

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E PRÁTICAS EXPERIMENTAIS NO ESTUDO DE UMA RELAÇÃO ENTRE AS MEDIDAS DOS LADOS DO TRIÂNGULO RETÂNGULO

HISTORY OF MATHEMATICS AND EXPERIMENTAL PRACTICES IN THE STUDY OF A RELATIONSHIP BETWEEN MEASURES ON THE SIDES OF THE RECTANGLE TRIANGLE

Anderson de Oliveira Melo Silva¹

Christine Sertã Costa²

RESUMO: Este artigo tem como base um recorte teórico da dissertação do Profmat de Silva (2021) e visa apresentar uma atividade experimental fundamentada na história da matemática, problematizando um conteúdo ensinado no 9º ano do ensino fundamental da educação básica, com base nos seus processos históricos de produção provocando o diálogo entre duas abordagens: a história da matemática e o ensino por atividades experimentais. O diálogo construído permite alcançar objetivos específicos importantes como a “humanização da matemática”, possibilitando que alunos deste ano de escolaridade compreendam a matemática como produto da necessidade humana e a “significação da matemática” promovendo o aprendizado por meio do desenvolvimento de atividades práticas que tragam sentido e motivação à aprendizagem de novos saberes. Assim, é aqui apresentada uma abordagem histórica, levantando reflexões teóricas importantes sobre a autoria do teorema conhecido como de Pitágoras e é sugerida uma atividade de sala de aula fundamentada em relações entre contextos históricos e práticas experimentais.

PALAVRAS-CHAVE: História da Matemática. Atividades Experimentais. Teorema de Pitágoras.

ABSTRACT: This article is based on a theoretical slant from Profmat de Silva's dissertation (2021) and aims to present an experimental activity based on the history of mathematics, questioning a content taught in the 9th year of elementary education in basic education, based on its historical processes production, provoking a dialogue between two approaches: the history of mathematics and teaching through experimental activities. The constructed dialogue allows for important specific goals to be reached, such as the "humanization of mathematics", enabling students in this school year to understand mathematics as a product of human need and the "meaning of mathematics" promoting learning through the development of practical activities that bring meaning and motivation to learn new knowledge. Thus, a historical approach is presented here, raising important theoretical reflections on the authorship of the theorem known as Pythagoras, and a classroom activity based on relationships between historical contexts and experimental practices is suggested.

KEYWORDS: History of Mathematics. Experimental Activities. Pythagorean Theorem.

Introdução

O teorema de Pitágoras relaciona as medidas dos lados de um triângulo retângulo e é caracterizado como uma de suas relações métricas, sendo referenciado na Base Nacional

¹ Faculdade Internacional Signorelli. E-mail: anderson_oms@yahoo.com.br

 <https://orcid.org/0000-0002-7448-2634>

² Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. E-mail: csertacosta@gmail.com

 <https://orcid.org/0000-0002-8759-5590>

● [Informações completas da obra no final do artigo](#)

Comum Curricular (BNCC), documento que recomenda que os alunos do 9º ano do ensino fundamental tenham a habilidade de demonstrá-lo e de resolver e elaborar problemas que envolvam esse polígono (BRASIL, 2017).

Neste artigo, defendemos a possibilidade de abordar este teorema através da conjugação de duas metodologias de ensino: a história da matemática e a atividade experimental. A história da matemática é um recurso didático defendido por diversos autores como D'Ambrósio (1999) que afirma que desvincular a matemática das demais atividades humanas é um erro já que esta se desenvolveu a partir de movimentos em diversas civilizações e Saito (2016) que afirma que tal metodologia permite o afastamento da formalidade da matemática moderna, ressignificando conceitos fundamentais. A atividade experimental é uma metodologia que pode auxiliar a aquisição do conhecimento matemático, pois permite ao aluno se envolver com mais efetividade na aula por meio da manipulação de experimentos que permitirão a formulação de hipóteses, a realização de conclusões e a consequente construção de conceitos. Tal proposta é defendida por Sá (2020) que afirma que a realização de experimentos com materiais manipulativos promove a participação efetiva do aluno no processo de aprendizagem permitindo que este exercite habilidades como observação, análise, pesquisa, avaliação, inferência, testagem, planejamento, medição e conclusão. O autor define algumas etapas para a implementação desta metodologia: organização, apresentação, execução, registro, análise e institucionalização, conforme ilustrada na figura 1.



Fonte: Adaptado pelos autores com base em Sá (2020).

A justificativa para unir estas duas estratégias pedagógicas está baseada em Mendes (2001), que sugere a história da matemática como o elemento gerador do conhecimento Matemático e o ensino por intermédio de atividades experimentais como a ferramenta que efetiva os estímulos que constituem o processo contínuo de construção do conhecimento dos conceitos matemáticos por modos físico/visual, oral e simbólico. O autor afirma que a finalidade da proposta implica em uma efetiva participação do aluno na construção do conhecimento, constituindo-se no aspecto fundamental no processo de ensino-aprendizagem.

O Conhecimento da Relação por Civilizações pré-Pitagóricas

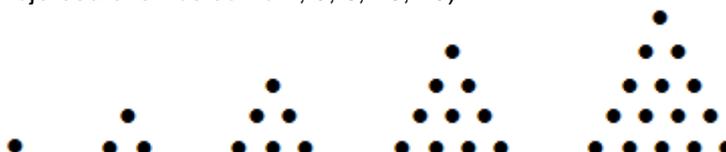
Cerca de 1900 a 1600 anos antes de Cristo, os babilônios já conheciam ternos de números naturais que satisfaziam a expressão que descreve a relação de Pitágoras. No Egito, aproximadamente 1500 anos antes de Cristo, já havia o conhecimento de que um triângulo com lados medindo 3, 4 e 5 unidades era classificado como retângulo. Este povo utilizava uma corda contendo doze nós igualmente espaçados e quando esticada formava um triângulo retângulo e com este artifício conseguiam resolver problemas de marcações de propriedades de terra. Por volta de 1000 a.C., esta relação era mencionada pelos chineses em problemas sobre profundidade de lagos e comprimento de sombra de árvores. Na Índia, também há indícios deste conhecimento através dos *Sulbasutras*³, que foram escritos entre 500 e 800 a.C.

Como Pitágoras viveu de 569 a 500 a.C. percebe-se, portanto, que não poderia ser o autor do teorema que envolve a relação entre as medidas dos lados do triângulo retângulo já que, conforme apresentado, era conhecido de outros povos antecessores a sua época.

A RELAÇÃO DE PITÁGORAS

Segundo Roque (2012), os números para os Pitagóricos não eram os símbolos que hoje conhecemos. A matemática pitagórica era baseada em uma aritmética que era representada através de pedras cuja configuração determinava os números chamados figurados. Assim, por exemplo, a área de um triângulo formado por três pontos seria a representação do que conhecemos hoje com o algarismo 3, símbolo desta quantidade. As figuras 2, 3 e 4 mostram a disposição de alguns números figurados idealizados pelos pitagóricos.

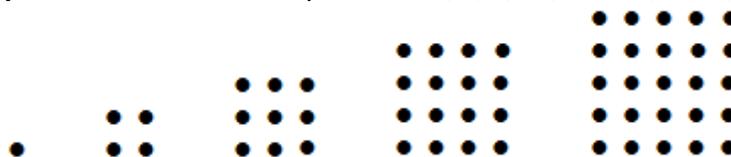
Figura 2. Números triangulares (configurações que representavam o que hoje escrevemos como 1, 3, 6, 10, 15)



Fonte: Autores.

³ *Sulbasutras* são antigos manuais hindus onde há detalhes prescritos para a construção de altares. A palavra *Sulbasutra* significa "Manual de corda", e se justifica pois, nas construções do altar, eram utilizadas estacas e cordas.

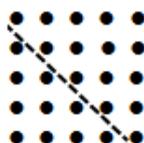
Figura 3. Números quadrados. (configurações que representavam o que hoje escrevemos como os quadrados $1, 4, 9, 16, 25 = 1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2$)



Fonte: Autores.

Os Pitagóricos obtinham relações aritméticas com base nestas configurações, como por exemplo o fato de todo o número quadrado ser resultado da adição de dois números triangulares, conforme ilustra a figura 4.

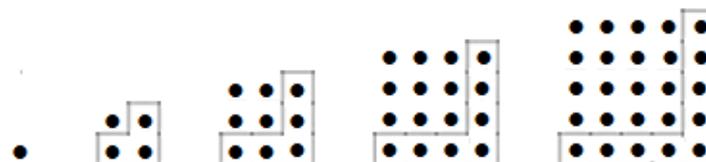
Figura 4. O número quadrado 25 sendo o resultado da adição dos números triangulares sucessivos 10 e 15.



Fonte: Autores.

Segundo a autora, não deveria ter havido uma forma geométrica do teorema que envolve as medidas dos lados de um triângulo retângulo e sim um estudo sobre as triplas pitagóricas⁴, formadas por números inteiros e associadas às medidas dos lados de um triângulo retângulo. Ainda segundo Roque (2012), os Pitagóricos teriam chegado a essas triplas por meio de uma figura conhecida como *gnomon*, um número ímpar em formato do que hoje nomeamos de esquadro e que explicitava as diferenças entre dois números quadrados sucessivos, conforme ilustra a figura 5.

Figura 5. Sequência de obtenção de números quadrados através de gnomons, partes escurecidas em cada número quadrado



Fonte: Autores.

Na figura 5, o número quadrado 25 é formado pelo número quadrado 16 mais o gnomon de 9 pontos (que também é um número quadrado 3); obtendo-se a igualdade $9 +$

⁴ Uma tripla pitagórica é uma sequência de três números que satisfazem a propriedade dos números quadrados que consistia em encontrar um número quadrado que fosse a soma de outros dois números quadrados.

16 = 25 obtida a partir da primeira tripla pitagórica formada pelos números quadrados 3, 4 e 5.

PROPOSTA DE ATIVIDADE

Com base na hipótese de Roque (2012), foi elaborada uma sugestão de atividade prática seguindo as etapas descritas por Sá (2020), com objetivo de verificar a relação aritmética dos números quadrados dos pitagóricos e associá-la às medidas dos lados do triângulo retângulo. É sugerido que antes da aplicação desta atividade seja introduzido os conceitos acerca do triângulo retângulo e que a atividade seja realizada em duas aulas consecutivas de 50 minutos. Posteriormente uma versão da atividade formatada para aplicação estará disponível. Ressaltamos que a mesma pode sofrer adaptações para se adequar as diferentes realidades de cada sala de aula.

Organização:

- Divida a turma em grupos entre 2 e 4 alunos⁵.
- Para cada grupo, distribua uma régua e uma folha de papel quadriculado.
- Distribua para cada grupo uma cópia da atividade.

Apresentação:

A atividade deve ser iniciada pelo professor ao apresentar e conversar com a turma sobre a descoberta histórica dos números figurados quadrados pelos pitagóricos. Em seguida deve haver a descrição da atividade.

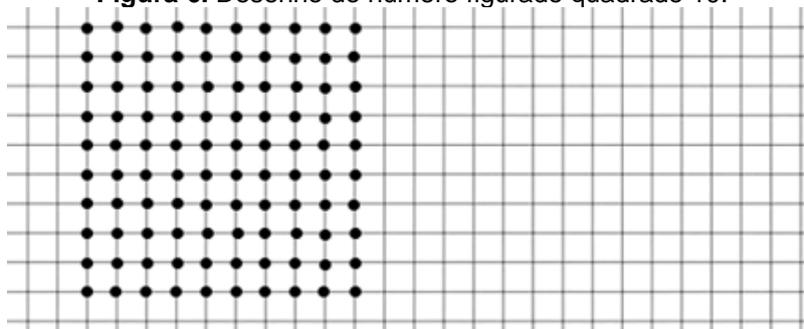
Execução:

Os alunos devem realizar a atividade seguindo a proposta Os Números Figurados e o Teorema de Pitágoras apresentada ao final deste artigo, onde constam as seguintes situações a serem realizadas.

1. Peça para que os alunos desenhem um número figurado quadrado 10 (figura 6).

⁵ Não recomendando menos que 2 alunos para que haja discussão de ideias e não mais que 4 alunos para que não haja dispersão.

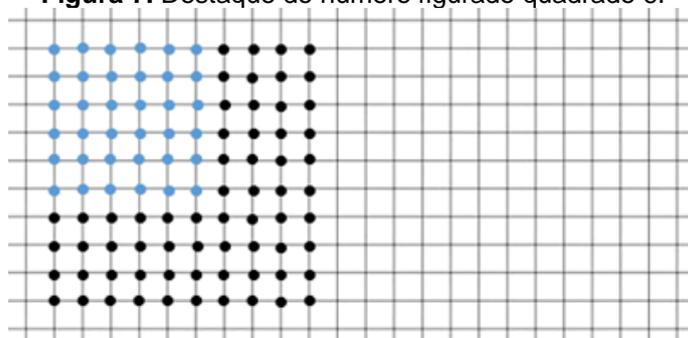
Figura 6. Desenho do número figurado quadrado 10.



Fonte: Autores

2. Sugira aos grupos para destacarem o número figurado quadrado 6 (figura 7).

Figura 7. Destaque do número figurado quadrado 6.



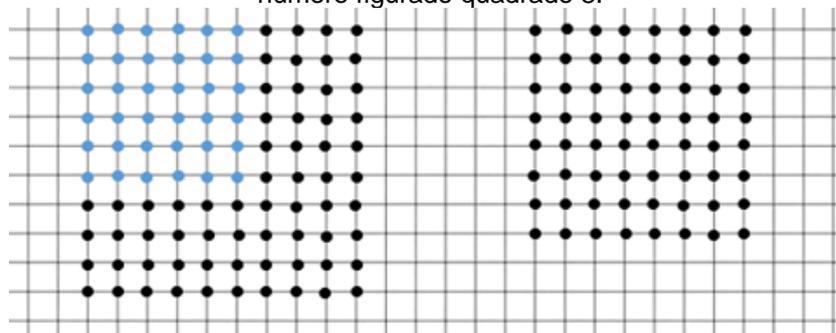
Fonte: Autores

Registro:

Etapa onde cada grupo anota as informações coletadas. Os alunos devem:

1. reconhecer os demais pontos como o número quadrado 8, associando 64 a 8^2 .
2. registrar no papel quadriculado os demais pontos não destacados na forma de um número quadrado (figura 8).

Figura 8. Pontos não destacados na forma do número figurado quadrado 8.



Fonte: Autores.

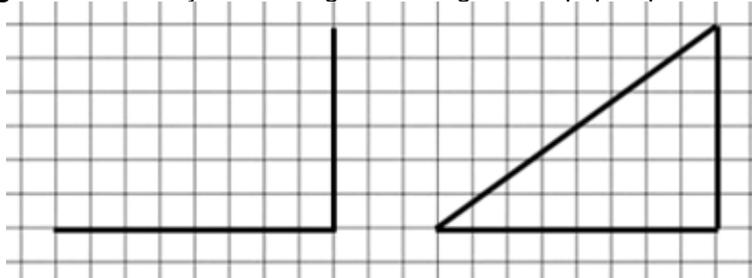
3. registrar na tabela fornecida os números figurados presentes na construção.

Análise:

Nesta etapa, cada grupo deve avaliar as informações registradas e descobrir relações entre os dados e resultados do experimento procurando construir novos conceitos, propósito fundamental da experimentação. Para atingir este objetivo, os grupos devem seguir o seguinte roteiro:

1. Escreva a relação entre os números figurados registrados.
2. No papel quadriculado construa dois segmentos perpendiculares e consecutivos - o primeiro horizontal de comprimento 8 cm e o segundo vertical de comprimento 6 cm.
3. Feche o triângulo e classifique-o quanto aos ângulos (figura 9).

Figura 9. Construção de triângulos retângulos no papel quadriculado.



Fonte: Autores

4. Meça o comprimento da hipotenusa

Institucionalização

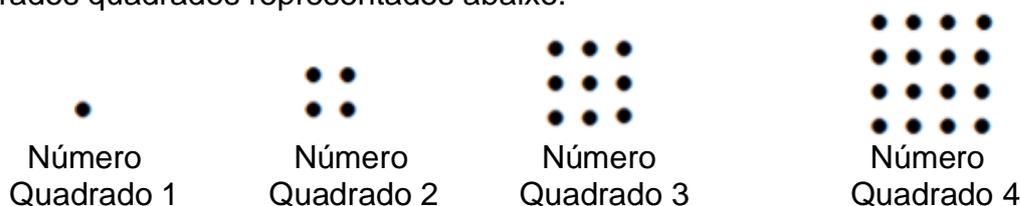
Nesta etapa os alunos serão levados a reconhecer a relação entre os números figurados e as medidas dos lados do triângulo retângulo formado com eles, estabelecendo a relação de Pitágoras para o triângulo retângulo.

ATIVIDADE: OS NÚMEROS FIGURADOS E O TEOREMA DE PITÁGORAS

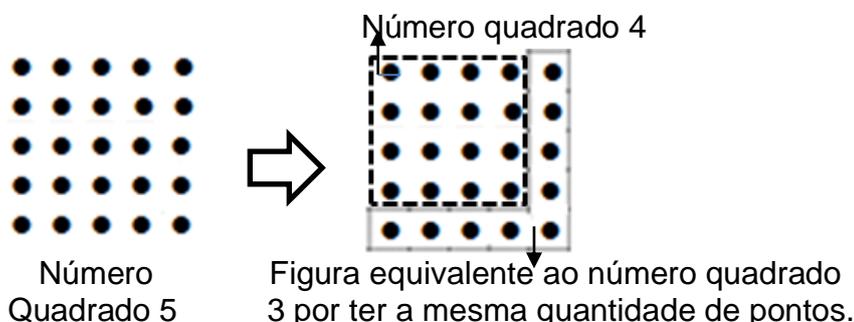
Apresentamos a seguir o roteiro da atividade a ser desenvolvida pelos alunos, com o objetivo de reconhecer no triângulo retângulo a relação presente nos números figurados quadrados.

ATIVIDADE: OS NÚMEROS FIGURADOS E O TEOREMA DE PITÁGORAS

Dentre os estudos realizados por Pitágoras e pelos pitagóricos está uma aritmética estabelecida através de pontos. Os números para os pitagóricos não eram representados pelos algarismos que conhecemos hoje: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9. Sua matemática era baseada em pontos, representados por pedras organizadas em determinada configuração, dando origem aos números figurados, como por exemplo os números figurados quadrados representados abaixo.



A partir destas configurações, os pitagóricos formavam relações entre números quadrados. Observe:

**AGORA O DESAFIO É PARA VOCÊS**

- Dividam-se em grupos entre 2 e 4 alunos.
- Material necessário: régua e uma folha de papel quadriculado.

FAÇAM O QUE SE PEDE EM CADA QUESTÃO

1) Responda:

- a) Por que você acha que a figura 2, que possui 4 pontos, é chamada de *número quadrado 2*?
 - b) Por que vocês acham que a figura 3 que possui 9 pontos é chamada de *número quadrado 3*?
 - c) Por que vocês acham que a figura 4 que possui 16 pontos é chamada de *número quadrado 4*?
 - d) Por que vocês acham que a figura 1 que possui 1 ponto é chamada de *número quadrado 1*?
- 2) Represente o número quadrado 10 na folha de papel quadriculado.
 - 3) Destaque na representação anterior o número quadrado 6.
 - 4) A que número quadrado corresponde os pontos não destacados? Por quê?

- 5) Represente-o na folha de papel quadriculado.
- 6) Complete a tabela com base na sequência de números figurados que você construiu.
- 7) Escreva a relação matemática que envolve estes três números figurados quadrados.

	Nome	Quantidade de Pontos
1º número figurado representado		
2º número figurado representado		
número figurado oculto		

- 8) Aproveitando as pautas da folha de papel quadriculado construa:
 - a) um vertical de comprimento 6 cm.
 - b) um segmento horizontal de 8 cm a partir de uma das extremidades do segmento construído anteriormente.
 - c) utilize a régua para unir as extremidades livres de cada segmento.
 - d) Utilize a régua e meça o segmento que fecha o triângulo.
- 9) Qual é a medida deste segmento?
- 10) Em relação aos ângulos deste triângulo responda: que tipo de triângulo você formou?
- 11) Como é chamado o lado de maior comprimento deste triângulo?

Considerações Finais

As metodologias de ensino são ferramentas eficientes para a abordagem dos conteúdos matemáticos. Neste sentido, destacamos a história da matemática que permite apresentá-la como produto da construção humana e as atividades experimentais que proporciona o aprendizado dos conceitos matemáticos através de práticas orientadas.

A combinação destas metodologias possibilita ao aluno, simultaneamente, uma reflexão acerca da construção histórica do conhecimento matemático e a aquisição destes através da execução de atividades práticas, o que oportuniza desempenhar um papel transformador no ensino de matemática.

Neste sentido, a prática apresentada foi desenvolvida com base nestas metodologias e visa atender a essas necessidades educacionais, fazendo do aluno o ator principal do processo de aprendizagem. Ressaltamos que esta proposta não é um manual que devem ser seguidos com rigor e que pode e deve ser modificadas de acordo com cada realidade.

Por ter sido idealizada em um ano (2021) onde a escola de educação básica funcionou de forma remota por estar no contexto adverso da pandemia da Covid-19, a

mesma não foi realizada e por isto ainda não há resultados referentes à sua aplicação, ficando sua execução no momento em que a escola retornar às suas atividades normais.

Muitos temas da escola básica também podem ser abordados através da combinação destas metodologias, como a construção do conceito de números naturais e racionais, a trigonometria, a análise combinatória, as funções, entre outros.

Espera-se que o presente artigo contribua de forma efetiva e significativa com o conhecimento e motivação do professor da escola básica e o incentive, não só a utilizar as metodologias e atividade aqui proposta, mas também a construir novas propostas com esse olhar.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, MEC/SEB, 2017.

D'AMBROSIO, U. A história da matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: UNESP, 1999. p. 97-115.

Disponível em:

https://drive.google.com/file/d/0B4JIJny_7pdXFasW91M2dNTVU/view?resourcekey=0-HalRfb3sKcPqtCtHoNyPIg. Acesso em: 3 dez. 2020.

MENDES, I. A. **Ensino da Matemática por Atividades: Uma Aliança entre o Construtivismo e a História da Matemática**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2001. Disponível em: http://www.crephimat.com/visor.php?id_t=206&t=3. Acesso em: 6 jan. 2021.

SÁ, P. F. **Ensinando matemática através da redescoberta**. Traços [online].

v. 2, n. 3, p. 77 - 81, 1999. Disponível em:

<http://revistas.unama.br/index.php/revistatracos/article/view/822>. Acesso em: 21 dez. 2020.

SAITO, F. **Construindo Interfaces entre História e Ensino da Matemática**. Ensino de Matemática em Debate [online]. São Paulo. v. 3, n. 1, p. 3-19, 2016. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/29002>. Acesso em: 07 dez. 2020.

SILVA, A. O. M. **Diálogos entre Histórias da Matemática e Práticas Experimentais na Escola Básica**. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2021. Disponível em:

<https://www.maxwell.vrac.pucio.br/53661/53661.PDF>. Acesso em: 4 ago. 2021.

ROQUE, T. **História da Matemática: Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**. 1ª ed. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.



NOTAS

IDENTIFICAÇÃO DE AUTORIA

Anderson de Oliveira Melo Silva. Mestre em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio). Professor da Faculdade Internacional Signorelli, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

E-mail: anderson_oms@yahoo.com.br

 <https://orcid.org/0000-0002-7448-2634>

Christine Sertã Costa. Doutora em Engenharia de Produção pela COPPE/UFRJ. Professora do Departamento de Matemática da Pontifícia Universidade Católica-RJ, Brasil.

E-mail: csertacosta@gmail.com

 <https://orcid.org/0000-0002-8759-5590>

AGRADECIMENTOS

Não se aplica.

FINANCIAMENTO

Não se aplica.

CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM

Não se aplica.

APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA

Não se aplica.

LICENÇA DE USO

Autores mantêm os direitos autorais e concedem à revista ENSIN@ UFMS – ISSN 2525-7056 o direito de primeira publicação, com o trabalho simultaneamente licenciado sob a Licença Creative Commons Attribution (CC BY-NC-SA 4.0), que permite compartilhar e adaptar o trabalho, para fins não comerciais, reconhecendo a autoria do texto e publicação inicial neste periódico, desde que adotem a mesma licença, compartilhar igual.

EDITORES

Patricia Helena Mirandola Garcia, Eugenia Brunilda Opazo Uribe, Gerson dos Santos Farias.

HISTÓRICO

Recebido em: 21/08/2021 – Aprovado em: 23/11/2021 – Publicado em: 15/12/2021.

COMO CITAR

SILVA, A. O. M; COSTA, C. S. História da Matemática e Práticas Experimentais no Estudo de uma Relação entre as Medidas dos Lados do Triângulo Retângulo. **Revista ENSIN@ UFMS**, Três Lagoas, v. 2, número especial, p. 287-297. 2021.