



Aspectos Históricos e Epistemológicos da Noção Intuitiva e da Definição por Épsilon e Delta: uma proposta para compreensão do conceito de limite de função

Sonia Maria Monteiro Burigato¹

Resumo

O conceito de limite de função no Brasil é introduzido geralmente no ensino superior em cursos em que as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) fazem parte. Nas ementas da disciplina de Cálculo I o conceito de limite de funções é introduzido inicialmente pela noção intuitiva desse conceito e depois uma definição considerada mais formal utilizando os quantificadores épsilon e delta é apresentada. O desenvolvimento desse conceito foi muito diferente dessa proposta utilizada pelo ensino atualmente, ele foi permeado por muitas discussões e incomodou diversos matemáticos ao longo dos séculos. Todavia, parece que na transposição didática desse conceito foram retirados os “percalços” que aconteceram no seu desenvolvimento até chegarmos a atual proposta. Essa ordem foi escolhida e, apesar das críticas e sugestões em sentido diferente, ainda é defendida por muitos estudiosos, e é a mesma apresentada na maioria dos livros didáticos e nas abordagens em sala de aula (BARUFI, 1999; BURIGATO, FREITAS e OUVRIER-BUFFET, 2018). Muitas dessas críticas dizem respeito a ordem de apresentação do conceito de limite de função e o fato dela não ter nenhuma relação com o que aconteceu no seu desenvolvimento. Como também, por ignorar obstáculos e dificuldades que ocorreram durante esse processo (ARTIGUE, 1995). A definição pelos quantificadores épsilon e delta, como a conhecemos, só foi obtida muitos anos depois do surgimento do conceito, em que vários matemáticos se debruçaram buscando dar um aspecto formal ao conceito de limite. Apesar da escolha pela introdução do conceito de limite inicialmente pela noção intuitiva antes da apresentação mais formal, consideramos que a noção intuitiva, segue um caminho diferente ao que é utilizado na definição por épsilon e delta. Na noção intuitiva é conjecturado o valor do limite estudando aproximações de x ao ponto investigado, sendo que na formal esse valor é verificado por meio de um épsilon positivo dado, sempre que existir um delta tal que a distância de x ao ponto investigado seja menor que esse delta. Alguns pesquisadores alegam que essas diferenças fazem com que exista uma “distância” conceitual entre essas duas apresentações e que cabe ao ensino propor situações para relacionar

¹ UFMS, soniaburigato@gmail.com.

a noção intuitiva com a formal visando a compreensão do aluno (ARTIGUE, 1995; CORNU, 1983, TALL e VINNER, 1981). De fato, vários estudos mostram que os alunos não conseguem relacionar a noção intuitiva com a definição por ϵ e δ , e alegam que só utilizam as manipulações algébrica e a noção intuitiva para resolver as atividades sobre limite de função. Com isso, muitos professores se questionam da necessidade de se trabalhar com a definição formal já que não é compreendida pelos alunos e seu uso acaba se restringindo a apresentação das provas de alguns teoremas e propriedades (FERNANDES, 2015). Neste minicurso pretendemos discutir e trabalhar esses temas, em que iremos apresentar alguns aspectos do desenvolvimento histórico desse conceito, cujo objetivo é discutir sucintamente como chegamos à noção e a definição do conceito de limite de função como a conhecemos atualmente. Além disso, iremos propor atividades para introdução desse conceito, utilizando essas duas noções buscando relacionar aspectos trabalhados nessas duas apresentações. Serão propostas atividades com uso de papel e lápis e também com o uso de um software. No caso, utilizaremos o geogebra que nos permite explorar aspectos dinâmicos envolvidos com algumas das noções utilizadas nessas definições.

Palavras-Chave: Geogebra, Aprendizagem, Definição de limite de função, Dificuldades.

Referências

ARTIGUE, M. La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. In: GÓMEZ, P. (ed.). **Ingeniería Didáctica en Educación Matemática: Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas**. Grupo Editorial Iberoamérica. Bogotá, 1995, p. 97-140.

BARUFI, M. C. B. **A Construção/negociação de Significados no Curso Universitário Inicial de Cálculo Diferencial e Integral**. 1999. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, SP.

BURIGATO, S. M. M. S.; FREITAS, J.L.; OUVRIER-BUFFET, C. Percurso de Estudantes ao Lidarem com a Introdução do Conceito de Limite. In: II LADIMA - Simpósio Latino-Americana de Didática da Matemática. **Anais**, Jarinu, 2018.

CORNU, B. **Apprentissage de la notion de limite: conceptions et obstacles**. 1983. Tese (Doctorat de Troisième Cycle de Mathématiques Pures) – Université Scientifique et Médicale de Grenoble, Grenoble.

FERNANDES, J. A. N. **Ecologia do Saber: O Ensino de Limite em um Curso de Engenharia**. 2015. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) Universidade Federal do Pará, Belém.

TALL, D.; VINNER, S. Concept image and concept definition in mathematics, with special reference to limits and continuity, **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v. 3, n. 12, p. 151-169, 1981.