Relato de Experiência: Um Estudo da Introdução do Conceito de Limite em alguns Livros Didáticos

Vitória Lourenço Luges da Silva
(Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, viluges@gmail.com)
Sonia Maria Monteiro da Silva Burigato
(Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, sonia.burigato@ufms.br)

Introdução

Este trabalho apresenta um relato de experiência sobre um estudo em andamento realizado por uma acadêmica do Curso de Matemática - Licenciatura da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS). Que tem por objetivo identificar e analisar as definições de limite de função em um ponto apresentadas em alguns livros didáticos.

A investigação está sendo desenvolvida por algumas inquietações que surgiram na minha experiência como acadêmica da primeira disciplina do Cálculo Diferencial e Integral (CDI), geralmente denominada por Cálculo I, em que tive bastante dificuldade em compreender essas definições de limite de uma função. Além disso, percebi que este é um problema comum entre os estudantes dessa disciplina. De fato, algumas pesquisas apontam que os alunos têm muita dificuldade em compreender essas definições e que também, não conseguem relacionar a definição formal com o que é apresentado na definição intuitiva. (BURIGATO, 2019; CORNU, 1983 apud BURIGATO, 2019; ZUCHI, 2005).

Diante disso, em nosso estudo buscamos identificar e analisar as situações utilizadas para a apresentação dessas definições em alguns livros didáticos, por meio dos estudos de Vergnaud (2009). Para esse autor, uma situação envolve, além do conceito, objeto de ensino, um conjunto de outros conceitos de modo imbricado. Desse modo, para o aluno aprender as definições de limite de função em um ponto, é necessário lidar com uma variedade de situações e de conceitos, que é o que Vergnaud denomina de campos conceituais. O estudo dos conceitos envolvidos nas situações, escolhidas para apresentar essas definições, sempre em função das representações utilizadas, permitirá conduzir as análises dos dados produzidos durante nossa pesquisa nos livros didáticos.

Desenvolvimento Metodológico

Iniciamos nosso trabalho com um estudo bibliográfico (MAZUCATO, 2018). Selecionamos os cursos de Matemática – Licenciatura e Matemática - Bacharelado oferecidos pela UFMS em seis cidades do estado. Primeiramente, investigamos, por meio do Projeto Pedagógico do Curso (PPC) desses cursos, as ementas da disciplina de Cálculo I e escolhemos os três livros didáticos mais indicados pelas bibliografias: *Cálculo Volume 1* de James Stewart (2013), *Um Curso de Cálculo Volume 1* de Guidorizzi (2015) e *O Cálculo com Geometria Analítica Volume 1* de Louis Leithold (1994).

A partir dessa seleção, estamos investigando como os autores desses livros didáticos introduzem o conceito de limite de função em um ponto. Para isso, identificamos quais definições são apresentadas, seja de modo intuitivo e também a definição formal de limite de função com uso de épsilon e delta. Com foco em identificar e analisar os conceitos, e suas representações, presentes nessas situações propostas para estudo dessas definições.

Neste relato de experiência, discutimos nossos primeiros estudos exemplificando como o livro *O Cálculo com Geometria Analítica Volume 1* de Louis Leithold (1994) apresenta o conceito de limite de função em um ponto.

Discussão da Experiência

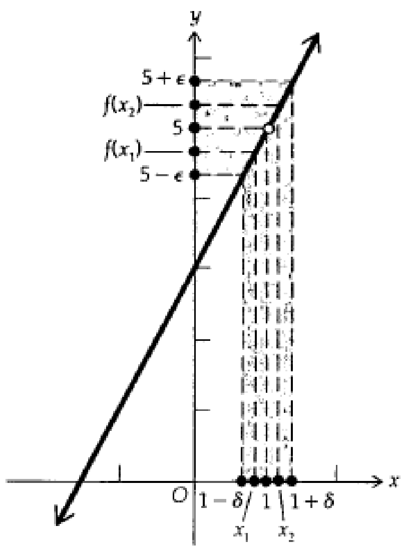
Em sua obra, Leithold (1994) faz uso de uma variedade de representações para definir o conceito de limite de formas intuitiva e formal. Em vista disso, o autor escolhe iniciar o estudo de limite com uma função particular: $f(x) = \frac{2x^2+x-3}{x-1}$. Com este exemplo, ele introduz a definição intuitiva de limite, discutindo o fato de que à medida que *x* fica cada vez mais próximo de 1, *f(x)* se aproxima de 5.

> Vemos que podemos tornar os valores de *f(x)* tão próximos de 5 quanto desejarmos, tomando *x* suficientemente próximo de 1. Outra maneira de dizer isto é que podemos tornar o valor absoluto da diferença entre *f(x)* e 5 tão pequeno quanto desejarmos, tomando o valor absoluto da diferença entre *x* e 1 suficientemente pequeno. Isto é, $|f(x) - 5|$ pode se tornar tão pequeno quanto desejarmos, tomando $|x - 1|$ suficientemente pequeno. Mas tenha em mente que *f(x)* nunca assume o valor de 5. (LEITHOLD, 1994, p. 57).

Percebemos que o autor utiliza em vários momentos a linguagem natural, por exemplo, quando lemos "valores de *f(x)* tão próximos de 5 quanto desejarmos" ou "*x* suficientemente próximo de 1". O uso dessa linguagem auxilia o estudante a compreender alguns aspectos relacionados à definição formal, tais como os intervalos, módulos e inequações (BURIGATO, 2019). Deste modo, notamos a preocupação do livro em aproximar a noção intuitiva do limite com sua definição formal visto que já são introduzidas, na intuitiva, algumas representações algébricas com valores já atribuídos como $|f(x) - 5|$ e $|x - 1|$.

Um outro aspecto que o livro apresenta para auxiliar na compreensão do conceito são as representações gráficas, como exemplifica a Figura 1.

Figura 1 - representação gráfica



Fonte: Leithold, 1994, p. 59.

Essa representação gráfica permite que o aluno tenha uma interpretação geométrica para os quantificadores ϵ e δ. Evidenciando, por exemplo, as noções de distância, apresentadas com os módulos, com o domínio e a imagem da função representada graficamente. Em cada tipo de representação temos a possibilidade de evidenciar diversos aspectos desses conceitos, que estão presentes de modo imbricados. Fato importante se estamos interessados na aprendizagem de um conceito, objeto de ensino, na perspectiva proposta por Vergnaud (2009).

Por conseguinte, o livro relaciona os valores atribuídos no exemplo inicial com os quantificadores épsilons e deltas, introduzindo, então, a definição formal de limite:

> Seja *f* uma função definida para todo número em algum intervalo aberto contendo *a*, exceto possivelmente no próprio número *a*. O limite de *f(x)* quando *x* tende a *a* será

> L, escrito como $\lim_{x \to a} f(x) = L$ se a seguinte afirmativa for verdadeira: Dado $\epsilon > 0$ qualquer, existe um $\delta > 0$, tal que se $0 < |x - a| < \delta$ então $|f(x) - L| < \epsilon$. (LEITHOLD, 1994, p. 58).

Em seguida, o livro lida somente com essa definição formal e explora as representações algébricas presentes. Isso acontece por meio da linguagem natural e também com algumas representações gráficas, para melhor compreensão do conceito. Ao articular diferentes situações para aproximar as definições intuitiva e formal de limite, o autor busca contribuir com o aprendizado deste conceito, dando-lhe um sentido, uma vez que os estudantes demonstram bastante dificuldade em compreender o significado dos quantificadores e, consequentemente, relacionar essas duas definições (CORNU, 1983 apud BURIGATO, 2019). A partir disso, o livro segue o raciocínio com alguns exemplos, abordando a definição formal utilizando representações gráficas e numéricas.

Conforme discutimos anteriormente, sabemos da dificuldade dos estudantes na aprendizagem do conceito de limite de função (ZUCHI, 2005). Desse modo, é importante o professor estar atento às situações escolhidas para apresentar essas definições. Elas podem exigir dos alunos conhecimentos de conceitos que não favorecem relacionar as noções envolvidas na definição intuitiva com o que é apresentado na formal, atrapalhando, assim, no processo de compreensão deste conceito.

Referências

BURIGATO, S. M. M. S. **Um Estudo sobre a Aprendizagem do Conceito de Limite de Função por Estudantes nos Contextos Brasil e França**. 2019. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande.

GUIDORIZZI, H. L. **Um Curso de Cálculo**. 5 ed. vol. 1. Rio de Janeiro: LTC, 2015.

LEITHOLD, L. **O Cálculo com Geometria Analítica**. 3 ed. vol. 1. São Paulo: HARBRA, 1994.

MAZUCATO, T. (Org.). **Metodologia da pesquisa e do trabalho científico**. Penápolis: FUNEPE, 2018.

STEWART, J. **Cálculo**. 7 ed. vol. 1. São Paulo: Cengage Learning, 2013.

VERGNAUD, G. O que é aprender? In: Bittar, M.; Muniz, C. A. (Org.). **A Aprendizagem Matemática na Perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais**. Curitiba: Editora CRV, 2009. p. 11-32.

ZUCHI, I. **A Abordagem do Conceito de Limite via Sequência Didática: do ambiente papel e lápis ao ambiente computacional**. 2005. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) -

Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.