



## Saberes geométricos para ensinar geometria prática

### Geometric knowledge to teach practical geometry

*Marcos Fabrício Ferreira Pereira<sup>1</sup>*

*Francisca Janice dos Santos Fortaleza<sup>2</sup>*

#### Resumo

Elaboramos este texto norteados pelo questionamento: quais são os saberes geométricos que J. de Brito Bastos faz notar como necessários para que se desenvolva a Geometria prática? Com isso, objetivamos identificar os saberes geométricos demandados pelo ensino de Geometria por meio da Geometria prática, configurando um livro como fonte de pesquisa. Para tal identificação, tomamos como aporte teórico-metodológico considerações oriundas dos estudos de Coppin (2004) e Chervel (1990) e, sobretudo, a construção dos conceitos de “saberes a ensinar” e “saberes para ensinar”. Identificamos nas construções geométricas assinaladas por Bastos que tais saberes que se mostram mais recorrentes relacionam-se à circunferência, tais como arco e raio, os quais são demandados até mesmo para o tracejo de uma paralela sobre uma reta dada; paralelismo; perpendicularidade; vértice e ângulos, o que nos faz considerá-los como saberes geométricos essências para ensinar por meio da Geometria prática.

**Palavras-chave:** Livro didático; saberes geométricos; Geometria prática.

#### Considerações iniciais

As pesquisas brasileiras atribuídas à História da educação matemática têm se difundido amplamente nessas décadas iniciais do século XXI, envolvendo histórias do currículo de matemática escolar, dos conteúdos que o compõe, dos materiais que foram e/ou são usados para a prática escolar de tais conteúdos, da formação dos professores que os ensinam, como também da própria disciplina escolar matemática (Brito & Miorim, 2016).

Diante desse cenário, este texto contribui para a História da educação

<sup>1</sup>Mestre em Ensino de Matemática pela Universidade do Estado do Pará, Brasil.

Email: marcosfabríciofp@gmail.com

<sup>2</sup>Doutoranda em Educação em Ciências e Matemáticas pela Universidade Federal do Pará, Brasil.  
Email: janice-fortaleza@hotmail.com

matemática do estado do Pará, tendo como fonte de pesquisa um livro didático, considerando, para isso, que tais livros sempre foram intimamente ligados ao processo de desenvolvimento do ensino da matemática escolar no Brasil, haja vista as aulas ou os cursos de matemática sempre se demonstrarem dependentes dos livros didáticos. Com isso, o processo de constituição da matemática escolarizada no Brasil pode ser construído a partir dos referidos livros (Valente, 2008).

Assim, os saberes que compõem um livro didático, em particular os saberes elementares matemáticos, podem contribuir para a escrita da história da disciplina escolar para a qual ele se apresenta como um representante do que se deve ensinar e, por vezes, também, integra no seu corpus orientações direcionadoras do processo de ensino, como aponta Choppin (2009).

O livro didático que consideramos como fonte de pesquisa para a escrita deste texto foi o livro intitulado Geometria Prática ou Desenho Linear, cuja capa está ilustrada na figura 1 a seguir, de autoria de J. De Brito Bastos. Colocamo-lo na condição de fonte de pesquisa, conforme orienta Valente (2007), à medida que dirigimos a ele a seguinte problemática: Quais são os saberes geométricos que J. de Brito Bastos faz notar como necessários para que se desenvolva a Geometria prática?

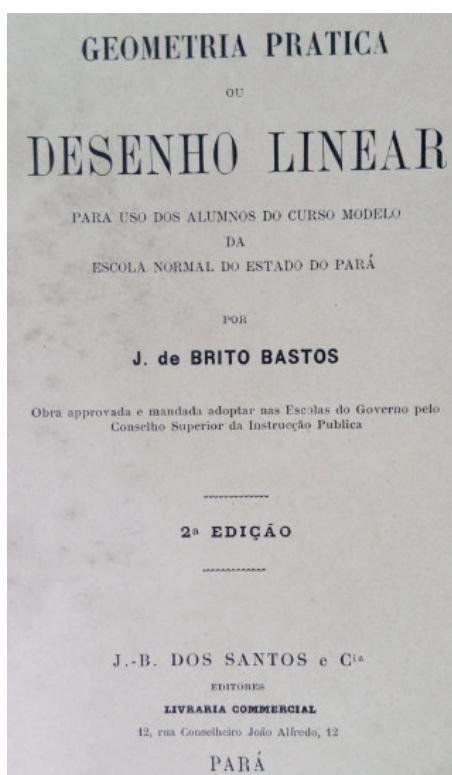


Figura 1 – Capa do livro Geometria Prática  
Fonte: Bastos (s.d.)

Dessa forma, este texto foi desenvolvido com o objetivo de identificar os saberes geométricos necessários para o ensino de Geometria por meio da Geometria prática no livro didático Geometria Prática ou Desenho Linear de J. de Brito Bastos. A partir do cumprimento de tal objetivo intentamos contribuir para a fomentação da discussão dos diferentes saberes que compunham a prática de uma matéria escolar, a Geometria.

Sobre J. De Brito Bastos, Machado e Mendes (2016) falaram de uma publicação de O Pará de 1898 que o destacava como importante figura de Álgebra e Geometria do Instituto Lauro Sodré. Segundo Eidorfe Moreira (1989, p. 42), Bastos “dirigiu um dos mais acreditados estabelecimentos de ensino do nosso interior, no caso do Liceu Santareno” e a Livraria Comercial, editora de Geometria Primária, pertenceu ao próprio autor.

Não podemos precisar o ano em que o livro didático em questão foi publicado, visto que não consta tal informação no seu corpus e, também, autores que citaram tal livro em suas publicações, tais como Moreira (1989) e Machado e Mendes (2016), não puderam indicar essa data. No entanto, a partir do texto de Moreira (1989) podemos dizer que Geometria Prática ou Desenho Linear foi publicado após o advento da República, pois segundo o autor esse foi o período em que a Geometria paraense teve sua fase áurea, quando foram publicados ao menos quatro livros didáticos até o início do século XX, e entre essas obras Moreira (1989) elenca a de J. De Brito Bastos de que estamos falando.

O livro Geometria Prática ou Desenho Linear, o qual será chamado, a partir de então, de Geometria Prática<sup>3</sup>, apresentava em sua capa a indicação de que ele era dirigido aos alunos do curso modelo da Escola Normal do estado do Pará. Entendemos que o curso modelo ao qual Bastos se refere, remete-nos aos cursos da escola de ensino primário chamada modelo na qual o professorado em formação na Escola Normal desempenhava suas atividades práticas. Nessas escolas os “futuros mestres podiam ‘ver como as crianças eram manejadas e instruídas’” (Carvalho, 2010, p. 225).

No estado do Pará a escola modelo foi suprimida pelo decreto nº 1.190 de 17 de fevereiro de 1903, quando essa foi substituída por um Grupo Escolar instituído em anexo à Escola Normal para atender a necessidade do ensino prático demandada pelo professorado que ali estudava. Isso foi feito devido à compreensão de que os Grupos Escolares eram a melhor forma de propagação da educação integral que representava o progresso da República (Pará, 1903).

Do mais, o livro Geometria Prática indicava em sua capa que o Conselho Superior da Instrução Pública do estado do Pará, o havia aprovado e mandado que as Escolas do governo o adotassem. Assim, trabalhamos com a compreensão de que tal livro compõe uma representação (Chartier, 2002) da prática geométrica presente no ensino primário paraense na época de sua publicação, em particular a segunda edição.

A escolha por trabalharmos com esse livro para a elaboração deste texto deu-se pelo fato de ser um material que até o momento, ao que nos consta, ainda não foi explorado como fonte de pesquisa em História da educação matemática, haja vista seu título e seu autor serem citados por Moreira (1989), mas sem sucesso na sua localização.

Obtivemos sucesso em tal localização quando, em nossa busca por materiais que pudesse se tornar fonte de pesquisa da História da educação matemática paraense, o encontramos no acervo da biblioteca da Sociedade Beneficente e

<sup>3</sup> Esclarecemos que ao usarmos a grafia Geometria Prática, com as iniciais maiúsculas, estamos nos referindo ao livro de Bastos, enquanto que Geometria prática, com as iniciais maiúscula minúscula, remete ao saber geométrico praticado.

Literária Cinco de Agosto – SBLCA, localizada na cidade de Vigia, interior do estado do Pará.

Os aspectos que fundamentaram teórico-metodologicamente este texto são considerações oriundas da história dos livros didáticos (Choppin, 2004) e das disciplinas escolares (Chervel, 1990). Esses autores se configuram como aporte teórico-metodológico à medida que nos possibilitam compreender o livro didático como um objeto histórico do qual podemos fazer notar conteúdos de ensino escolar, “segundo uma perspectiva epistemológica ou propriamente didática” (Choppin, 2004, p. 555) e que, para que possamos entender como o ensino funciona, os conteúdos devem ser estudados em conjunto com a pedagogia que os envolve (Chervel, 1990), elementos que consideramos para o desenvolvimento da escrita deste texto.

Ademais, a análise da qual decorre a consolidação do objetivo que dirigimos à elaboração deste texto foi embasada nos conceitos de “matemática a ensinar”, “saberes para ensinar matemática” e “matemática para ensinar” a partir de Valente (2017a; 2017b), os quais são desinentes dos “saberes a ensinar” e “saberes para ensinar”, os quais começaram a se difundir nas pesquisas brasileiras, sobretudo, a partir da publicação de Hofstetter e Valente (Orgs.) (2017), na qual podemos verificar o processo de sistematização de tais conceitos em língua portuguesa.

## **Dos saberes a ensinar e para ensinar aos saberes geométricos para ensinar por meio da Geometria prática**

Quando nos reportamos aos termos “saberes a ensinar” e “saberes para ensinar” nos remetemos aos estudos, cuja sistematização tem sido realizada pela Equipe de Pesquisa em História das Ciências da Educação – ERHISE – da Universidade Genebra, Suíça, conforme aponta Valente (2017b).

Ao tratarem dos saberes relacionados à profissão do ensino e da formação, Hofstetter e Schneuwly (2017) discutem dois tipos de saberes que os constituem, que são justamente os “saberes a ensinar” e os “saberes para ensinar”. De acordo com esses autores os “saberes a ensinar” são os saberes que compõem o que é apresentado ao professor como o que deve ser por ele ensinado, é seu objeto de trabalho, o qual está atrelado à produção matemática acadêmica, no nosso caso; por outro lado, os “saberes para ensinar” constituem as ferramentas utilizadas pelo professor para desenvolver o ensino, são os aspectos didático-metodológicos que ele utiliza para ensinar.

A partir dessas concepções, Valente (2017a; 2017b) discorre sobre a “matemática a ensinar” e “saberes para ensinar matemática”. Nesse caso, as caracterizações do que consistem esses saberes são, diretamente, decorrentes dos “saberes a ensinar” e dos “saberes para ensinar”, dos quais falamos anteriormente. Nesse sentido, a “matemática a ensinar” diz respeito à matemática que integra o currículo formativo do professor e está relacionada às áreas específicas que são atreladas às sistematizações da Matemática enquanto comunidade científica; já os “saberes para ensinar matemática” referem-se aos aspectos didático-pedagógicos e metodológicos que devem ser usados para desenvolver o ensino da matemática.

Nesse contexto, é necessário destacar outro termo decorrente daqueles de que estamos falando, ou seja, a “matemática para ensinar”, o qual difere dos

“saberes para ensinar matemática”, conforme apresentam Souza e Costa (2017), baseados em Bertini, Morais e Valente (2017). Os “saberes para ensinar matemática” são aqueles que mencionamos, os quais compõem a formação do professor; enquanto que a “matemática para ensinar” refere-se ao “saber matemático a ensinar” que foi transformado em “ensinável” perpassando pelos “saberes para ensinar matemática”, conforme podemos observar também em Valente (2017a).

Assim, os “saberes a ensinar” são os saberes que o professor obtém durante sua formação inicial para o exercício da docência, enquanto que os “saberes para ensinar” são o instrumental que o professor utiliza para transformar esse objeto de ensino em objeto de conhecimento dos alunos. Nesse sentido, destacamos que a “Geometria para ensinar” também é composta pela “Geometria a ensinar”, à qual são agregados instrumentos didático-metodológicos que viabilizam a aprendizagem do aluno, haja vista, ser necessário, para se ensinar, conhecer o que se deve ensinar, e até mesmo além disso, para que os aspectos didático-metodológicos estejam entrelaçados a tal conhecimento de maneira a se complementarem.

Assim, neste texto concentrarmos nossa atenção nos saberes geométricos cujo conhecimento é necessário para se ensinar e aprender por meio da Geometria prática a partir do livro didático intitulado Geometria Prática de autoria, de J. De Brito Bastos. Ressaltamos que o autor demonstra entender Geometria prática como sendo o ato de desenvolver desenhos que representem conceitos geométricos, tais como perpendicularidade e ângulo, com o auxílio de instrumentos como régua, compasso e transferidor.

Assim, consideramos que a Geometria prática é a “Geometria para ensinar” em que a prática do desenho com o uso dos referidos instrumentos é o “saber para ensinar Geometria”, e queremos destacar os saberes geométricos, ou a “Geometria a ensinar”, que integra tal “Geometria para ensinar”, ou seja, o que se precisa saber de Geometria para ensinar por meio de construções geométricas instrumentalizadas, como para traçar uma reta perpendicular, uma paralela, dividir retas em partes iguais, construir ângulos... Esses saberes geométricos que queremos evidenciar não são necessariamente o objeto de trabalho do professor, mas, sobretudo, seu objeto de conhecimento que possibilita a efetivação da “Geometria para ensinar”.

## Indícios da Geometria prática no curso primário brasileiro

Em 1827 a Câmara dos Deputados do Império brasileiro recebeu um projeto de Lei voltado para a composição do conteúdo do ensino primário, o qual não abrangia a Geometria. No entanto, nas discussões entre os parlamentares surgiu a indicação do ensino de Geometria com caráter prático, embora não tenha sido unânime entre os parlamentares. Ao final das discussões, quando a referida Lei foi aprovada, “as noções mais gerais de geometria prática” integravam os conteúdos prescritos para o curso primário (Moacyr, 1936, p. 189).

Ao discorrer sobre a trajetória da Geometria como um saber escolar para o curso primário em tempos de Império, Valente (2012) traz entre as problematizações de sua pesquisa o processo de constituição da Geometria como um saber escolar integrante do ensino primário brasileiro e entre o material empírico considerado estão os livros didáticos. Com isso, o autor evidencia que as

discussões para o ensino de Geometria no curso primário brasileiro estiveram atreladas à proposta de Condorcet<sup>4</sup>, na qual a geometria prática aparece com vistas a preparar o aluno para a qualificação profissional, e posteriormente o caráter prático da Geometria mostrava-se, sobretudo, a partir do trabalho desenvolvido pelos alunos com as figuras geométricas (Valente, 2012).

As questões referentes ao o que ensinar de Geometria e como ensiná-la em consonância com os métodos de ensino de cada época foram sendo tratadas nos anos seguintes nas publicações cujos títulos relacionavam à Geometria prática ao desenho linear, que deveria ser feito pelos alunos à mão livre, em particular no livro de Holanda Cavalcanti de Albuquerque<sup>5</sup> (1829). Nas últimas décadas do século XIX, 1882, o livro didático publicado por Abílio Cesar Borges<sup>6</sup>, intitulado Desenho linear ou Elementos de Geometria prática, sugere o desenho linear como sinônimo da Geometria no tratamento empregado ao ensino primário, mas a construção das formas geométricas ainda não é orientada por régua e compasso (Valente, 2012).

Já com o advento da República a matéria Geometria prática é apresentada em 1892 para o ensino primário, em particular o paulista, quando as lições de coisas, aplicação do método intuitivo, são indicadas para o ensino de Geometria sob a denominação de taquimetria. Nesse contexto, a publicação de Olavo Freire (1894), direcionada para o ensino de Geometria, faz referência, desde seu título, à Geometria prática. Nessa obra didática as construções geométricas já aparecem com régua e compasso (Leme da Silva & Valente, 2012), inclusive, é a primeira a utilizar tais recursos (Frizzarini & Leme da Silva, 2014). Foi em meio a esse contexto que julgamos que o livro didático Geometria Prática de autoria de J. De Brito Bastos foi desenvolvido.

Ao tratar dos instrumentos utilizados, ou indicados, para serem usados no ensino de Geometria e desenho no curso primário brasileiro do final do século XIX às primeiras décadas do século XX, a exemplo nos estados de São Paulo, Minas Gerais, Sergipe, Goiás e Rio Grande do Sul, Leme da Silva (2014a) aponta, principalmente, a régua e o compasso, mas também há menção ao esquadro e transferidor. Segundo Leme da Silva (2014b, p. 50) as “construções com régua e compasso constituem vestígios de práticas da Pedagogia Moderna<sup>7</sup>, [...] disseminadas em diferentes estados” brasileiros.

Ao passo que o uso da régua e do compasso atribuíam praticidade às construções geométricas, “a presença das construções geométricas de maneira contínua e crescente representa certa contradição ao enfoque prático, na medida em que a compreensão de seus procedimentos requer o desenvolvimento de conceitos abstratos” (Leme da Silva & Valente, 2012, p. 565). Neste texto, são esses conceitos abstratos que integram a “Geometria a ensinar”, tais como perpendicularidade e paralelismo, que queremos destacar.

## Saberes geométricos para ensinar por meio de Geometria prática

O livro Geometria Prática ou Desenho Linear, de autoria de J. De Brito Bastos, está dividido em duas partes, sendo cada uma dessas composta por quatro

<sup>4</sup>Para consultar informações sobre o autor veja nota 1 de Valente (2012).

<sup>5</sup>Para consultar informações sobre o autor veja nota 11 de Valente (2012).

<sup>6</sup>Para consultar informações sobre o autor veja nota 12 de Valente (2012).

<sup>7</sup>A leitura de Leme da Silva (2014b) esclarece o que é Pedagogia Moderna.

capítulos. A primeira parte aborda os diferentes tipos de linha, retas e curvas, sendo que nestas são tratadas a circunferência e a elipse; os polígonos, com ênfase nos diferentes tipos de triângulos, nos quadriláteros e nos polígonos regulares, sendo finalizada com cópias de polígonos e modelos quaisquer.

Na segunda parte do livro são abordadas as relações de tangência entre retas e círculos e arcos de círculos, entre círculos; ajustamentos de retas e arcos de círculo, de retas, e as principais figuras resultantes de tais ajustamentos, e técnicas de perspectiva, sendo o último capítulo dedicado ao estudo de molduras. Mas, ressaltamos que neste texto, por considerarmos suficiente para ao alcance de nosso objetivo, discorremos apenas sobre a primeira parte do livro.

O uso de régua, compasso e esquadro são anunciados nos primeiros capítulos da primeira parte, mas é evidente em todas as construções geométricas do livro, o que pode ser notado nas ilustrações de tais construções, como no caso da figura 25 do livro, cujas instruções de construção não mencionam régua e compasso, mas os indícios de seu uso são evidentes.

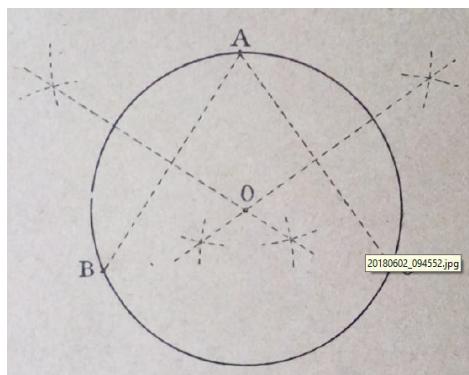


Figura 2 – Figura 25 do livro Geometria Prática

Fonte: Bastos (s.d., p. 26)

Para destacarmos os saberes geométricos necessários para se ensinar por meio de Geometria prática no livro de J. de Brito Bastos vamos destacar as construções geométricas abordadas no livro como subseções desta seção e em seguida discorrer sobre tais saberes. A primeira construção apresentada no livro trata-se de traçar uma perpendicular CD sobre uma reta AB.

#### *Traçar uma perpendicular CD sobre uma reta AB*

Para realizar essa construção geométrica mostra-se necessário inicialmente ter domínio sobre o que são retas perpendiculares e que a grafia CD e AB representam segmentos de reta. O conceito de perpendicularidade já havia sido apresentado pelo autor no capítulo I, que antecede tal construção, destacando que essas são linhas que se encontram sem inclinação. Sobre as classificações das linhas quanto ao seu emprego no desenho, o autor apresenta suas características enquanto linhas principais e auxiliares, mas não apresenta a notação para representá-las.

Para traçar uma perpendicular CD sobre uma reta AB o autor restringe três casos. No primeiro CD deve passar ao meio de AB, no segundo por um ponto P dado e no terceiro por um dos extremos de AB. Para desenvolver essas construções são apresentadas possibilidades com o compasso e com o esquadro, sendo que com esse são postos apenas os dois últimos casos.

Nas construções com o compasso, também, se faz necessária à compreensão dos seguintes saberes geométricos: raio, arco e centro, os quais até tal momento do livro não são apresentados pelo autor, porém ele insere uma nota de rodapé indicando a leitura de tais definições em passagens posteriores do livro; e ainda de intercessão. Podemos observar a necessidade da compreensão dos referidos saberes na orientação do autor que sugere para o primeiro caso, por exemplo que: “com um raio, maior do que a metade de AB, faça-se centro em cada um dos extremos A, B, e descrevão-se, de ambos os lados de AB, arcos que se cortem; unindo essas interseções tem-se a perpendicular CD” (Bastos, s.d., p. 14).

Para traçar uma perpendicular CD sobre uma reta AB passando por um ponto P dado, com o esquadro, conforme ilustra a figura 2, a seguir, autor orienta que “sobre AB (fig. 8), ajuste-se um dos catetos, ac, do esquadro, e sobre a hipotenusa, bc, uma regoa, faça-se revalar o esquadro sobre a regoa, até que o segundo cateto, ab, cegue ao ponto P” (Bastos, s.d., p. 16, grifo do autor). Assim, no caso das construções com o esquadro ainda há outros saberes geométricos que são demandados para sua prática são: cateto e hipotenusa e, cujas definições seguem o mesmo caso de raio, arco e centro; e também inverso e oposto para o terceiro caso.

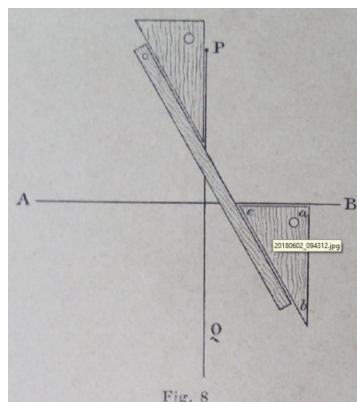


Figura 2 – Figura 8 do livro Geometria Prática

Fonte: Bastos (s.d., p. 26)

*Dada uma reta AB, traçar uma paralela*

O saber geométrico necessário a essa construção geométrica que notamos de imediato é a definição de paralelismo, a qual já havia sido apresentada anteriormente no livro como retas que mantém sempre a mesma distância em toda a sua extensão. O tracejo da reta paralela a AB é pedido em dois casos: a uma distância m de AB e passando por um ponto P. Ambos são realizados com o compasso e apenas o segundo com o esquadro.

Em se tratando das construções com o compasso, novamente são emanadas as compreensões de arco, centro e raio, sem mais fazer alusão a notas de rodapé como anteriormente, mostrando que já esperava que tais definições fossem conhecidas. Já para construção com o esquadro o único saber que se mostra

necessário é o próprio de paralelismo, ademais é demandado a prática do uso da régua com o esquadro.

#### *Dividir uma reta AB em n partes iguais*

Para essa divisão o saber, cuja compreensão se mostra necessária, é o de paralelismo. Do mais, notamos apenas o uso de termos como equidistância entre pontos, extremo de uma reta e prolongamento de retas, os quais podem ser compreendidos a partir das palavras que determinam pontos e retas, as quais não são características da Geometria.

#### *Sobre uma reta AB, construir um ângulo igual ao dado C, devendo um lado passar por um ponto P*

Os primeiros saberes geométricos que notamos que essa construção geométrica demanda são ângulo e lados, os quais são definidos pelo autor anteriormente a essa construção como “plano preenchido entre duas retas que se encontram. Essas retas chamão-se *lados*” (Bastos, s.d., p. 19, grifo do autor). Aqui, notamos que para entender ângulo é necessário o domínio do saber geométrico chamado de plano, o qual não foi esclarecido pelo autor. Os outros saberes que são demandados para essa construção são: raio; arco; paralelismo e vértice, o que foi definido de antemão pelo autor como sendo o encontro dos lados que formam o ângulo.

#### *Traçar a bissetriz de um ângulo*

De imediato notamos que para desenvolver essa construção geométrica faz-se necessária a compreensão do que é uma bissetriz, o que é definido em seções anteriores pelo autor como sendo a reta que divide um ângulo ao meio, isto é, em duas partes iguais, e de ângulo. Ressaltando que reta e ângulo são saberes que também já foram anunciados. Ademais, outros saberes geométricos cuja compreensão se mostra necessária neste caso são: lados (que compõem o ângulo), vértice, arco, corda, perpendicularidade, paralelismo, os quais foram anunciados anteriormente ou tiveram a leitura de sua definição indicada pelo autor adiante no próprio livro.

#### *Trisseção do ângulo reto e ângulo qualquer*

O primeiro saber geométrico, cuja compreensão se mostra necessária, para desenvolver a trisseção do ângulo reto e ângulo qualquer é ângulo reto, o qual foi definido pelo autor em seções anteriores como aqueles que medem  $90^\circ$ , têm os lados perpendiculares. Destacamos que a medição de graus foi que discutida pelo autor em seções anteriores, quando apresentou o transferidor e ensinou como usá-lo para medir um ângulo.

Os outros saberes de compreensão necessária para essa construção são: vértice, raio, arco, cateto, tangente, semicircunferência, os quais já tiveram suas definições indicadas nas construções anteriores, e triângulo retângulo, que não tem nem ao menos a leitura de sua definição indicada, embora ela apareça em seções bem mais à frente quando o autor trata de polígonos em geral.

#### *Divisão do ângulo em n partes iguais*

Para dividir um ângulo em partes iguais é necessário saber de imediato o que é ângulo, o que o autor já discutiu. Além disso, os saberes geométricos

demandados para o ensino dessa geometria prática que podemos observar são os seguintes: ângulo reto, lados (que compõem o ângulo), perpendicularidade, vértice e arco, os quais foram discutidos pelo autor ou ao menos tiveram a leitura de sua definição indicada anteriormente.

### *Traçar circunferências*

Os saberes identificados, inicialmente, para se traçar circunferências que toquem num só ponto P, de uma reta AB ou tangentes à reta AB; circunferências que passem por dois pontos A, B e, ainda, uma circunferência que passe por três pontos, A, B, C, não colineares, são os conceitos de circunferência, corda e reta tangente, apresentados previamente pelo autor, no início da seção.

Para as construções é necessário, também, saber traçar retas perpendiculares e determinar o ponto de interseção entre retas, saberes também necessários para determinar o centro do círculo, atividade para a qual, ainda, se faz necessária a compreensão de catetos, tendo em vista o uso do esquadro.

### *Divisão da circunferência*

Para dividir uma circunferência em duas e até dezessete partes, o autor apresenta procedimentos cujo desenvolvimento necessita dos conceitos de perpendicularidade, diâmetro da circunferência e corda como saberes prévios e, ainda, do traçado de sucessivas bissetrizes para se obter as divisões nos múltiplos desses números por  $2^n$ .

O autor também apresenta dois processos para a divisão da circunferência em n partes, a saber: o Processo de Bion e o Processo de Tempier. Em ambos os processos identificamos como saberes necessários os conceitos de diâmetro da circunferência, arcos e perpendicularidade.

### *Retificação da circunferência*

Os saberes geométricos identificados para a retificação da circunferência, ou seja, determinar o seu comprimento sobre uma linha reta, conceito esse apresentado pelo autor no início da seção, são os conceitos de circunferência, diâmetro, raio, corda e arcos, utilizados tanto na regra do dobro do terço e quarto, quanto na regra de Mascheroni, descritas no livro.

### *Traçar a elipse, dados os focos F, F' e o eixo maior AB*

Para a construção de uma elipse com o traçado contínuo os saberes necessários são obviamente, os conceitos de elipse, focos e eixo maior, conceitos estes apresentados pelo autor no início da seção “Generalidades sobre a elipse”. Já para a construção por pontos podemos identificar a necessidade da compreensão dos conceitos de distância focal (este não apresentado de forma direta pelo autor), raio e arcos, trabalhados na seção sobre circunferência.

### *Traçar uma elipse, dados os 2 eixos*

Os saberes geométricos notadamente necessários para a construção de uma elipse dados seus dois eixos, tanto com a utilização de uma régua quanto por meio de círculos concêntricos, são os conceitos de eixos da elipse, paralelismo, perpendicularidade, semieixos da elipse e ainda conceitos subjacentes como circunferência e pontos de interseção.

### *Determinar o centro, eixos e focos da elipse*

O autor apresenta também os procedimentos para se determinar o centro, eixos e os focos da elipse, e para isso identificamos como saberes geométricos necessários os conceitos de cordas, paralelismo, diâmetro, circunferência, eixos e semieixos da elipse, conceitos estes apresentados previamente pelo autor.

### *Construir Polígonos*

Para as construções de um triângulo equilátero, dado um lado  $n$ ; isósceles, dada a base  $m$  e um lado  $n$ ; escaleno e retângulo, demonstradas pelo autor, notamos como saberes geométricos necessários à classificação de triângulos quanto à medida dos lados e quanto à medida dos ângulos internos, classificação essa mostrada pelo autor no início da seção sobre triângulos. São necessários também os conceitos de circunferência, raio, arcos, ângulo, reta perpendicular e identificação dos lados do triângulo retângulo, como também de polígono, o qual é definido pelo autor como “a superfície limitadas por linhas retas” (Bastos, s.d, p. 35).

Para a construção de polígonos como paralelogramo, quadrado, retângulo, losango, trapézio, um quadrilátero qualquer, um polígono convexo regular e polígonos quaisquer de lado determinado, podemos identificar como saberes necessários as definições de cada quadrilátero a ser construído e os conceitos de ângulo, raio, arcos, perpendicularidade, indispensáveis para a realização da construção. Já para inscrever ou circunscrever um círculo em um polígono regular dado, além dos saberes supracitados, também é necessário o conceito de apótema. Tais conceitos foram apresentados, anteriormente, pelo autor.

Para construir um polígono estrelado, o qual o autor define como aquele “que tem os ângulos alternativamente salientes e reentrantes” (Bastos, s.d, p. 35), faz-se notar necessária a divisão da circunferência, atividade já desenvolvida pelo autor. E da construção do polígono estrelado deriva-se a construção da estrela, demandando ainda o conceito de vértice.

### *Cópia, ampliação e redução de polígonos e modelos quaisquer*

O capítulo 4 da primeira parte do livro trata de homografias, onde o autor apresenta os procedimentos de cópia, ampliação e redução de polígonos e modelos quaisquer. Assim, identificamos como saberes geométricos essenciais para tais construções os conceitos de diagonais, vértices, triângulos, adjacente e divisão de segmentos em partes iguais.

No quadro 1, a seguir, podemos observar sumariamente as construções geométricas que são apresentadas por J. de Brito Bastos na primeira parte de seu livro “Geometria Prática ou Desenho Linear” e os respectivos saberes geométricos necessários para ensinar essas construções, isto é, podemos observar a “Geometria para ensinar” em que a prática do desenho com o uso dos referidos instrumentos é o “saber para ensinar geometria”, e os saberes geométricos, ou a “Geometria a ensinar”, que integra tal “Geometria para ensinar”,

## Quarto Encontro Nacional de Pesquisa em História da Educação Matemática

Quadro 1 – Síntese da Geometria Prática e dos saberes geométricos demandados para ensiná-la

<b>Geometria Prática</b>	<b>Saberes geométricos a ensinar</b>
Traçar uma perpendicular, CD, sobre uma reta AB	Perpendicularidade; raio; arco; centro; cateto; e hipotenusa.
Dada uma reta AB, traçar uma paralela	Paralelismo; arco e raio.
Dividir uma reta AB em n partes iguais	Paralelismo
Sobre uma reta AB, construir um ângulo igual ao dado C, devendo um lado passar por um ponto P	Ângulo; lados (que formam o ângulo);raio; arco; paralelismo e vértice.
Traçar a bissetriz de um ângulo	Bissetriz; ângulo; lados (que formam o ângulo); vértice; arco; corda; perpendicularidade e paralelismo.
Trisseção do ângulo reto e ângulo qualquer	Ângulo reto; raio; arco; cateto, tangente, semicircunferência e triângulo retângulo
Divisão do ângulo em n partes iguais	Ângulo, ângulo reto, lados (que formam o ângulo, perpendicularidade, vértice e arco
Traçar circunferências	Circunferência; corda; reta tangente,perpendicularidade e cateto
Divisão da circunferência	Perpendicularidade; diâmetro da circunferência; corda e arcos.
Retificação da circunferência	Retificação e circunferência; diâmetro; raio; corda e arcos.
Traçar a elipse, dados os focos F, F' e o eixo maior AB	Elipse; focos; eixos; distância focal; raio e arcos
Traçar uma elipse, dados os 2 eixos	Eixos e semieixos da elipse; paralelismo;perpendicularidade; circunferência e pontos de interseção
Determinar o centro, eixos e focos da elipse	Cordas;paralelismo; diâmetro; circunferência; eixos e semieixos da elipse
Construir polígonos	Polígonos; Ângulo; raio; arcos;perpendicularidade
Cópia, ampliação e redução de polígonos e modelos quaisquer	Diagonais; vértices; triângulos e divisão de segmentos em partes iguais

Fonte: Elaborado pelos autores.

A partir do quadro 1, ilustrado anteriormente, podemos notar que os saberes geométricos para ensinar por meio de Geometria prática no livro de Bastos são diversos, no entanto, muitos são recorrentes para em diferentes construções geométricas.

### Considerações finais

Desenvolver este texto, a partir da base teórica pautada em “matemática a ensinar”, “saberes para ensinar matemática” e “matemática para ensinar”, decorrentes dos “saberes a ensinar” e “saberes para ensinar”, foi para nós uma tarefa desafiadora, pois precisamos entender tais conceitos para fazê-los emergir em meio ao que depreendemos da nossa fonte de pesquisa. Essa compreensão se consolida à medida que os discutimos e socializamos tais discussões, de modo que com este texto estamos adentrado a esse caminho.

A partir desse entendimento, desenvolvemos esse texto visando identificar os saberes geométricos necessários para o ensino de Geometria por meio da Geometria prática no livro didático Geometria Prática ou Desenho Linear de J. de Brito Bastos. Então, concentrarmos nossa atenção nos enunciados e no desenvolvimento das construções geométricas propostas pelo autor no referido

livro.

Com isso, podemos notar que a Geometria apresentada por Bastos gira em torno da geometria plana, de modo que as construções geométricas desenvolvidas partem do tracejo de retas perpendiculares e paralelas até a construção de polígonos, sendo que a praticidade denotada pelo autor consiste exatamente no processo de construir figuras geométricas com o auxílio de instrumentos como régua e compasso.

Para a que essa geometria prática aconteça os saberes geométricos cuja compreensão se faz necessária variam do próprio conceito do que se quer desenvolver até conceitos que estão distantes do enunciado de sua definição, como no caso em que se pede para traçar uma perpendicular sobre uma reta dada e entre os saberes geométricos que se fazem necessários para essa construção se materialize estão elementos da circunferência, como o raio, o arco e o centro; além de cateto e hipotenusa.

Podemos constatar que nas construções geométricas instruídas pelo autor, as quais consideramos como “Geometria para ensinar”, há diversos saberes geométricos, ou “Geometria a ensinar”, que não foram discutidos pelo autor antes de sua compreensão ser demandada, como quando se pede para realizar a trissecção do ângulo qualquer e se demanda a compreensão de triângulo retângulo sem que essa já tenha sido apresentada ou tivesse leitura indicada. Esses saberes não são o alvo da construção geométrica, no entanto, sem seu entendimento torna-se inviável seu desenvolvimento.

Os saberes geométricos que J. de Brito Bastos faz notar como necessários para que se desenvolva a Geometria prática que são mais recorrentes nas diferentes construções geométricas são aqueles relacionados à circunferência, tais como arco e raio, os quais são demandados até mesmo para o tracejo de uma paralela sobre uma reta dada; paralelismo; perpendicularidade; vértice; ângulos, o que nos faz considerá-los como saberes geométricos essências para se ensinar por meio da Geometria prática.

Destacamos, ainda, que para desenvolver o ensino de Geometria por meio da Geometria prática o autor faz uso de instrumentos apropriados, mas a apresentação e instrução de uso de instrumentos como régua, compasso esquadro não é feita pelo autor, o que evidencia que caberia ao professor em sala de aula realizar tal tarefa ou que Bastos já entendia que o professor e/ou os alunos já os conheciam, já que ao usar o transferidor o autor toma o cuidado de antecipadamente descrevê-lo e apresentar instruções sobre seu uso.

## Referências

- Bastos, J. de B. (s.d.). *Geometria Prática ou Desenho Linear*. Pará: Livraria Comercial.
- Brito, A. de J., Miorim, M. A. (2016). A institucionalização da História da Educação Matemática. In A. V. M. Garnica (Org.). *Pesquisa em história da educação matemática no Brasil* (pp. 67-92). São Paulo: Editora Livraria da Física.

- Carvalho, M. M. C. de (2010). Reformas da instrução pública. In E. M. S. T. Lopes, L. M. de Faria Filho & C. G. Veiga (Orgs.). *500 anos de educação no Brasil*. Belo Horizonte: Autêntica
- Chervel, A. (1990). História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. *Teoria & Educação*, 2, 177-229. Retirado em 23 de outubro, 2015, de: [http://moodle.fct.unl.pt/pluginfile.php/122510/mod\\_resource/content/0/Leituras/Chervel01.pdf](http://moodle.fct.unl.pt/pluginfile.php/122510/mod_resource/content/0/Leituras/Chervel01.pdf).
- Choppin, A. (2004). História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. *Educação e Pesquisa*, 30 (3), 549-566. Disponível em: <http://www.revistas.usp.br/ep/article/view/27957>.
- Choppin, A. (2009). O manual escolar: uma falsa evidência histórica. *História da Educação*, 13 (27), 9-75. Disponível em: <http://seer.ufrgs.br/index.php/asphe/article/view/29026>.
- Frizzarini, C. R. B. & Leme da Silva, M. C. (2014). Primeiras Noções de Geometria Prática de Olavo Freire: um compêndio inovador? Anais Eletrônicos do 14º Seminário Nacional de História da Ciência e da Tecnologia (pp. 1-8). Belo Horizonte: Sociedade Brasileira de História da Ciência. Retirado em 06 de maio, 2018, de [https://www.14snhct.sbh.org.br/arquivo/download?ID\\_ARQUIVO=1820](https://www.14snhct.sbh.org.br/arquivo/download?ID_ARQUIVO=1820).
- Hofstetter, R. & Valente, W. R. (Orgs.). (2017). *Saberes em (trans)formação*: tema central da formação de professores. São Paulo: Editora Livraria da Física.
- Leme da Silva, M. C. & Valente, W. R. (2012). A geometria dos grupos escolares: Matemática e Pedagogia na produção de um saber escolar. *Cadernos de História da Educação*, 11, 559-571. Disponível em: <http://www.seer.ufu.br/index.php/che/index>.
- Machado, B. F. & Mendes, I. A. (2016). Manuais didáticos no estado do PARÁ: Aritmética, a Geometria e o Desenho – Século XIX e primeira metade do Século XX. *XIV Seminário Temático: Saberes Elementares Matemáticos do Ensino Primário (1890-1970)*: Sobre o que tratam os Manuais Escolares? (pp. 0-13). Natal: Grupo de Estudos e Pesquisas em História da Educação Matemática do Brasil – GHEMAT. Retirado em 20 de novembro, 2017, de: <http://xivseminariotematico.paginas.ufsc.br/>.
- Moacyr, Primitivo. (1936). A instrução e o Império. São Paulo: Companhia Editora Nacional. Disponível em: <http://www.brasiliana.com.br/obras/a-instrucao-e-o-imperio-1-vol/pagina/181/texto>.
- Moreira, E. (1989). O livro didático paraense. In E. Moreira, E. *Obras reunidas de Ediorfe Moreira*. Belém: Cultural CEJUP.
- Pará. (1903). *Decreto nº 1.190, de 17 de fevereiro de 1903*. Regulamento Geral do Ensino Primário. Typ do Diário Oficial do Pará, Belém.
- Valente, W. R. (2007). História da Educação Matemática: interrogações metodológicas. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 2 (1), 28-49. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/12990/12091>.

- Valente, W. R. (2008). Livro didático e educação matemática: uma história inseparável. *ZETETIKÉ*, 16 (30), 139-162. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/index>.
- Valente, W. R. (2012). Tempos de Império: a trajetória da geometria como um saber escolar para o curso primário. *Rev. bras. hist. educ.*, 12 (3), 73-94. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/160382/446-1200-1-PB.pdf;sequence=1>.
- Valente, W. R. (2017a). Dos livros didáticos para os cadernos de matemática: a emergência dos saberes profissionais. *Zetetiké*, 25 (2), 254-264. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/index>.
- Valente, W. R. (2017b). Os saberes para ensinar matemática e a profissionalização do educador matemático. *Rev. Diálogo Educ.*, 17 (51), 207-222. Disponível em: <https://periodicos.pucpr.br/index.php/dialogoeducacional/index>.