os processos de ensino e de aprendizagem.

Palavras-chave: Epistemologia. História da Matemática. Acaso. Probabilidade.

Introdução

Em um artigo intitulado "A Sketch of the History of Probability Theory", publicado em 1981 na revista coreana "The Mathematical Education", os autores Dahlke, Fakler e Morash relataram que determinar com certeza absoluta o que impulsionou as primeiras investigações humanas sobre a probabilidade é uma tarefa desafiadora. No contexto incerto da pré-história, só conseguimos reunir indícios, em vez de provas conclusivas, sobre os interesses, objetivos e ideias que levaram ao desenvolvimento da teoria da probabilidade. Alguns sinais sugerem que fatores religiosos e econômicos desempenharam um papel importante (David, 1962; Vega-

¹ Doutorando em Educação pela Universidade Federal de São Carlos (UFSCar). Integrante do Grupo de Estudos e Pesquisas em Processos Formativos em Educação Matemática (GEPPROFEM). E-mail: gerlanmatfis@gmail.com

² Professora Titular do Departamento de Metodologia de Ensino da Universidade Federal de Santa Catarina. Líder do Grupo de Estudos e Pesquisas em Processos Formativos em Educação Matemática (GEPPROFEM). E-mail: regrando@yahoo.com.br

Amaya, 2002; Viali, 2008). No entanto, o amor do homem pelo jogo parece ser o fator mais recorrente nesse processo.

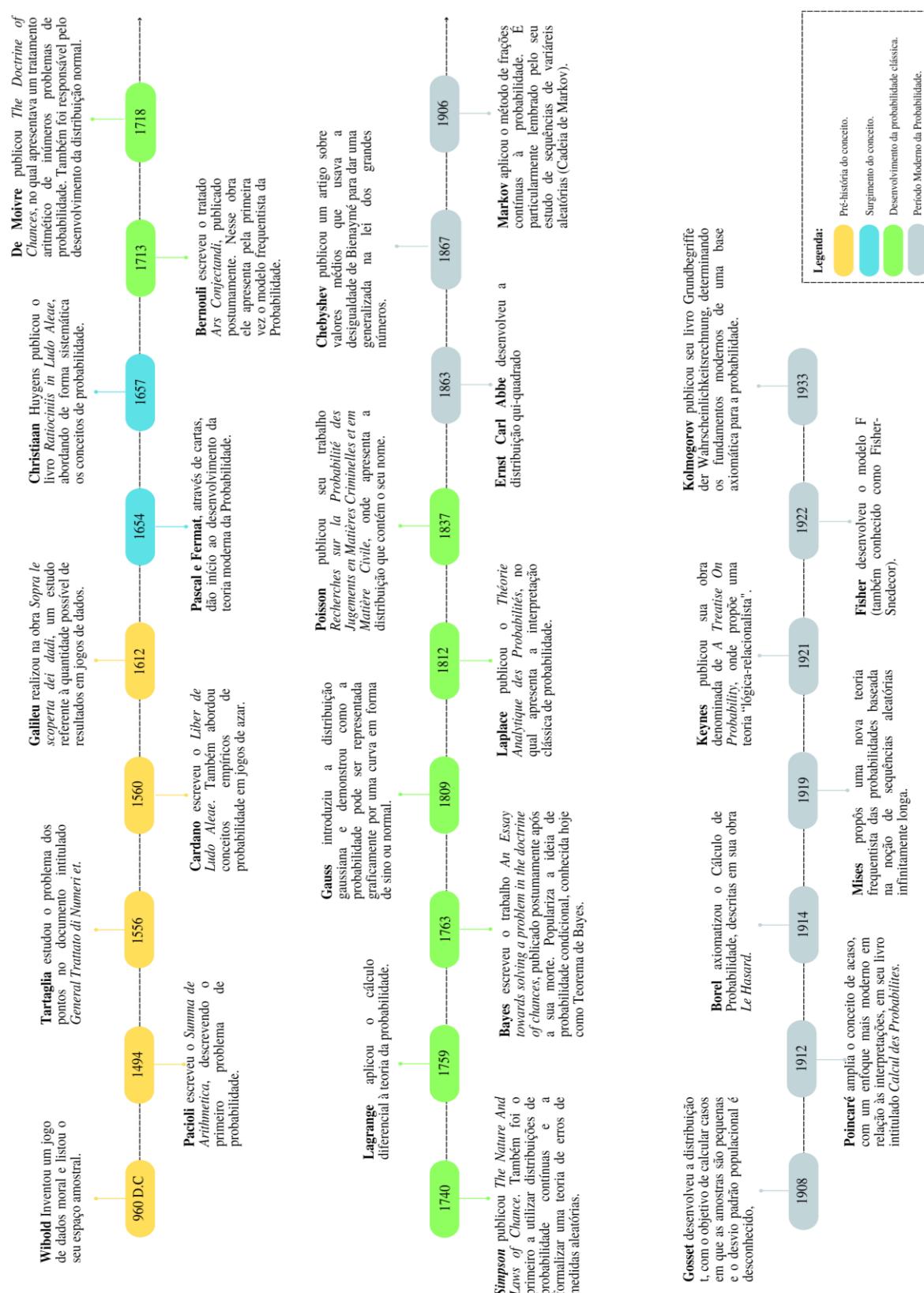
Historicamente, a palavra probabilidade está associada ao termo latino "probo" e aos termos ingleses *probe* e *probable*. Em várias línguas, essa palavra, quando usada em um contexto matemático, tinha um significado semelhante a plausibilidade. Nos tempos antigos, o conceito de probabilidade surgiu em problemas relacionados a jogos de azar, onde se lidava com a questão de ganhar ou perder (Batanero & Romero, 1995; Vega-Amaya, 2002; Viali, 2008; Debnatha & Basu, 2014).

É lógico pensar que esses jogos despertaram o interesse humano pela probabilidade, pois oferecem uma forma conveniente de descrever fenômenos de chance. Esse papel dos jogos de azar está bem documentado e indica que os problemas associados a eles foram fundamentais no desenvolvimento inicial da teoria da probabilidade. Mesmo aqueles que se opõem ao jogo por razões morais devem reconhecer que ele desempenhou um papel crucial na formação da probabilidade, apesar de suas controvérsias.

É importante destacar que a história da teoria da probabilidade, muitas vezes, é abordada de forma secundária em textos e documentos que tratam de uma área intimamente relacionada a ela: a Estatística. Isso pode dificultar a distinção entre os desenvolvimentos em probabilidade e estatística, bem como levar a uma compreensão incompleta da história da probabilidade como disciplina separada. Essa dificuldade em distinguir entre probabilidade e estatística muitas vezes resulta da sobreposição das duas áreas ao longo do tempo. Embora interconectadas, as origens e os desenvolvimentos dessas disciplinas possuem trajetórias distintas.

Devido à multifacetada história da probabilidade e sua complexidade (Batanero, 2005; Debnatha & Basu, 2014; Viali, 2008), é difícil estabelecer uma linha cronológica (Figura 01) clara e linear dos eventos e desenvolvimentos importantes. As contribuições e ideias dos diversos cientistas que trabalharam na área não ocorreram em uma ordem cronológica precisa, e muitas vezes houve interações e influências mútuas entre essas ideias. Ainda assim, aprender com o passado e avaliar o progresso da teoria da probabilidade ao longo do tempo é fundamental para entendermos sua evolução e aplicação.

Figura 01: Linha do tempo do desenvolvimento histórico da Teoria da Probabilidade (960 D.C – 1933)



Fonte: Autores (2023)

Embora possamos estabelecer uma linha do tempo aproximada da história da probabilidade, esta não é linear e deve ser vista como uma simplificação útil para entender a evolução da teoria. Além disso, é importante lembrar que a história da probabilidade se constitui de ideias e conceitos que evoluíram ao longo do tempo, não apenas de fatos isolados ocorridos em determinados períodos. É essencial analisar o contexto e as influências que levaram ao desenvolvimento dessas ideias e conceitos para compreendermos a complexidade e a não linearidade da história da probabilidade.

Conforme ilustrado na Figura 1, para facilitar o estudo do desenvolvimento da teoria da probabilidade ao longo dos séculos, dividimos sua história em quatro períodos distintos: i) pré-história do conceito; ii) surgimento do conceito; iii) desenvolvimento da probabilidade clássica; e iv) período moderno da probabilidade.

É importante destacar que, embora essa divisão em períodos seja uma ferramenta útil para organizar o estudo da evolução da teoria da probabilidade, ela não captura completamente a complexidade e a interconexão dos desenvolvimentos históricos. Muitos dos avanços na teoria ocorreram simultaneamente em diferentes partes do mundo e em diferentes áreas.

Pré-História da Probabilidade: origem nos jogos de azar

Os primeiros registros de probabilidade surgem através de jogos de azar, com dados primitivos descobertos em sítios arqueológicos da Mesopotâmia e do vale do Nilo, datando do período paleolítico. Esses dados, feitos de ossos de animais como ovelhas e cavalos, eram conhecidos como *astrágilos* ou tálus e foram amplamente utilizados na Antiguidade, especialmente na Mesopotâmia e na Grécia, tanto para entretenimento quanto possivelmente para fins religiosos e simbólicos. Segundo Vega-Amaya (2002), os povos da Mesopotâmia usavam astrágilos entalhados para jogos, e pinturas em tumbas egípcias indicam seu uso também em contextos religiosos. Batanero e Romero (1995) relatam que esses ossos eram usados para prever o futuro, tomar decisões e entreter, sem dar vantagem a nenhum jogador, pois o resultado era considerado aleatório.

O *astrágalo*, com suas seis faces desiguais, apresentava uma distribuição de probabilidades que o tornava ideal para jogos de azar. Faces como 1 e 6 tinham uma

probabilidade de 12%, enquanto 3 e 4 tinham 37% e 39%, respectivamente, aumentando a imprevisibilidade e o desafio do jogo (Viali, 2008). No século X, o Bispo Belga Wibold (~960 d.C.) desenvolveu o *Ludus Regularis Seu Clericalis*, um jogo de tabuleiro para o clero que usava três dados para gerar combinações de virtudes, incentivando o desenvolvimento moral e espiritual dos sacerdotes. O jogo destacava a conexão entre virtudes através de combinações numéricas, promovendo uma abordagem didática.

No século XIII, Richard de Fornival escreveu o poema *De Vetula*, que descrevia o cálculo do número de resultados possíveis para o lançamento de três dados, estabelecendo a relação entre frequências observadas e combinações possíveis (Batanero, Henry & Parzysz, 2005). No final do século XV e início do século XVI, matemáticos italianos como Luca Pacioli, Niccolò Fontana (Tartaglia) e Girolamo Cardano exploraram cálculos probabilísticos em jogos de azar, avançando o entendimento das chances de ganhar ou perder.

Pacioli, em sua obra *Summa de Arithmetica, Geometria, Proportione et Proportionalitá* (1494), abordou o problema dos pontos, embora sua solução estivesse incorreta. Tartaglia discutiu o mesmo problema, mas foi com Pierre de Fermat e Blaise Pascal que a solução correta foi encontrada, utilizando a fórmula binomial para calcular probabilidades. Cardano, em seu tratado *Liber de Ludo Aleae* (1560), explorou o acaso nos jogos de azar, desenvolvendo princípios estatísticos de probabilidade e oferecendo estratégias contra fraudes.

Galileu Galilei, em seu trabalho *Sopra le scoperta dei dadi* (1612), investigou por que a soma de 10 ocorria mais frequentemente que a soma de 9 ao lançar três dados, identificando a importância das permutações nas combinações de resultados (Silva, 2020). As contribuições de Cardano e Galilei alinharam-se ao conceito de Probabilidade Clássica, estabelecendo os alicerces para o desenvolvimento posterior da teoria da probabilidade por estudiosos como Pascal, Bernoulli e Laplace (Sá, 2008).

Surgimento do conceito da Probabilidade: um estudo conjunto por meio da trocas de cartas

Um século após as contribuições italianas na introdução de conceitos de

espaço amostral e equiprobabilidade, os matemáticos franceses Pierre de Fermat (1601-1665) e Blaise Pascal (1623-1662) avançaram a teoria da probabilidade. Apresentados por um amigo comum, Pierre de Carcavi, Fermat e Pascal iniciaram um estudo conjunto através de correspondências. Motivados pelos problemas propostos por Antoine Gombaud, conhecido como Cavaleiro de Méré, eles reconheceram a necessidade de ferramentas matemáticas mais sofisticadas para resolver esses desafios. Esse esforço colaborativo levou ao desenvolvimento de conceitos fundamentais, incluindo o famoso triângulo de Pascal, descrito no manuscrito *Traité du triangle arithmétique* de Pascal (Caballero, 2001).

As correspondências entre Pascal e Fermat, publicadas em 1679 em Toulouse, são consideradas o marco inicial do desenvolvimento da teoria matemática da probabilidade. O prestígio desses dois matemáticos renomados ajudou a atrair outros cientistas para o campo. Antes deles, a discussão sobre o acaso não era sistemática, muitas vezes desconsiderada devido à associação com jogos e apostas, e sua potencial ligação com questões religiosas. Através das cartas trocadas, os conceitos de probabilidade e esperança matemática foram formalizados. No entanto, Fermat e Pascal não escreveram livros específicos sobre o assunto.

O primeiro livro sobre a teoria da probabilidade foi escrito por Christiaan Huygens (1629-1695) em 1657, intitulado *Ratiociniis in Ludo Aleae*. Nele, Huygens resolveu problemas relacionados a jogos de azar, introduzindo as regras da probabilidade clássica e o conceito de esperança matemática. Esse livro passou por várias revisões e tornou-se uma referência na introdução à teoria da probabilidade, sendo usado até o século XVIII. Os problemas abordados refletiam a natureza aleatória dos fenômenos, destacando a abordagem frequencista de Huygens.

A obra de Huygens teve um impacto significativo, evidenciando a emergência de uma nova teoria matemática fundamental. Sua influência se estendeu a contemporâneos como Jacques Bernoulli, que contribuiu decisivamente para os fundamentos da teoria da probabilidade. Esses avanços beneficiaram não apenas a probabilidade, mas também outras disciplinas, como física e astronomia, demonstrando que fenômenos aleatórios podem ser descritos e compreendidos por meio de leis matemáticas precisas.

Desenvolvimento da Probabilidade clássica

Ao longo dos séculos, o desenvolvimento da probabilidade clássica foi moldado por contribuições significativas de matemáticos e filósofos, marcando períodos cruciais para a evolução dessa teoria.

Jacob Bernoulli (1654-1705) foi um dos pioneiros na sistematização da teoria da probabilidade. Influenciado pelas abordagens combinatórias de Fermat e pelo livro *De Ratiociniis in Ludo Aleae* de Huygens, Bernoulli começou suas investigações sobre jogos de azar em 1685 e publicou diversos estudos. Seu tratado póstumo, *Ars Conjectandi* (1713), é dividido em quatro partes: uma reedição comentada do livro de Huygens, aplicação da teoria de combinações em jogos de azar, a Lei dos Grandes Números e aplicações em problemas cívicos, morais e econômicos. *Ars Conjectandi* marcou o início de uma abordagem mais sistemática da teoria da probabilidade (Gadelha, 2004; Silva, 2020).

Abraham De Moivre (1667-1754) tornou a probabilidade mais acessível com sua obra *The Doctrine of Chances* (1718). Ele propôs a resolução de problemas de probabilidade por meio de equações diferenciais e funções geradoras. Em 1730, De Moivre publicou *Miscellanea Analytica*, onde tentou pela primeira vez demonstrar a Fórmula de Stirling. Três anos depois, ele utilizou essa fórmula para derivar a distribuição normal como uma aproximação da distribuição binomial, o que resultou no Teorema do Limite Central. De Moivre também definiu a independência de eventos e usou ferramentas matemáticas para resolver problemas probabilísticos (Viali, 2008; Debnatha & Basu, 2014; Silva, 2020).

Thomas Simpson (1710-1761), inspirado por De Moivre, publicou *The Nature and Laws of Chance* em 1740. Simpson introduziu distribuições de probabilidade contínuas e formalizou a teoria de erros de medidas aleatórias, influenciando posteriormente matemáticos como Laplace e Gauss. Suas ideias foram fundamentais para o desenvolvimento da análise matemática e da probabilidade.

Thomas Bayes (1702-1761) apresentou, em seu ensaio *Essay towards solving a problem in the doctrine of chances* (1763), o Teorema de Bayes. Esse teorema é crucial para calcular probabilidades condicionais com base em novas informações, destacando a natureza subjetiva da probabilidade. Bayes concebia a probabilidade

como uma avaliação subjetiva do risco em relação ao ganho esperado, refletindo uma visão axiomática.

Pierre-Simon Laplace (1749-1827) fez importantes contribuições para a Teoria da Probabilidade no início do século XIX. Em sua obra *Théorie Analytique des Probabilités* (1812), Laplace abordou funções geradoras e cálculos probabilísticos aplicados a observações astronômicas e outros campos. Em *Essai philosophique sur les probabilités* (1814), ele explorou a aplicação prática da probabilidade na vida cotidiana, na Teoria dos Erros, na Matemática Atuarial e na Mecânica Estatística (Viali, 2008; Morales, 1985).

Johann Carl Friedrich Gauss, no início do século XIX, desenvolveu o método dos mínimos quadrados para minimizar erros em observações astronômicas, contribuindo para a formulação da distribuição normal. Esta ferramenta é amplamente utilizada em análise estatística em diversas áreas do conhecimento, como Física, Economia e Biologia (Zindel, 2018).

Siméon Denis Poisson (1781-1840), em seu trabalho *Recherches sur la Probabilité des Jugements en Matières Criminelles et en Matière Civile* (1837), apresentou a Distribuição de Poisson. Esta distribuição é usada para calcular a probabilidade de eventos raros em intervalos de tempo ou espaço e é aplicada em áreas como Engenharia, Finanças e Ciências da Vida.

Esses matemáticos e suas obras foram fundamentais para o avanço da probabilidade clássica, estabelecendo uma base sólida para o desenvolvimento contínuo dessa teoria.

Período moderno: axiomatização e aplicações da Probabilidade

O Período Moderno da Probabilidade iniciou-se no final do século XIX com a formalização da Teoria da Probabilidade, marcada por importantes desenvolvimentos e contribuições.

A distribuição χ^2 , ou *qui-quadrado*, foi desenvolvida independentemente por Ernst Carl Abbe (1840-1905) e Friedrich Robert Helmert (1843-1917) em 1875, e popularizada por Karl Pearson (1857-1936) em 1900. Essa distribuição contínua, com k graus de liberdade, é amplamente utilizada na estatística para testar hipóteses

sobre a distribuição de dados e é um caso particular da distribuição gama, que modela diversas grandezas contínuas positivas. A formalização da Teoria da Probabilidade proporcionou aos estatísticos e matemáticos ferramentas e técnicas que aprofundaram a compreensão da probabilidade e suas aplicações em várias áreas do conhecimento, como Física, Economia e Engenharia. A distribuição *qui-quadrado* exemplifica a evolução dessa teoria e sua relevância na estatística e em outros campos.

Pafnuty L'vovich Chebyshev (1821-1884), matemático russo e fundador da Escola Matemática de São Petersburgo, desenvolveu em 1867 a desigualdade de *Chebyshev*. Essa desigualdade é essencial, pois permite avaliar a qualidade das estimativas obtidas a partir de dados amostrais e fornece uma medida de dispersão em relação à média de uma variável aleatória. É uma generalização da desigualdade *Bienaymé-Chebyshev* e um resultado fundamental da Teoria da Probabilidade.

Em 1906, Andrei Andreiovich Markov (1856-1922), matemático russo, desenvolveu a Teoria dos Processos Estocásticos, incluindo as Cadeias de Markov. Essas cadeias são sequências de eventos aleatórios que dependem apenas do evento anterior, o que facilita sua análise. Markov também aplicou o método das frações contínuas na probabilidade, técnica útil para aproximar funções e avaliar integrais. Suas contribuições são fundamentais para o entendimento da aleatoriedade e sua aplicação em diversas áreas, como Engenharia, Economia e Ciências Sociais.

Em 1908, o estatístico William Sealey Gosset (1876-1937), sob o pseudônimo *Student*, propôs o uso da *Distribuição t*. Essa distribuição é amplamente utilizada na inferência estatística para testar hipóteses sobre a média de uma população em casos de amostras pequenas ou variância desconhecida. A descoberta de Gosset permitiu avanços significativos na Teoria Estatística para amostras pequenas e em áreas como a estimativa de intervalos de confiança e a análise de regressão.

No início do século XX, Jules Henri Poincaré (1854-1912) expandiu o conceito de acaso, argumentando que eventos aparentemente aleatórios têm causas oriundas de perturbações mínimas. Em seu livro *Cálculo de Probabilidade*, publicado em 1912, Poincaré desenvolveu uma base matemática rigorosa para entender a relação causa-efeito e a importância das informações na tomada de decisões.

Félix Édouard Justin Émile Borel (1871-1956) contribui para o Cálculo de Probabilidade com a axiomatização do cálculo, um passo importante para tornar a teoria mais precisa e rigorosa. Em sua obra *Le Hasard*, publicada em 1914, ele foi pioneiro nos estudos sobre jogos de estratégia e apresentou o *Teorema do Macaco Infinito*.

Em 1919, Richard Edler von Mises (1883-1921) propôs a perspectiva de Coletivo para a probabilidade, baseada em sequências aleatórias infinitamente longas. Ele defendia uma abordagem de frequência objetiva para o cálculo de probabilidade, considerando a probabilidade como a frequência limite de um evento em um Coletivo que segue os axiomas da aleatoriedade e da convergência.

John Maynard Keynes (1883-1946), em 1921, publicou *A Treatise On Probability*, contribuindo significativamente para a Teoria da Probabilidade e o estudo da tomada de decisões. Keynes questionou a teoria clássica da probabilidade e propôs uma abordagem lógico-relacional, enfatizando a racionalidade e a incerteza, além de ver a probabilidade como uma união entre evidências e conclusões derivadas de um argumento lógico sólido.

Em 1922, Ronald Aylmer Fisher (1890-1962) desenvolveu a Distribuição F como parte de sua Teoria da Análise de Variância (ANOVA). Essa distribuição é usada para testar a igualdade de variâncias entre grupos em um conjunto de dados e é especialmente útil em experimentos científicos. Fisher, junto com George Waddell Snedecor (1881-1974), que tabulou a distribuição e a simbolizou com a letra F, contribuiu para a ampla aplicação da *Distribuição F* na inferência estatística, na Análise de Variância e de Regressão em diversas áreas como Engenharia, Ciências Naturais e Sociais.

Andrey Nikolaevich Kolmogorov (1903-1987) estabeleceu os fundamentos modernos da Teoria da Probabilidade através de uma base axiomática rigorosa. Em seu livro *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung* (1933), ele apresentou três axiomas fundamentais: não-negatividade, aditividade e normalização. Esses axiomas permitiram a prova de teoremas importantes como a Lei dos Grandes Números e o Teorema Central do Limite, unificando diferentes perspectivas da probabilidade. Kolmogorov também contribuiu para o estudo de processos estocásticos, como os

processos de Markov, consolidando sua importância na teoria moderna da probabilidade.

Essas contribuições fundamentais no Período Moderno da Probabilidade estabeleceram as bases para o desenvolvimento contínuo da teoria, proporcionando uma compreensão mais profunda e rigorosa da probabilidade e suas aplicações em diversas áreas do conhecimento.

Algumas considerações

O desenvolvimento histórico da probabilidade revela um campo dinâmico e multifacetado, moldado por contribuições de diversos matemáticos e pensadores ao longo dos séculos. Ao explorar a evolução histórica da teoria da probabilidade, percebemos que ela é um campo em constante desenvolvimento, moldado pelo avanço do conhecimento matemático e pela integração de novas ideias. Compreender essa história é essencial para o ensino da probabilidade, pois permite aos estudantes perceberem a evolução dos conceitos e a importância da matemática nesse processo.

Estudar a história da probabilidade ajuda os alunos a desenvolverem uma visão crítica e a entender a probabilidade não apenas como um conjunto de regras, mas como uma ferramenta poderosa para lidar com a incerteza e tomar decisões informadas. Além disso, familiariza os alunos com a terminologia e os conceitos específicos da área.

Referências

- Batanero, C. B., & Romero, L. S. (1995). La aleatoriedad, sus significados e implicaciones educativas. *Uno*, 5(June), 15–28. Disponível em: <https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/aleatoriedad.pdf>. Acesso em: 7 maio 2022.
- Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 8(3), 247–263.
- Batanero, C., Henry, M., & Parzysz, B. (2005). The Nature of Chance and Probability. In G. A. Jones (Ed.), *Exploring Probability in School: Challenges for Teaching and Learning* (40th ed., pp. 15–37). Boston: Springer. E-book. Disponível em: https://link.springer.com/chapter/10.1007/0-387-24530-8_2. Acesso em: 10 mar. 2022.

- Dahlke, R., Fakler, R. A., & Morash, R. P. (1981). A sketch of the history of probability theory. *The Mathematical Education*, 20(1), 51–72. Disponível em: <https://koreascience.kr/article/JAKO198114714253561.page>. Acesso em: 01 jul. 2024
- David, F. N. (1962). *Games, gods and gambling: The origins and history of probability and statistical ideas from the earliest times to the Newtonian era* (1st ed.). New York: Hafner Publishing Company. E-book. Disponível em: <https://prism.ucalgary.ca/bitstream/handle/1880/41346/aih.pdf?sequence=1>. Acesso em: 20 mar. 2022.
- Debnath, L., & Basu, K. (2015). A short history of probability theory and its applications. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 46(1), 13–39. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/0020739X.2014.936975>. Acesso em: 01 jul. 2024
- Gadelha, A. (2004). *Uma Pequena História da Probabilidade*. Rio de Janeiro. Disponível em: http://www.mat.ufrgs.br/~viali/estatistica/mat2006/material/textos/hist_prob_Gadelha.pdf. Acesso em: 20 abr. 2022.
- Morales, G. M. A. (1985). *Teoría subjetiva de la probabilidad: fundamentos, evolución y determinación*. (Tese de doutorado). Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Universidad Complutense de Madrid, Madrid.
- Silva, W. N. (2020). *Um resumo sobre a história da probabilidade e alguns problemas curiosos*. (Dissertação de Mestrado). Programa de Pós-Graduação Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal do Oeste do Pará, Santarém.
- Viali, L. (2008). Algumas considerações sobre a origem da teoria da probabilidade. *Revista Brasileira de História da Matemática*, 8(16), 143–153. Disponível em: <https://www.rbhm.org.br/index.php/RBHM/article/view/177>. Acesso em: 01 de jul. 2024.
- Vega-Amaya, O. (2002). Surgimiento de la teoría matemática de la probabilidad. *Apuntes de Historia de las Matemáticas*, 1(1), 54–62. Disponível em: <https://formacioncontinuaedomex.wordpress.com/wp-content/uploads/2012/12/s6c1.pdf>. Acesso em: 01 jul. 2024.