



Polarização Empírico-formal no Ensino de Geometria: uma contribuição histórico-reflexiva à educação geométrica da criança

Empirical-formal Polarization in the Teaching of Geometry: a historical- reflective contribution to the geometric child's education

Júlio César Augusto do Valle¹

Resumo

Nas últimas décadas, as discussões sobre o ensino de geometria se intensificaram. Ao que parece, coexistem, atualmente, defasagens que teriam sido agravadas com a influência do movimento da Matemática Moderna, responsável pela mudança no enfoque dado à geometria na escola. Trata-se, por exemplo, da polarização empírico-formal (o procedimento comum de iniciar o estudo de geometria por suas dimensões práticas – essencialmente a percepção – objetivando a sistematização de seus conteúdos – a concepção). Sob essa perspectiva, identificam-se neste trabalho duas consequências desta polarização, responsável, diversas vezes, por tornar tal ensino bastante superficial. Nesse sentido, este trabalho se propõe a – além de explicitar a questão que o motiva – compreender que movimento histórico dá origem ao ensino de geometria da forma como é concebido hoje e contribuir com uma reflexão descritiva sobre a relação da criança com o conteúdo, às vistas da teoria elaborada.

Palavras-chave: Polarização empírico-formal. Geometria. Criança. Educação Matemática.

Abstract

In recent decades, discussions on the teaching of geometry intensified. Apparently, coexist currently lags in teaching geometry that would have been aggravated by the influence of the movement of Modern Mathematics, responsible for the change in focus given to geometry in school. It is, for example, the empirical-formal polarization (the common procedure to start the study of geometry by their practical dimensions - essentially the perception - aimed at systematization of its contents - the design). From this perspective, this work identified two consequences of this bias that prevails in teaching geometry, responsible on several occasions for making this rather superficial education. In this sense, this study aims to - in addition to explain the question that motivates - understand that historical movement gives rise to the teaching of geometry the way it is conceived today and contribute a descriptive reflection on the child's relationship with the geometry, from the views of elaborate theory.

Keywords: Empirical-formal polarization. Geometry. Child. Mathematics Education.

¹ Universidade de São Paulo (USP), julio.vale@usp.br.

Ensino de geometria: desvio e defasagem

O ensino de matemática é, atualmente, marcado por ser constantemente alvo de críticas e apontamentos no sentido de que o modo pelo qual é estruturado não favorece as situações de ensino-aprendizagem. Um argumento que sustentaria tais críticas é, por exemplo, a falta de contextualização, que impede que o aluno relacione os conteúdos matemáticos a aspectos de sua vida cotidiana, tornando-os artificiais. Desse modo, as propostas e reformas que procuraram transformar o ensino da disciplina de acordo com as necessidades e objetivos do ensino de suas respectivas épocas não foram poucas. Essas propostas e reformas pretendiam adequar o ensino às habilidades e conhecimentos que eram esperados de seus alunos em cada momento histórico, buscando assim conferir-lhe simplicidade na exposição das ideias, aplicabilidade de seus conteúdos ou até mesmo proximidade ao conhecimento científico da época.

Verifica-se por meio das propostas e reformas que o enfoque se desloca desde a preocupação com o domínio do instrumental matemático até a preocupação com a compreensão do significado das ideias fundamentais da disciplina que estão além de um saber puramente técnico. Desta última decorrem implicações sobre todo o ensino e a articulação de significados e sentidos que permeiam os conteúdos matemáticos, indicando sua insuficiência no desenvolvimento de uma reflexão crítica sobre esse ensino. O ensino de geometria, especificamente, parece ser especialmente prejudicado, uma vez que a conjunção de fatores educacionais, históricos, até mesmo filosóficos e sociais, trilhou um caminho bastante preocupante guiando este ensino rumo à descaracterização quase que completa. Assim,

a partir do final da década de 70, a comunidade de educadores matemáticos brasileiros passou a preocupar-se mais efetivamente com o ensino de Geometria em nível de 1º e 2º graus. Essa atitude pode, talvez, ser compreendida como uma resposta ou reação à notória constatação daquilo que tem sido chamado por alguns professores e pesquisadores de ‘o abandono do ensino da Geometria’. (MIORIM, MIGUEL & FIORENTINI, 1992, p.40)

Essa preocupação tem sido endossada pelas últimas propostas, que ressaltam a relevância de um ensino preocupado com a compreensão do significado das ideias elementares e fundamentais da matemática. Com isso, o ensino de geometria recebe especial atenção dos reformadores contemporâneos, pois os modos como se pensava a respeito desse

ensino não valorizavam a explicitação das relações que o constroem tal como sua impregnação pelo raciocínio lógico-dedutivo.

Logo, para compreender que situações contribuem para tal descaracterização é necessário, além de entender os aspectos históricos que incidem sobre o ensino de matemática, investigar, dentro do universo escolar, as maneiras como este ensino tem sido posto em prática, buscando identificar assim suas possíveis deficiências. Em primeiro lugar, é interessante analisar a polarização empírico-formal no ensino de geometria identificada por educadores e pesquisadores. Notoriamente,

é possível reconhecer, em situações de ensino, uma polarização entre as atividades preparatórias – como a observação e a manipulação de objetos concretos, a caracterização de formas mais frequentes através de atividades empíricas – e a sistematização do conhecimento geométrico que se seguirá, onde predominarão as definições precisas, o enunciado cuidadoso das propriedades estruturais, o encadeamento das proposições nas justificativas formais ou informais de certos resultados, que são os teoremas. (MACHADO, 2001, p. 140)

De fato, tal polarização é prejudicial ao ensino de geometria por seu caráter reducionista que define o processo de ensino-aprendizagem em apenas dois momentos: um primeiro momento de percepção de propriedades e estruturas e um segundo momento de concepção e organização dos fatos percebidos anteriormente. Obviamente, este ensino não pode ser reduzido dessa forma justamente por ser constituído de outras dimensões tão fundamentais quanto a percepção e a concepção. Pode-se observar tal afirmação na própria construção do conhecimento geométrico ao decorrer da história: apesar de alguns momentos históricos privilegiarem em maior nível uma ou outra dimensão, sempre houve uma articulação natural entre essas dimensões que propiciavam uma sintonia entre os saberes teóricos e os saberes da experiência.

Sob essa perspectiva, toma-se como exemplo os conhecimentos teóricos que são produtos de atividades essencialmente práticas como a medição de terras, construções arquitetônicas e cálculos astronômicos elaborados a partir de representações esquemáticas do que era possível observar. Isso confere ao ensino de geometria uma ordem hierárquica predominantemente linear em que as experiências escolares partem de atividades simples de percepção e caminham em direção ao que é considerado mais complexo – e, equivocadamente, considerado o fim deste caminho – as atividades de formalização e concepção.

É interessante observar que este fato pode ser atribuído à adoção da obra de Euclides – Os Elementos – como livro didático mesmo que de maneira não intencional. Segundo Imenes (1989), sua obra teria influenciado todas as épocas, conferindo-lhe o caráter de um modelo daquilo que o pensamento científico devia ser. Deste modo, sua implicação sobre o ensino de Geometria sugere que:

na organização curricular tradicional, se o conteúdo A é pré-requisito lógico para B, no sentido euclidiano do termo, então A vem antes de B. Isso confere ao currículo uma estrutura linear. Nesse modelo, aprender matemática tem como imagem subir uma escada. Essa forma de organizar os conteúdos matemáticos não está só no papel em que são impressos os currículos e nos livros didáticos. Tenho observado que ela também se instalou nas nossas cabeças, nas cabeças dos professores de matemática. (IMENES, 1989, p. 209)

Esta maneira de entender o ensino de geometria pode torná-la artificial, uma vez que, conforme apontado anteriormente, existem outras dimensões além da percepção e concepção que se articulam para a construção do conhecimento geométrico. Tal afirmação é claramente verificada quando se reflete a respeito de seu surgimento na antiguidade e seu vínculo com atividades essencialmente práticas e experimentais. Identifica-se, portanto, uma defasagem na maneira como está estruturado o ensino de geometria: a polarização empírico-formal nas experiências escolares. Além disso, deve-se apontar também uma fragmentação temporal entre os momentos descritos acima: enquanto as atividades manipulativas e de percepção se destinam aos alunos das primeiras séries escolares, as atividades de formalização e concepção se destinam aos alunos das últimas séries. Essa fragmentação torna clara a falta de compreensão a respeito da articulação entre dimensões fundamentais da geometria. De fato,

é interessante notar que, nas quatro séries iniciais, os alunos têm contato com objetos tridimensionais, como cubos, prismas, esferas, cilindros, cones; já nas séries seguintes, a realidade cede quase que completamente o lugar às representações planas, em geral de figuras planas, como um estágio preparatório no caminho para a unidimensionalidade de uma formalização que quase nunca se completa na escola. É como se o estágio perceptivo inicial estivesse destinado exclusivamente a atividades infantis, conduzindo, depois, a uma ruptura tal que possibilitaria a caracterização da Geometria tendo em vista apenas seu conteúdo lógico. (MACHADO, 2001, p. 140)

Identifica-se aí um desvio na estruturação do ensino de geometria: a polarização infanto-juvenil. Vale observar que a questão da fragmentação temporal entre o manipulativo infantil e a sistematização posterior também pode ser denominada por polarização empírico-formal porque pode-se pensar que em um dos polos – as séries iniciais do Ensino Fundamental – predomina um tipo de prática – exclusivamente manipulativa e prática – e no outro polo – séries finais do Ensino Fundamental e durante todo o Ensino Médio – predomina

outro – majoritariamente conceituais e teóricas. Porém, para economia de linguagem e para que não haja ambiguidade, tratar-se-á esta questão por polarização infanto-juvenil no tratamento da geometria. Espera-se, portanto, elaborar um estudo a respeito destes aspectos, buscando, fundamentados em um alicerce teórico, caminhos e práticas capazes de suprir tal defasagem e corrigir tal desvio.

Ensino de geometria no Brasil: uma breve análise histórica

Para que se possa elaborar um breve panorama sobre o ensino de geometria no Brasil, divide-se a história educacional do país em três momentos históricos em que, com exceção de alguns enfoques e pormenores, é possível agrupar determinadas reformas e propostas e indicar apenas o movimento que o ensino de matemática e, especificamente, de geometria executaram, auxiliando a construção de uma análise panorâmica da sua história no Brasil. Com efeito, esses três momentos são o período anterior ao movimento da Matemática Moderna, o período de influência deste movimento e o período posterior.

Como este estudo se refere ao conjunto de práticas escolares relativas ao ensino de geometria, consideram-se nesta análise apenas os aspectos mais recentes da história da educação no Brasil, isto é, quando o ensino já é institucionalizado. Em primeiro lugar, é relevante apontar que, até 1931, os conteúdos de aritmética, álgebra e geometria eram ensinados separadamente e nesta ordem. Somente no ano citado, através da Reforma Francisco Campos, o ensino dos conteúdos de aritmética, álgebra, geometria e trigonometria se unificaram sob a denominação “Matemática”. Assim,

parece, portanto, ter prevalecido nesse período um equilíbrio enciclopédico entre esses quatro campos que constituíam a educação matemática escolarizada. Por um lado, não se deve pensar que esse equilíbrio enciclopédico fosse decorrência de uma clara consciência por parte de professores e elaboradores de programas da importância específica que cada um desses campos viria cumprir na formação do estudante ou do cidadão. Muito pelo contrário, era justamente devido à ausência dessa consciência, decorrente do caráter reprodutivo e acrítico de nossa educação e da crença no valor cultural dos conteúdos, que se apostava no equilíbrio e não havendo, no interior de cada uma dessas áreas, clareza em relação aos principais objetivos a serem alcançados, tudo era essencial: apostava-se no enciclopédico. (MIORIM, MIGUEL & FIORENTINI 1992, p. 41)

Pode-se afirmar, com base no excerto anterior, que a Reforma Francisco Campos acertou na medida em que justapor estes campos do conhecimento matemático é um passo na direção de promover sua articulação e valorizar sua complementaridade. No entanto, as razões

pelas quais se apostou no enciclopédico não eram razões que encaminhavam o conhecimento matemático na direção de torná-lo significativo, complementar e articulado e, portanto, acabaram abandonando a intenção do equilíbrio enciclopédico no nível de legislação (MIORIM, MIGUEL & FIORENTINI 1992). Dessa maneira, houve uma acentuação de críticas aos programas, que eram considerados excessivamente longos para que pudessem ser desenvolvidos em pouco tempo, tornando o ensino na maioria das escolas meramente formal.

Assim, em relação ao ensino de geometria, pode-se afirmar que era iniciado por “explorações intuitivas, a partir das quais se estabelecerão os conhecimentos indispensáveis à construção de uma sistematização, que deverá atingir a exposição formal” (PAVANELLO, 1993). Essa forma de lidar com o ensino de geometria remete à polarização empírico-formal citada como prejudicial à aprendizagem dos conteúdos geométricos. Além disso,

também as instruções metodológicas não apresentam novidades. Recomenda-se, para as primeiras séries do curso ginasial, um ensino essencialmente prático e intuitivo. O método dedutivo deve ser introduzido ainda no curso ginasial, paulatinamente, à medida que o aluno vá percebendo ser necessário justificar, provar e demonstrar certas afirmações. (PAVANELLO, 1993, p.12)

Pavanello releva neste excerto a existência da concepção de que os alunos mais novos devem apenas executar atividades essencialmente práticas, indicando que se evitava o trabalho com outras dimensões da geometria que não fossem estritamente manipulativas e de percepção. Além disso, para verificar de que maneira um fator social – no caso, o desenvolvimento econômico – pode influenciar as diretrizes que norteiam o ensino das diferentes disciplinas, toma-se o seguinte excerto como exemplo:

um estudo do Conselho Federal de Educação, de 1963, sobre o ensino de Matemática no curso secundário, tendo em vista a Lei 4024/61 das Diretrizes e Bases da Educação Nacional, considera que ele ‘será, nas três primeiras séries, fundamentalmente de natureza instrumental’, propiciando aos educandos os ‘conhecimentos de ordem utilitária, exigidos pelas atividades cotidianas’. (PAVANELLO, 1993, p.12)

É interessante também observar que a dualidade corpo-alma trazida pelo cristianismo contribui, nesta época, à situação de divisão das áreas do conhecimento matemático. Mais especificamente,

o cristianismo, ao assumir o dualismo corpo-alma, espírito-matéria, bem-mal,... viria contribuir de modo significativo para que o pensamento ocidental não apenas preservasse como também reforçasse essa concepção dualista do conhecimento humano e, em particular, do conhecimento matemático. O dual sistema educacional brasileiro não ofereceria, é claro, resistência a esse dualismo de caráter metodológico. Não só o assumiria como também o reforçaria uma vez que, a

clientela popular que frequentava aquelas escolas públicas cuja finalidade era a preparação para o trabalho, sonegava-se grande parte dos conhecimentos geométricos e, principalmente, os processos dedutivos a eles subjacentes, dando-se ênfase aos aspectos pragmáticos proporcionados pela Aritmética e pela Álgebra. (MIORIM, MIGUEL & FIORENTINI, 1992, p. 45)

Portanto, a álgebra que era frequentemente associada ao procedimental e ao instrumental matemático era ensinada em todas as escolas, enquanto a geometria era ensinada apenas em escolas de elite por ser responsável pelo desenvolvimento das capacidades intelectuais – um privilégio da classe dirigente.

O período de vigência do movimento da Matemática Moderna tem início, teoricamente, com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional de 1961. Na prática escolar, esse período se inicia pouco tempo depois, quando os primeiros livros escritos sob essa nova perspectiva são publicados e utilizados pelos professores da Escola Básica. Pode-se afirmar também que o objetivo central do movimento é

adaptar o ensino da matemática às novas concepções surgidas com a evolução deste ramo do conhecimento. São lançados os primeiros livros didáticos de matemático escritos de acordo com a nova orientação. Neles, como nos demais que serão publicados a partir daí, está presente a preocupação com as estruturas algébricas e com a utilização da linguagem simbólica da teoria dos conjuntos. Quanto à geometria, opta-se, num primeiro momento, por acentuar nesses livros as noções de figura geométrica e de intersecção de figuras como conjuntos de pontos do plano, adotando-se, para sua representação, a linguagem da teoria dos conjuntos. (PAVANELLO, 1993, p. 13)

Em maiores detalhes, o movimento da Matemática Moderna foi um movimento educacional proveniente de uma política de modernização econômica cuja intenção era aproximar a matemática ensinada na Escola Básica com a matemática desenvolvida nas universidades. Dessa maneira,

a Álgebra viria a desempenhar um lugar de destaque não apenas em sua concepção tradicional, mas, sobretudo, em sua concepção moderna. Isto porque, os grandes avanços da Matemática, nos dois últimos séculos, deram-se graças ao processo de algebrização da Matemática Clássica, tornando-a mais rigorosa, precisa e abstrata e, portanto, assim pensava-se, mais aplicável. (MIORIM, MIGUEL & FIORENTINI, 1992, p. 45)

Para que o movimento fosse coerente, havia a necessidade de que a perspectiva sob a qual se estudava geometria fosse outra. Logo, a proposição para o ensino de geometria era a de um trabalho sob o enfoque das transformações. A lógica para essa proposição era a de que o ensino de geometria na abordagem tradicional já era bastante deficitário e os métodos eram, segundo os proponentes do movimento, obsoletos. Sua intenção, portanto, não era eliminar ou

substituir a Geometria Euclidiana clássica, mas o modo como ensiná-la. Além disso, pensava-se que trabalhá-la sob a perspectiva das transformações só facilitaria a articulação entre a geometria e a álgebra. No entanto,

o caráter eclético que passa a assumir o ensino da Geometria – decorrente, em grande parte, do descrédito no papel que se acreditava estar ela desempenhando até então no ensino e da incompreensão do novo papel e do novo enfoque que deveria passar a desempenhar – acaba relegando-a a um segundo plano e, gradativamente, por essa e por outras razões, passa a configurar-se um quadro no qual a Geometria não ocupa um lugar significativo no currículo escolar. (MIORIM, MIGUEL & FIORENTINI, 1992, p. 48)

Percebe-se nestes excertos que a situação do ensino de geometria se tornou bastante preocupante nos anos em que esteve sob a influência do movimento da Matemática Moderna, principalmente porque, com a mudança no enfoque dos assuntos estudados, a intuição era desvalorizada em detrimento dos métodos formais que envolviam procedimentos algébricos (MIORIM, MIGUEL & FIORENTINI, 1993). Isto porque a proposta de ensino do movimento estava, obviamente, fora do alcance dos alunos e professores, especialmente daqueles das séries iniciais do Ensino Fundamental. A preocupação excessiva com a formalização, por exemplo, era um dos aspectos que prejudicava a compreensão de diversos assuntos da disciplina, condenando, conseqüentemente, o ideário do movimento ao fracasso.

Como se pode imaginar a partir dos excertos apresentados, o movimento da Matemática Moderna não trouxe as soluções para a crise em que se encontrava o ensino de matemática. Muito pelo contrário,

essa crise tomava outras características uma vez que, por um lado, debilitou-se a concepção do valor cultural e instrumental dos conteúdos, isto é, a Matemática perdeu seu caráter preponderantemente informativo e pragmático e, por outro, a prática pedagógica modernista não conseguiu realizar o seu projeto formativo segundo o qual a subordinação dos conteúdos às estruturas deveria dotar o aluno de uma capacidade de aplicar essas formas estruturais de pensamento inteligente aos mais variados domínios, dentro e fora da Matemática. (MIORIM, MIGUEL & FIORENTINI, 1992, p.49)

Por esses motivos, é fundamental compreender a maneira como se pensava o conhecimento matemático no movimento da Matemática Moderna para que seja possível entender todo o movimento de superação que virá em seguida. De fato,

é diante desse quadro contraditório, que se expressa na polarização entre a ênfase tecnicista no ‘fazer’ e a ênfase estruturalista no ‘compreender via fundamentação lógica’, que matemáticos e educadores matemáticos passaram a questionar os próprios pressupostos que embasavam o ideário modernista. (MIORIM, MIGUEL & FIORENTINI, 1992, p. 50)

Com esse movimento de questionamento e revisão dos pressupostos teóricos que justificavam a matemática modernista, aparecem, a partir do final da década de 70, as primeiras tentativas de superação da crise. Entretanto, vale ressaltar que qualquer situação de superação de crise não é fácil, principalmente porque são muitos os fatores que se constituíram verdadeiros obstáculos ao ensino de matemática e, especificamente, de geometria no Brasil. Ainda assim, é necessário que esses obstáculos sejam identificados para que haja transformações significativas. O foco do ensino da Matemática passou a ser, então, a resolução de problemas. Desde este momento se discute o caráter exploratório da disciplina, que possibilitaria a investigação e problematização de questões relacionadas ao cotidiano dos alunos. Identificam-se, portanto, em variados momentos históricos as deficiências explicitadas no capítulo anterior e esta identificação indica, por sua vez, que estes são problemas complexos aos quais se pretende, neste trabalho, ensaiar soluções.

Dimensões fundamentais da geometria: Tetraedro Epistemológico

Conforme explicitado anteriormente, o conhecimento geométrico tem sido trabalhado apenas sob duas perspectivas ou dimensões em sala de aula: uma estritamente prática e simples – a percepção – e outra de caráter organizativo e teórico – a concepção. Indicou-se também que este modo de tratar a geometria na Escola Básica seria insuficiente para compreensão de suas ideias fundamentais, sendo assim uma defasagem do ensino de geometria chamada de polarização empírico-formal. Essa polarização associada ao modo euclidiano como é estruturado o ensino de matemática e, particularmente, de geometria, confere a estes ensinamentos um caráter extremamente pragmático, linear e sequencial que difere em essência do modo como o conhecimento geométrico foi construído ao longo do tempo. De fato,

não é necessário em nenhum sentido estruturar a Geometria tendo por base um vetor com origem nas atividades perceptivas e extremidades nas sistematizações conceptuais: é fundamental saber articular a percepção e a concepção, divisando degraus convenientes para possibilitar entre ambas um trânsito natural com dupla mão de direção. (MACHADO, 2001, p. 142)

Está claro, portanto, que, ao lidar com o conhecimento geométrico, deve-se buscar uma articulação entre outras dimensões sobre as quais este conhecimento é construído. Agora,

entretanto, o problema está em examinar como foi adquirido o conhecimento, antes de sua formalização, pois essa se apoia em algo que foi previamente adquirido. Este é um exemplo de processo histórico que pode ser esclarecido pela psicogênese, em primeiro lugar os fatos que esta põe em evidência mostram que os instrumentos iniciais do conhecimento não são nem a percepção nem a linguagem mas sim os esquemas das ações sensório-motoras. Estes esquemas dominam desde o início as percepções e só se verbalizam em conceitos e se interiorizam em operações do pensamento mais tarde. (ITACARAMBI, 1993, p. 46)

Logo, parece justo que o ensino de Geometria reproduza este movimento de construção do conhecimento explicitado no excerto de Itacarambi, buscando atividades sensório-motoras sobre as quais uma grande parte do conhecimento geométrico se constrói e se torna legítimo. Sob essa perspectiva,

é possível caracterizar o conhecimento geométrico através do que consideramos suas quatro faces: a Percepção, a Construção, a Representação e a Concepção. Não são fases, como as da Lua, que se sucedem linear e periodicamente, mas faces como as de um tetraedro, que se articulam mutuamente, configurando uma estrutura a partir da qual, de modo metafórico, pode-se aprender o significado e as funções do ensino da Geometria. (MACHADO, 2001, p. 142)

As faces do tetraedro podem ser explicitadas – conforme Machado (2001) – da seguinte forma:

Percepção: A dimensão da percepção está associada às atividades manipulativas e de observação. Ela ocorre através de atividades empíricas em que, através dos sentidos, pretende-se que o aluno perceba características e identifique regularidades e diferenças.

Representação: A dimensão da representação está associada às atividades de reprodução através de desenhos. Vincula-se esta dimensão ao ato de elaborar um esboço de determinada situação ou reproduzir aquilo que se pretende construir, no caso específico de uma planta, por exemplo, e outras atividades similares.

Construção: A dimensão da construção está associada à elaboração de materiais em sentido físico, isto é, materiais que possam servir de objeto de manipulação. Vincula-se, frequentemente, esta dimensão ao ato de construir materiais a partir de massas de modelar, papel, palitos de sorvete etc.

Concepção: A dimensão da concepção está associada às atividades de sistematização do conteúdo, isto é, à organização conceitual. Vincula-se esta dimensão

principalmente à explicitação formal do conhecimento geométrico, bem como à teorização deste conhecimento.

De fato, quando consideramos estas quatro dimensões, ao invés de apenas duas, o conhecimento geométrico ganha uma ampliação que não o torna superficial justamente porque estas dimensões devem ser complementares no ensino de geometria. Sabe-se, além disso, que

muitas vezes realizamos com nossos alunos atividades que são encaradas como simples quebra-cabeças, jogos de montar, pinturas, colagens etc, aparentemente mais indicadas às aulas de Artes do que as de Matemática. Porém, tais atividades não só são importantes para o desenvolvimento da intuição espacial e de habilidades para visualizar, desenhar, interpretar e construir, mas têm relação com a formação do pensamento geométrico dedutivo. (KALEFF, 1994, p. 21)

Não pode haver, portanto, depreciação ou prejuízo de uma ou mais destas dimensões sob a pena de tornar o ensino de geometria deficitário. Afinal,

‘efetivamente, só conhecemos um objeto atuando sobre ele e o transformando (da mesma forma que o organismo só reage, face ao meio, assimilando-o no sentido amplo do termo)’ (apud Piaget, 1971). Na ação, ou na interação entre o ser humano e os objetos, é que se constroem as formas do pensamento. (ITACARAMBI, 1993, p. 47)

É necessário observar também que essas ideias não refutam o ensino de geometria que se inicia por meio de atividades de percepção e objetivam atividades de concepção. Aliás,

a Geometria pode, e deve ser iniciada por meio de atividades empíricas, visando a percepção, mas tais atividades estão diretamente relacionadas com a construção de objetos em sentido físico, bem como a representação de objetos por meio de desenhos, onde suas propriedades e características possam ser concretizadas. A sistematização conceitual torna-se possível nas ações de representação e construção. (LAURO, 2007, p. 24)

O que ocorre é a valorização das atividades de sistematização e formalização. Isso significa que atividades de concepção são imaginadas como um objetivo superior a ser alcançado, de modo que as demais atividades – todas práticas – tornam-se apenas meios para que se possa atingir este objetivo. Em outras palavras, a concepção não pode constituir sempre um fim em si mesma. Além disso, também não é suficiente que as atividades de construção, representação e percepção constituam apenas atividades pontuais na elaboração de uma sequência didática sobre determinado assunto de geometria. É fundamental enfatizar cada uma das quatro dimensões na constituição dos saberes geométricos.

Tendo em vista os tópicos anteriores, é necessário discutir a dinâmica das quatro faces ou quatro dimensões do tetraedro. Isto é, discutir a forma como elas se relacionam e em que medida essa forma é reproduzida pela metáfora do tetraedro. Em primeira instância, é preciso notar que a divisão do conhecimento geométrico em quatro dimensões é meramente formal, uma vez que cada face do tetraedro se relaciona com as demais, bem como cada uma das dimensões fundamentais da geometria se relaciona com as outras. De fato,

a metáfora do tetraedro é tão frutífera justamente devido à possibilidade de haver equilíbrio quando o sólido está apoiado em qualquer uma de suas faces. Assim também o conhecimento geométrico encontra-se equilibrado quando a ênfase é colocada em qualquer uma das suas características principais: nesse momento essa ênfase constitui o apoio. Entretanto, assim como o sólido pode ser apoiado em qualquer outra de suas faces, o apoio, no caso da Geometria, pode estar situado em qualquer outro dos processos. (LAURO, 2007, p. 26)

Essa maneira de conceber o tetraedro (Figura 1) é fundamental para desconstruir a prerrogativa de linearidade sobre a qual se estrutura o ensino de geometria e promover uma articulação mais rica em sentido através da complementaridade das dimensões fundamentais.

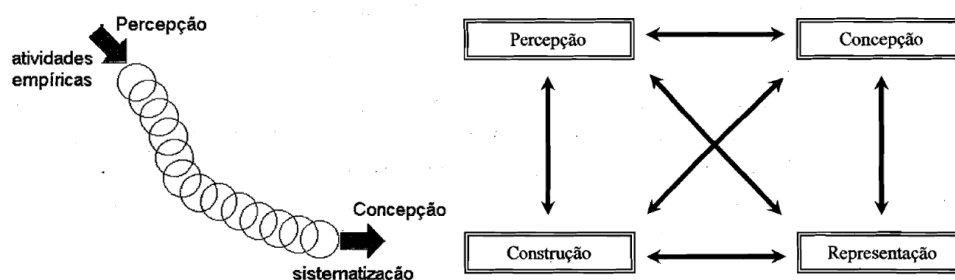


Figura 1 - Conceção cartesiana de conhecimento geométrico em contraposição à concepção articulada do tetraedro epistemológico².

Outro argumento que reforça a articulação das dimensões fundamentais da geometria em seu ensino é o fato de que essa articulação é bastante natural e coerente ao movimento de construção do conhecimento geométrico. Afinal,

percebemos para construir ou quando construímos, para representar ou quando representamos; concebemos o que pretendemos construir, com a mediação das representações, ou construímos uma representação (como uma planta ou uma maquete) para facilitar a percepção; mesmo as concepções mais inovadoras têm como referência percepções ou construções já antes realizadas, contrapondo-se a seus pressupostos ou transcendendo seus limites. Assim, alimentando-se mutuamente numa interação contínua, percepções, construções, representações e concepções são como átomos em uma estrutura com características moleculares, que

² Figuras retiradas do trabalho de Lauro (2007, p. 21).

não pode ser subdivida sem que se destruam as propriedades fundamentais da substância correspondente. (MACHADO, 2001, p. 144)

Há de se notar, portanto, que a articulação entre as dimensões fundamentais da geometria é capaz de colaborar na desconstrução do caráter estático e rígido da matemática, impedindo que seus conceitos se tornem dogmas. De fato, Imenes (1989) apresenta os argumentos que apontam em que medida a impressão estática, imutável e, acima de tudo, incontestável da disciplina interfere sobre o interesse e motivação dos alunos. Segundo o autor, esse seria um dos fatores responsáveis pelo insucesso das relações de ensino-aprendizagem de matemática. Finalmente, deseja-se ilustrar outros dois aspectos aos quais a teoria das dimensões fundamentais da geometria se adéqua perfeitamente. O primeiro deles se refere à maneira de entender a própria matemática para cada indivíduo porque, de fato, pode-se entendê-la como

uma estratégia desenvolvida pela espécie humana ao longo de sua história para explicar, para entender, para manejar e conviver com a realidade sensível, perceptível, e com o seu imaginário, naturalmente dentro de um contexto natural e cultural. (D'AMBRÓSIO, 1996, p. 7)

Pois, quando compreendida dessa forma, a articulação entre as quatro dimensões fundamentais da geometria favorecem ao aluno – principalmente sob uma perspectiva prática de manipulação e sensorial, de modo geral – o estímulo necessário para lidar com aspectos importantes de sua realidade utilizando-se do rico repertório que pode ser fruto dessa articulação.

Justifica-se, portanto, a adequação e sintonia da teoria das dimensões fundamentais da geometria para o trabalho em sala de aula, fornecendo alternativas bastante interessantes ao trabalho tradicional que favorece a polarização empírico-formal, observada como insuficiente para o este ensino. Reconhece-se também a dificuldade na elaboração de práticas de ensino que articulem as dimensões estudadas, mas, uma vez verificada sua eficiência, afirma-se que trabalhos que busquem essa articulação propiciam estudos mais significativos, conferindo, consequentemente, mais qualidade ao ensino de geometria.

Construção do conhecimento geométrico pela criança

Atribuir uma defasagem do ensino de geometria a um trabalho insuficiente com duas de suas dimensões fundamentais responde, parcialmente, a questão da polarização empírico-

formal. Contudo, vale lembrar que o ensino de geometria ainda parte, muitas vezes, do pressuposto de que, quanto mais novo o aluno, mais manipulativo e perceptivo deve ser seu contato com determinados entes geométricos. Essa afirmação seria plenamente correta se não implicasse em dois modos equivocados de tratar o conhecimento geométrico.

O primeiro deles é que, à medida que o aluno avança na vida escolar, certos elementos em geometria (tais como sólidos geométricos) deixam de ser manipulados fisicamente e a matemática perde, por consequência, seu caráter investigativo e intuitivo que deve permear sempre o ensino da disciplina. Isso significa que o ensino de geometria se torna ano após ano, na vida escolar, cada vez mais teórico. O outro equívoco é evitar que haja atividades de concepção e sistematização deste conhecimento nas primeiras séries do Ensino Fundamental. Assim, com essa concepção, perdem-se, em demasia, boas oportunidades de legitimar o conhecimento geométrico primeiro da criança que, ao brincar, não é capaz de identificar de maneira clara tais conhecimentos. No tópico anterior, pretendeu-se responder à primeira consequência deste pressuposto equivocado com estudos que mostram que o contato com todas as dimensões que estruturam o conhecimento geométrico é fundamental para que o aluno se sinta mais confortável frente a esse conhecimento – produto de um trabalho articulado entre suas quatro dimensões. Pretende-se, agora, ensaiar um estudo sobre a segunda consequência equivocada da prerrogativa descrita. De fato, não há dúvida de que a questão seja relevante, uma vez que,

a construção do espaço e a percepção das formas se iniciam muito cedo, quando a criança percebe o espaço a partir de seu próprio corpo. À medida que começa a se movimentar, ela amadurece e amplia sua percepção do espaço, que, contudo, ainda fica muito restrito ao mundo sensível dos sentidos. Considerando que os conhecimentos geométricos são representações mentais e não fazem parte desse mundo sensível, o grande desafio do ensino de Geometria é: como passar da representação concreta para a representação mental? (FONSECA, 2002, p. 27)

A partir da questão levantada por Fonseca no excerto anterior, legitima-se a preocupação sobre as formas através das quais é possível conceber certos aspectos do conhecimento geométrico durante as séries iniciais do Ensino Fundamental. Sobre esta questão, pode-se observar também na obra de Fonseca (2002) a preocupação com pontos já investigados no capítulo anterior. Segundo a autora – ao se referir à maneira como o conhecimento geométrico é explorado, muitas vezes, pelos professores os conhecimentos geométricos estudados exigem da criança um nível de abstração incompatível com o desenvolvimento do pensamento geométrico das mesmas. Reforça-se, então, a relevância dos

aspectos abordados no capítulo anterior como um meio para que seja possível amenizar as dificuldades e obstáculos aparentes durante o ensino de geometria.

Em consonância com os argumentos apresentados pelas autoras, não se pretende inferir que esse ensino deva ser iniciado somente nas séries mais avançadas. No entanto, esse estudo “deve ser precedido da exploração do espaço físico, do espaço real com o qual a criança tem contato.” (FONSECA, 2002, p. 47) Isso significa, em uma paráfrase, afirmar que o conhecimento intuitivo desse espaço perceptivo trazido pelas crianças quando chegam à escola deve ser aproveitado para fundamentar as primeiras aulas de geometria. Para iniciar um estudo das possíveis abordagens desta questão, estudos prévios que revelam a gênese do conhecimento geométrico infantil devem ser levados em consideração. Assim, é relevante pontuar que

em 1948, Piaget realizou uma minuciosa investigação sobre a natureza do pensamento geométrico infantil, sua ordem de sucessão e as explicações para tal ordem. Com sua metodologia peculiar, apresentou um tratado mostrando que o espaço infantil tem início com as relações topológicas, que serão básicas e vitais para as relações projetivas e euclidianas. No entanto, essas últimas, apesar de terem em comum a topologia como sustentação, desenvolvem-se correlatas, apoiando-se uma na outra. (KOBAYASHI, 2001, p. 14)

Fundamentando-se nestas concepções piagetianas, pretende-se desconstruir o movimento natural da gênese do conhecimento geométrico, estabelecendo um paralelo com a forma como o ensino de geometria executa tal movimento. Em outras palavras, em posse dessa concepção, procura-se avaliar em que medida o ensino de geometria tem respeitado a gênese do conhecimento geométrico infantil, que tem princípio na estruturação de relações da topologia, que servirão de base para a estruturação das relações euclidianas e das relações projetivas. Sob essa perspectiva, deve-se destacar, apenas pontualmente, a insuficiência dos textos didáticos para o desenvolvimento do pensamento geométrico. Isso porque,

para atender ao público infantil, as revistas, livros didáticos e paradidáticos mudavam a geometria que estava destinada aos alunos de 1º Grau (ensino fundamental, hoje) que recebiam uma ‘maquiagem nova’ com a apresentação de figuras infantilizadas como animais, bonecas, carrinhos, brinquedos e jogos e toda espécie de ‘artimanhas’ que, aos olhos, parecem atender ao público infantil. Apesar das tentativas de mudanças, demonstravam uma visão ingênua de que a criança necessita ser guiada por ‘belas imagens’ adequadas à sua realidade infantil, que conduziriam ao aprendizado geométrico de forma associacionista, mito que vigora há muito tempo. Seria como se ensino facilitado por imagens e vocabulários conseguisse ensinar aos pequenos o que os maiores já ‘aprendiam’. (KOBAYASHI, 2001, p. 13).

É evidente que a intenção deste tópico não é investigar a adequação da linguagem dos textos didáticos destinados ao público infantil porque se acredita que o vocabulário utilizado na comunicação com este grupo deva ser, de fato, diferente do vocabulário utilizado na comunicação com os grupos das séries posteriores. No entanto, deseja-se observar que a alteração da linguagem desarticulada de uma mudança no modo como pensar a Geometria para o público infantil seria, no mínimo, uma tentativa insuficiente para transformar este ensino. Conforme as problemáticas e questionamentos postos anteriormente faz-se necessária uma análise mais minuciosa das formas como se articula o princípio do pensamento geométrico.

Considerando os pontos destacados anteriormente como fatores fundadores das discussões deste tópico, seria interessante, do ponto de vista metodológico, articulá-los com as quatro dimensões fundamentais da geometria, fundamentadas como o Tetraedro Epistemológico no tópico anterior. Pode-se exibir um exemplo de tal articulação explicitando um obstáculo observado na gênese do conhecimento geométrico, que está situada nos primeiros contatos que a criança estabelece com figuras planas e sólidos. Tal obstáculo seria a dificuldade que a criança tem para associar o nome de determinados elementos em geometria às suas formas sem tê-los em mãos.

Assim, já é possível perceber a presença de duas dimensões fundamentais da Geometria que auxiliam a criança na construção de uma imagem mental dos elementos geométricos – a percepção e a representação. Faz-se necessário, para construção dos primeiros saberes geométricos, que a criança seja levada a manipular elementos geométricos, uma vez que, além de facilitar a associação entre um objeto e sua respectiva imagem mental, a criança é capaz de identificar propriedades, de maneira que

buscando o modo de as crianças expressarem a sua percepção dos entes geométricos, vimos que a forma é uma característica ressaltada em suas falas. (...) As crianças expõem seu modo de ver os entes geométricos tal qual eles lhes aparecem. A expressão da criança revela-nos que o ente geométrico tem um modo característico de aparecer segundo a forma percebida, isto é, há um jeito de a figura dar-se nesse modo de aparecer. A esse modo de aparecer associamos a idéia de forma, dos entes geométricos – figuras ou grandezas – com as quais a criança está lidando. (PAULO, 2001, p. 219).

Isso significa que, ao interagir com o objeto geométrico, a criança é capaz de atribuir-lhe uma série de características. No entanto, é desejável que a criança seja capaz de legitimar tal conhecimento como matemático ou, mais especificamente, geométrico. E tal processo só é possível através de um número cada vez maior de interações com o objeto em questão. Sob

essa perspectiva, é interessante que as atividades de geometria no ensino infantil tenham como objetivo, além da identificação das formas, a busca por regularidades, que, segundo o que apontam alguns estudos, é um processo natural na infância. Isso significa que associada à identificação das formas,

revela-se também a existência, ou não, de uma certa regularidade. Isto é, o modo pelo qual o ente geométrico aparece traz consigo semelhanças e diferenças de forma ou de tamanho. Isso faz com que as crianças busquem e explicitem características que lhes possibilitam agrupar objetos. Essas características, em muitas situações, referem-se à regularidade percebida na forma ou no tamanho, que as faz classificar e nomear os entes geométricos. (PAULO, 2001, p. 219)

Isso significa ainda que, mais implicitamente, as atividades de percepção e de representação – ou de manipulação, em geral – auxiliam na construção de uma imagem mental dos objetos utilizando suas características – regularidades – para identificá-los como parecidos ou pertencentes a um mesmo grupo ou diferentes. Deve-se ressaltar a riqueza de tal processo que, através de uma exploração manual e, essencialmente, prática conduz a investigação de propriedades geométricas que, apesar de informais, traduzem expectativas dos alunos a respeito de determinadas características regulares encontradas durante a exploração. Isso porque

a percepção dos objetos, inicialmente, ocorre de uma forma mais global e a criança encontra em sua experiência recursos para expressá-la verbalmente, ainda que não disponha de um ‘vocabulário geométrico’ mais sofisticado. (...) Pode ser, ainda, que a vida social de algumas crianças lhes tenha proporcionado o acesso a nomenclaturas próprias da Geometria. Assim não será de todo surpreendente encontrarmos crianças que já se valham desses conhecimentos na descrição do que observam. (FONSECA, 2002, p. 82).

Além disso, deve-se explorar a naturalidade do pensamento infantil de estabelecer agrupamentos a partir das regularidades encontradas para construção do pensamento geométrico. Nesse sentido,

a partir da forma e regularidade percebida nos entes geométricos, as crianças procuram modos de obtê-los por construção. Essa construção é, normalmente, um ato manipulativo que busca obter, por exemplo, um quadrado dobrando um pedaço de papel retangular. (...) Ou seja, as crianças buscam modos de construir figuras novas a partir de algumas que têm em mãos. Nesse modo de construir, ou obter figuras novas, as crianças revelam perceber aspectos, ou propriedades, de determinadas figuras, como por exemplo, a existência de quadrados no cubo ou a face não plana do cilindro que exige que o retângulo seja enrolado ao se tentar construí-lo. (PAULO, 2001, p. 220)

Este excerto revela, novamente, a presença de outra dimensão fundamental da geometria na construção do pensamento geométrico – a construção. Além disso, é possível

perceber o caráter de naturalidade do processo descrito pela autora que evidencia o sentido da articulação entre as quatro dimensões fundamentais da geometria em seu ensino. Também se deve levar em consideração as definições não formais trazidas pelas crianças nos atos de identificar, investigar e descrever. Isto é,

há situações em que a criança solicitada vale-se de uma ação de pegar, de mostrar, de apontar, ou realizar um gesto corpóreo, como, por exemplo, girar os dedos indicadores das mãos um em torno do outro, para expressar o pensamento sem valer-se de palavras. Em outras situações a criança busca apoiar-se numa ação para expor o sentido que quer dar à palavra, como, por exemplo, apertar as mãos, ou os dedos indicador e polegar um contra o outro, para dizer que uma figura plana é fininha. Ou passar suas mãos na superfície da lousa para justificar que ali não é comprimento pois é muito grande. (PAULO, 2001, p. 221)

Os aspectos observados anteriormente revelam a presença natural de uma articulação bem feita das dimensões fundamentais da geometria por alunos que ainda não dominam conceitos fundamentais desta área. No entanto, esse fato só reforçaria a importância do trabalho articulado dessas dimensões nas séries iniciais do Ensino Fundamental. Este foi, afinal, o objetivo da exibição do obstáculo descrito anteriormente. No entanto, é possível perceber, a princípio, que não existe, aparentemente, a dimensão da concepção nos processos descritos anteriormente. Essa afirmação não se contradiz porque efetivamente a concepção permeia – ou costura – todas as etapas do processo de construção do conhecimento geométrico. Só através dela é possível conferir legitimidade aos conhecimentos prévios ou iniciais das crianças. Isso porque

o (re)conhecimento das figuras geométricas (sólidas ou planas), a identificação de alguns de seus elementos e a apreensão de suas propriedades demandam uma capacidade de análise cujo desenvolvimento não pode prescindir da exploração das ideias geométricas das crianças, referenciadas em sua percepção espacial, em seu pensamento intuitivo e em seus recursos de representação. Assim o exercício da observação, descrição, representação e análise das formas encontradas e destacadas pelas crianças favorece a formação de imagens mentais, contribuindo para o desenvolvimento da capacidade de visualização que fundamenta o pensamento geométrico. (FONSECA, 2002, p. 83)

É essencial, portanto, que tal conhecimento inicial seja considerado na construção do pensamento geométrico. Logo, pretende-se que o conhecimento seja fundamentado a partir das noções primitivas dos alunos de forma a, além de aproveitá-lo, conferir-lhe legitimidade enquanto conhecimento efetivamente geométrico. É importante também que este conhecimento primeiro seja abordado sob uma perspectiva que ultrapassa o universo específico de uma disciplina justamente porque dificilmente tais conhecimentos estarão dissociados de saberes não-matemáticos.

Além disso, apresentar a articulação entre as dimensões fundamentais da geometria constitui um provável caminho para solucionar um obstáculo aparente de seu ensino. Este caminho certamente oferece elementos para refletir sobre possíveis articulações entre estes aspectos e a teoria piagetiana segundo a qual o pensamento geométrico se inicia através de noções da topologia e caminha rumo às noções euclidianas e projetivas. Trata-se, evidentemente, de estabelecer meios para o diálogo efetivo da educação matemática com a vivência concreta e sensível da criança... Um meio que talvez permita à matemática se distanciar de uma assepsia e neutralidade características de seu ensino nas últimas décadas.

Referências

- D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas: Papirus, 1996.
- FONSECA, M. C. F. R. **O ensino de Geometria na Escola Fundamental: três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais**. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.
- IMENES, L. M. **Um estudo sobre o fracasso do ensino e da aprendizagem da Matemática**. Dissertação apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista para obtenção do título de Mestre. Rio Claro, 1989.
- ITACARAMBI, R. R. **A resolução de problemas de geometria na sala de aula, numa visão construtivista**. Dissertação apresentada à Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre. São Paulo, 1993.
- KALEFF, A. M. M. R. **Tomando o ensino de Geometria em nossas mãos**. Educação Matemática em Revista, São Paulo, n. 2, 1994.
- KOBAYASHI, M. C. M. **A construção da geometria pela criança**. Bauru: EDUSC, 2001.
- LAURO, M. M. **Percepção – Construção – Representação – Concepção. Os quatro processos do ensino da Geometria: uma proposta de articulação**. Dissertação apresentada à Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre. São Paulo, 2007.
- MACHADO, N. J. **Matemática e Língua Materna (Análise de uma impregnação mútua)**. São Paulo: Cortez Editora, 2001.
- MIORIM, M. A., MIGUEL, A., FIORENTINI, D. **Álgebra ou Geometria: para onde pende o pêndulo?** Revista Pro-posições, Campinas, Vol. 3, n. 1[7], 1992.
- MIORIM, M. A., MIGUEL, A., FIORENTINI, D. **Ressonâncias e dissonâncias do movimento pendular entre álgebra e geometria no currículo escolar brasileiro**. Revista Zetetiké, Campinas, Ano 1, n.1, 1993.

PAULO, R. M. **A compreensão geométrica da criança: um estudo fenomenológico.** Dissertação apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista para obtenção do título de Mestre. Rio Claro, 2001.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências.** Revista Zetetiké, Campinas, Ano 1, n.1, 1993.

Submetido em julho de 2015

Aprovado em abril de 2016

