

Análise de Situações que Abordam Álgebra em Livros Didáticos dos Anos Iniciais

Analysis of Situations About Algebra in Textbooks of the Elementary School

João Alberto da Silva¹

Luana Leal Alves²

Rafael Penha Andrade³

RESUMO

Este estudo é uma análise descritivo-analítica de uma coleção de livros didáticos de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental, a fim de investigar como as atividades para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico são desenvolvidas, a partir do que preconiza a Base Nacional Comum Curricular. À luz da literatura atual sobre a caracterização das situações que envolvem Pensamento Algébrico, as atividades propostas nos livros didáticos foram analisadas com o intuito de verificar a diversidade de situações e o que tem se entendido como recurso didático para desenvolver este campo de conhecimento. Constatou-se que as cinco situações que abrangem o Pensamento Algébrico são contempladas na coleção analisada e estão em consonância com a Base Nacional Comum Curricular. Pôde-se identificar, ainda, que as atividades são variadas e apresentam preeminência do Pensamento Funcional, apontando a relevância de aprofundamento sobre as demais situações que envolvem o Pensamento Algébrico, pouco abordadas nos livros didáticos.

PALAVRAS-CHAVE: Pensamento Algébrico. Anos iniciais. Livros didáticos.

ABSTRACT

This study is a descriptive-analytical analysis of a collection of Mathematics textbooks for the Elementary School. It investigates how activities for the development of Algebraic Thinking are developed, based on what the Brazilian Common Core recommends. The current literature is the

¹ Pós-doutorado em Educação Matemática (UFPE), Doutor em Educação (UFRGS). Professor associado na Universidade Federal do Rio Grande (FURG). E-mail: joaosilva@furg.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5259-7748>.

² Doutoranda em Educação em Ciências na Universidade Federal do Rio Grande (FURG). Professora de Matemática na Rede Pública Municipal de Pelotas. E-mail: luanalealalves@furg.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9446-1382>.

³ Acadêmico em Pedagogia na Universidade Federal do Rio Grande (FURG). E-mail: rafaelpenhaandrade@furg.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2284-7822>.



characterization of situations involving Algebraic Thinking, the activities proposed in the textbooks were analyzed in order to verify the diversity of situations and what has been understood as a didactic resource to develop this field of knowledge. It was found that the five situations that cover Algebraic Thinking are included in the analyzed collection and are in line with the Brazilian Common Core. It was also possible to identify that the activities are varied and have a preeminence of Functional Thinking, pointing out the relevance of deepening over the other situations involving Algebraic Thinking, which are rarely addressed in textbooks.

KEYWORDS: Algebraic Thinking. Initial years. Didactic books.

Apresentação do estudo e posição da questão de pesquisa

Nota-se que a Álgebra formal sempre foi um ponto de dificuldade para o ensino e a aprendizagem da Matemática escolar. Entendia-se que este campo de conhecimento matemático deveria ser introduzido depois da Aritmética, a qual se configuraria como um pré-requisito para o ensino de Álgebra. Carraher *et al.* (2006) destacam que esta ordem de sucessão estaria alicerçada em crenças vinculadas ao desenvolvimento psicológico das crianças e adolescentes, bem como de questões cronológicas, haja vista que a Álgebra desenvolveu-se, historicamente, depois da Aritmética.

Entretanto, a partir dos anos 2000 e das publicações mais atuais de estudos científicos (BLANTON; KAPUT, 2005; CARPENTER *et al.*, 2005; CARRAHER *et al.*, 2006; NCTM, 2008), evidenciou-se que, antes do ensino da Álgebra em termos formais, já existem formas de pensar de modo algébrico que são acessíveis mesmo para crianças pequenas e que podem ser desenvolvidas de modo simultâneo ao ensino da Aritmética. Esse conjunto de saberes que envolvem formas de raciocínio algébrico inicial é chamado, habitualmente, de *Early Algebra* ou, no termo vulgarizado em Língua Portuguesa, de Pensamento Algébrico.

A definição conceitual, que parece ser a mais adotada pela comunidade científica brasileira (BECK; SILVA, 2015; ALMEIDA; SANTOS, 2017; FERREIRA; RIBEIRO; RIBEIRO, 2016), é aquela de Blanton e Kaput (2005), que definem o Pensamento Algébrico como

Processo pelo qual os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de casos particulares, estabelecem essas generalizações através de discurso argumentativo, e expressam-nas de formas progressivamente mais formais e adequadas à sua idade (BLANTON; KAPUT, 2005, p. 413).

Em caráter complementar, o influente documento do coletivo de professores de Matemática dos Estados Unidos, chamado de Princípios e Normas para Matemática Escolar (NCTM, 2008), destaca que o ensino de Álgebra para crianças é favorecido porque há uma certa tendência humana de criar ordem frente ao caos, que se expressa pela busca de padrões, regularidades e generalizações. No mesmo

sentido, Vale e Pimentel (2013) afirmam que o Pensamento Algébrico centra-se na descoberta de padrões, na generalização dessas formas encontradas e nas capacidades de comunicar e conjecturar ideias sobre os dados encontrados.

No Brasil, parece que a principal via de introdução do Pensamento Algébrico no universo escolar é a dos documentos oficiais e das propostas curriculares governamentais. O Pacto Nacional para Alfabetização na Idade Certa trouxe o primeiro referente curricular oficial explícito, indicando o Pensamento Algébrico como unidade de conhecimento a ser desenvolvida no Ciclo de Alfabetização (BRASIL, 2012). Em 2018, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) consolidou e universalizou a necessidade do ensino de Álgebra como uma unidade temática a ser desenvolvida de modo obrigatório ao longo de todos os anos iniciais do Ensino Fundamental (BRASIL, 2018).

Observa-se que nem todas as professoras que hoje atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental tiveram preparação em sua formação inicial para trabalhar com esta unidade temática proposta pela BNCC. Entende-se que os profissionais podem apoiar-se na formação continuada e nos materiais didáticos que chegam até eles para preencher essa lacuna. Nesse sentido, o livro didático é um dos materiais mais empregados por professores em sala de aula (BITTENCOURT, 2008; LAJOLO, 1996). Ele pode ser a principal fonte de consulta, inspiração e de desenvolvimento de atividades sobre Pensamento Algébrico, o que torna interessante analisar as propostas que ali são apresentadas.

Neste artigo pretende-se, inicialmente, a título de um pequeno ensaio, relacionar as principais definições que caracterizam o que são situações que envolvem o Pensamento Algébrico com as habilidades presentes na unidade temática de Álgebra da BNCC para anos iniciais. Após esta construção teórica inicial, este estudo tem o objetivo de esmiuçar as atividades que estão sendo apresentadas em uma coleção de livros didáticos distribuída no âmbito do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) 2019-2021, a fim de evidenciar quais as habilidades propostas e as especificidades do Pensamento Algébrico que são valorizadas.

Para selecionar os livros didáticos de Matemática a serem analisados, foi escolhida como referência a coleção Novo Bem-me-quer, pois trata-se da obra mais solicitada no âmbito do PNLD no município de origem dos pesquisadores. Esta obra também está entre as mais requisitadas em âmbito nacional, sendo a 4ª mais procurada, com mais de um milhão de livros do estudante requeridos pelas escolas.

Foram analisados os cinco livros, do 1º ao 5º ano, que compõem a coleção para anos iniciais⁴.

A partir de uma análise documental de base analítico-descritivo pretende-se descrever e categorizar os tipos de atividades e relacioná-las com as diferentes características do Pensamento Algébrico presentes na literatura, a fim de apresentar a abrangência das propostas e evidenciar possíveis lacunas que podem ser desenvolvidas através de outros materiais curriculares pelos professores.

Pensamento algébrico e os currículos brasileiros

Nos últimos anos, o campo de estudo sobre o Pensamento Algébrico vem ganhando destaque nas pesquisas em Educação Matemática (CYRINO; OLIVEIRA, 2011; BLANTON *et al.*, 2015; FERREIRA; RIBEIRO; RIBEIRO, 2016; BECK, 2018). A BNCC, ao abordar a Álgebra, destaca que a finalidade é “o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas” (BRASIL, 2018, p. 270). Entretanto:

Não se tem um amplo debate sobre a inclusão do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a formação de professores para os anos iniciais, em geral, ainda não considera a Álgebra como um assunto a ser tratado desde a alfabetização e não se tem clareza sobre a caracterização dos problemas que podem ser abordados para desenvolver o pensamento algébrico da criança, já que não há uma convenção do tipo de problema que pode ser caracterizado como algébrico nos anos iniciais (BECK, 2018, p. 16).

No mesmo sentido, diversos documentos oficiais (BNCC, currículos estaduais e municipais, políticas públicas) não assumem um viés teórico e optam por uma linguagem que possa ser compreendida por um maior contingente de seus leitores. Assim, ensaiaremos aqui uma relação entre fundamentos teórico-conceituais sobre o Pensamento Algébrico e sua relação com as proposições das habilidades da BNCC.

Nota-se relativo consenso na literatura (BLANTON; KAPUT, 2005; CARPENTER *et al.*, 2005; CARRAHER *et al.*, 2006) de que o Pensamento Algébrico possui duas grandes vertentes: a Aritmética Generalizada e o Pensamento

⁴ Segundo o Guia do PNLD 2019-2021, “A obra se desenvolve a partir de uma abordagem socioconstrutivista, cujos objetivos estão voltados para uma interação entre os envolvidos no processo de ensino e aprendizagem, convergindo, de forma coerente, com esses pressupostos”. E mais especificamente em relação à Álgebra anuncia que “são trabalhadas as ideias de padrões envolvendo números ou figuras, sequências recursivas, relação de igualdade, e estas ampliam-se e aprofundam-se a cada ano de escolarização, favorecendo o desenvolvimento do pensamento algébrico”.

Funcional. A Aritmética Generalizada é caracterizada pela generalização das operações e o raciocínio a respeito da relação entre os números. Segundo Blanton e Kaput (2005), ela está próxima das propriedades associativa, distributiva e comutativa e tem ligação com as propriedades mais gerais das operações aritméticas. Já o Pensamento Funcional apresenta a ideia de uma norma de associação entre duas grandezas, a qual expressa a relação entre elas.

Atualmente, essas duas vertentes são pormenorizadas através das pesquisas mais recentes (BLANTON *et al.*, 2015). A Aritmética Generalizada pode ser melhor compreendida por dois tipos de situação:

Equilíbrio Algébrico: é a ideia de igualdade e a existência de equilíbrio entre duas quantidades. É o caso, por exemplo, de entender que no cálculo $6 + 4 = 10$ o sinal de igualdade representa um equilíbrio entre as parcelas. Em estudo sobre o tema, Trivilin e Ribeiro (2015) destacam que as crianças tendem a entender que o sinal de igualdade tem a função de um ponto de interrogação, isto é, gera a expectativa de uma resposta, sem a ideia de que esse resultado corresponde igualmente ao que há na soma das parcelas da operação.

Generalização Algébrica: é explorar a noção da propriedade comutativa, que representa uma generalização. Refere-se à compreensão de que em $6 + 4 = 4 + 6$ a igualdade se conserva devido ao princípio da comutatividade. Entretanto, em pesquisas com crianças (BECK, 2018), a constatação dessa afirmação necessita da verificação através de cálculos separados, pois para os pequenos ainda não há o entendimento, necessariamente, da existência de uma propriedade comutativa para a aplicação em todas as operações de adição.

Estas duas ideias, Equilíbrio Algébrico e Generalização Algébrica, explicitam de forma mais detalhada o que se entende por Aritmética Generalizada. Já o Pensamento Funcional possui três diferentes formas de abordá-lo:

Recursividade Algébrica: é a exploração de atividades que envolvem a ideia de prever os resultados a partir de uma regra de associação entre duas variáveis (BLANTON *et al.* 2015). É o caso, por exemplo, da possibilidade de observar uma determinada sequência e prever o elemento seguinte. Entretanto, a recursividade caracteriza-se em observar a continuidade da regra empregada na sequência e na sua repetição, sem ainda, necessariamente, isolar o padrão de repetição ou identificar a regra constituinte da sequência, os quais referem-se a situações de Padrão Algébrico.

Padrão Algébrico: De acordo com Blanton *et al.* (2015), trata-se de situações em que pesa a ideia de reconhecimento de padrões de regularidade. Assim, o Padrão Algébrico refere-se ao conjunto de elementos que se repetem em uma sequência e que se costuma chamar de período. Em uma sequência repetitiva, refere-se à capacidade de isolar e identificar o período que se repete ou, no caso das sequências recursivas, perceber a regra que rege a construção da sequência. O Padrão Algébrico e a recursividade relacionam-se fortemente, entretanto, a recursividade restringe-se à capacidade de observar e presumir o elemento próximo, enquanto o Padrão Algébrico é a possibilidade de identificar o conjunto de repetição ou regra em uma situação. É importante destacar que essa diferença pode ser percebida pela demanda da atividade, evidenciando se o pedido é pela continuação de uma sequência ou pela identificação do padrão existente. Entretanto, não podemos prever, de modo estanque, que a criança limite-se a uma ou outra identificação. Ainda que estas fronteiras entre a recursividade e o Padrão Algébrico não sejam muito limitadas, é interessante mantê-las na medida em que evidenciam o processo de construção do Pensamento Algébrico e suas possibilidades pedagógicas.

Proporcionalidade Algébrica: é descobrir um valor desconhecido, usando as regras de associação entre grandezas proporcionais. É o caso, por exemplo, das entrevistas realizadas por Beck (2018), nas quais investiga com crianças quanto custam 6 balas (e outros múltiplos inteiros de 3), sabendo que 3 balas custam R\$ 0,10. Tem-se aí a relação entre duas grandezas, balas e reais, em uma determinada proporção funcional.

É a partir dessas cinco situações pormenorizadas por Blanton e colaboradores (2015), do que vem a ser o Pensamento Algébrico, que se realizarão as análises dos livros didáticos nesse artigo. O primeiro passo foi realizar uma aproximação entre essas ideias de fundo teórico com as habilidades indicativas do Pensamento Algébrico na BNCC para o ensino de Matemática nos anos iniciais. O quadro a seguir sintetiza essa aproximação.

Figura 1 – Quadro com os indicadores do Pensamento Algébrico na BNCC

Ano	Habilidades (código)	Vertentes	Tipo de situação
1º	EF01MA09	Pensamento Funcional	Padrão Algébrico
	EF01MA10	Pensamento Funcional	Recursividade Algébrica
2º	EF02MA09	Pensamento Funcional	Recursividade Algébrica
	EF02MA10	Pensamento Funcional	Padrão Algébrico
	EF02MA11	Pensamento Funcional	Recursividade Algébrica
3º	EF03MA10	Pensamento Funcional	Padrão Algébrico
	EF03MA11	Aritmética Generalizada	Equilíbrio Algébrico
4º	EF04MA11	Pensamento Funcional	Padrão Algébrico
	EF04MA12	Pensamento Funcional	Padrão Algébrico
	EF04MA13	Aritmética Generalizada	Generalização Algébrica
	EF04MA14	Aritmética Generalizada	Equilíbrio Algébrico
	EF04MA15		
5º	EF05MA10	Aritmética Generalizada	Equilíbrio Algébrico
	EF05MA11		
	EF05MA12	Pensamento Funcional	Proporcionalidade Algébrica
	EF05MA13		

Fonte: elaborado pelos autores

Então, a partir do Quadro elaborado, passamos a analisar as atividades ofertadas nos volumes da coleção que compõe o corpus de análise desse estudo. A análise de dados evidencia as atividades mais representativas para cada situação.

Análise e discussão dos dados

Inicialmente, realizou-se um mapeamento de todas as atividades referentes ao Pensamento Algébrico presentes nos volumes das coleções estudadas, após produziu-se a Tabela a seguir, na qual consta essa distribuição:

Figura 2 – Tabela com a distribuição e classificação das atividades sobre PA nas coleções analisadas

Ano	Quantidade de exercícios	Vertente				Tipos de situações				
		Aritmética Generalizada		Pensamento Funcional		Equilíbrio Algébrico	Generalização Algébrica	Recursividade Algébrica	Padrão Algébrico	Proporcionalidade Algébrica
		Quantidade	Percentual	Quantidade	Percentual					
1º	24	3	12,5%	21	87,5%	0	3	18	3	0
2º	16	1	6,25%	15	93,75%	1	0	15	0	0
3º	16	6	37,5%	10	62,5%	5	1	9	1	0
4º	6	4	66,7%	2	33,3%	4	0	2	0	0
5º	8	4	50%	4	50%	4	0	0	0	4

Fonte: elaborada pelos autores

Esta tabela nos permite inferir certos pontos bastante evidentes, tais como: as atividades com Proporcionalidade Algébrica são ofertadas apenas no 5º ano ou de que a Aritmética Generalizada é pouco explorada no segundo ano. No livro do 3º

ano, cujas habilidades prescritas na BNCC referem-se a Padrão Algébrico e Equilíbrio Algébrico, há poucas atividades focadas na ideia de padrão, mas uma quantidade razoavelmente grande de atividades com situações de Recursividade Algébrica. Nos dois últimos anos a oferta de atividades diminui, mas foca-se na Proporcionalidade Algébrica e Equilíbrio Algébrico.

A Tabela também explicita o foco das atividades em situações que envolvem o Pensamento Funcional e, particularmente, na ideia de Recursividade Algébrica. Destaca-se que há oferta de atividades nos livros do 3º e 4º ano, mesmo não havendo habilidades relacionadas a estas situações indicadas na BNCC. Não obstante, se observa a pequena oferta, em geral um terço, de atividades para Aritmética Generalizada. Nota-se, também, que a divisão não é equânime ao longo de todos os anos iniciais. Nos primeiros anos a ênfase no Pensamento Funcional é ainda maior (93,75% no 2º ano) e vai, aos poucos, abrindo espaço para atividades com Aritmética Generalizada, chegando no 4º ano a 66,7% das atividades de Álgebra.

Ferreira, Leal e Moreira (2020) destacam que um fato interessante é que os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) – referência curricular anterior à BNCC e ainda muito presente no imaginário dos professores – apresentavam indicativos de Pensamento Algébrico dentro do Bloco de Conteúdos Números e Operações concentrados na perspectiva da Aritmética Generalizada, enquanto a BNCC abrange também objetivos para o Pensamento Funcional. Em sentido complementar, este estudo parece indicar que a introdução pela BNCC de habilidades, envolvendo o Pensamento Funcional, não só abre essa possibilidade como materializa uma predominância de atividades referentes a este tipo de situação nos livros didáticos.

A partir destas análises iniciais especula-se que a Álgebra nos anos iniciais está mais focada no Pensamento Funcional, em parte, devido às possibilidades de abordagem por figuras, diagramas e atividades lúdicas, sendo o uso de algarismos e numerais, que sustentam atividades com Aritmética Generalizada, restrito a crianças maiores. Assim, evidencia-se que a forma de abordagem de atividades impressas em livros didáticos favorece o uso dos recursos pictóricos como ilustrativos e motivacionais para capturar a atenção dos estudantes, o que é usado sem parcimônia na coleção estudada.

Para avançarmos na análise das atividades propostas na coleção observada sobre Pensamento Algébrico, agora vamos descrever as proposições a partir de

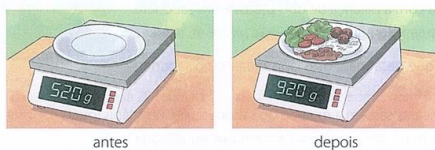
categorias *a priori* de classificação referentes aos cinco tipos possíveis de situações. Para cada tipo de situação do Pensamento Algébrico apresentar-se-á imagens das atividades tais como no livro didático, a fim de que o leitor possa apreciar como este material é ofertado às crianças.

1) Equilíbrio Algébrico: as atividades de Equilíbrio Algébrico surgem a partir dos livros do 2º ano em diante e referem-se às situações próximas das equações de primeiro grau, que é o primeiro conteúdo formal de introdução da Álgebra a partir do 6º ano do Ensino Fundamental. Em geral, temos dificuldades de pensar essas situações sem introduzir ainda a equação em linguagem Matemática. Entretanto, no livro analisado, foram encontradas 14 situações que se valem de contextos significativos e importantes para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico. As demandas apresentadas, tanto em termos de instrução quando de requisitos cognitivos, parecem apropriadas.

Analisemos com atenção as atividades a seguir:

Figura 3 – Atividades com situações de Equilíbrio Algébrico

4 Observe as duas cenas e responda às questões.



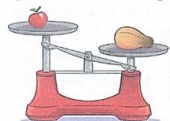
- a) Pode haver 500 g de comida no prato? Por quê? _____
Não. Porque $520 + 500 = 1020$ e 1020 é maior que 920 .
- b) A quantidade de comida no prato pode ser de até 150 g? _____
Não. Porque $520 + 150 = 670$ e 670 é menor que 920 .
- c) Qual é o "peso" da comida no prato? $920 - 520 = 400$; 400 g

DEFENDA SUA IDEIA

Você sabe como funciona a balança de dois pratos? Troque ideias com os colegas.

- 5 Observe os pratos da balança ao lado e escreva o que é mais pesado: a maçã ou o mamão?

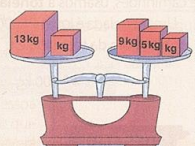
O mamão.



DESAFIO

A figura abaixo representa uma balança de dois pratos em equilíbrio.

Com base na figura, escreva os "pesos" dos pacotes em que essa informação não aparece. Compare sua resposta com a dos colegas.



Fonte: Lucia Tinoco (Coord.). *Álgebra: pensar, calcular, comunicar...* Rio de Janeiro: IM-UFRRJ, jun. 2011. p. 14.

213

Fonte: Novo Bem-me-quer, Livro do 4º ano, 2019, p. 213

A atividade faz uso de balanças para discutir a questão da igualdade em dois momentos. No primeiro exemplo, com a balança digital, nota-se que há a questão da tara ou peso bruto, que inclui o próprio prato. Identifica-se que o suporte de imagem favorece a compreensão da criança, traz uma situação relativamente cotidiana e

pode fomentar raciocínios importantes por parte dos pequenos. Há a discussão implícita sobre a tara do prato e do peso bruto e líquido a ser medido. Sobretudo, sustentando-se numa ideia de comparação, a atividade e as outras similares abordam a ideia de Equilíbrio Algébrico de modo satisfatório.

Ainda que estas situações com o uso de balanças seja adequado, a coleção desenvolve a ideia de Equilíbrio Algébrico fazendo uso também de atividades que envolvem o cálculo aritmético. As atividades da Figura 4 exemplificam esse tipo de situação.

Figura 4 – Atividades com situações de Equilíbrio Algébrico

Igualdade

A sentença matemática ao lado é uma **igualdade**.
Veja a seguir exemplos de outras igualdades.

$\underbrace{36 + 35}_{1^{\text{a}} \text{ membro}} = \underbrace{71}_{2^{\text{a}} \text{ membro}}$	$\underbrace{44 - 5}_{1^{\text{a}} \text{ membro}} = \underbrace{30 + 9}_{2^{\text{a}} \text{ membro}}$	$\underbrace{617 - 15}_{1^{\text{a}} \text{ membro}} = \underbrace{602}_{2^{\text{a}} \text{ membro}}$
$\underbrace{655 + 15 + 57}_{1^{\text{a}} \text{ membro}} = \underbrace{750 - 23}_{2^{\text{a}} \text{ membro}}$		

Nos itens **e** e **f** há infinitas respostas, desde que, em cada quadro, seja somado o mesmo número nos dois lados da igualdade.

ATIVIDADES

1 Complete os termos que faltam para obter igualdades verdadeiras.

a) $12 + \boxed{3} = 9 + 6$	c) $31 - 21 - 5 = 10 - \boxed{5}$	e) $48 - 8 + \boxed{7} = 40 + \boxed{4}$
b) $30 + 10 = 60 - \boxed{20}$	d) $66 + 34 - 8 = 100 - \boxed{8}$	f) $56 + 7 + \boxed{5} = 63 + \boxed{5}$

2 Explique como você pensou para encontrar o número que faltava na igualdade do item **e** acima.

Uma das soluções possíveis: A parcela 40 do 2º membro da igualdade já é o resultado da subtração no 1º membro. Então, para continuar sendo uma igualdade, acrescente o mesmo número aos dois termos da igualdade.

ATIVIDADE EM DUPLA

Fonte: Novo Bem-me-quer, Livro do 5º ano, 2019, p. 33

Nota-se que as atividades são de boa qualidade – em termos gráficos, de compreensão para o nível dos estudantes e de clareza e objetividade – e querem explicitar a ideia de equilíbrio representada pelo sinal de igual. Trivilin e Ribeiro (2015), justamente, destacam que esta é uma das dificuldades das crianças para compreensão do sinal de igual. A atividade para preenchimento dos quadradinhos aproxima-se bastante de uma maneira formal de representação de uma equação algébrica com uma incógnita. Entretanto, é importante destacar que o processo cognitivo mais empregado para a resolução não é o algoritmo predominantemente usado, mas uma ação de completar o que falta no lado da igualdade para ter o mesmo resultado do outro lado do sinal. Tal abordagem reforça muito a ideia de equilíbrio, ainda não se insere dentro do contexto da Álgebra dita formal, mas é absolutamente apropriada para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico.

2) Generalização Algébrica: é um dos elementos centrais da Álgebra e este tipo de situação no campo da Aritmética Generalizada refere-se à possibilidade de se estender um procedimento/resultado para outras situações, isto é, generalizar envolve um grau de inferência e de aplicação em outro contexto. As atividades a seguir ilustram esse tipo de situação.

Figura 5 – Atividades com situações de Generalização Algébrica

3 RESOLVA AS CONTAS.

A) $50 + 1 = \underline{51}$	D) $50 + 4 = \underline{54}$	G) $50 + 7 = \underline{57}$
B) $50 + 2 = \underline{52}$	E) $50 + 5 = \underline{55}$	H) $50 + 8 = \underline{58}$
C) $50 + 3 = \underline{53}$	F) $50 + 6 = \underline{56}$	I) $50 + 9 = \underline{59}$

1 Calcule quantos dias há em:

a) 3 semanas: $3 \times 7 = \underline{21}$; há 21 dias.

b) 4 semanas: $4 \times 7 = \underline{28}$; há 28 dias.

c) 5 semanas: $5 \times 7 = \underline{35}$; há 35 dias.

d) 6 semanas: 6 $\times 7 = \underline{42}$; há 42 dias.

e) 7 semanas: 7 $\times \underline{7} = \underline{49}$; há 49 dias.

f) 8 semanas: 8 $\times \underline{7} = \underline{56}$; há 56 dias.

g) 9 semanas: 9 $\times \underline{7} = \underline{63}$; há 63 dias.

h) 10 semanas: 10 $\times \underline{7} = \underline{70}$; há 70 dias.

Fonte: Novo Bem-me-quer, 2019, p. 136 do Livro do 1º ano e p. 161 do Livro do 3º ano

A primeira imagem refere-se ao livro do 1º ano, o qual possui outras duas tarefas no mesmo estilo e sentido, e que estão indicadas como contemplando a habilidade da unidade temática de Álgebra EF01MA10. A segunda imagem está no livro do 3º ano e associada à habilidade EF03MA11 da BNCC. Estas quatro tarefas compõem toda a proposta da coleção para trabalhar situações que envolvem Generalização Algébrica. É interessante observar as propostas em seus contextos, mas cabe chamar atenção para lacunas e falhas dos comandos de demanda nas atividades do 1º ano. Na primeira atividade são apresentados diferentes cálculos de sentença, nos quais a primeira parcela se conserva (50) e a segunda vai progredindo em uma iteração +1 em cada um dos cálculos. Sendo o comando da atividade “resolva as contas”, este tipo de atividade não garante que o estudante faça uma relação de regularidade ou generalização entre os resultados obtidos, pois é possível que resolva os cálculos independentemente, sem estabelecer uma relação entre eles. Nestes casos, é importante a intervenção do professor para

problematizar a proposta, chamar a atenção das crianças para a regularidade existente nas respostas e desenvolver algum tipo de reflexão que se direcione mais firmemente para a ideia de Generalização Algébrica, haja vista que a instrução da atividade não garante essa abordagem.

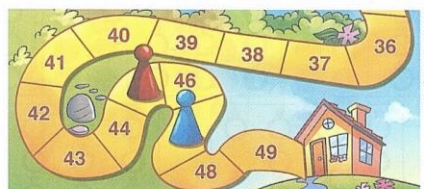
De outro modo, a segunda atividade da Figura 5, com a quantidade de dias da semana, desenvolve uma ideia de generalização bastante consistente. Ela fornece as informações iniciais e constrói o raciocínio do cálculo aritmético para depois, a partir da letra d), demandar que o estudante generalize progressivamente esses cálculos já anteriormente realizados. Entende-se que aí encontra-se uma boa atividade para o desenvolvimento da Generalização Algébrica e que a coleção é incipiente na proposição de tarefas para este tipo de situação.

3) **Recursividade Algébrica:** de acordo com Van de Walle (2009, p. 300), “A descrição que diz como um padrão é modificado de um passo ao passo seguinte é conhecida como relação recursiva”, e a Recursividade Algébrica foi o tipo de situação do Pensamento Algébrico mais presente ao longo das atividades propostas nos livros didáticos. Ela se refere à possibilidade de perceber a regra existente em um determinado contexto, a fim de presumir elementos que podem compor a situação. Em geral, a Recursividade Algébrica é apresentada em sequências repetitivas ou recursivas com a demanda de preencher algum elemento faltante ou dar continuidade ao período. De acordo com Blanton *et al.* (2015), é possível que a criança identifique a regra de composição da situação sem ainda identificar completamente o padrão existente. O exemplo em situações dos livros didáticos pode ajudar a entender melhor.

Figura 6 – Atividades com situações de Recursividade Algébrica

PENSANDO SOBRE O JOGO

- 1 DOIS AMIGOS RESOLVERAM JOGAR USANDO O TABULEIRO DA PÁGINA ANTERIOR. VEJA A POSIÇÃO DOS DOIS ANTES DA ÚLTIMA JOGADA:



COMPLETE:

- A) RENATO ESTAVA NA CASA 47. A COR DO MARCADOR USADO POR ELE ERA azul.
- B) EDUARDO ESTAVA NA CASA DE NÚMERO 45, E SEU MARCADOR ERA VERMELHO.

Fonte: Novo Bem-me-quer, Livro do 1º ano, 2019, p. 131

A situação é de um jogo de trilha, que é muito comum ao universo infantil. Nesta atividade as posições são identificadas com um numeral cuja regra é o anterior $+1$. Essa iteração constitui o caminho a ser seguido de acordo com a quantidade sorteada em um dado. Note-se que as peças atribuídas aos competidores estão ocultas e a demanda da atividade “a)” é pela identificação dos numerais correspondentes a esta posição. Neste sentido, o pensamento recursivo, isto é, de relação com a estrutura anterior e posterior é fundamental para a resolução da tarefa.

O livro toma o cuidado de formular a comanda de modo muito adequado para crianças nesse momento escolar, respeitando a dimensão introdutória da atividade. O primeiro ponto a destacar é que a atividade está plenamente focada na ideia de recursividade. Para crianças maiores ou mais familiarizadas com este tipo de situação, seria razoável simplesmente perguntar qual o numeral correspondente à posição do peão azul e/ou vermelho. Entretanto, como o foco é a recursividade e não o padrão, a atividade fornece os elementos faltantes (45 e 47) para que se identifique onde deveriam estar na sequência. Assim, a demanda se direciona para a identificação das posições imediatamente próximas, sem ainda requisitar que se represente a estrutura de conjunto da regra.


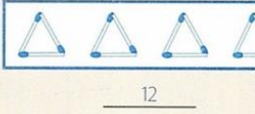
Trata-se de um apoio bastante significativo para que os estudantes possam adentrar no mundo do Pensamento Algébrico e tenham êxito nesta situação. Pode-se pensar aqui a partir das definições de Stacey (1989), que define a “generalização próxima” como aquela, em uma pergunta que envolve padrões, constrói o resultado passo a passo, com o uso de estratégias de contagem, de ensaio e erro ou verificação com os dados imediatos e próximos daqueles que precisam acomodar no contexto. Esse tipo de generalização, geralmente, envolve relações recursivas. Já na “generalização distante”, o estudante constrói uma lei de formação e compreende a regra/repetição que determina o período e a situação enquanto totalidade, isto é, há ali uma compreensão do conjunto e isso tende a ocorrer em situações cujo pensamento volta-se para o Padrão Algébrico envolvido no contexto.

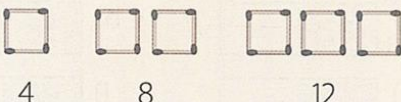
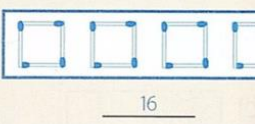
Note-se que as situações que envolvem Recursividade Algébrica podem ser dificultadas através da supressão dos elementos faltantes e com a demanda de complementar os valores desconhecidos. As atividades a seguir ilustram essa proposição mais complexa.

Figura 7 – Atividades com situações de Recursividade Algébrica

DESAFIO

Complete cada sequência.

a)  

b)  

Complete a sequência:

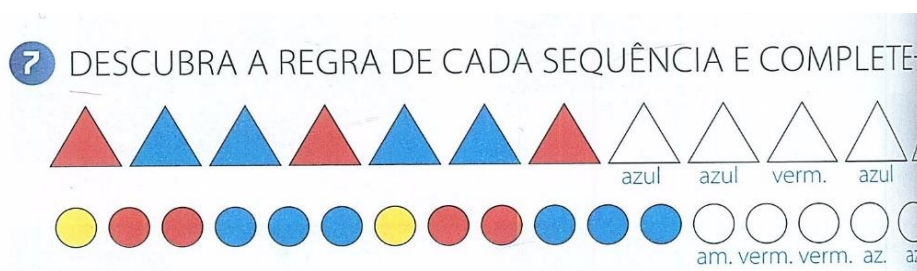
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19

Fonte: Novo Bem-me-quer, 2019, p. 90 e p. 15 do Livro do 2º ano

Estas atividades propostas no livro didático do 2º ano são um pouco mais complexas que as anteriores. Nelas há, primeiramente, uma sequência com muitos elementos faltantes, de modo que o estudante precisa ir preenchendo-a passo a passo, a fim de ter êxito em seus procedimentos. Note-se que a regra recursiva ainda é bastante simples, mas a supressão dos elementos faltantes deixa a cargo do estudante a sua dedução. Assim, o raciocínio e os recursos cognitivos são mais exigidos. É, também, interessante notar o quanto o Pensamento Algébrico, em suas diferentes situações e graus de complexidade, pode ser desenvolvido de modo acessível a crianças, pois a primeira atividade permite a ação sem uso de algoritmos ou cálculos.

4) Padrão Algébrico: segundo Vale e Pimentel (2011, p. 9), “padrão é usado quando nos referimos a uma disposição ou arranjo de números, formas, cores ou sons onde se detectam regularidades”. Complementarmente, é importante destacar que a compreensão de um Padrão Algébrico implica também a assimilação de uma estrutura de conjunto da situação da qual se isola o período ou padrão. Para se identificar o período, seja de repetição ou regra recursiva, é necessário isolar esse bloco fundamental e reconhecê-lo como recorrente dentro do contexto. Assim, o reconhecimento de padrões configura-se como importante e sofisticada ação mental. A análise das atividades auxilia na compreensão desses processos.

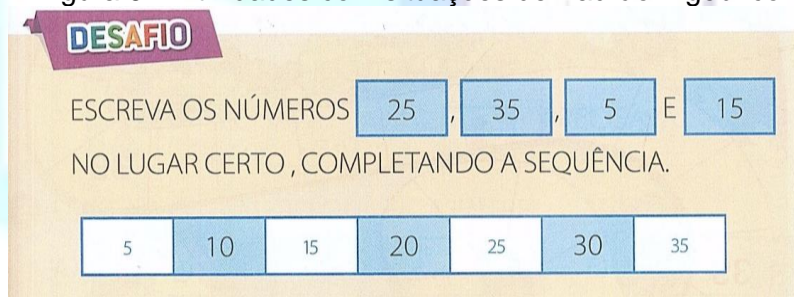
Figura 8 – Atividades com situações de Padrão Algébrico



Fonte: Novo Bem-me-quer, Livro do 1º ano, 2019, p. 36

Note-se que esta atividade da Figura 8 baseia-se em dados pictóricos que favorecem o pensamento infantil. A busca é por um padrão em uma sequência repetitiva a qual, na primeira situação, é o período vermelho, azul e azul. Para a resolução não é suficiente preencher um elemento faltante ou completar com referência aos anteriores. É preciso, primeiramente, isolar o padrão de repetição para, então, reproduzi-lo. Diferencia-se, assim, da ideia de Recursividade Algébrica, que se refere apenas à identificação de elementos a partir de outros referentes, em geral, próximos. Diferentemente, o Padrão Algébrico refere-se à identificação do conjunto referente. Essa diferença traz para as situações de Padrão Algébrico um grau mais elevado de complexidade. Daí infere-se o quanto é importante esta distinção para o trabalho pedagógico, em especial, para a intervenção pedagógica junto aos estudantes que têm dificuldades para o reconhecimento dos períodos que identificam os padrões nas sequências.

Figura 9 – Atividades com situações de Padrão Algébrico



Fonte: Novo Bem-me-quer, Livro do 1º ano, 2019, p. 129

Note-se aqui como o posicionamento dos elementos fornecidos exige a identificação do padrão de organização da sequência numérica dada a estrutura de conjunto da tarefa. Além disso, não se trata de elementos repetitivos, mas de uma sequência crescente dada pela regularidade $+5$. É importante destacar que, ainda assim, seria mais interessante que a atividade contemplasse, em algum momento, a demanda pela afirmação explícita dessa regularidade que define o padrão da sequência, a fim de aproximar o estudante desta ideia e não permitir que se sustente apenas em processos recursivos.

5) Proporcionalidade Algébrica: as atividades de Proporcionalidade Algébrica necessitam de processos cognitivos ainda mais sofisticados, pois envolvem duas grandezas e uma relação. Essas atividades aparecem apenas no livro do 5º ano e são expressas através de situações-problema bem elaboradas.

Figura 10 – Atividades com situações de Proporcionalidade Algébrica

- 3 Na escola em que Maria estuda, a cada 10 litros de suco preparados pelas merendeiras, 6 litros são de suco de caju. Se em um dia foram preparados 50 litros de suco, quantos litros de suco de caju foram preparados? 30 litros
- 4 Lucinda dará a seus irmãos Paulo e Lucas 9 bolinhas de gude, de modo que Paulo ganhe o dobro do que Lucas irá ganhar. Quantas bolinhas de gude ganhará Paulo? E Lucas?
Paulo ganhará 6 bolinhas de gude e Lucas, 3.

149

Fonte: Novo Bem-me-quer, Livro do 5º ano, 2019, p. 149

Essa atividade da Figura 10 demonstra a importância do Pensamento Algébrico para a introdução da Álgebra formal. Esse tipo de situação fomenta a compreensão da relação de grandezas, já que há uma conexão com a ideia de “regra de 3” que será abordada em anos posteriores.

Neste tipo de situação utiliza-se a relação multiplicativa (BLANTON *et al.*, 2015), visto que se busca descobrir quantos litros de caju são preparados se forem feitos 50 litros de suco. Inicialmente é posto que para 10 litros de suco produzidos são preparados 6 litros de suco de caju. Podemos analisar, a partir da ideia de relação multiplicativa, aplicada para a atividade (3), pois nesse contexto percebe-se que ao multiplicarmos 10 litros por 5 tem-se 50 litros e usando a mesma ideia para os 6 litros de caju obtém-se 30 litros. Corroborando com isso, Blanton *et al.* (2015) destacam que o raciocínio proporcional oportuniza pensar algebricamente a partir de duas grandezas relacionadas, de tal forma que a proporção de uma quantidade para outra é invariável.

A atividade a seguir mostra uma situação-problema envolvendo ônibus e sua lotação. A construção de uma tabela progressiva permite evidenciar a sequência crescente.

Figura 11 – Atividades com situações de Proporcionalidade Algébrica

SITUAÇÕES-PROBLEMA

- 1 Uma empresa de ônibus tem 100 veículos. Em cada um, a lotação máxima permitida é 20 passageiros sentados. Sabendo disso, complete a tabela:

Lotação máxima dos ônibus

Quantidade de ônibus	2	3	4	5	10	20	30	50	100
Lotação máxima (passageiros)	40	60	80	100	200	400	600	1000	2000

Fonte: Dados elaborados para esta atividade.

- 2 Cada carro que uma fábrica produz é vendido a 25000 reais. Complete a tabela:

Vendas de carros

Quantidade de carros	2	5	10	20	30	31
Valor (em reais)	50 000	125 000	250 000	500 000	750 000	775 000

Fonte: Dados elaborados para esta atividade.

Fonte: Novo Bem-me-quer, Livro do 5º ano, 2019, p. 58

Destaca-se, positivamente, o bom encadeamento das demandas das atividades. Note-se que a disposição das tarefas exige o incremento do raciocínio apoiando-se na evolução dos procedimentos, do mais simples para o mais complexo. No primeiro caso, a sequência crescente pode ser resolvida apoiando-se na recursividade, cuja resolução da tarefa permite. Uma das grandezas, a quantidade de ônibus, evolui de modo linear com iteração +1. Esse tipo de abordagem, então, apoia-se na possibilidade de uso da recursividade e auxilia o desenvolvimento das operações de cálculo e de pensamento.

Diferentemente, na segunda atividade a recursividade não é estratégia válida, pois a disposição da tarefa não favorece esse recurso. Para calcular a grandeza correspondente, que é o valor dos veículos, é preciso calcular cada um dos elementos associados à regra de proporção de $\times 25000$. Nota-se, então, um aumento de complexidade para resolução da atividade.

Considerações Finais

Ao propor-se uma análise descritiva foi possível identificar que as cinco categorias que se referem às situações que envolvem o Pensamento Algébrico são contempladas na coleção analisada e estão em consonância com a BNCC. As propostas são diversificadas, acessíveis às crianças e com bom apelo estético. Identificou-se um predomínio de situações que envolvem o Pensamento Funcional e acredita-se que isso se deva pela possibilidade de uso de imagens e outros tipos de representações. Decorre daí uma facilidade de elaborar tarefas para crianças que não utilizem numerais e isto pode ser um dos motivos desta predominância. Esta hipótese se corrobora pela grande quantidade de situações de Recursividade

Algébrica, cuja proposição envolve sequências de imagens, jogos de trilha e tarefas centradas em figuras.

É possível discutir, também, a relação entre as situações entre Recursividade Algébrica e Padrão Algébrico. Como dito, os limites são tênues, mas a imensa maioria das atividades, 44 delas, referem-se a demandas de recursividade enquanto a identificação de padrões resume-se a apenas 4. Assim, permite-se supor que não houve um cuidado maior na elaboração do comando da atividade, restringindo-se a demandar o complemento de sequências pela sua continuidade ou por elementos faltantes, sem perguntar, de fato, qual o padrão ali existente.

Nota-se que a Aritmética Generalizada é pouco explorada. Esta proposição mais modesta pode estar atrelada a um tipo de tarefa que exige o uso de numerais e/ou cálculos, o que parece dificultar a proposição de atividades neste formato para crianças. A Generalização Algébrica é, sobretudo, pouco explorada, restringindo-se a apenas três situações no 1º ano e uma situação no 3º ano. Nestas situações do 1º ano as tarefas apresentadas, em geral, contemplam apenas parcialmente a ideia de generalização. Elas envolvem cálculos independentes, sem a instrução ou demanda explícita da generalização, que fica a cargo da percepção do estudante ou da exploração possível pelo professor.

Assim, em termos de recomendação, aponta-se a importância do professor para complementar as lacunas existentes nas proposições dos livros didáticos. Em especial, tornando explícita certas situações que são contempladas apenas de modo implícito, como é o caso dos padrões em sequências ou da regularidade com vistas às generalizações. Em termos de perspectivas futuras, recomenda-se a ampliação do estudo para outras coleções do PNLD 2019-2021.

Referências

ALMEIDA, Jadilson Ramos de; SANTOS, Marcelo Câmara dos. Pensamento Algébrico: em busca de uma definição. **Revista Paranaense de Educação Matemática – RPEM**, Campo Mourão, v. 6, n. 10, p. 34-60, jan./jun. 2017.

BECK, Vinicius Carvalho. **Invariantes operatórios do campo conceitual algébrico mobilizados por crianças do terceiro ano do Ensino Fundamental**. 133 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde) – Universidade Federal do Rio Grande – FURG, Rio Grande/RS, 2018.

BECK, Vinicius Carvalho; SILVA, João Alberto da. O estado da arte das pesquisas sobre o Pensamento Algébrico com crianças. **REVEMAT**, Florianópolis, v. 10, n. 2, p. 197-208, 2015.

BITTENCOURT, Circe. **Livro didático e saber escolar (1810-1910)**. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

BLANTON, Maria; KAPUT, James. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, [s. l.], v. 36, n. 5, p. 412-446, 2005.

BLANTON, Maria; STEPHENS, Ana; KNUTH, Eric; GARDINER, Angela Murphy; ISLER, Isil; KIM, Jee-Seon. The development of children's algebraic thinking: the impact of a comprehensive early algebra intervention in third grade. **Journal for Research in Mathematics Education**, [s. l.], v. 46, n. 1, p. 39-87, 2015.

BRASIL. **Elementos Conceituais e Metodológicos para os Direitos de Aprendizagem e Desenvolvimento do Ciclo de Alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental**. Ministério da Educação. Brasília: Secretaria de Educação Básica, 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: educação é a base**. Brasília: MEC/SEB, 2018. 600 p.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais**. Brasília: Ministério da Educação, 1997. 126 p.

CARPENTER, Thomas. P.; LEVI, Linda; FRANKE, Megan Loef; ZERINGUE, Julie Koehler. Algebra in the elementary school: developing relational thinking. **ZDM – The International Journal on Mathematics Education**, [s. l.], v. 37, n. 1, p. 53-59, 2005.

CARRAHER, David W.; SCHLIEMANN, Analúcia D.; BRIZUELA, Bárbara M.; EARNEST, Darrell. Arithmetic and algebra in early Mathematics Education. **Journal for Research in Mathematics Education**, [s. l.], v. 2, n. 37, p. 87-115, mar. 2006.

CYRINO, Márcia Cristina de Costa Trindade; OLIVEIRA, Hélia Margarida de. Pensamento Algébrico ao Longo do Ensino Básico em Portugal. **Bolema**, Rio Claro, v. 24, n. 38, p. 97-126, 2011.

FERREIRA, Miriam Criez Nobrega; RIBEIRO, Alessandro Jacques; RIBEIRO, Carlos Miguel. Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: primeiras reflexões à luz de uma revisão de literatura. **Educação e Fronteiras On-Line**, Dourados, v. 6, n. 17, p. 34-47, maio/ago. 2016.

FERREIRA, Weberson Campos; LEAL, Márcia Rodrigues; MOREIRA, Geraldo Eustáquio. *Early Algebra* e Base Nacional Comum Curricular: desafios aos professores que ensinam Matemática. **Revista Eletrônica de Educação Matemática – REVMAT**, Florianópolis, v. 15, n. 1, p. 01-21, 2020.

LAJOLO, Marisa. Livro Didático: um (quase) manual de usuário. *In: Em Aberto*, Brasília, ano 16, n. 69, jan./mar. 1996.

NCTM. **Princípios e Normas para a Matemática Escolar**. Tradução portuguesa dos Principles and Standards for School Mathematics. 2. ed., Lisboa: APM, 2008.

STACEY, Kaye. Finding and Using Patterns in Linear Generalising Problems. **Educational Studies in Mathematics**, v. 20, n. 2, p. 147-164, 1989.

TRIVILIN, Linéia Ruiz; RIBEIRO, Alessandro Jacques. Conhecimento matemático para o ensino dos diferentes significados do sinal de igualdade: um estudo desenvolvido com professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. **Bolema**, Rio Claro, v. 29, n. 51, p. 38-59, 2015.

VALE, Isabel; PIMENTEL, Teresa. O pensamento algébrico e a descoberta de padrões na formação de professores. **Da Investigação às Práticas**, [s. l.], v. 3, n. 2, p. 98-124, 2013.

VALE, Isabel; PIMENTEL, Teresa. Padrões e conexões matemáticas no Ensino Básico. **Educação e Matemática**, Lisboa, 2011.

VAN DE WALLE, John. **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Porto Alegre: Artmed, 2009.

Submetido em outubro de 2020.

Aceito em julho de 2021.

