

O JOGO ESCOVA: SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL E UMA ESTRATÉGIA PARA AULAS DE MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO

THE GAME ESCOVA: COMPUTATIONAL SIMULATION AND A STRATEGY FOR MATHEMATICS CLASSES IN HIGH SCHOOL

*Leonardo Silveira Borges*¹

*Leandro Batista Morgado*²

*Tiago Cardoso Ferraz*³

*Rozimére Bernadete Guesser Schmitt*⁴

RESUMO: Neste artigo, apresenta-se uma proposta de aplicação do jogo Escova em sala de aula, adaptado a partir de um jogo de cartas conhecido como Escoba. Após uma abordagem inicial sobre a importância dos jogos como recurso metodológico no ensino, passa-se a tratar especificamente do jogo Escova. São mencionadas as suas regras, critérios de pontuação e estratégias que podem ser adotadas pelos jogadores. Em seguida, passa-se à discussão de aspectos matemáticos ligados ao jogo, em aritmética, análise combinatória, probabilidade e teoria dos jogos. Para estimar algumas probabilidades interessantes, são apresentados os resultados de simulação computacional do jogo Escova entre dois jogadores. Por fim, discute-se uma proposta ainda não aplicada deste jogo em uma turma do Ensino Médio, incluindo cronograma de aulas, questões e temas relacionados que podem ser discutidos com as turmas de estudantes.

PALAVRAS-CHAVE: Jogo Escova. Análise Combinatória e Probabilidade. Simulação Computacional.

ABSTRACT: In this article, a proposal is presented for using the card game Escova in the classroom, adapted from a card game called Escoba. After an initial discussion on the importance of games as a methodological resource in teaching, the focus turns to the game Escova itself. Its rules, scoring criteria, and strategies that can be adopted by players are outlined. Next, the mathematical aspects of the game are discussed, covering arithmetic, combinatorial analysis, probability, and game theory. To estimate some interesting probabilities, the results of a computer simulation of the Escova game between two players are presented. Finally, a proposal for its implementation in a high school class, including a lesson plan, questions, and related topics that can be explored with students is discussed.

KEYWORDS: Game Escova. Combinatorial Analysis and Probability. Computational Simulation.

¹ Universidade Federal de Santa Catarina. E-mail: l.s.borges@ufsc.br

 <https://orcid.org/0000-0002-8042-6751>

² Universidade Federal de Santa Catarina. E-mail: leandro.morgado@ufsc.br

 <https://orcid.org/0000-0002-7032-468X>

³ Universidade Federal de Santa Catarina. E-mail: ferraz.c.tiago@gmail.com

 <https://orcid.org/0000-0001-6377-2663>

⁴ Universidade Federal de Santa Catarina. E-mail: rozimereschmitt@gmail.com

 <https://orcid.org/0000-0002-3841-8416>

● [Informações completas no final do texto](#)

Introdução

Desde os primórdios, a humanidade desenvolve e tem fascinação por jogos, sejam eles esportivos ou de mesa. Há registros de comunidades antigas, anteriores à era cristã, que utilizavam tabuleiros, como o Jogo Real de Ur, datado de cerca de 4500 anos, na região da Mesopotâmia. Segundo Monte Neto (2016, grifo nosso): “Os jogos eram uma companhia indispensável após a morte, já que se acreditava [naquela sociedade] que fossem parte integrante do divertimento no outro mundo”. Os jogos de cartas também possuem longa data, com origens atribuídas ao século X AEC (Antes da Era Comum); o baralho, tal como se conhece hoje, surgiu na Europa no final do século XIV, com os símbolos dos naipes inspirados no modelo francês (HOTTEN, 1865).

Ao longo do tempo, os jogos foram transformados e adaptados, refletindo práticas culturais diversas. Sua utilização na educação também se consolidou, uma vez que os jogos constituem um recurso metodológico que estimula a interação social entre os estudantes, em contextos cooperativos ou competitivos. Kishimoto (1995) defende a inserção de jogos na educação, afirmando que, “[...] quando as situações lúdicas são intencionalmente criadas pelo adulto, com vistas a estimular certos tipos de aprendizagem, surge a dimensão educativa” (p. 59). Dessa forma, os jogos configuram-se como ferramentas produtivas no contexto escolar.

Nesse contexto dos jogos na área educacional, é fundamental que todos os envolvidos respeitem as regras determinadas pelo jogo para que haja boa convivência entre os jogadores, pois o “saber perder” no jogo, permite que o sujeito possa se conhecer e desenvolver suas habilidades para evitar uma nova derrota, definindo os seus limites enquanto jogador (GRANDO, 2000).

A literatura indica que a competição de forma controlada pode desempenhar um papel positivo no processo de ensino, especialmente ao romper padrões nas aulas de Matemática (FOMIN; GENKIN; ITENBERG, 1996). No entanto, como ressalta Ferraz (2023), é preciso cautela, em função das diferenças entre os estudantes: “[...] embora muitos jogos enfatizem a competição, [...] em contextos escolares é preciso ter cuidado, pois os alunos são heterogêneos” (p. 7).

Essa heterogeneidade, longe de ser um obstáculo, é reconhecida pela BNCC como um elemento enriquecedor do ambiente educativo, na medida em que “[...] a convivência

com as diferenças favorece o desenvolvimento da sensibilidade, da autocrítica e da criatividade” (BRASIL, 2017, p. 569).

Portanto, ao se trabalhar com jogos em sala de aula, é essencial promover um equilíbrio entre comportamentos colaborativos e competitivos, ajudando os estudantes a compreenderem que a dinâmica pode envolver tanto ganhadores quanto perdedores, sem que isso comprometa a aprendizagem ou o ambiente pedagógico.

Do ponto de vista cognitivo, os jogos podem favorecer o desenvolvimento de habilidades sociais, motoras e mentais. Nesse conjunto, os jogos de cartas ocupam posição de destaque, por serem de fácil compreensão visual e amplamente presentes no cotidiano dos estudantes, seja por meio da prática direta ou pela observação de familiares e amigos.

Por outro lado, a integração entre jogos e Matemática pode contribuir fortemente para o desenvolvimento do raciocínio lógico. Borin (2004) enfatiza que, especialmente nas aulas de Matemática, a aplicação adequada de jogos pode favorecer habilidades como organização, atenção e concentração.

Nesse contexto, o jogo Escova, proposto neste artigo, pode funcionar como pano de fundo para despertar o interesse dos estudantes por conteúdos como aritmética, análise combinatória e probabilidade.

Este artigo está organizado da seguinte forma: na próxima seção, será apresentada uma variação do jogo Escoba (MEGAJOGOS, 2015), denominada Escova (SCHMITT, 2021), jogado com 40 cartas de um baralho comum: 1 (ás), 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10 de paus, copas, espadas e ouros. A preparação, a dinâmica do jogo, as regras e pontuações também serão discutidas.

Em seguida, há algumas seções destinadas à discussão de temas matemáticos intimamente relacionados ao jogo. Entre esses temas, destacam-se: aritmética, pois toda a movimentação do jogo está relacionada à soma de cartas; probabilidade, no tocante à chance de pontuar na próxima jogada; teoria dos jogos, relacionada às estratégias que podem ser adotadas pelos estudantes durante a partida.

Após essas discussões, será apresentada uma seção destinada à simulação computacional, com o propósito de estimar probabilidades mais avançadas para uma versão do jogo Escova com dois jogadores. A programação correspondente foi realizada pelos próprios autores, por meio do software MATLAB, versão R2011b (THE MATHWORKS, INC., 2011).

Em seguida, o artigo é finalizado com uma seção destinada à proposta para aplicar o jogo Escova em uma turma de Ensino Médio, incluindo cronograma de aulas e questionamentos para discussão com os estudantes seguido das considerações finais. Destaca-se que o texto desse artigo é um compilado de ideias e resultados da dissertação de Schmitt (2021).

O jogo Escova

Nesta sessão, o jogo Escova é descrito com detalhes, objeto principal deste artigo. Aqui são apresentadas as regras, os critérios de pontuação, bem como algumas estratégias que podem ser adotadas pelos jogadores, além da soma das cartas que podem restar na mesa ao final de uma partida.

Adaptar jogos e usá-los em uma dinâmica com os estudantes do Ensino Médio ou Fundamental costuma ser uma boa estratégia pedagógica para diversificar ou ampliar uma aula, propiciando ao aluno um melhor aprendizado dos conteúdos em questão.

Nesse sentido, foi criado o jogo Escova, que é uma modificação do jogo Escoba, que é um jogo de cartas em que os participantes precisam acumular, a cada rodada, 15 pontos em cartas, seguindo algumas regras e orientando-se pelos seus valores numéricos por rodada e para os seus pontos no final de cada partida (BASTOS, 2015).

Uma rodada significa que cada um dos jogadores teve a sua vez no jogo. Uma partida consiste em várias rodadas realizadas até que o baralho se esgote e não seja possível formar as somas correspondentes. No jogo Escova, e também pensando nas simulações computacionais, as seguintes regras para o jogo Escova foram estabelecidas:

Preparação

- Usam-se somente as cartas de 1 a 10 de um baralho comum, de todos os naipes. Dessa forma, são utilizadas 40 cartas no total.
- Para as simulações que foram realizadas neste trabalho, o jogo foi restrito a dois jogadores. Em uma dinâmica em sala de aula, é interessante que o jogo envolva mais estudantes, divididos ou não em duplas.
- Quando jogado por mais de dois jogadores, convencionou-se que a ordem das jogadas ocorra no sentido anti-horário.

- O deck de cartas é embaralhado e em seguida as cartas iniciais são abertas e colocadas sobre a mesa. O restante das cartas é colocado em um monte com as faces ocultas.

- Decide-se por sorteio quem será o primeiro a jogar, e de comum acordo, quantas cartas serão abertas inicialmente e colocadas sobre a mesa. Nas simulações, a quantidade de cartas abertas inicialmente variou de zero a quatro.

Dinâmica do jogo

Caso seja possível formar a soma de 15 com duas ou mais dessas cartas, o primeiro jogador já começa pontuando.

- O primeiro a jogar deve pegar uma carta do monte e, em seguida, verificar se consegue formar a soma de 15 com as cartas disponíveis, incluindo as cartas na mesa. Em caso afirmativo, este jogador pega essas cartas, mostra aos demais e em seguida as coloca em um monte à sua frente com as faces viradas para baixo.

- Se não for possível formar a soma de 15 com as cartas disponíveis, o jogador deixa aberta na mesa a carta retirada do monte, e o jogo continua com o próximo jogador.

- Quando um jogador conseguir pegar todas as cartas que estão na mesa de uma única vez, formando a soma de 15, então ele faz uma 'escova'. Nesse caso, deve colocar na sua frente as cartas, sendo uma delas com a face voltada para cima para indicar que fez uma escova. Quando isso acontece com o primeiro jogador, diz-se que ele ganhou uma escova de mão.

Seguindo essa dinâmica, o jogo continua até que não seja mais possível formar uma soma de 15 com as cartas que restaram. Este tema será abordado novamente para discutir as possíveis somas de cartas ao final do jogo.

Critérios de pontuação

Em relação aos critérios de pontuação, assume-se que: O jogador soma 1 ponto cada vez que realizar uma escova, ou seja, utilizar todas as cartas disponíveis somando 15.

- Ao final do jogo, soma 1 ponto o jogador que tiver o maior número de cartas em seu monte.

- Ao final do jogo, soma 1 ponto o jogador que tiver o maior número de cartas de ouros em seu monte.

- O jogador que tiver o 7 de ouros em seu monte soma 1 ponto.
- O jogador soma 1 ponto para cada conjunto de quatro cartas de um mesmo número que tiver em seu monte (por exemplo, se ele conseguir juntar o 2 de ouros, 2 de espadas, 2 de paus e 2 de copas). Obviamente, o jogador ou a dupla que atingir o maior número de pontos vencerá o jogo, podendo eventualmente ocorrer empates.

Aspectos Matemáticos do Jogo Escova

Nesse contexto, alguns ramos da Matemática surgem naturalmente e podem ser discutidos com os estudantes durante e após a realização do jogo.

Entre eles, destacam-se: **aritmética**, em função das possíveis somas que levam às pontuações do jogo; **análise combinatória**, referente à contagem das cartas disponíveis; **probabilidade**, referente às chances de pontuar nas próximas jogadas. Até mesmo temas mais avançados podem ser trabalhados, como **Teoria dos Jogos**, em função das possíveis estratégias quando surgem possibilidades de somas diferentes.

Na última seção deste artigo, será apresentada uma proposta de atividades e discussões para que o professor aplique o jogo Escova em suas turmas de Ensino Fundamental ou Médio.

Aritmética no jogo Escova

Como mencionado anteriormente, em uma partida do jogo Escova são utilizadas as cartas de 1 a 10 de um baralho comum. Segue que a soma das pontuações de todas essas cartas é dada por:

$$4 \cdot \sum_{k=1}^{10} k = 220.$$

Durante a partida, os jogadores retiram grupos de cartas cuja soma é igual a 15. Como 220 não é múltiplo de 15, não é possível esgotar todas as cartas da mesa ao final de uma partida. Nesse sentido, em uma dinâmica em sala de aula, uma questão interessante para debater com os estudantes é quais são as possíveis somas com as cartas restantes.

É fácil constatar que a menor soma possível é 10. Isso ocorre quando os jogadores retiram 14 grupos de cartas com soma de 15, pois $220 = 14 \cdot 15 + 10$. Ademais, outras possibilidades de restos são da forma $10 + 15k$, $k \in \mathbb{N}^*$, como por exemplo 25 (quando os

jogadores retiram 13 grupos de cartas), 40 (quando os jogadores retiram 12 grupos de cartas), e assim sucessivamente.

O cenário extremo ocorre quando a soma é de 115, com a retirada de apenas 7 grupos de cartas com 15 pontos, uma vez que $220 = 7 \cdot 15 + 115$. Na seção de simulação computacional será visto que essa situação não costuma ocorrer, mas é possível, por exemplo, quando sobram quatro cartas de 10, três cartas de 9, quatro cartas de 8 e quatro cartas de 4. Neste caso, os pontos respectivos somam 115, e não há nenhuma outra soma de 15 pontos que possa ser feita com esse conjunto de cartas.

Finalmente, destaca-se que não é possível obter a soma de 130 com as cartas restantes do jogo. De fato, não há como sobrar na mesa: cartas 10 e 5 simultaneamente; cartas 9 e 6 simultaneamente; cartas 8 e 7 simultaneamente (pois em todos esses cenários teria-se uma soma de 15). Ora, para obter somas maiores é necessário que sobrem cartas com numeração maior, portanto, o cenário extremo ocorre com as cartas 10, 9, 8 e 4.

Nesse caso, também não podem sobrar cartas 3 (pois $8 + 4 + 3 = 15$), nem cartas 2 (pois $9 + 4 + 2 = 15$) e nem cartas 1 (pois $10 + 4 + 1 = 15$). Assim, mesmo que sobrem quatro cartas com o número 10, quatro cartas com o número 9, quatro cartas com o número 8 e quatro cartas com o número 4, a soma será apenas igual a 124, que é uma soma impossível de se obter, pelas razões que citadas anteriormente.

Para outros aspectos relacionados à aritmética no jogo Escova, recomenda-se a leitura da dissertação de Schmitt (2021).

Probabilidades no jogo Escova

A Teoria das Probabilidades está envolvida em dois aspectos. Um mais imediato, relacionado à probabilidade condicional de se obter pontuação na próxima jogada, dada uma configuração particular de cartas na mesa.

Vários exemplos nesse sentido foram descritos por Schmitt (2021). Por exemplo, dada a configuração inicial de cartas na mesa ilustrada na Figura 1, a probabilidade do jogador que inicia o jogo conseguir uma escova é $\frac{1}{18}$. De fato, há duas cartas possíveis para completar a soma de 15 com todas as cartas da mesa (três de copas e três de espadas), em um total de 36 cartas ainda disponíveis.

Figura 1. Exemplo de configuração inicial

Fonte: os autores.

Por outro lado, algumas probabilidades de resultados finais do jogo Escova podem ser estimadas via simulação computacional e lei dos grandes números, tais como: probabilidade de uma determinada soma das cartas na mesa ao final do jogo; probabilidade de um número específico de cartas na mesa ao final do jogo; probabilidade das possíveis pontuações do vencedor; probabilidade do primeiro jogador vencer quando o jogo é realizado por apenas dois jogadores, entre outras.

Na seção sobre simulação computacional do jogo Escova, serão apresentados resultados sobre cada uma dessas estimativas.

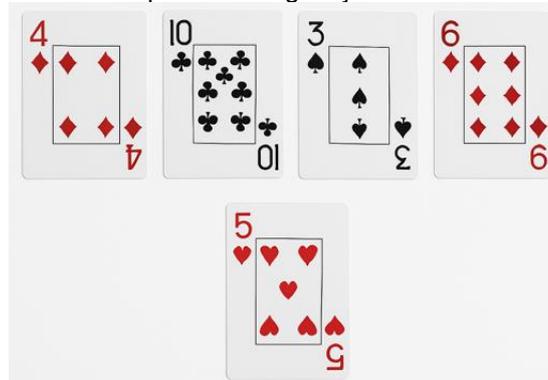
Estratégias

Em alguns momentos do jogo Escova, o jogador tem a sua disposição, diferentes maneiras de formar a soma de 15. E nesses momentos, usar a estratégia correta pode resultar em uma pontuação maior para este jogador. Esse aspecto reforça a importância deste jogo no sentido da tomada da decisão em situações específicas.

Em Schmitt (2021), são explorados alguns exemplos nesse sentido. Por exemplo, suponha que na mesa se tenha a configuração de cartas ilustrada na Figura 2, e que o jogador acaba de retirar um cinco de copas do baralho.

Ora, são possíveis as somas de $10 + 5$ (primeira estratégia) e de $6 + 4 + 5$ (segunda estratégia). Como um dos critérios de pontuação é o número total de cartas, a segunda estratégia parece mais favorável. Ademais, optando pela segunda estratégia, o jogador adquirirá duas cartas de ouros, que é outro critério de pontuação (maior quantidade de cartas de ouros ao final do jogo).

Figura 2. Exemplo de configuração de cartas na mesa



Fonte: os autores.

Vale ressaltar que, em muitas vezes, a melhor estratégia depende do histórico da partida. Nesse exemplo, o jogador poderia ter, em rodadas anteriores, adquirido todas as cartas de número 10, faltando apenas a carta de número 10 que está na mesa para marcar mais um ponto. Nesse contexto, a primeira estratégia poderia ser mais vantajosa.

Simulação computacional do jogo Escova

Como discutido anteriormente, a Teoria das Probabilidades está envolvida na observação do comportamento de fenômenos naturais regidos pela incerteza e busca maneiras de estimar percentualmente as chances que um determinado evento tem de ocorrer (MIRANDA, 2020).

Quando os elementos do espaço amostral (que será denominado de conjunto S) são equiprováveis, pode-se calcular a probabilidade de um evento E usando a relação:

$$P(E) = \frac{\text{número de elementos em } E}{\text{número de elementos em } S}.$$

Entretanto, a medida em que os fenômenos aleatórios crescem em complexidade, nem sempre se consegue calcular essas quantidades. Surge então a necessidade de uma outra abordagem, capaz de resolver com eficiência esse impasse. Nesse contexto, a solução é apresentada como definição frequentista de probabilidade (MIRANDA, 2020).

A ideia dessa abordagem é repetir o experimento aleatório uma grande quantidade de vezes, exatamente sobre as mesmas condições, aguardando obter resultados diferentes, mas com uma certa regularidade. Essa regularidade pode ser traduzida em

termos da frequência relativa da ocorrência de um evento de interesse. A justificativa teórica para este procedimento é um importante resultado da teoria de probabilidades, denominado Lei dos Grandes Números (MIRANDA, 2020).

Nesse contexto, segundo a Lei dos Grandes Números, a medida em que um experimento aleatório é repetido, o valor da frequência relativa de um determinado evento converge para o valor numérico de sua probabilidade. Assim, com uma quantidade cada vez maior de observações, obtêm-se uma estimativa cada vez mais precisa da probabilidade desejada. Para mais detalhes teóricos, demonstração da Lei dos Grandes Números, bem como estimativas de erro, sugere-se a leitura de Ross (2010).

Deste modo, baseado na Lei dos Grandes Números e com o uso do software MATLAB, versão R2011b (THE MATHWORKS, INC., 2011), o jogo Escova foi simulado computacionalmente para a obtenção de estimativas de algumas probabilidades mais avançadas. Em outras palavras, as regras do jogo foram implementadas, pelos autores, usando a linguagem nativa do MATLAB e, cada vez que o código é executado, isto é equivalente a jogar uma partida completa do jogo. Após uma simulação de 100.000 partidas entre dois jogadores, foram obtidos diversos resultados interessantes que são apresentados na sequência.

Ao final de uma partida do jogo Escova, as possíveis somas dos números das cartas (10, 25, 40, 55, 70, 85, 100, 115) sobre a mesa podem ocorrer de diversas maneiras diferentes. Usando análise combinatória pode-se calcular de quantas formas distintas tais somas podem ser atingidas, conforme ilustrado na Tabela 1.

Tabela 1. Maneiras diferentes para se obter as possíveis somas das cartas

Soma	10	25	40	55	70	85	100	115
Maneiras distintas	1.702	4.376	55.509	17.980	34.350	5.140	250	4

Fonte: Os autores.

Evidentemente, a soma de 40 é a que tem o maior número de formas distintas de ser obtida. Entretanto, verificou-se que, após a simulação, a soma de 10 ocorreu 64.136 vezes (64,14%); a soma de 25 ocorreu 16.494 vezes (16,50%); a soma de 40 ocorreu 17.498 vezes (17,50%); a soma de 55 ocorreu 1.732 vezes (1,73%); a soma de 70 ocorreu 135 vezes (0,14%) e a soma de 85 apenas 5 vezes (0,005%). Em outras palavras, a soma de 10, mesmo tendo apenas 1.702 formas de ser obtida, foi a que apareceu mais vezes.

Além das somas possíveis ao término de uma partida, é comum que sobrem cartas na mesa. Os resultados obtidos na simulação estão na Tabela 2. Analisando os dados obtidos, observa-se que quase 80% dos jogos terminaram com 4 cartas ou menos e, se 5 cartas ou menos forem consideradas, este percentual fica um pouco acima de 90%.

Tabela 2. Simulação da quantidade de cartas na mesa ao final de uma partida

Cartas	Jogos	Cartas	Jogos	Cartas	Jogos
1	29,18% (29.177)	5	10,99% (10.992)	9	0,09% (93)
2	23,32% (23.327)	6	7,26% (7.257)	10	0,02% (18)
3	15,81% (15.814)	7	2,13% (2.126)	11	0,01% (15)
4	10,92% (10.920)	8	0,26% (258)	12	< 0,01% (3)

Fonte: Os autores.

Já em relação ao número de escovas, em praticamente $\frac{1}{3}$ dos jogos apenas um jogador obteve uma escova. Enquanto que as chances de serem obtidas duas ou nenhuma escova é praticamente a mesma. A probabilidade de 3 ou mais serem obtidas fica abaixo de 20%, conforme dados na Tabela 3.

Tabela 3. Simulação da quantidade de escovas obtidas em cada jogo

Escovas	Jogos	Escovas	Jogos
0	23,79% (23.789)	6	0,48% (481)
1	32,25% (32.252)	7	0,10% (101)
2	24,01% (24.008)	8	0,01% (13)
3	12,59% (12.594)	9	0,001% (1)
4	5,05% (5.054)	10	0,001% (1)
5	1,71% (1.706)		

Fonte: Os autores.

Nas regras do jogo, discutidas anteriormente, os jogadores podem pontuar de diversas formas. Na Tabela 4 pode-se perceber que as pontuações mais comuns são 3, 4 ou 5 pontos, sendo que é bem improvável que apenas 1 ponto seja obtido ou que mais de 10 sejam obtidos.

Tabela 4. Simulação da pontuação do vencedor

Pontos	Jogos	Pontos	Jogos	Pontos	Jogos
1	0,11% (107)	6	12,44% (12.437)	11	0,16% (155)
2	7,12% (7.118)	7	6,31% (6.307)	12	0,06% (61)
3	21,80% (21.804)	8	2,79% (2.787)	13	0,02% (20)

4	26,85% (26.847)	9	1,12% (1.108)	14	< 0,01% (6)
5	20,80% (20.797)	10	0,44% (442)	15	< 0,01% (4)

Fonte: Os autores.

Conforme discutido anteriormente, no início do jogo os jogadores, em comum acordo, decidem quantas cartas serão abertas sobre a mesa. Uma questão pertinente é se existe alguma influência desse número inicial de cartas nas probabilidades de vitória dos jogadores 1 e 2, além, é claro, de possíveis empates.

Após a simulação de 10.000 partidas para cada cenário, isto é, de zero a quatro cartas abertas, de modo geral, não há uma influência muito grande se duas cartas ou menos forem abertas, veja Tabela 5. Entretanto, se 3 ou 4 cartas forem abertas inicialmente, o jogador 1 tem um pouco mais de chances de ganhar a partida. O número de empates praticamente não é influenciado pelo número de cartas.

Tabela 5. Número de vitórias em função da quantidade de cartas no início do jogo

Número de cartas sobre a mesa no início do jogo	Vitórias do jogador 1	Vitórias do jogador 2	Empates
0	44,41% (4.421)	47,31% (4.731)	8,48% (848)
1	47,24% (4.724)	44,33% (4.433)	8,43% (843)
2	45,17% (4.517)	46,22% (4.622)	8,61% (861)
3	50,66% (5.066)	41,06% (4.106)	8,28% (828)
4	50,46% (5.046)	41,25% (4.125)	8,29% (829)

Fonte: Os autores.

Uma proposta de aplicação prática do jogo Escova no Ensino Médio

Nesta seção, é desenvolvida uma proposta de aplicação do jogo Escova para o segundo ou terceiro ano do Ensino Médio. A ideia desta proposta é trabalhar inicialmente os pré-requisitos necessários, e em seguida aplicar o jogo Escova, discutindo com os alunos os aspectos matemáticos e estratégias relacionadas.

A preferência por uma turma do segundo ou terceiro ano do Ensino Médio deve-se ao fato dos conteúdos e habilidades necessárias para a realização das atividades serem contempladas na Proposta Curricular para estes anos letivos. Espera-se que os alunos dessas turmas já tenham contato com análise combinatória e probabilidade, possibilitando que a interação com o experimento seja bastante significativa.

No entanto, nada impede que esta proposta seja adaptada para o primeiro ano do Ensino Médio ou até mesmo para turmas do Ensino Fundamental, dando mais ênfase à soma das cartas, ou seja, aplicações em aritmética básica e outras questões estratégicas.

Após a discussão dos pré-requisitos, a etapa seguinte é a apresentação inicial do jogo Escova para os estudantes, com as regras, critérios de pontuação, bem como algumas estratégias do mesmo. Para tanto, recomenda-se uma aula de 45 a 50 minutos.

Em seguida, o professor implementa o jogo entre os alunos da turma. Nesta etapa, sugere-se a divisão da turma em duplas, entregando a cada dupla uma ficha de anotações, onde os estudantes farão os registros dos recursos de cada partida disputada. Para esta etapa, sugere-se a utilização de outra aula de 45 a 50 minutos, para garantir que os estudantes possam jogar um número significativo de partidas.

Finalmente, para discutir, avaliar e fazer as considerações finais dos resultados obtidos durante os jogos, sugere-se a utilização de duas aulas de 45 a 50 minutos. No Quadro 1 é apresentado um resumo dessa proposta de implementação:

Quadro 1. Proposta de implementação do Jogo Escova em sala-de-aula.

Número de aulas de 45-50 minutos	Conteúdo de cada aula
1 aula	Discussão prévia sobre Análise Combinatória, dando ênfase ao princípio fundamental da contagem e combinações.
1 aula	Discussão prévia sobre Probabilidade, dando ênfase ao cálculo de probabilidade envolvendo cartas de baralho.
1 aula	Apresentação do jogo Escova com suas regras, critérios de pontuação e estratégias, seguida de algumas partidas iniciais até que os alunos entendam a dinâmica do jogo.
1 aula	Implementação do jogo Escova em duplas de estudantes, incluindo as anotações dos resultados de cada partida.
2 aulas	Aplicação de um questionário sobre toda a dinâmica, seguida de socialização e discussão das respostas.

Fonte: Os autores.

Quanto aos materiais necessários para a implementação sugerida, destaca-se o uso de um projetor para a apresentação da parte teórica dos conteúdos, de alguns exemplos e das regras do jogo Escova. Também são necessários jogos de baralho e fichas impressas para que os estudantes registrem os resultados das partidas.

Alguns modelos de slides para as aulas iniciais, bem como modelos de fichas para anotações podem ser encontrados em (SCHMITT, 2021).

Em relação ao questionário final, destacam-se algumas questões relacionadas ao jogo em si e conteúdos matemáticos respectivos. A socialização destas respostas com a turma é recomendada para que haja uma troca de ideias mediada pelo docente logo após a aplicação do questionário.

Questão 1. Qual o valor da soma das 40 cartas usadas no jogo Escova? Nesta questão os alunos podem usar seu conhecimento prévio em progressão aritmética ou outro método para a resolução.

Questão 2. Quais foram os resultados das somas das cartas restantes na mesa ao final de cada partida? Aqui espera-se que os alunos apresentem, como respostas, valores que satisfaçam a expressão $10+15k$, em que $k \in \mathbb{N}$. Caso os estudantes apontem algum valor diferente, o docente pode explicar à turma que houve erro nas contas durante o jogo.

Questão 3. Qual a menor quantidade de cartas que pode restar no final de uma partida do jogo Escova? Em que situação isso acontece? Espera-se que os alunos não tenham dificuldades nesta questão, uma vez que é possível sobrar apenas uma carta 10 ao final da partida.

Questão 4. Apresente, ao menos, 10 combinações diferentes de como conseguir a soma de 15 usando apenas as 40 cartas do baralho. Nesta questão, recomenda-se que, na socialização, os estudantes sejam estimulados a escrever as combinações no quadro. É interessante também que essas combinações sejam organizadas em casos, como por exemplo: soma de 15 usando duas cartas, soma de 15 usando três cartas, e assim sucessivamente.

Questão 5. Suponha que as quatro cartas sobre a mesa no início de uma partida do jogo Escova sejam: 5 de copas, 4 de espadas, 2 de ouros, 3 de paus. Qual a probabilidade que o primeiro jogador tem, de fazer uma escova logo no início da partida? Nesta questão, espera-se que o aluno chegue à conclusão de que só será feita uma escova se ele conseguir comprar uma carta que contenha o número 1, de qualquer um dos naipes, e calcule a probabilidade correspondente.

Questão 6. Suponha que as quatro cartas sobre a mesa no início de uma partida do jogo Escova sejam: 3 de copas, 8 de espadas, 5 de ouros, 6 de paus. Qual

a probabilidade que o primeiro jogador tem, de conseguir a soma de 15 nessa situação? Faça uma lista das possibilidades e depois calcule a probabilidade. Nesta questão também recomenda-se um tempo maior para a resolução, seguido do cálculo da probabilidade respectiva.

Vale destacar que diversos outros questionamentos relacionados a aritmética, análise combinatória, probabilidade e Teoria dos Jogos podem ser elaborados pelo professor, tornando ainda mais produtiva a discussão.

Esta proposta pode trazer outras contribuições para a melhoria do ensino da Matemática, tais como o desenvolvimento de habilidades de tomada de decisão, rapidez do cálculo mental, organização do pensamento, uso de estratégias, melhora da concentração e da atenção, entre outras.

Considerações Finais

O presente artigo apresentou uma proposta de aplicação do jogo Escova – um jogo de cartas com desdobramentos matemáticos – em turmas do Ensino Médio. Inicialmente, discutiu-se a relevância histórica e educacional dos jogos, destacando seu potencial como recurso metodológico capaz de promover engajamento, interação social e desenvolvimento de habilidades cognitivas.

Em seguida, descreveu-se em detalhes a dinâmica do jogo Escova, suas regras, critérios de pontuação e possíveis estratégias, evidenciando como elementos lúdicos podem ser explorados para favorecer a aprendizagem.

Nas seções destinadas aos aspectos matemáticos do jogo, foram analisadas situações envolvendo aritmética, análise combinatória, probabilidade e teoria dos jogos. Mostrou-se que, mesmo em um jogo simples e acessível como o Escova, emergem naturalmente diversos problemas matemáticos, que permitem explorar desde somas e combinações até probabilidades condicionais e tomadas de decisões estratégicas.

A simulação computacional, desenvolvida pelos autores, complementou essa análise ao fornecer estimativas para eventos aleatórios do jogo — como distribuições de somas finais, quantidades de cartas restantes após as partidas, número de escovas e desempenho relativo entre jogadores. Esses resultados ilustram a aplicação da Lei dos Grandes Números e abordagens computacionais no estudo de fenômenos probabilísticos.

Por fim, foi apresentada uma proposta de implementação do jogo Escova em turmas de Ensino Médio, envolvendo cronograma de aulas, conteúdos prévios necessários, sugestões de atividades e um conjunto de questões para discussão com os estudantes. A proposta reforça o valor pedagógico do jogo: além de mobilizar conteúdos matemáticos essenciais do currículo, favorece o desenvolvimento de competências socioemocionais, como tomada de decisão, organização do pensamento, colaboração e autonomia.

Assim, acredita-se que o presente trabalho contribui tanto para a literatura sobre uso de jogos no ensino da Matemática quanto para a prática docente, oferecendo subsídios teóricos e propostas pedagógicas que podem ser adaptadas a diversos contextos escolares.

Referências

- BASTOS, C. L. de. Some 15 pontos! Aprenda a jogar Escopa e adapte o jogo para a sala de aula. **Tic na Matemática**, 2015. Disponível em: <<https://www.ticsnamatematica.com/2015/03/some-15-pontos-aprenda-jogar-Escopa-adapte-jogo-sala-aula.html>>. Acesso em: 22 fev. 2021.
- BORIN, J. **Jogos e resolução de problemas**: uma estratégia para as aulas de Matemática. 6. ed. São Paulo: IME-USP, 2007.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: https://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 5 jun. 2025.
- FERRAZ, T. C. **A Inserção do Role Playing Games no Ensino da Matemática**: uma aplicação em sala de aula. 2023. 81 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas, Florianópolis, 2023. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/250002>. Acesso em: 5 jun. 2025.
- FOMIN, D.; GENKIN, S.; ITENBERG, I. **Círculos matemáticos**: a experiência russa. Tradução de Diego Moreira M. da Silva. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada, 1996.
- GRANDO, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. 2000. 239 f. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, São Paulo, 2000. Disponível em: <https://repositorio.unicamp.br/acervo/detalhe/210144>. Acesso em: 5 jun. 2025.
- HOTTEN, J. C. **The History of Playing Cards**: with anecdotes of their use in conjuring, fortune-telling, and card-sharping. Londres: [s.n.], 1865. Disponível em:

https://iapsop.com/ssoc/1865_taylor_history_of_playing_cards.pdf. Acesso em: 5 de jun. 2025.

KISHIMOTO, T. M. O jogo e a educação infantil. **Pro-Posições**. Campinas, SP, v. 6, n. 2, p. 46–63, 2016. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/proposic/article/view/8644269>. Acesso em: 5 jun. 2025.

MEGAJOGOS. **Regras do Jogo Escoba**, 2015. Disponível em: <<https://www.megajogos.com.br/escoba-online/regras>>. Acesso em: 25 mar. 2021.

MIRANDA, H. M. de. **Uma proposta gráfica para o ensino da lei dos grandes números em probabilidade e estatística na educação básica**. 2020. 67 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) - Universidade Federal do Oeste da Bahia, Centro das Ciências Exatas e das Tecnologias, Barreiras, 2020. Disponível em: https://sca.proformat-sbm.org.br/busca_tcc_det.php?id=171052214&id1=5615. Acesso em: 5 jun. 2025.

MONTE NETO, L. D. O jogo real de UR. **Superinteressante**, 2016. Disponível em: <https://super.abril.com.br/comportamento/o-jogo-real-de-ur/>. Acesso em: 15 jun. 2025.

ROSS, S. **Probabilidade: um curso moderno com aplicações**. 8. ed. Porto Alegre: Bookman, 2010.

SCHMITT, R. B. G. **O Jogo Escova: uma estratégia para as aulas de matemática no ensino médio**. 2021. 121 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas, Florianópolis, 2021. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/227212>. Acesso em 5 jun. 2025.

THE MATHWORKS, INC. **MATLAB: versão 7.13 (R2011b)**. Natick: The MathWorks, Inc., 2011.

NOTAS

IDENTIFICAÇÃO DE AUTORIA

Leonardo Silveira Borges. Doutorado. Universidade Federal de Santa Catarina, Campus Trindade/Departamento de Matemática, Florianópolis, SC, Brasil.

E-mail: l.s.borges@ufsc.br

 <https://orcid.org/0000-0002-8042-6751>

Leandro Batista Morgado. Doutorado. Universidade Federal de Santa Catarina, Campus Trindade/Departamento de Matemática, Florianópolis, SC, Brasil.

E-mail: leandro.morgado@ufsc.br

 <https://orcid.org/0000-0002-7032-468X>

Tiago Cardoso Ferraz. Mestrado. Universidade Federal de Santa Catarina, Campus Trindade, Florianópolis, SC, Brasil.



E-mail: ferraz.c.tiago@gmail.com

 <https://orcid.org/0000-0001-6377-2663>

Rozimére Bernadete Guesser Schmitt. Mestrado. Universidade Federal de Santa Catarina, Campus Trindade, Florianópolis, SC, Brasil.

E-mail: rozimereschmitt@gmail.com

 <https://orcid.org/0000-0002-3841-8416>

AGRADECIMENTOS

Não se aplica.

FINANCIAMENTO

Não se aplica.

CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM

Não se aplica.

APROVAÇÃO DO COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA

Não se aplica.

LICENÇA DE USO

Autores mantêm os direitos autorais e concedem à revista ENSIN@ UFMS – ISSN 2525-7056 o direito de primeira publicação, com o trabalho simultaneamente licenciado sob a Licença Creative Commons Attribution (CC BY-NC-SA 4.0), que permite compartilhar e adaptar o trabalho, para fins não comerciais, reconhecendo a autoria do texto e publicação inicial neste periódico, desde que adotem a mesma licença, compartilhar igual.

EDITORES

Patricia Helena Mirandola Garcia, Eugenia Brunilda Opazo Uribe, Gerson dos Santos Farias.

HISTÓRICO

Recebido em: 03/07/2025 - Aprovado em: 24/12/2025 – Publicado em: 31/12/2025.

COMO CITAR

BORGES, L. S.; MORGADO, L. T.; FERRAZ, T.C.; SCHMITT, R. B. G. O Jogo Escova: Simulação Computacional e uma Estratégia para Aulas de Matemática no Ensino Médio. **Revista ENSIN@ UFMS**, Três Lagoas, v. 6, n. 10, p. 317-334. 2025.