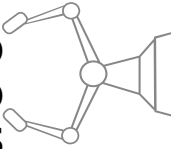


# PARTICIONAMENTO DE CONJUNTOS PARA O PROBLEMA DE ROTEAMENTO CAPACITADO, PERIÓDICO E COM MÚLTIPLOS DEPÓSITOS



**Kellen Dayelle Endler**

kellen\_dayelle@hotmail.com; Universidade Federal do Paraná (UFPR)

**Cassius Tadeu Scarpin**

cassiusst@gmail.com; Universidade Federal do Paraná (UFPR)

**Maria Teresinha Arns Steiner**

maria.steiner@pucpr.br; Pontifícia Universidade Católica do Paraná (PUCPR)

**Vinicius Martins Ton**

vinnimt@gmail.com; Universidade Federal do Paraná (UFPR)

**Resumo:** A distribuição de produtos através de uma rede de transportes das fábricas para os consumidores constitui-se em um papel chave dos sistemas logísticos. Esse é um dos motivos pelos quais o Problema de Roteamento de Veículos consiste em um dos temas mais estudados da Pesquisa Operacional. Este artigo busca avaliar a influência da técnica de Particionamento de Conjuntos na melhoria de soluções para o problema de roteamento de veículos capacitado, com múltiplos depósitos e periódico. A este método, associa-se técnicas de busca local para melhoria da solução. Para tanto, são sugeridas duas fases: melhoria de rota e melhoria entre padrões. Na primeira fase investiga-se a influência do número de clientes avaliados nos movimentos, alternativa que visa atingir uma maior eficiência da exploração do espaço da vizinhança. Espera-se que se possa contribuir com futuras pesquisas, que também buscam solucionar problemas de roteamento com características reais como as apresentadas. Sabe-se que mesmo pequenas melhorias nas soluções podem impactar em enormes consequências econômicas e ambientais.

**Palavras-chave:** Problema de roteamento de veículos. Múltiplos depósitos. Periódico. Particionamento de Conjuntos.

**Abstract:** *The distribution of products through a transport network of factories for consumers constitutes a key role of logistics systems. That is one of the two reasons why the problem of vehicle routing consists of the most studied topics in Operational Research. This paper attempt to evaluate the influence of the Partitioning Technique on the improvement of solutions for the multi-depot and periodic vehicle routing problem. Associating with this method, local search techniques for solution improvement. Therefore, two phases are suggested: route improvement and improvement between standards. Regarding the first phase, the influence of the number of customers evaluated on the movements is also evaluated, an alternative that aims to achieve a greater efficiency of the exploration of the*

*neighborhood space. It is hoped that this work can contribute to future research, which also seek to solve routing problems with real characteristics as presented. It is well known that even small improvements in solutions can impact huge economic and environmental consequences.*

**Keywords:** *Vehicle routing problem. Multiple depots. Periodic. Set Partitioning.*

**Resumen:** *La distribución de productos a través de una red de transporte desde las fábricas hasta los consumidores es un papel clave para los sistemas logísticos. Ésta es una de las razones por las que el problema de las rutas de los vehículos es uno de los temas más estudiados en la investigación operativa. Este artículo busca evaluar la influencia de la técnica Set Partitioning en la mejora de soluciones al problema de enrutamiento vehicular habilitado, con múltiples depósitos y periódicos. Las técnicas de búsqueda local están asociadas con este método para mejorar la solución. Para ello, se sugieren dos fases: mejora de ruta y mejora entre estándares. En una primera fase se investiga la influencia del número de clientes evaluados sobre los movimientos, una alternativa que busca lograr una mayor eficiencia en la exploración del espacio vecinal. Se espera que se pueda contribuir a futuras investigaciones, que también buscan resolver problemas de enrutamiento con características reales como las que se presentan. Se sabe que incluso pequeñas mejoras en las soluciones pueden tener enormes consecuencias económicas y medioambientales.*

**Palabras clave:** *Problema de enrutamiento del vehículo. Depósitos múltiples. Periódico. Particionamiento de conjuntos.*

## 1. INTRODUÇÃO

A distribuição de produtos desde as fábricas ou centros de distribuição através da rede de transportes para os consumidores constitui-se em um papel chave dos sistemas logísticos. Um estudo realizado pela Fundação Dom Cabral aponta que de 2015 até o ano de 2018, as companhias gastaram, em média, 12,37% do seu faturamento bruto com custos logísticos no Brasil (SANTOS, 2018). O Problema de Roteamento de Veículos ou *Vehicle Routing Problem* (VRP), consiste em um dos temas mais estudados da Pesquisa Operacional. O VRP é um nome genérico para uma classe de problemas de otimização combinatória em que os clientes devem ser atendidos por vários veículos. Os veículos deixam o depósito, servem os clientes na rede e retornam ao depósito após completar suas rotas. Cada cliente é descrito por uma certa demanda. Apesar do seu enunciado relativamente simples, apresenta elevada complexidade computacional. As formulações do VRP são usadas para modelar uma gama extremamente ampla de problemas como transporte, gerenciamento da cadeia de suprimento, planejamento de produção e telecomunicações (TOTH; VIGO, 2002). Uma revisão de literatura recente pode ser encontrada em Braekers *et al.* (2016). Os modelos atuais de VRP visam cada vez mais incorporar complexidades da vida real. Os atributos do problema consistem nas características adicionais ou restrições que visam melhor levar em conta as especificidades de aplicações. Endler *et al.* (2018) apresenta uma investigação das estratégias consideradas “vencedoras” para o VRP com diversas variantes.

Neste artigo, o problema de roteamento de veículos com múltiplos depósitos e periódico, ou (*Multi-Depot and Periodic Vehicle Routing Problems* - MDPVRP), com

veículos capacitados e duração de rota restrita, é estudado. Exemplos de aplicações relacionadas a este problema são o fornecimento de matérias-primas (ALEGRE *et al.*, 2007), coleta de lixo (TEIXEIRA *et al.*, 2004), coleta ou distribuição de alimentos (PARTHANADEE; LOGENDRAN, 2006), e operações de manutenção (BLAKELEY *et al.*, 2003; HADJICONSTANTINOU; BALDACCI, 1998). Dentre as possíveis técnicas a serem adotadas na solução deste problema, este artigo estuda um algoritmo de geração de soluções iniciais associado com o Problema de Particionamento de Conjuntos, em língua inglesa, *Set Partitioning* (SP).

Este artigo busca avaliar a influência do SP para o problema de roteamento de veículos capacitados, com múltiplos depósitos e periódico, associado a técnicas de busca local para melhoria da solução. Em relação a fase de Melhoria de Rota sugerida, avalia-se a influência do número de clientes avaliados nos movimentos. Alternativa que visa atingir uma maior eficiência da exploração do espaço da vizinhança.

O presente artigo está estruturado da seguinte forma: Seção 2 apresenta uma descrição do problema MDPVRP; a seção 3 descreve a metodologia utilizada apresentando a formulação matemática proposta para o Particionamento de Conjuntos, juntamente com as técnicas de melhoria de solução utilizadas; a seção 4 apresenta os resultados computacionais obtidos, e por fim, apresentam-se na seção 5, as conclusões obtidas.

## 2. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

O problema de roteamento com múltiplos depósitos e periódico de veículos pode ser definido como um multigrafo  $G(V, A)$ , onde  $V = \{v_0, v_1, \dots, v_n\}$  representa o conjunto de nós e  $A = \left\{ (v_i, v_j)^{k,l} : v_i, v_j \in V, i \neq j \right\}$  o conjunto de arcos, em que  $k$  e  $l$  referem-se ao número  $k, l$  do veículo e ao dia de visita, respectivamente. O conjunto de depósitos são representados por  $V^{dep}$ , sendo que  $v_0 \in V^{dep}$ . Em cada depósito  $v_0$  situam-se  $m$  veículos de capacidade  $Q_k$ , e os demais nós de  $V$  representam clientes a serem servidos. Para um horizonte de planejamento de  $T$  dias e um cliente  $i$ , a demanda de  $i$  é  $q_i$ , o tempo de serviço é  $d_i$ , a frequência de visitas é  $f_i$  e o padrão de dias permitidos para visitas é  $Pat_i$ . A cada arco  $(v_i, v_j)^{k,l}$  é associado um custo não negativo ou tempo de viagem  $c_{ijkl}$ . O MDPVRP consiste em programar as visitas aos clientes e em determinar as rotas dos veículos em cada dia do horizonte de tempo de forma que:

- a) cada rota inicia e termina no depósito;
- b) cada cliente no dia  $t$  pertence somente a uma rota;
- c) cada cliente deve ser atendido por um único depósito;

- d) a demanda total de uma rota não excede a capacidade do veículo;
- e) o tempo total de uma rota não excede a duração máxima permitida;
- f) o custo total das rotas ao longo de  $T$  é minimizado.

A Figura 1 exemplifica um problema com  $n = 9$  clientes, em um horizonte de  $T = 2$  dias, sendo disponibilizados  $k = 2$  veículos em cada dia do horizonte. Indica-se também, os padrões de dias de visitas, as frequências de visitas, e o depósito escolhido para cada cliente. Assim, uma representação de rotas para uma possível programação das visitas aos clientes foi apresentada para cada dia do horizonte de planejamento e cada depósito. Para exemplificar, as frequências de visitas de cada cliente é  $f_1 = f_2 = f_4 = f_5 = f_6 = f_7 = f_8 = 2$  e  $f_3 = f_9 = 1$ . Considerando o  $pat_1 = 3$ , por exemplo, as combinações de dias são {1,2}.

Uma formulação matemática que representa o problema pode ser encontrada em Vidal, et al (2012). O MDPVRP consiste em uma versão expandida de outras variantes também tratadas neste artigo: VRP com múltiplos depósitos - MDVRP; periódico - PVRP e capacitado CVRP. A versão clássica dos VRPs, o Problema de Roteamento de Veículos Capacitado, conhecido na língua inglesa como *Capacitated Vehicle Routing Problem* (CVRP), pode ser definido como um problema MDPVRP com um único depósito e um único período. Da mesma forma que um PVRP, considera apenas um depósito, enquanto o MDVRP considera apenas um único período.

**Figura 1:** Exemplo de determinação das rotas em um MDPVRP.

	Dia 1	Dia 2	Considerando o seguinte Padrão de Dias:																														
Depósito 1			<table border="1"> <thead> <tr> <th>Padrão de Dias</th> <th>Frequência</th> <th>Dias</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>{1}</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>1</td> <td>{2}</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>2</td> <td>{1,2}</td> </tr> </tbody> </table>	Padrão de Dias	Frequência	Dias	1	1	{1}	2	1	{2}	3	2	{1,2}																		
	Padrão de Dias	Frequência	Dias																														
1	1	{1}																															
2	1	{2}																															
3	2	{1,2}																															
Depósito 2			<p>Considerando o seguinte Padrão de Dias:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Depósito</th> <th>Padrão de Dias</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>C1</td> <td>1</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>C2</td> <td>1</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>C3</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>C4</td> <td>1</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>C5</td> <td>1</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>C6</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>C7</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>C8</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>C9</td> <td>2</td> <td>2</td> </tr> </tbody> </table>		Depósito	Padrão de Dias	C1	1	3	C2	1	3	C3	1	1	C4	1	3	C5	1	3	C6	2	3	C7	2	3	C8	2	3	C9	2	2
		Depósito	Padrão de Dias																														
C1	1	3																															
C2	1	3																															
C3	1	1																															
C4	1	3																															
C5	1	3																															
C6	2	3																															
C7	2	3																															
C8	2	3																															
C9	2	2																															

Fonte: Autores

### 3. METODOLOGIA

A seguir apresenta-se a formulação matemática proposta para o Particionamento de Conjuntos, juntamente com o algoritmo proposto.

#### 3.1 Abordagem com Particionamento de Conjuntos

Seja  $R$  o conjunto de todas as possíveis rotas para todos os dias e depósitos.  $R_i \subseteq R$ , o subconjunto de rotas contendo o cliente  $i \in V$ . Define-se  $f_i$  como a frequência de atendimento do cliente  $i$  ao longo do horizonte de tempo  $T$  e  $Z_r$  como o custo associada a rota  $r$ . A Tabela 1 apresenta as notações utilizadas.

**Tabela 1:** Notações usadas

Conjuntos e Índices	
$V$	Todos os vértices; $V = V^{DEP} \cup V^C$
$V^{DEP} \in V$	Depósitos; $d \in \{1, \dots,  V^{DEP} \}$
$V^C \in V$	Clientes; $i \in \{1, \dots,  V^C \}$
$t \in T$	Dias; $t \in \{1, \dots,  T \}$
$r \in R$	Rotas possíveis para cada dia e depósito; $r \in \{1, \dots,  R \}$
$R_i \in R$	Rotas que pertencem ao cliente $i$ ;
$pat \in P$	Padrões de dias; $pat \in \{1, \dots,  P \}$
Parâmetros	
$Z_r$	Custo associada à rota $r$
$T$	Número total de dias no horizonte de planejamento
$f_i$	Frequência de atendimento do cliente $i$ ao longo de $T$
$m$	Número de veículos disponíveis em cada dia, cada um com capacidade $Q_k$
$n$	Total de números de clientes para visitar
$C_i$	O conjunto de dias válidos para cada cliente $i \in \{1, \dots, n\}$
Variáveis	
$Y_r$	= 1, se a rota $r \in R$ estiver na solução. =0, c.c.
$p_{i, pat}$	= 1 se o cliente $i$ estiver designado ao padrão de dias $pat$ na solução. =0, c.c.
$\theta_{i, d}$	= 1 se o cliente $i$ estiver designado ao depósito $d$ na solução. =0, c.c.
$\Omega_{i, t, d}$	= 1 se o cliente $i$ estiver designado ao dia $t$ e depósito $d$ na solução. =0, c.c.

Fonte: Autores

A formulação do Particionamento de Conjuntos para o problema é implementada como segue.

$$\text{Min} \sum_{r \in R} Y_r * Z_r \tag{01}$$

$$\sum_{r \in R_i} Y_r = \Omega_{i,t,d}, \quad \forall i \in V^C, t \in T, d \in V^{DEP} \quad (02)$$

$$\sum_{t \in T} \sum_{d \in V^{DEP}} \Omega_{i,t,d} \geq f_i * p_{i,pat}, \quad i \in V^C, pat \in P \quad (03)$$

$$\sum_{t \in P} \sum_{d \in V^{DEP}} \Omega_{i,t,d} \leq f_i, \quad i \in V^C, pat \in P \quad (04)$$

$$\sum_{pat \in P} p_{i,pat} = 1, \quad i \in V^C \quad (05)$$

$$\sum_{t \in T} \Omega_{i,t,d} = f_i * \theta_{i,depot}, \quad i \in V^C, d \in V^{DEP} \quad (06)$$

$$\sum_{d \in V^{DEP}} \theta_{i,d} = 1, \quad i \in V^C \quad (07)$$

$$\sum_{r \in R} Y_r \leq m \quad (08)$$

$$Y_r \in \{0, 1\}, \quad r \in R \quad (09)$$

$$\Omega_{i,t,d} \in \{0, 1\}, \quad i \in V^C, t \in T, d \in V^{DEP} \quad (10)$$

$$p_{i,pat} \in \{0, 1\}, \quad i \in V^C, pat \in P \quad (11)$$

$$\theta_{i,t} \in \{0, 1\}, \quad i \in V^C, d \in V^{DEP} \quad (12)$$

A função objetivo (01) minimiza a soma dos custos escolhendo a melhor combinação das rotas. As restrições (02) garantem que uma única rota do subconjunto  $R_i$ , esteja associada ao cliente  $i$ , caso ele esteja designado ao dia  $day$  e depósito  $depot$  na solução. As restrições (03) determinam para todo cliente  $i$  e para o padrão de dias  $pat$  que ele pertença, que as variáveis  $\Omega_{i,day,depot}$  assumam o valor de 1 para todos os dias  $day$  do padrão de dias e para algum depósito  $depot$  selecionados para  $i$ , no mínimo igual a sua frequência, caso o padrão seja selecionado. As restrições (04) garantem que a frequência de visitas não seja ultrapassada para todo cliente  $i$ . As restrições (05) garantem que cada cliente  $i$  seja atendido em apenas um padrão de dias  $pat$ . As restrições (06) determinam para cada cliente  $i$  e para cada depósito  $depot$ , que as variáveis  $\Omega_{i,day,depot}$  assumam o valor de 1 caso o depósito  $depot$  seja selecionado para  $i$  garantindo que o cliente  $i$  seja atendido na frequência de dias desejada. As restrições (07) garantem que cada cliente  $i$  esteja associado a apenas um depósito  $depot$ . As restrições (08). As restrições (09) a (12) definem o domínio das variáveis de decisão.

### 3.2 Técnicas de Melhoria de Solução Utilizadas

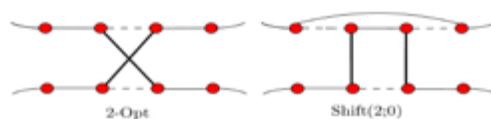
Esta etapa foi realizada em duas fases: Melhoria de Rota e Melhoria de Padrões. Assim como em Vidal *et al.* (2014), para a primeira fase, foram selecionados nove tipos de vizinhanças. Destas, seis são baseadas em movimentos  $\lambda$ -interchanges (ver OSMAN (1993)) considerada a troca de até  $\lambda=2$  clientes entre duas rotas. Essas trocas são melhores explicadas como duplas  $(\lambda_1, \lambda_2)$  (com  $\lambda_1 < \lambda$  e  $\lambda_2 < \lambda$ ), sendo que  $\lambda_1$  clientes são transferidos da rota  $r_1$  para a rota  $r_2$  e  $\lambda_2$  clientes da rota  $r_2$  para a rota  $r_1$ .

Um vértice  $u$  selecionado aleatoriamente e um vértice próximo  $v$  (selecionado segundo um **limite de granularidade** – conceito explicado na sequência) são examinados em ordem aleatória. Sendo  $x$  e  $y$  os vértices subsequentes a  $u$  e  $v$  na rota. Os seguintes movimentos são utilizados:

- a) Se  $u$  é um cliente, remova-o e coloque-o depois de  $v$  (*Shift* (1; 0));
- b) Se  $u$  e  $x$  são clientes, remova-os e coloque  $u$  e  $x$  depois de  $v$  (*Shift* (2; 0));
- c) Se  $u$  e  $x$  são clientes, remova-os e, coloque  $x$  e  $y$  depois de  $v$  (*Shift* (2; 0));
- d) Se  $u$  e  $v$  são clientes, troque  $u$  e  $v$  (*Swap* (1; 1));
- e) Se  $u$ ,  $x$  e  $v$  são clientes, troque  $u$  e  $x$  por  $v$  (*Swap* (2; 1));
- f) Se  $u$ ,  $x$ ,  $v$  e  $y$  são clientes, troque  $u$  e  $x$  com  $v$  e  $y$  (*Swap* (2; 2));
- g) Se  $r(u) = r(v)$ , substitua  $(u, x)$  e  $(v, y)$  por  $(u, v)$  e  $(x, y)$  (*2-Opt* intra-rota);
- h) Se  $r(u) \neq r(v)$ , substitua  $(u, x)$  e  $(v, y)$  por  $(u, v)$  e  $(x, y)$  (*2-Opt* inter-rota);
- i) Se  $r(u) \neq r(v)$ , substitua  $(u, x)$  e  $(v, y)$  por  $(u, y)$  e  $(x, v)$  (*2-Opt* inter-rota).

Essas vizinhanças foram implementadas usando um procedimento *Randomized Variable Neighborhood Descent* (RVND) (vide SUBRAMANIAN *et al.*, 2010). Assim, ao invés de usar uma ordem pré-definida de vizinhanças para explorar o espaço de soluções, utiliza uma ordem aleatória a cada chamada. Mais especificamente, sempre que em uma determinada vizinhança não for possível melhorar a solução corrente, o RVND seleciona, aleatoriamente, outra vizinhança para continuar a busca pelo espaço de soluções. Esta abordagem, segundo Penna (2013) produz, em média, resultados melhores do que a versão com ordem determinística das vizinhanças e tem vantagem de não necessitar de um estudo de qual a melhor ordem de vizinhanças. A Figura 2 apresenta a ilustração de movimentos realizados.

**Figura 2:** Ilustração do movimento de 2-Opt e *Shift(2;0)*. Os arcos deletados/inseridos estão indicados com tracejado/linhas em negrito.



Fonte: Autores

A primeira fase tem fim quando todos os movimentos possíveis são testados sucessivamente sem sucesso. Já para a fase de Melhoria de Padrões, avalia-se para cada cliente selecionado em ordem aleatória, o custo mínimo para satisfazer os requisitos de visita  $i$  do depósito  $d$  de acordo com o padrão de visita  $pat$ . Se existir uma combinação de menor custo todas as visitas ao cliente  $i$  serão removidas e uma nova visita será inserida na melhor localização em cada sequência correspondente ao depósito e ao período. O procedimento pára quando todos os clientes forem sucessivamente considerados sem uma modificação.

Devido ao grande esforço computacional que demanda esta etapa, técnicas que visam restringir a vizinhança, ou utilizá-la de forma mais eficiente a exemplo da **busca granular** de Toth e Vigo (2003). A busca granular, com coeficiente de granularidade ( $h$ ) busca reduzir o número de clientes avaliados nos movimentos. O benefício da vizinhança granular reside na maior eficiência da exploração do espaço da vizinhança, pois restringe a busca aos vizinhos com maior probabilidade de pertencerem a soluções de boa qualidade.

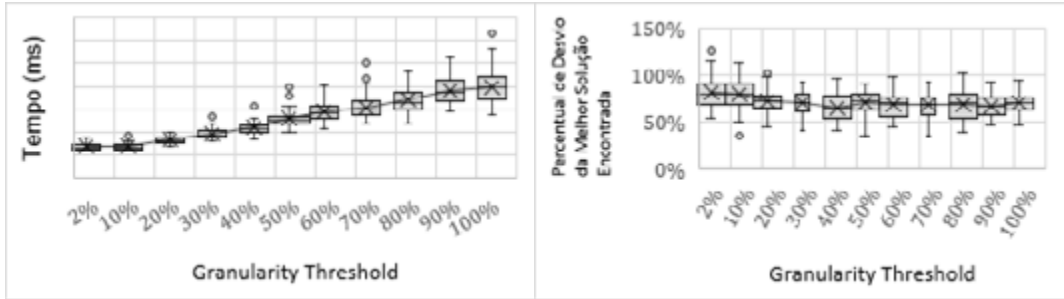
## 4. RESULTADOS

O algoritmo foi desenvolvido em C++, e os testes foram executadas em um computador *Intel®Core™ i7 2,6GHz* com 8GB de memória principal com o sistema operacional *Windows 64bits*. O Resolvedor de PIM adotado foi o *Gurobi Optimizer* versão 8.0.

A fim de investigar a influência do coeficiente de granulometria no tempo computacional e na qualidade da solução, realizou-se testes com  $h$  igual a 2% a 100% distribuídos de acordo com o que se apresenta na Figura 3. Os testes foram realizados aplicando-se o procedimento de Melhoria de Rota em soluções geradas de forma aleatória. Observa-se que o tempo de solução cresce linearmente com  $h$ . Por outro lado, o mesmo não se pode afirmar em relação a qualidade da solução, que acaba estagnando independente do aumento de  $h$ . Assim, pode-se constatar que utilizar um valor de  $h$  em torno de 20% a 40% poderia ser vantajoso em termos de tempo computacional em relação a coeficientes superiores que não garantem soluções melhores.



**Figura 3:** Impacto do coeficiente de granulometria em termos de qualidade de solução e tempo computacional.

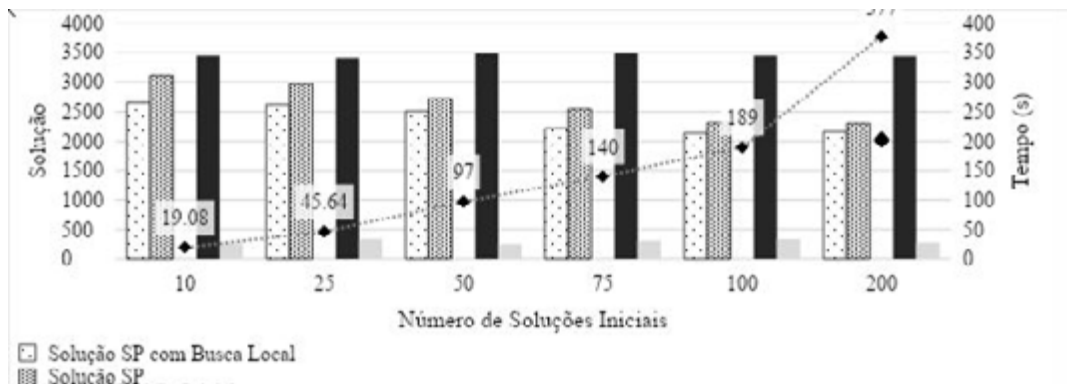


Fonte: Autores

Com a finalidade de avaliar os resultados com o Particionamento de Conjuntos, foram realizados testes com e sem este mecanismo. Inicialmente utilizou-se, para os testes a instância p01 para o MDPVRP, de Vidal *et al.* (2012), com 4 dias, 4 depósitos e  $m=1$  veículo disponível. Para os testes, considerou-se a inicialização de um conjunto de soluções de tamanho  $n$ . Seguido do SP a fim de avaliar a interferência do número de soluções.

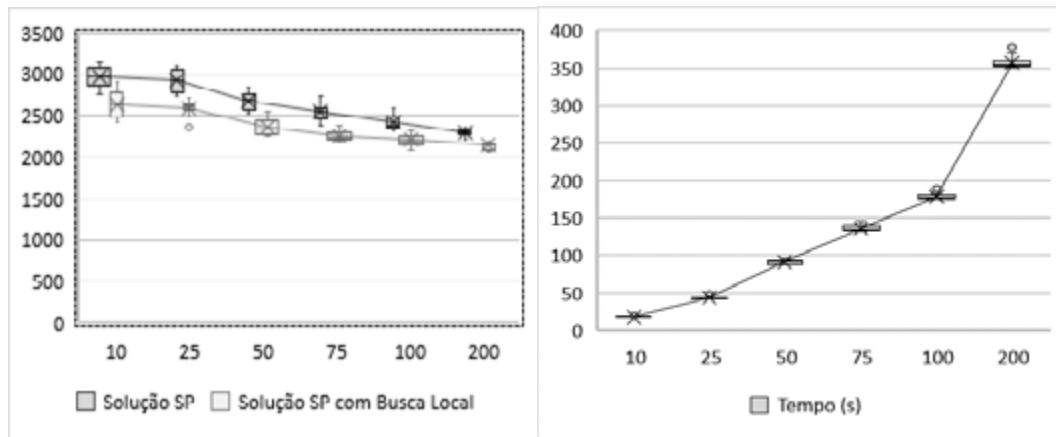
Assim, a melhor solução obtida para um conjunto de soluções de tamanho  $n$  (com  $n = 10, 25, 50, 75, 100$  e  $200$ ), foi armazenada (“Menor Solução Inicial” na Figura 4), bem como a média e o desvio-padrão das soluções. Em seguida, aplicou-se o SP para a verificação da nova solução. Os valores da solução SP e da solução após as técnicas de Melhoria de Solução foram descritos na Figura 4. O que se pode observar é que a utilização do SP traz consideráveis melhorias para as soluções do problema, independentemente do número de soluções geradas.

**Figura 4:** Testes com instância p01 para MDPVRP.



Fonte: Autores

**Figura 5:** Testes com instância p01 para MDPVRP.

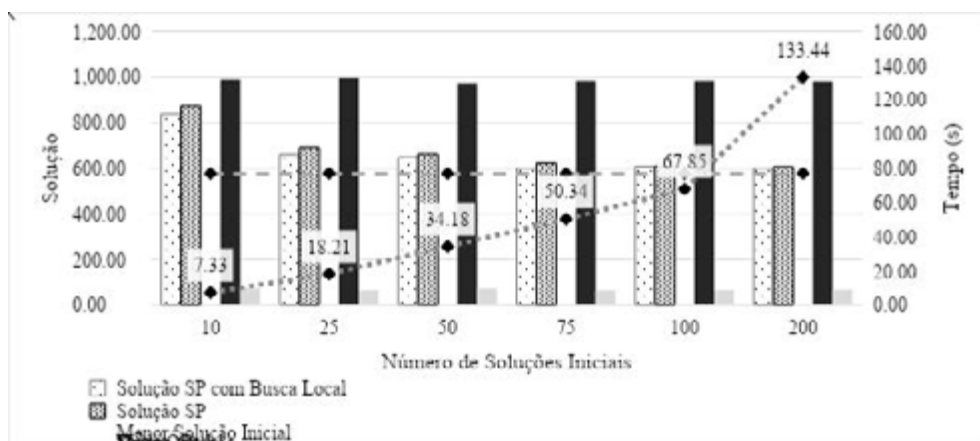


Fonte: Autores

Os mesmos testes foram replicados 10 vezes a fim de se observar a dispersão em torno das soluções obtidas e em relação ao tempo computacional de acordo com o número de soluções iniciais (ver Figura 5). Observa-se a partir de um determinado tamanho do conjunto de soluções  $n$  a melhoria na solução passa a ser relativamente não compensatória quando comparado ao tempo de execução necessário.

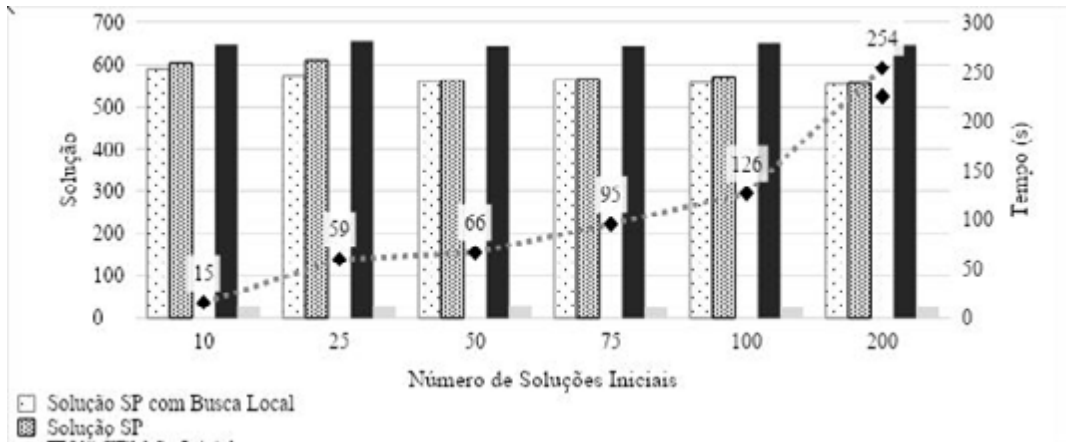
As mesmas análises foram replicadas para as instâncias p01 para o MDVRP, com 50 clientes, 4 veículos, 4 dias; vrpnc1 com 50 clientes para o CVRP e a p01 para o PVRP com 3 veículos, 51 clientes e 2 dias. Pelo fato de apresentarem constatações similares, não são realizadas de cada uma individualmente. Seguem as Figuras 6 a 8 com os resultados relacionados a aplicação do SP ao conjunto de  $n$  soluções geradas.

**Figura 6:** Testes com instância p01 para MDVRP.



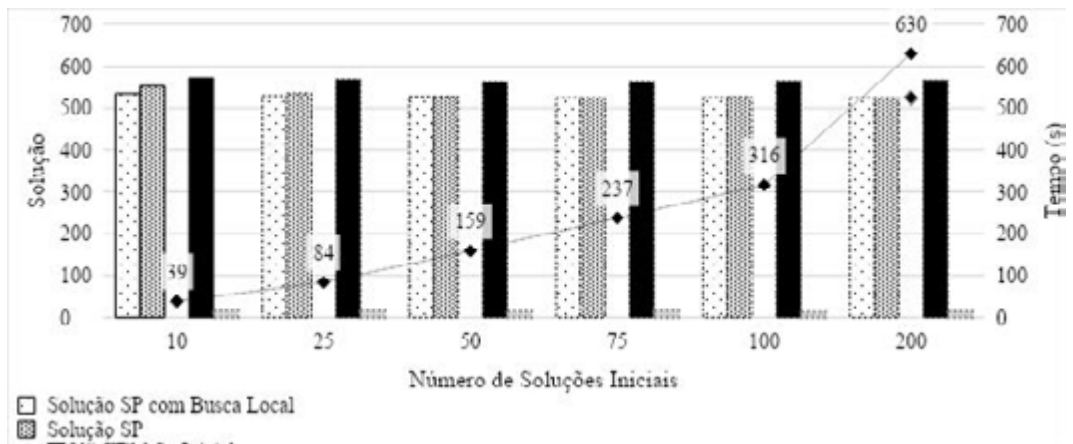
Fonte: Autores

**Figura 7:** Testes com instância p01 para PVRP.



Fonte: Autores

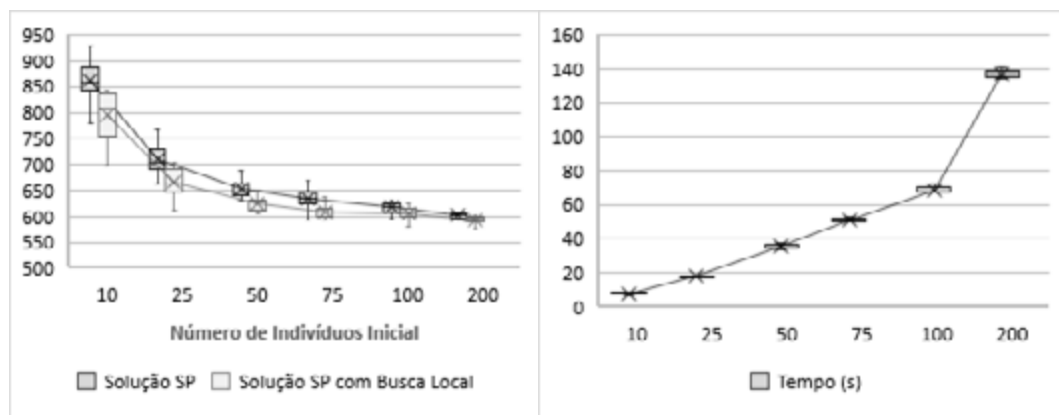
**Figura 8:** Testes com instância vrpnc1 para CVRP.



Fonte: Autores

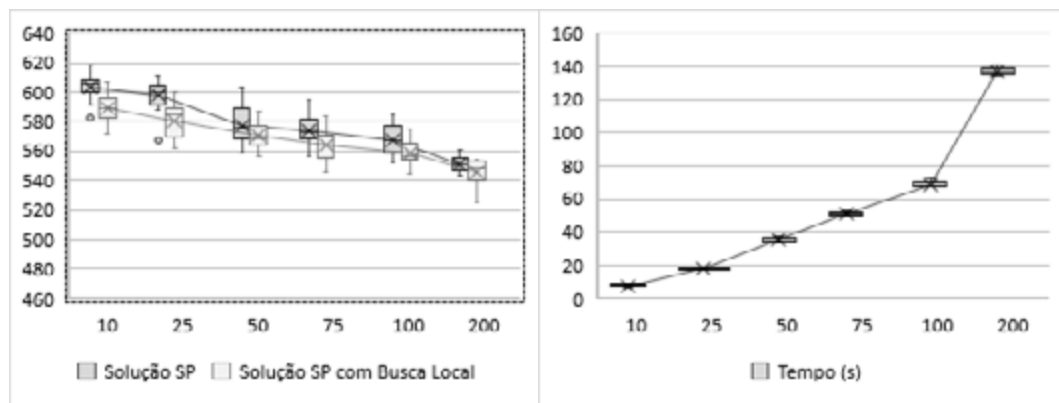
Da mesma forma a dispersão em torno das soluções obtidas e em relação ao tempo computacional de acordo com o número de soluções iniciais foram avaliadas para cada respectiva variante (ver Figura 9 a 11).

**Figura 9:** Testes com instância p01 para PVRP.



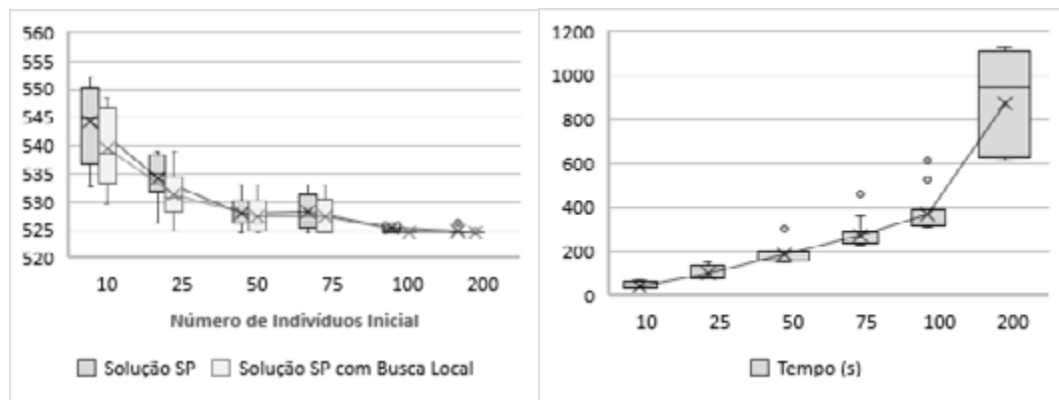
Fonte: Autores

**Figura 10:** Testes com instância p01 para PVRP.



Fonte: Autores

**Figura 11:** Testes com instância vrpnc1 para CVRP.



Fonte: Autores

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo, foram apresentados testes computacionais para a avaliação da influência do SP para o problema de roteamento de veículos capacitado, com múltiplos depósitos e periódico. Considerou-se a inicialização de um conjunto variável de soluções iniciais geradas aleatoriamente seguido do SP a fim de avaliar a interferência do número de soluções para a obtenção de soluções com melhor qualidade.

Em uma primeira análise, avaliou-se a influência do coeficiente de granulometria no tempo computacional e na qualidade da solução. Constatou-se que o tempo de solução cresce linearmente com  $h$ . Por outro lado, o mesmo não se pode afirmar em relação a qualidade da solução, que acaba de certa forma, estagnando independente do aumento de  $h$ , sendo suficiente aplicar um valor de  $h$  variando de 20% a 40%. Outra constatação foi referente ao fato de que a utilização do SP traz consideráveis melhorias para as soluções do problema, independentemente do número de soluções geradas. Além disso, a aplicação de técnicas de melhoria de soluções apresentada, contribui ainda mais com a melhoria dos resultados das soluções apresentadas. Exceto para o CVRP, devido ao fato de que já com a aplicação do SP, encontra o valor ótimo esperado.

Este artigo concentrou resultados até uma determinada etapa de pesquisa dos autores, em que se avaliam técnicas que possam contribuir com a eficiência de métodos para os problemas estudados. Espera-se com este trabalho, que se possa contribuir com futuras pesquisas, que também buscam solucionar problemas de roteamento com características reais como as apresentadas. Sabe-se que mesmo pequenas melhorias nas soluções podem impactar em enormes consequências econômicas e ambientais.

## Referências

- ALEGRE, J.; LAGUNA, M.; PACHECO, J. Optimizing the periodic pick-up of raw materials for a manufacturer of auto parts. **European Journal of Operational Research**, v. 179, n. 3, p. 736-746, 2007.
- BLAKELEY, F.; ARGÜELLO, B.; CAO, B., HALL, W.; KNOLMAJER, J. Optimizing periodic maintenance operations for Schindler Elevator Corporation. **Interfaces**, v. 33, n. 1, p. 67-79, 2003.
- BRAEKERS, K.; RAMAEKERS, K.; VAN NIEUWENHUYSE, I. The vehicle routing problem: State of the art classification and review. **Computers & Industrial Engineering**, v. 99, p. 300-313, 2016.
- ENDLER, K. D.; SCARPIN, C. T.; ARNS STEINER, M. T.; CHOUËIRI, A. C. Investigação de características de algoritmos vencedores para o problema de roteamento de veículos com múltiplos atributos. In: **III Simpósio de Métodos Numéricos em Engenharia**, 2018, Curitiba. III Simpósio de Métodos Numéricos em Engenharia da Universidade Federal do Paraná, 2018.

HADJICONSTANTINO, E.; BALDACCI, R. A multi-depot period vehicle routing problem arising in the utilities sector. **Journal of the Operational Research Society**, v. 49, n. 12, p. 1239-1248, 1998.

OSMAN, I. H. "Metastrategy simulated annealing and tabu search algorithms for the vehicle routing problem." **Annals of operations research** 41.4 (1993): 421-451.

PARTHANADEE, P.; LOGENDRAN, R. Periodic product distribution from multi-depots under limited supplies. **IIE Transactions**, v. 38, n. 11, p. 1009-1026, 2006.

PENNA, P. H. V. **Um algoritmo unificado para uma classe de problemas de roteamento de veículos com frota heterogênea**. Diss. PhD thesis, Universidade Federal Fluminense-UFF, 2013.

SANTOS, G. Gastos com logística consomem 12,37% do faturamento das empresas. Disponível em: <https://veja.abril.com.br/economia/gastos-com-logistica-consosem-1237-do-faturamento-das-empresas/> Acesso em: 14 ago. 2018.

SUBRAMANIAN, Anand et al. A parallel heuristic for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery. **Computers & Operations Research**, v. 37, n. 11, p. 1899-1911, 2010.

TEIXEIRA, J.; ANTUNES, A. P.; DE SOUSA, J. P. Recyclable waste collection planning—a case study. **European Journal of Operational Research**, v. 158, n. 3, p. 543-554, 2004.

TOTH, P.; VIGO, D. (Ed.). The vehicle routing problem. **Society for Industrial and Applied Mathematics**, 2002.

TOTH, P.; VIGO, D. "The granular tabu search and its application to the vehicle-routing problem." **Inform Journal on computing** 15.4 (2003): 333-346.

VIDAL, T., CRAINIC, T. G., GENDREAU, M., LAHRICHI, N., REI, W. A Hybrid Genetic Algorithm for Multi-Depot and Periodic Vehicle Routing Problems. **Operations Research**, v. 60, n. 3, p. 611-624, 2012.

VIDAL, Thibaut et al. A unified solution framework for multi-attribute vehicle routing problems. **European Journal of Operational Research**, v. 234, n. 3, p. 658-673, 2014.