



SÉTIMO ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA
EM HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA



História da Educação Matemática nos caminhos do
mundo digital e da democratização do conhecimento

A abordagem das construções geométricas em livros didáticos de Osvaldo Sangiorgi nas décadas de 1950 e 1960

The Approach to geometric constructions in Osvaldo Sangiorgi's textbooks in
the 1950s and 1960s

Ederson Sales Pastor¹

Maria Celia Leme da Silva²

Resumo

O estudo analisa a abordagem das construções geométricas em dois livros didáticos de matemática do ensino secundário, um da década de 1950 e outro da década de 1960. O estudo revela a mudança da abordagem das construções geométricas nos dois livros didáticos. A obra da década de 1950 apresenta as construções geométricas como aplicações práticas de conceitos teóricos previamente estudados, inseridas no final dos capítulos. Em contraste, a obra da década de 1960, produzida durante o período de ascensão do Movimento da Matemática Moderna no Brasil, integra mais estreitamente as construções geométricas ao longo dos capítulos, utilizando-as como ferramentas de apoio para a compreensão dos conceitos geométricos.

Palavras-chave: Movimento da Matemática Moderna; Programa Mínimo; Bissetriz.

Considerações iniciais

O estudo ora apresentado é referente aos resultados parciais do projeto de doutorado do primeiro autor, que busca compreender qual a finalidade das construções geométricas na disciplina de Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental a partir da Reforma Curricular Francisco Campos de 1931, adentrando

¹ Doutorando em Educação para Ciências; Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita Filho / UNESP, Bauru, São Paulo. E-mail: ederson.pastor@unesp.br.

² Doutora em Educação (Currículo); Professora da UNIFESP / Diadema e do Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências da UNESP/ Bauru. E-mail: celia.leme@unesp.br.

até o Movimento da Matemática Moderna (MMM)³. O estudo integra o projeto maior intitulado *História da Geometria do Ensino e o Movimento da Matemática Moderna*.⁴

De acordo com Valente (2007), a investigação das práticas da educação matemática em períodos anteriores e a reflexão sobre o que foi legado dessas práticas podem ser realizadas por meio da análise dos livros didáticos de matemática utilizados em contextos passados. O autor argumenta que os livros didáticos constituem uma das manifestações tangíveis, fornecendo percepções valiosas sobre métodos de ensino, conteúdos abordados e abordagens pedagógicas empregadas em épocas anteriores.

Neste trabalho, apresentamos o resultado de uma análise preliminar de dois livros didáticos destinados à 3^a série do ensino ginásial⁵, os quais estiveram em circulação nas décadas de 1950 e 1960, ambos da autoria de Osvaldo Sangiorgi (1921-2017).

Esta seleção de materiais didáticos baseia-se nas diretrizes estabelecidas nos períodos em que foram publicados. O primeiro livro, da década de 1950, corresponde a Reforma dos Programas Mínimos de 1951. Conforme apontado por Pastor e Leme da Silva (2023), diferentemente da reforma curricular anterior, Capanema de 1942, na qual o ensino de geometria nas séries finais do 1º Ciclo estava dividido em Geometria Intuitiva nas duas primeiras séries e Geometria Dedutiva nas duas últimas séries e foi a primeira reforma a inserir as construções geométricas na disciplina de Matemática. Neste contexto, as diretrizes de 1951 concentram o ensino de geometria exclusivamente nos dois últimos anos, nas 3^a e 4^a séries, abordando-o unicamente de forma dedutiva. Essa reforma excluiu a

³ Movimento da Matemática Moderna é a expressão utilizada na história da educação matemática no Brasil, que se caracteriza pelo período de mudanças no ensino da disciplina Matemática, na tentativa de aproximar a matemática escolar da matemática acadêmica do século XX, com a inserção de novos conceitos, novas metodologias, noções e linguagem.

⁴ O projeto é financiado pela FAPESP (2023/04639-8), tem por objetivo investigar determinados saberes geométricos no período do MMM, examinando como fontes centrais as normativas e os livros didáticos produzidos no período. O subprojeto “As construções geométricas e a sistematização da geometria do ensino no curso secundário de São Paulo” faz parte do doutoramento em questão.

⁵ Hoje, o curso ginásial corresponde aos Anos Finais do Ensino Fundamental, do 6º ao 9º ano.

proposta do ensino de geometria de maneira intuitiva para os dois primeiros anos e não menciona as construções geométricas em suas diretrizes.

O segundo livro, da década de 1960, está em conformidade com as normativas estabelecidas exclusivamente para o estado de São Paulo, denominadas Matemática Moderna para o Ensino Secundário. Essas normativas foram organizadas pelo Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (G.E.E.M), presidido pelo professor Osvaldo Sangiorgi. Para o Terceiro Ano Ginásial, o programa de Matemática incluía o estudo das construções geométricas, com ênfase nas construções realizadas com régua e compasso. Ao contrário da reforma de 1951, que não mencionava as construções geométricas, neste programa destinado ao Estado de São Paulo, as construções geométricas foram reintegradas ao currículo.

O objetivo deste estudo é identificar se o livro didático publicado no período pré-moderno, na década de 1950, abordou as construções geométricas e, em caso afirmativo, analisar como essas construções foram apresentadas e para quais finalidades. Além disso, busca-se investigar o papel das construções geométricas em um livro didático da década de 1960, período marcado pela ascensão do Movimento da Matemática Moderna no Brasil. A indagação que desejamos responder é: *Quais são as finalidades da abordagem das construções geométricas em livros didáticos de Osvaldo Sangiorgi, um publicado na década de 1950 e o outro na década de 1960, período marcado pela emergência do Movimento da Matemática Moderna no Brasil?*

Livros didáticos como fonte de pesquisa histórica

A seleção dos livros didáticos como fonte de pesquisa para investigar e compreender a história do ensino das construções geométricas é justificada pela sua importância como elemento central nas práticas pedagógicas escolares. Os livros didáticos desempenham um papel importante na interpretação e implementação das normas educacionais estabelecidas, como apontado por Munakata (2016, p. 122).

Munakata (2016) descreve o livro didático como um portador primordial dos saberes escolares, sendo um dos elementos explícitos da cultura escolar. De

maneira geral, o livro didático representa a transcrição do conteúdo que era ensinado, ou que deveria ser ensinado, em cada fase da história da escolarização.

Para esta investigação, foram escolhidos dois livros didáticos, um publicado na década de 1950 e outro na década de 1960, ambos elaborados pelo autor Osvaldo Sangiorgi e publicadas pela Cia. Editora Nacional, em São Paulo. O propósito é examinar como as construções geométricas foram abordadas nessas duas obras.

O primeiro livro, parte de uma série intitulada "Matemática – curso ginásial", foi publicado na década de 1950 e é um dos quatro volumes da referida coleção. De acordo com Valente (2008), esta coleção foi considerada um dos *best-sellers* da Editora, lançada em 1953. Segundo o autor, em fevereiro deste ano, foi publicado o volume destinado à 1^a série ginásial, com uma tiragem de exatos 20.213 exemplares. Valente (2008) relata que a coleção de Sangiorgi experimentou uma notável aceitação nos três anos seguintes ao lançamento do volume destinado à 1^a série do curso ginásial. O número de cópias impressas continuou a aumentar, alcançando, em 1957, para o primeiro volume, a marca de 100 mil exemplares.

O segundo livro didático selecionado para esta investigação pertence à coleção "Matemática – curso moderno", publicada na década de 1960 também pela Cia. Editora Nacional e conforme indicado por Valente (2008), o novo livro didático representou uma mudança significativa em sua materialidade. Valente (2008) afirma que a obra obteve uma tiragem inicial de mais de 240 mil exemplares apenas para o volume 1, disponíveis no mercado de livros escolares e o êxito da obra foi consolidado pelas sucessivas edições do primeiro volume: em 1965, foram publicados mais de 250 mil novos exemplares, e anualmente o livro registrou tiragens em torno de 250 mil exemplares. Até o ano de 1967, a obra já havia alcançado sua décima edição.

Essas obras específicas foram analisadas no artigo intitulado "*Não decore demonstrações de teoremas! A Geometria Moderna de Osvaldo Sangiorgi*", elaborado pelas autoras Ana Paula Jahn e Maria Célia Leme da Silva. Entretanto, as autoras examinaram os dois livros didáticos, visando uma compreensão mais

abrangente da complexidade do MMM, especialmente no que diz respeito à geometria dedutiva.

Jahn e Leme da Silva (2023) observam que no livro da década de 1950 são apresentados teoremas seguidos por suas respectivas demonstrações, o que está em consonância com a abordagem de uma geometria dedutiva. Por outro lado, na obra da década de 1960, o autor reduz a quantidade de teoremas demonstrados e busca introduzir uma abordagem experimental na geometria, por meio de exercícios exploratórios destinados aos estudantes, nos quais as construções geométricas desempenham papel relevante, como uma maneira de verificar certas propriedades.

O presente estudo tem como objetivo analisar de forma específica a abordagem das construções geométricas nos dois livros didáticos, permitindo um cotejo com os resultados apresentados por Jahn e Leme da Silva (2023).

As construções geométricas presente em livros didáticos das décadas de 1950 e 1960

A primeira obra analisada é a pré-moderna (década de 1950). O livro aborda o estudo das construções geométricas no final do capítulo dedicado ao estudo de figuras geométricas planas, reta e círculo e descreve a relação entre o estudo das construções geométricas e a utilização de instrumentos como a régua e o compasso e indica que a abordagem será conduzida sob o viés da geometria dedutiva.

Para compreendermos a abordagem das construções geométricas no livro didático, realizamos uma análise específica do conceito de bissetriz. Em seguida, realizamos uma comparação da abordagem na obra moderna (década de 1960).

Sobre a semirreta bisetriz, a definição é introduzida no início do capítulo, ao tratar da classificação e propriedades de ângulos. A definição é apresentada da seguinte maneira: “Chama-se bisetriz de um ângulo a semirreta, que, a partir do vértice, o divide ao meio” (Sangiorgi, 1958, p.99). Em seguida apresenta o postulado: “todo ângulo possui uma única bisetriz e uma só” (Sangiorgi, 1958, p.99). O autor utiliza o conceito de bisetriz para demonstrar por exemplo, que as bissetrizes de dois ângulos adjacentes formam um ângulo reto e prosseguindo, ao propor a análise dos elementos e a classificação dos triângulos, o autor revisita o conceito de bisetriz e sugere traçar esse segmento para demonstrar um teorema

referente a uma propriedade do triângulo isósceles: "Em todo triângulo isósceles, os ângulos da base são congruentes", conforme ilustrado na figura a seguir "(Sangiorgi, 1958, p. 119).

Figura 1 – Propriedade do triângulo isósceles

38. Propriedades do triângulo isósceles.

- a) **Teorema:** Em todo triângulo isósceles os ângulos da base são iguais.

Seja o triângulo ABC (fig. 72). Temos:

$$\begin{aligned} H \quad & \{ AB = AC \\ T \quad & \{ \hat{B} = \hat{C}. \end{aligned}$$

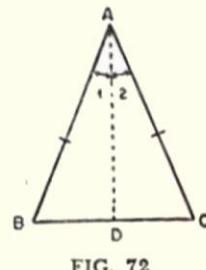


FIG. 72

DEMONSTRAÇÃO:

1. Tracemos a bissetriz do ângulo do vértice A que encontra BC no ponto D . Logo: $\hat{1} = \hat{2}$ (def. de bissetriz).
2. Os triângulos ABD e ADC são iguais, pelo 1.º caso de congruência (L.A.L.), e, portanto, são necessariamente iguais os ângulos correspondentes \hat{B} e \hat{C} . Logo:

$$\hat{B} = \hat{C} \qquad \text{c.q.d.}$$

Fonte: Sangiorgi (1958, p.119-120)

A exposição do teorema reflete a adoção de uma abordagem dedutiva, evidenciada através do primeiro caso de congruência (L.A.L.). Entretanto, ao utilizar a palavra "tracemos", o autor não explicita que tal procedimento pode ser realizado por meio de instrumentos como régua e compasso.

Já em outro momento do mesmo livro, é possível observar que ao apresentar o teorema: "Se dois triângulos possuem dois lados respectivamente iguais e os ângulos entre eles são desiguais, então os terceiros lados também são desiguais, e o lado oposto ao maior ângulo é o maior lado" (Sangiorgi, 1958, p. 130), o autor sugere para a sua demonstração a "construção" da bissetriz (p. 131). No entanto, é relevante notar que até aquele momento ainda não foi explicado como realizar essa construção, tampouco foram abordadas as propriedades dessa construção geométrica.

A palavra "bissetriz" é mencionada em várias ocasiões, totalizando 60 referências em demonstrações, teoremas, corolários e enunciados de exercícios, antes que o autor realize sua construção. Esta é realizada na página 227, dentro de

uma seção intitulada "Construções Geométricas com Régua e Compasso", proposta de forma concentrada ao final do capítulo destinado ao estudo das figuras geométricas planas, reta e círculo, como aplicações da geometria.

No início do estudo das construções geométricas, o autor explicita a finalidade de utilizar instrumentos como régua, compasso e esquadro para realizar construções geométricas fundamentais. Essas construções são apresentadas da seguinte forma: 1. Utilizando a régua para unir dois pontos; 2. Utilizando o esquadro para traçar, a partir de um ponto dado, uma perpendicular a uma reta dada; 3. Utilizando a régua e o esquadro para traçar, a partir de um ponto dado, uma reta paralela a uma reta dada; e 4. Utilizando o compasso para construir uma circunferência com um centro dado e um raio dado.

Esta seção é identificada pelo autor como "aplicações da geometria", referenciando o desenho como uma dessas aplicações. Para uma melhor compreensão, é relevante retornar ao prefácio do livro, onde o autor destaca um tratamento especial para as construções geométricas. Segundo o autor, estas não apenas desempenham um papel fundamental na formação do pensamento dedutivo do aluno, mas também representam a aplicação prática da geometria ao desenho.

Assim, é possível inferir que, ao elaborar o capítulo dedicado ao estudo das figuras geométricas planas, reta e círculo, o autor optou por primeiro introduzir os conceitos geométricos fundamentais e, posteriormente, aplicá-los no contexto do desenho, no caso as construções geométricas. No caso específico da construção da bissetriz, ela é proposta com instruções para utilizar o compasso, empregando conceitos e propriedades previamente estudados ao longo do capítulo como podemos observar na figura 2.

Figura 2 – Construção geométrica da bissetriz

4.º) *Construir a bissetriz de um ângulo dado.*

Seja o ângulo \hat{a} (fig. 218). Com centro no vértice O de \hat{a} e a abertura de compasso qualquer, descrevamos uma circunferência que corte os lados do ângulo, respectivamente, nos pontos A e B . Com centro nos pontos A e B e abertura maior que a metade do segmento AB , tracemos, com um mesmo raio, dois arcos que se interceptem em P . Como OP é mediatrix de AB (construções anteriores) e, portanto, mediana da base do triângulo isósceles AOB , segue-se que OP é bissetriz do ângulo do vértice, isto é, de \hat{a} .

OBSERVAÇÃO. Esta construção permite, também, *dividir um arco ao meio*, pois para tal, basta construir a bissetriz do correspondente ângulo central.

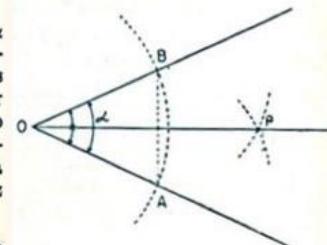


FIG. 218

Fonte: Sangiorgi (1958, p.227)

Ao apresentar a construção geométrica da bissetriz, o autor emprega as propriedades da construção da mediatrix (realizada antes), e do triângulo isósceles (mediana e bissetriz coincidem num triângulo isósceles) para justificar as propriedades dessa construção geométrica. A aplicação das propriedades geométricas valida o processo de construção da bissetriz, ou seja, os processos de construção são explicados, demonstrados, de modo que o aluno possa compreender os passos empregados durante a construção, e não seja apresentada somente como uma receita de passos.

É importante considerar a escolha do autor em propor as construções geométricas em um livro correspondente à década em que vigorava a Reforma dos Programas Mínimos de 1951, que não mencionavam as construções geométricas. Uma interpretação possível é que as construções como aplicações à geometria correspondem à um complemento do livro, sem caráter obrigatório.

Seguindo para análise da obra moderna (década de 1960), uma diferença notável em relação ao livro pré-moderno é identificada, no qual as construções geométricas eram apresentadas no final de um capítulo específico sobre figuras geométricas planas, reta e círculo. No entanto, neste livro, o autor propõe uma abordagem diferente, sugerindo a inclusão das construções geométricas ao longo dos capítulos que tratam dos conteúdos de geometria. Essa abordagem visa estabelecer uma relação mais estreita entre as construções geométricas e os conceitos discutidos ao longo desses capítulos.

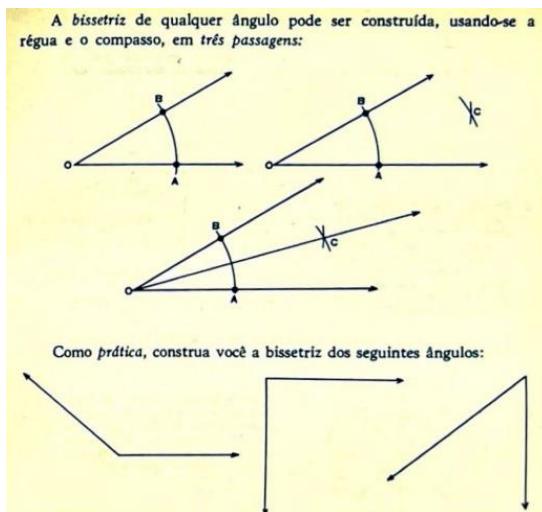
Embora o autor não indique no índice dos capítulos o estudo das construções geométricas, ao apresentar o programa para um curso moderno de matemática,

seis temas principais são destacados, entre eles as construções geométricas e transformações.

Observamos que na terceira seção do capítulo dedicado ao estudo das figuras geométricas, o autor introduz o estudo dos ângulos, abordando os conceitos de ângulo reto, ângulo agudo e ângulo obtuso. Primeiramente apresenta a definição de retas perpendiculares, as quais são formadas pela interseção de duas retas r e s de modo que os quatro ângulos resultantes sejam retos. Em seguida, o autor prossegue definindo ângulos agudos e obtusos e, posteriormente, propõe em uma seção intitulada "exercícios exploratórios" a construção de retas perpendiculares, enfatizando o emprego de régua e compasso. Esse aspecto evidencia mais uma vez a intenção do autor de propor o estudo das construções geométricas de maneira integrada aos demais conceitos abordados no contexto da geometria.

Referente a bissetriz, continuando com a exploração dos ângulos, o autor apresenta a definição de ângulos congruentes e, em seguida, introduz a definição da bissetriz de um ângulo como sendo a semirreta com origem no vértice do ângulo, que o divide em dois ângulos congruentes. Logo em seguida, apresenta a construção dessa bissetriz, a partir da sequência de três “passagens” (termo usado pelo autor), evidenciadas por desenhos (conforme figura 4). Entretanto, diferentemente do livro pré-moderno, o autor não explica como as “passagens” foram construídas, haja vista que as propriedades empregadas (triângulo isósceles) ainda não foram estudadas.

Figura 4 – construção de bissetriz.

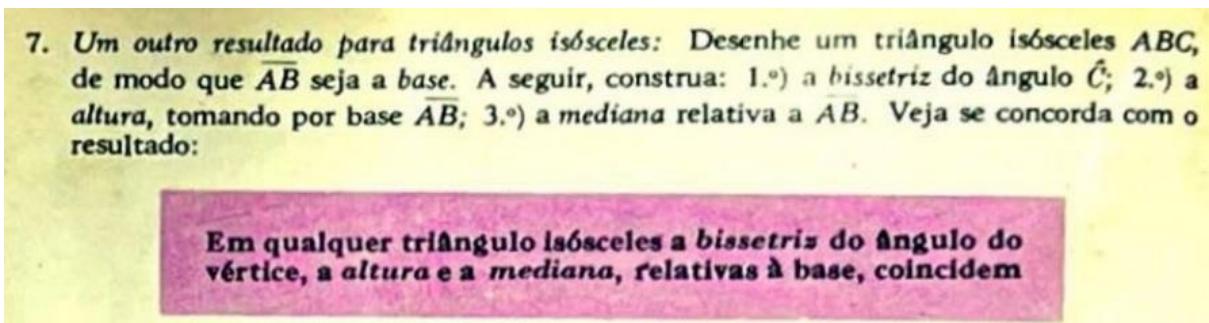


Fonte: Sangiorgi (1969, p.169)

Diferente do livro pré-moderno, em que a construção da bissetriz é proposta no final do estudo das figuras geométricas, neste, o autor já propõe a construção juntamente com sua definição, e posteriormente a palavra bissetriz será mencionada outras 41 vezes. Outra diferença diz respeito à ausência de justificativa e explicação em como realizar os passos da construção. Por fim, a obra moderna incentiva os alunos a praticarem a construção de bissetrizes, o que não é sugerido no livro anterior.

Ao observarmos a construção da bissetriz e demais construções geométricas propostas no livro moderno, é possível verificar que as construções geométricas presentes têm como finalidade apoiar os conceitos abordados ao longo dos capítulos que tratam do estudo das figuras geométricas, polígonos e circunferência. Um exemplo é quando o livro trata de uma das propriedades do triângulo isósceles. A construção da bissetriz, altura e mediana é proposta com o objetivo de auxiliar na compreensão dos conceitos estudados sobre a classificação de triângulos, particularmente no caso do triângulo isósceles, conforme ilustrado na figura 5.

Figura 5 – propriedade do triângulo isósceles



Fonte: Sangiorgi (1969, p.208)

Outra diferença no livro moderno em relação ao pré-moderno é a inclusão do "Guia para uso dos professores", um material suplementar destinado exclusivamente aos docentes. Segundo o autor, o guia contém esclarecimentos gerais sobre o plano seguido pelo livro, visando atender melhor às solicitações dos professores que desejam aprofundar seu conhecimento sobre os tópicos estudados. Por exemplo, neste guia destinado aos professores, o autor enfatiza que os casos "clássicos" de congruência de triângulos serão abordados por meio da "exploração" realizada pelos alunos em sala de aula, utilizando régua, compasso e transferidor.

É necessário considerar que este livro foi escrito com base nas normativas de um programa destinado exclusivamente ao Estado de São Paulo, denominado "Matemática Moderna para o Ensino Secundário," organizado pelo G.E.E.M. Para o terceiro ano, o programa de matemática estava organizado em seis tópicos, entre os quais se destacavam construções geométricas e transformações, com ênfase nas construções com régua e compasso. Isso indica que o programa vigente mencionava novamente as construções geométricas, o que não ocorreu na reforma de 1951.

Considerações finais

O presente trabalho, cujo propósito foi identificar se o livro didático publicado durante o período considerado pré-moderno, na década de 1950, abordou as construções geométricas e, caso positivo, analisar como essas construções foram apresentadas e realizar uma comparação com um livro didático moderno da década de 1960, período de ascensão do MMM no Brasil. O objetivo principal foi responder

à seguinte indagação: Quais são as finalidades da abordagem das construções geométricas em livros didáticos de Osvaldo Sangiorgi, um publicado na década de 1950 e o outro na década de 1960, período marcado pela emergência do Movimento da Matemática Moderna no Brasil?

No que tange ao livro pré-moderno da década de 1950, a obra apresenta as construções geométricas como aplicações práticas de conceitos previamente estudados, inseridas ao final do estudo das figuras geométricas planas, reta e círculo. É importante ressaltar que, embora as construções geométricas não fossem mencionadas nas normativas do Programa Mínimo de 1951, elas foram incluídas no livro didático.

Em contraste, o livro moderno da década de 1960, produzido durante o período de ascensão do MMM no Brasil, procura integrar mais estreitamente as construções geométricas como um ponto de apoio no desenvolvimento dos conceitos geométricos ao longo dos capítulos dedicados ao estudo das figuras geométricas, polígonos e circunferência. A obra foi escrita de acordo com um programa elaborado exclusivamente para o Estado de São Paulo, denominado "Matemática Moderna para o Ensino Secundário," organizado pelo G.E.E.M. Além disso, a inclusão de um "Guia para uso dos professores" no livro moderno representa um avanço pedagógico, oferecendo aos educadores recursos adicionais para aprofundar o ensino e atender às necessidades dos alunos de maneira mais eficaz.

Em resumo, o estudo das duas obras revela diferenças significativas na abordagem das construções geométricas. Enquanto na obra pré-moderna as construções geométricas são apresentadas como aplicação prática dos conceitos após o estudo teórico, a obra moderna busca integrar as construções geométricas no processo de aprendizagem, com o objetivo de apoiar os conceitos geométricos propostos.

O estudo prosseguirá com a análise durante e após o MMM, buscando estabelecer diálogos entre as normativas e os livros didáticos de cada período. O objetivo é obter uma visão mais ampla da finalidade das construções geométricas no ensino de Geometria.

Referências

- Janh, A.P; Leme da Silva, M.C. (2018). Não decore demonstrações de teoremas! A Geometria Moderna de Osvaldo Sangiorgi, *Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, Brasília, 13(04), 1-19.
- Munakata, K. (2016). Livro didático como indício da cultura escolar. *História da Educação*, 20(50), 119-138.
- Pastor, E. S; Leme da Silva, M.C. (2023). O ensino de geometria para o 1º ciclo do curso secundário em tempos pré-modernos. *Anais do XV Encontro Paulista de Educação Matemática*. Guaratinguetá: UNESP (no prelo).
- Sangiorgi, O. (1954). *Matemática – Curso Ginásial 3ª série*. Companhia Editora Nacional.
- Sangiorgi, O. (1967). *Matemática Curso Moderno – 3º Volume para os Ginásios*. Companhia Editora Nacional.
- Valente, W. R; História da Educação Matemática: interrogações metodológicas. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 2(2), 28-49.
- Valente, W. R. (2008). Osvaldo Sangiorgi, um best seller. In: W. R. Valente (Org.). *Osvaldo Sangiorgi: um professor moderno*. (pp. 13-41). São Paulo, SP: Annablume Editora.