

Área do Círculo em Livros Didáticos do Ensino  
Fundamental: um Olhar a partir das Apreensões Figurais

Circle Area in Primary Education School Books: an  
Overview from the Figural Apprehension

*Priscila Arcego<sup>1</sup>*

*Juliana Gabriele Kiefer<sup>2</sup>*

*Rita de Cássia Pistóia Mariani<sup>3</sup>*

RESUMO

Neste trabalho objetiva-se investigar se propostas de atividades permitem mobilizar apreensões figurais - perceptiva, sequencial, discursiva e operatória – e suas respectivas modificações no estudo da área do círculo quando são analisadas duas coleções de livros didáticos selecionadas por uma Escola Municipal de Erechim/RS, no ano letivo de 2016, ao longo de todo Ensino Fundamental, ou seja, uma coleção referente aos Anos Iniciais e outra aos Anos Finais. Para tanto, fundamenta-se nos pressupostos teóricos dos registros de representação semiótica e caracteriza-se em uma pesquisa qualitativa que considera princípios da análise de conteúdo. Dentre as atividades categorizadas, cerca de 90% permitem mobilizar a apreensão perceptiva, e em aproximadamente 25% delas a apreensão operatória, com ênfase na modificação mereológica. A apreensão sequencial foi evidenciada em apenas 2,61% das questões, enquanto que a discursiva, em menos de 1% das atividades.

**PALAVRAS-CHAVE:** Apreensões. Ensino de Geometria. Área do Círculo. Ensino Fundamental. Livro Didático.

ABSTRACT

<sup>1</sup> Mestre em Educação Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física pela Universidade Federal de Santa Maria (UFSM). É professora concursada da Prefeitura Municipal de Erechim, atuando como Diretora na Escola Municipal de Ensino Fundamental Jagaretê. E-mail: [priarcego@gmail.com](mailto:priarcego@gmail.com). ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5011-4298>.

<sup>2</sup> Mestre em Educação Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física pela Universidade Federal de Santa Maria (UFSM). Atualmente é professora na Escola Estadual de Ensino Médio Presidente Afonso Pena. E-mail: [juliana\\_kiefer@hotmail.com](mailto:juliana_kiefer@hotmail.com). ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4912-5747>.

<sup>3</sup> Doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Atualmente é professora associada da Universidade Federal de Santa Maria. E-mail: [rcpmariani@yahoo.com.br](mailto:rcpmariani@yahoo.com.br). ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8202-8351>.



This work aims at investigating if activity proposals allow for mobilizing figural apprehensions – perceptive, sequential, discursive and operative – and their respective modifications in the study of the circle area when two collections of textbooks selected by a Municipal School of Erechim/RS are analysed, in the academic year of 2016, throughout the entire Elementary School, that is, one collection referring to the Initial Years and another to the Final Years. To do so, it is based on the theoretical assumptions of semiotic representation records and is characterized as a qualitative research that considers principles of content analysis. Among the categorized activities, about 90% allow the mobilization of perceptive apprehension, and in approximately 25% of them the operative apprehension, with an emphasis on mereological modification. The sequential apprehension was evidenced in only 2.61% of the questions, while the discursive apprehension in less than 1% of the activities.

**KEYWORDS:** Apprehension. Geometry Teaching. Circle Area. Elementary School. Textbook.

## Introdução

Ainda na década de 90, estudos desenvolvidos por Pavanello (1993) alertavam sobre a importância do ensino de geometria e também apontavam possíveis causas que estavam levando ao abandono dessa área da Matemática em vários anos escolares. Algumas décadas depois o assunto continua sendo alvo de pesquisadores da Educação Matemática (ANDRADE; NACARATO, 2004; FONSECA *et al*, 2011; CLEMENTE *et al*, 2015; SENA; DORNELES, 2013), que procuram investigar essa temática e suas diferentes nuances no que se refere a construção desse conhecimento matemático em diferentes níveis escolares.

Diante da relevância do ensino de geometria e seu desenvolvimento no Ensino Fundamental, toma-se o assunto como ponto de partida para este artigo, que foi elaborado a partir dos dados coletados em uma pesquisa de mestrado<sup>4</sup> envolvendo a mobilização de apreensões em geometria no estudo da área do círculo, presente em duas coleções de livros didáticos. Nesse sentido, pretende-se responder a seguinte questão: Se propostas de atividades permitem mobilizar apreensões figurais - perceptiva, sequencial, discursiva e operatória – e suas respectivas modificações no estudo da área do círculo em duas coleções de livros didáticos, referentes, respectivamente, aos Anos Iniciais e Anos Finais do Ensino Fundamental - Novo Girassol saberes e fazeres do campo e Vontade de Saber Matemática – adotadas por uma Escola Municipal de Erechim/RS no ano letivo de 2016?

Utiliza-se como aporte teórico para essa investigação os registros de representação semiótica (DUVAL, 1988, 2003, 2004, 2012a, 2012b), com ênfase

---

<sup>4</sup> ARCEGO, Priscila. Representações semióticas mobilizadas no estudo da área do círculo no Ensino Fundamental. 2017. 155 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2017.

nas apreensões figurais. A abordagem metodológica adotada é qualitativa (LÜDKE; ANDRÉ, 1986) e a produção de dados segue princípios da análise de conteúdo (BARDIN, 2016) para análise das duas coleções de livros didáticos, denominadas por Coleção A (Anos Iniciais) e Coleção B (Anos Finais). Esse processo de apreciação se desenvolve por meio de três fases: pré-análise; exploração do material; tratamento dos resultados, inferência e interpretação.

### **Ensino de geometria e o livro didático**

A geometria é proposta na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017) como uma das cinco unidades temáticas da área da Matemática, além de Números; Álgebra; Grandezas e medidas; e Probabilidade e estatística. De acordo com o documento, “[...] envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento” (BRASIL, 2017, p. 271). Ainda, recomenda a articulação das áreas do conhecimento e das unidades temáticas, a retomada de conceitos matemáticos promovendo a ampliação e o aprofundamento das noções matemáticas envolvidas.

Fonseca *et al.* (2011) ao justificar o motivo pelo qual deve-se ensinar geometria na escola afirmam que, essa área da Matemática permite ao sujeito prover-se de critérios e estratégias para organizar e/ou compreender modos diversos de organização do espaço. Ainda, para as autoras o conhecimento intuitivo que a criança já tem ao ingressar na escola deve ser explorado para que, ao longo do processo de escolarização aprimore sua percepção espacial, visual e tátil e consiga identificar características geométricas e estabelecer relações espaciais entre objetos desse espaço.

A percepção e organização do mundo físico leva à representação e à modificação desse espaço. Nesse viés, Fonseca *et al.* (2011) destacam que os sólidos geométricos estão mais próximos do mundo físico da criança e por isso sugerem que essa exploração preceda o estudo das figuras planas, que por sua vez, envolvem conceitos de maior complexidade. Santos e Nacarato (2014) corroboram com esse pensamento e apontam para um trabalho simultâneo entre a geometria plana e a geometria espacial, o que possibilitaria aos alunos, principalmente nas primeiras etapas de escolarização, maior enriquecimento na elaboração dos conceitos geométricos.

A BNCC (BRASIL, 2017) também recomenda a exploração dos sólidos geométricos desde os primeiros anos do Ensino Fundamental, aliando a

identificação das figuras planas por meio do contorno dos sólidos estudados. Ainda na unidade da geometria, prevê a inserção de transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas, relações de semelhança e congruência expressas por meio de demonstrações simples, aproximando o ensino de geometria e da álgebra. Na unidade Grandezas e medidas trata-se das diferentes grandezas (comprimento, área, volume e ângulo) e procura associá-las às figuras geométricas a partir de unidades de medida padronizadas e usuais.

Em relação aos objetos matemáticos circunferência e círculo, Brasil (2017) indica que na unidade de geometria do 1º e 2º ano o círculo seja reconhecido como figura plana e de forma gradativa explicita suas características. No 7º ano, a circunferência é abordada como lugar geométrico, explorando a medida de seu comprimento. O estudo da área do círculo e o comprimento de sua circunferência na resolução e elaboração de problemas envolvendo a área de diferentes formas geométricas são propostos na unidade Grandezas e medidas do 8º ano. Para o 9º ano o bloco da Geometria reserva as relações entre arcos e ângulos na circunferência.

Os apontamentos dos autores acerca do ensino de geometria e as orientações curriculares nacionais (BRASIL, 2017) revelam também o grande desafio que é ministrar esse componente curricular, principalmente no Ensino Fundamental, etapa que é foco dessa investigação. É necessário selecionar os materiais didáticos mais adequados ao enfoque que se deseja dar a geometria e otimizar os recursos, como é o caso do livro didático que é fornecido às Escolas Públicas através do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD).

O livro didático é “[...] um instrumento do processo de ensino e aprendizagem mediador da relação professor e aluno dentro de uma disciplina específica da educação formal, que é escolhido e mediado pelo professor e não apenas lido, mas usado pelo aluno” (GALATTI, 2006, p. 82). Nesse sentido, o livro didático tem papel fundamental no processo educativo, seja por sua pluralidade de interpretações e usos, pelas informações sobre o processo de ensino, e/ou por sua influência na organização do currículo (KLUPPEL; BRANDT, 2014).

Masetti (2016, p. 23), apoiada em Gérard e Roegiers (1998) destaca algumas funções importantes do livro didático, no que tange ao aluno, como a “[...] aquisição de saberes socialmente relevantes, consolidar, ampliar, aprofundar e integrar os conhecimentos, propiciar o desenvolvimento de competências e habilidades [...]” entre outros. No que tange ao professor, como auxiliar “[...] com orientações e textos

informativos, no planejamento didático anual, na avaliação da aprendizagem de seus alunos e na gestão de suas aulas.” (MASETTI, 2016, p. 23).

Em relação aos conteúdos matemáticos, evidencia-se que a trajetória da Geometria nos livros didáticos merece um estudo cuidadoso. “Em meados das décadas de 80 e 90, esse conteúdo constava no final dos livros, de modo que se os professores não cumprissem todo o conteúdo do livro, os alunos ficavam prejudicados, pois não era estudado” (AMARAL-SCHIO, 2018, p. 128). Entretanto, pesquisas recentes evidenciam que a Geometria deixou de ser apresentada no final dos livros de Matemática e está distribuída pelo livro todo (KLUPPEL, 2012).

Nessa perspectiva, a análise de livros didáticos é fundamental, pois é possível avaliar como os objetos matemáticos são descritos e representados para a sua aprendizagem. Assim, considerando a importância do livro didático e dos conceitos geométricos, pretende-se apresentar no decorrer desse estudo alguns apontamentos a respeito da proposta de duas coleções de livros didáticos adotados pela Escola para o estudo da área do círculo no Ensino Fundamental tendo em vista os registros de representação semiótica com ênfase nas apreensões figurais.

### **Registros de representação semiótica e apreensões figurais**

Segundo Duval (2003) só temos acesso aos objetos matemáticos por meio de suas representações e não se deve confundir um objeto e sua representação. Assim, “[...] as relações existentes entre os dois termos [objeto e representação] são as noções centrais para toda a análise do conhecimento” (DUVAL, 1988, p. 140). O autor considera que é essencial mobilizar e coordenar diferentes registros de representação semiótica (figuras, gráficos, escritas simbólicas, língua natural, etc.) na atividade matemática. Para tanto, é pertinente explorar nessa pesquisa a maior variedade possível de sistemas representacionais para o objeto matemático área do círculo presente nos livros didáticos. Nesse sentido, são destacados os registros de representação em língua natural, sistemas de escritas e figural, identificados pela seguinte terminologia: Registro em Língua Natural (RLN), Registro Numérico (RNm), Registro Algébrico (RAI) e Registro Figural (RFg).

No que se refere ao ensino de geometria, a atividade cognitiva requerida para compreender os conceitos desse campo é mais exigente e se caracteriza pela necessidade de efetuar tratamentos figurais e discursivos, de forma simultânea e interativa (DUVAL, 2004). O figural refere-se ao registro utilizado para designar as figuras e suas propriedades, e o discursivo é responsável por enunciar definições, teoremas ou hipóteses. Além disso, destaca que cada sujeito pode ter interpretações



autônomas em relação as figuras, as quais denominou de apreensões. São de quatro tipos: sequencial, perceptiva, discursiva e operatória.

A apreensão sequencial, segundo Duval (2012a), é exigida em atividades que envolvem construção ou descrição e tem por objetivo a reprodução de uma dada figura. Já a apreensão perceptiva “[...] é aquela que permite identificar ou reconhecer imediatamente uma forma ou um objeto, no plano ou no espaço.” (JAHN; BONGIOVANNI, 2019, p. 246). Arcego (2017) também indica a importância do elemento figural no estudo da geometria, uma vez que, permite observar e explorar em uma mesma situação diferentes propriedades geométricas.

Duval (2012a) destaca que a figura geométrica representa o resultado da conexão entre as apreensões perceptiva e discursiva. Para ele, uma figura geométrica deve ser vista a partir do que é dito, e não das formas que ela apresenta ou das propriedades evidentes. Para explorar o potencial das figuras geométricas e manter um diálogo constante entre a figura e o que é dito sobre ela, é preciso promover a apreensão discursiva, que consiste na “[...] explicitação de outras propriedades matemáticas da figura, além daquelas indicadas por uma legenda ou pelas hipóteses do enunciado” (JAHN; BONGIOVANNI, 2019, p. 247).

Já a apreensão operatória está centrada nas possíveis modificações de uma figura de partida e são classificadas por Duval (2012a) em modificação mereológica, modificação ótica e modificação posicional. A mereológica, é caracterizada por permitir divisões na figura de partida, obtendo subfiguras, as quais podem ser novamente fracionadas ou reagrupadas em função da relação parte e todo. Na ótica, a figura é transformada em outra, considerando sua imagem, isto é, mantém-se a mesma forma e orientação da figura inicial, variando somente o tamanho. Ainda, se ocorrer um deslocamento em relação a um referencial, há uma modificação posicional que preserva o tamanho e a forma da figura de partida, aplicando um deslocamento (translação), rotação ou reflexão.

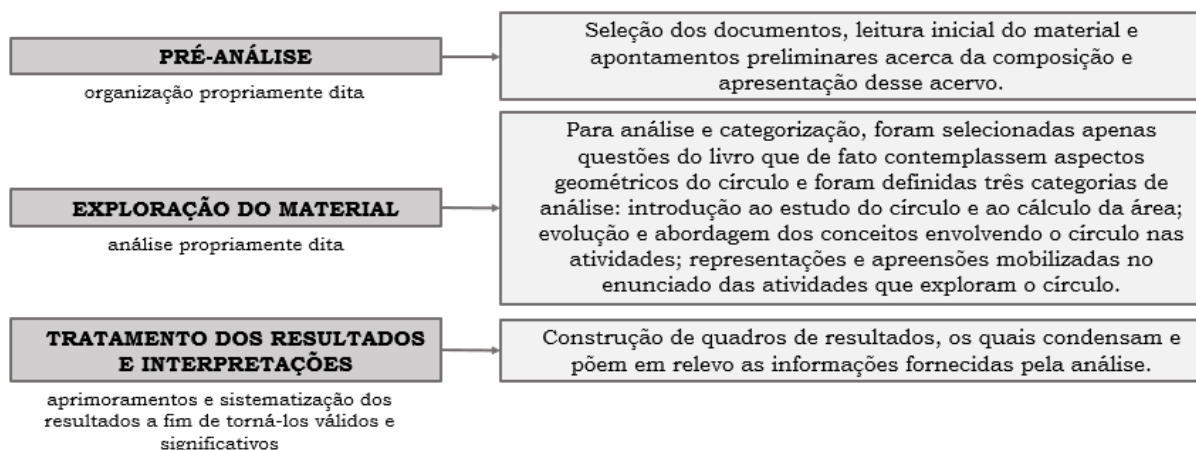
Moretti e Brandt (2015), ao considerar as apreensões como um dos elementos que possibilitam organizar o ensino e a aprendizagem da geometria, alertam para o fato de que elas não aparecem isoladamente, podendo ser exigidas concomitantemente, e que uma pode ser mais solicitada do que a outra em algum problema. Ainda, para os autores, a necessidade de mobilizar as quatro apreensões pode tornar os problemas mais complexos.

## **Percurso metodológico**

Essa pesquisa possui abordagem qualitativa (LÜDKE; ANDRÉ, 1986) e apresenta uma análise de coleções de livros didáticos (LD) adotados por uma Escola Municipal de Ensino Fundamental de Erechim, campo da pesquisa de mestrado da primeira autora. Para os anos iniciais, toma-se a coleção Novo Girassol: saberes e fazeres do campo, denominada, no decorrer deste estudo, Coleção A. Já para os anos finais do Ensino Fundamental, a coleção analisada é a coleção Vontade de Saber Matemática, a qual está nomeada como Coleção B.

O aporte metodológico baseia-se em princípios da análise de conteúdo de Bardin (2016), em que buscou-se elementos que auxiliam a apreciação da área do círculo como conteúdo da Matemática Escolar. Dessa forma, utilizaram-se como base três polos cronológicos: pré-análise; exploração do material e tratamento dos resultados, inferência e interpretação (Figura 1).

Figura 1 - Fases de Bardin (2016) em relação à pesquisa desenvolvida



Fonte: autoras

### Primeira fase: a pré-análise dos livros didáticos

A Coleção A, Novo Girassol: saberes e fazeres do campo foi publicada pela Editora FTD em 2014 e é destinada aos anos iniciais do Ensino Fundamental (1º ao 5º ano) de escolas do campo, especificamente. É composta por 11 volumes, seriada e multidisciplinar, por área do conhecimento. Ao explorar o estudo do círculo nos anos iniciais, buscaram-se evidências dessa abordagem apenas no componente curricular envolvendo a Alfabetização Matemática/Matemática, sob autoria de José Roberto Bonjorno, Regina de Fátima Souza Azenha Bonjorno e Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão. Esse componente é constituído por quatro unidades subdivididas em capítulos e envolvem basicamente medidas no dia a dia, geometria, sistema de numeração decimal e operações.

A Coleção B destinada aos anos finais do Ensino Fundamental, intitulada Vontade de Saber Matemática, foi publicada pela Editora FTD em 2012 e está subdividida em quatro volumes com autoria de Joamir Roberto de Souza e Patricia Rosana Moreno Pataro. Cada volume está dividido em capítulos, iniciados com a apresentação do tema e a seção “Conversando” sobre o assunto. Os conteúdos estão organizados em itens, os quais contêm explanação teórica e exemplos relativos aos tópicos do tema do capítulo e, em seguida, incluem atividades propostas, algumas destacadas com ícones: Desafio, Cálculo mental, Contexto, Tratamento da informação e Calculadora.

### **Segunda fase: a exploração dos livros didáticos**

Após a leitura e caracterização do material, verificou-se que a área do círculo é abordada exclusivamente no livro didático do 9º ano do Ensino Fundamental. Por isso, os encaminhamentos dados em anos escolares anteriores são relevantes e oferecem condições para entender conceitos subsequentes que envolvem a formalização da área do círculo. Nesse sentido, destacam-se aspectos introdutórios ao estudo do círculo, bem como atividades relacionadas a esse conceito propostas aos alunos no decorrer dos nove anos do Ensino Fundamental. Após examinar todos os capítulos nas duas coleções atentou-se ao fato de que nos quatro primeiros anos do Ensino Fundamental, assim como no 7º ano, não havia capítulos destinados especificamente ao estudo do círculo.

Para análise e categorização dos dados, foram selecionadas apenas questões do livro que de fato contemplavam aspectos geométricos do círculo. Logo, foram excluídas aquelas que utilizavam o registro figural do objeto matemático círculo e que não mobilizavam nenhuma propriedade geométrica, o que ocorreu nas duas coleções.

Em relação às atividades selecionadas na Coleção A, constatou-se que 90,48% estavam inseridas na Unidade 2, denominada Geometria. No LD do 4º ano, foi identificada apenas uma atividade, pois, nesse ano escolar, dá-se maior ênfase ao estudo de poliedros, retas, ângulos e polígonos. Apesar de o 5º ano especificar, em um capítulo individual, a circunferência e o círculo, apenas quatro atividades abordavam o objeto desta pesquisa. De forma semelhante ao que se observa na Coleção A as atividades selecionadas na Coleção B foram encontradas em capítulos que abordam temas específicos da geometria. Contudo, mais de 90% estavam inseridas em capítulos destinados exclusivamente ao círculo e à circunferência, presentes no 6º, 8º e 9º ano.



Quanto à categoria Introdução ao estudo do círculo e ao cálculo da área, verifica-se que do 1º ao 4º ano, a Coleção A destina um capítulo ao estudo dos sólidos geométricos, seguido de outro capítulo abrangendo as figuras planas (1º e 2º ano) e, em particular, os polígonos (3º ao 5º ano). Já o estudo das linhas retas e curvas tem destaque no 2º e 3º ano, enquanto a classificação dessas linhas é reservada ao 4º e 5º ano. No 4º ano, os autores introduzem o cálculo do perímetro e a ideia de área de uma superfície. Os conceitos e as características da circunferência e do círculo são, por sua vez, abordados no último capítulo do 5º ano.

De acordo com as concepções de ensino de geometria adotadas nessa pesquisa, a estratégia traçada pela Coleção A permite desenvolver a percepção e a organização do espaço em que se vive, considerando sua sensibilidade e tridimensionalidade. Além disso, propõe nos três primeiros anos um trabalho com as formas planas, precedido pela exploração dos sólidos geométricos, na qual o aluno é instigado a analisar a constituição das formas tridimensionais. Assim, essa abordagem segue as orientações da BNCC, assim como de Fonseca et al. (2011) e Santos e Nacarato (2014), os quais sugerem explorar as planificações das figuras em três dimensões e as figuras que compõem a superfície plana, possibilitando diferenciar as formas poligonais das formas circulares.

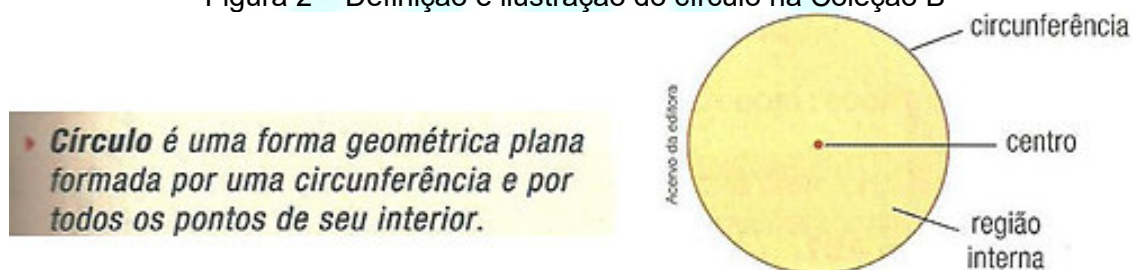
A diferenciação do círculo das demais figuras por possuir linhas curvas ocorre ainda no 1º e 2º ano. Nessa abordagem, o círculo é definido na coleção como um ente geométrico formado por uma linha curva fechada e é representado na coleção sempre com a região interna pintada. Já no 3º ano, no estudo das formas poligonais, o círculo passa a ser considerado um não polígono. No 5º ano, enfatiza-se a geometria plana, reservando um capítulo para o estudo e a diferenciação das características da circunferência e do círculo. Para a definição do círculo, é utilizado o conceito da circunferência: “A circunferência é uma linha curva, plana e fechada, cujos pontos estão a igual distância de outro ponto chamado centro” (BONJORNO; BONJORNO; GUSMÃO, 2014). Dessa forma, o LD indica que o círculo é um conjunto formado pela circunferência e a superfície limitada por ela. Contudo, destaca-se que seria mais adequado substituir o termo superfície por região ao referenciar o círculo.

Em relação à Coleção B, a qual abrange os anos finais do Ensino Fundamental, o círculo é estudado no 6º, 8º e 9º ano, nos capítulos denominados, respectivamente: Polígonos, formas circulares e simetria; Formas circulares; Círculo e circunferência. Ainda no volume 1, destinado ao 6º ano, a circunferência é tida

como “[...] uma linha fechada em um plano, na qual todos os seus pontos estão a uma mesma distância de um ponto fixo, chamado centro da circunferência” (SOUZA; PATARO, 2012, p. 190). Além disso, o círculo é definido, pelos autores, como uma reunião entre os pontos que formam a circunferência e aqueles localizados no seu interior. Ainda, observou-se que, apesar da autoria das coleções analisadas serem diferentes, em ambas a definição do círculo está intrinsecamente relacionada à circunferência.

A Coleção B reproduz o mesmo conceito de círculo ao longo dos três livros didáticos que enfatizam esse estudo e possibilita a mobilização do RLN e do RFG (Figura 2), pois os elementos geométricos são elucidados e permitem ao leitor identificá-los com facilidade nos dois registros de representação.

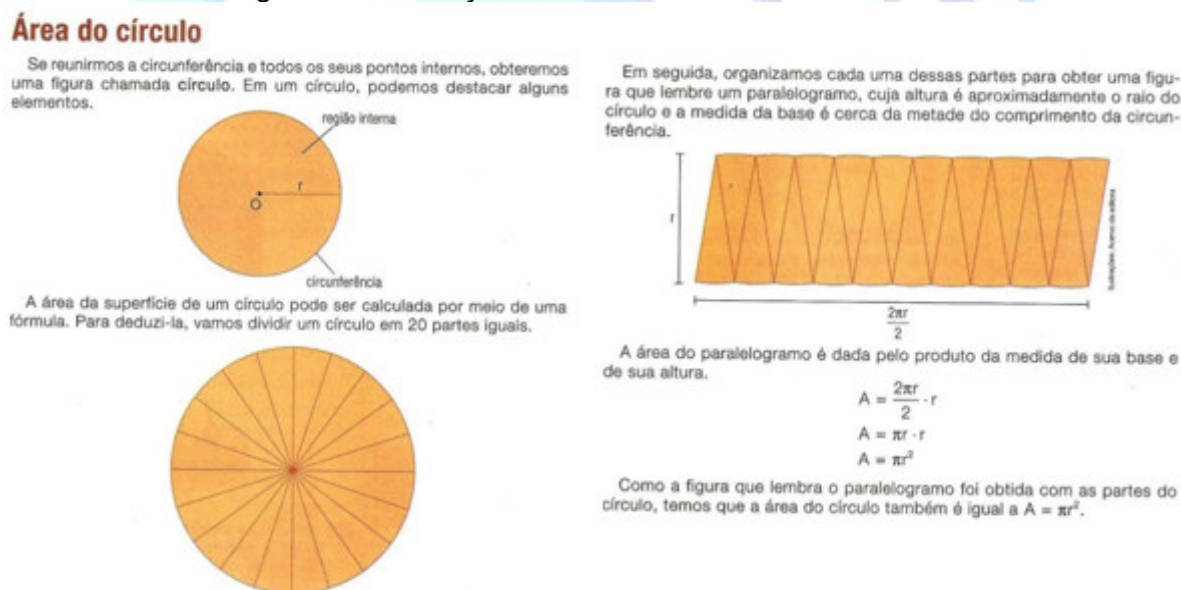
Figura 2 – Definição e ilustração do círculo na Coleção B



Fonte: Souza e Pataro (2012, p. 191), volume 1

Apenas no 9º ano o LD aborda a área do círculo retomando a definição adotada anteriormente e os respectivos elementos que o compõem, bem como deduz a expressão algébrica que permite obter a área do círculo, utilizando um método de reconfiguração (Figura 3).

Figura 3 – Introdução à área do círculo no LD do 9º ano



Fonte: Souza e Pataro (2012, p. 210), volume 4

Na Figura 3, o círculo sofre uma modificação ao ser fracionado em setores circulares congruentes e reconfigurado em um paralelogramo. Para Duval (2012a, p. 128), quando “[...] as partes elementares obtidas por fracionamento podem ser reagrupadas em várias subfiguras todas pertencentes à figura inicial”, há uma operação de reconfiguração intermediária. Ainda, é definida pelo autor como uma modificação mereológica do tipo homogênea, pois, apesar de os setores obtidos serem congruentes, não possuem a mesma forma que a figura de partida, ou seja, o círculo.

Essa estratégia proposta pelo LD, o qual se utiliza de divisões sucessivas da figura inicial para obter a área do círculo, segundo Dellajustina e Martins (2014), é empregado a partir do comprimento da circunferência e consiste em dividir o círculo em um número cada vez maior de setores para que a fórmula se torne ainda mais precisa e eficaz. De acordo com os autores, a área do círculo é uma grandeza geométrica diretamente proporcional ao valor da constante  $\pi$  e, portanto, tem uma estreita relação com o emprego do método da exaustão de Eudoxo em demonstrações rigorosas realizadas por Arquimedes.

Quanto à Evolução e abordagem dos conceitos envolvendo o círculo nas atividades, as atividades selecionadas no LD do 1º ano exigem basicamente que se reconheça a forma do círculo em meio a outras, explorando seu traçado constituído por linhas curvas, mas sem nomeá-lo. Já no LD do 2º ano, destacam-se atividades que promovem a diferenciação das formas tridimensionais e bidimensionais (Figura 4). Essa situação possibilita reconhecer as propriedades dos sólidos geométricos e, conseqüentemente, das figuras geradas após a planificação.

Figura 4 – Exemplo de atividade do livro didático do 2º ano da Coleção A

2. Use novamente os modelos que você montou na página 27. Pegue o modelo do paralelepípedo e, com um lápis, faça o contorno sobre uma folha de papel, como mostra a foto 1. Depois, pinte o interior da figura obtida, como na foto 2. Observe que a figura final será um retângulo. Faça o mesmo no caderno com os outros modelos de sólidos que você montou.

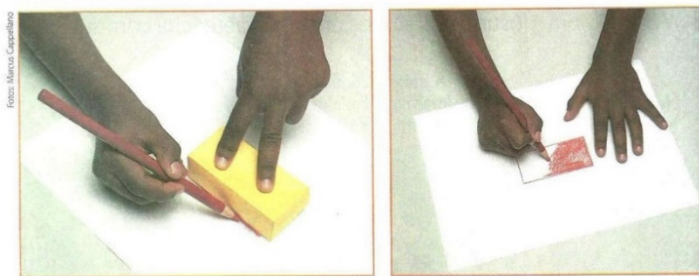


Foto 1.

Foto 2.

Fonte: Bonjorno, Bonjorno e Gusmão (2014, p. 30), volume 3

A BNCC (BRASIL, 2017) sugere que se explore a planificação dos sólidos e as formas constituintes dessa região plana desde os primeiros anos escolares e reitera que as características das formas geométricas devem ser estudadas a partir da associação das figuras espaciais e suas planificações, e vice-versa (Figura 4).

Nesse sentido, Leivas (2012) assinala a existência de um conflito cognitivo entre os conceitos de polígono e região poligonal externado na atividade da Figura 4, ao mencionar que, colorindo a região interna da figura obtém-se um retângulo. Para o autor o conceito de polígono representado pelo contorno (linha) está associado ao perímetro, enquanto a região poligonal limitada por esse contorno deve ser associada à área da figura. Assim, enfatiza que distinguir esses conceitos desde o início da escolaridade pode evitar obstáculos futuros muitas vezes prejudiciais à aprendizagem em geometria. Nesse sentido, reitera-se que a abordagem da atividade não favorece essa distinção, pois poderia ter se referido à figura formada como região poligonal limitada pelo retângulo.

No LD do 3º ano foram propostas atividades que contribuem para o reconhecimento das formas poligonais, conceito que não havia sido mencionado em anos anteriores. Além de reconhecê-las, o aluno necessita apresentar argumentos que justifiquem a classificação em polígonos ou não polígonos. No 4º ano, detectou-se apenas uma atividade explorando o círculo, na qual é solicitado o reconhecimento da forma que compõe uma mesa redonda a partir da sua vista superior. E no 5º ano, a diferenciação entre círculo e circunferência é apresentada no final da unidade Geometria no LD. Em uma das atividades propõe-se a construção de uma circunferência, a pintura da região interna a essa circunferência e, posteriormente, a identificação da nova figura formada. Ainda, há questões que exploram o reconhecimento de objetos constituídos por formas circulares.

No 6º e 8º ano, os conceitos referentes ao círculo não são aprofundados e se restringem basicamente a atividades que solicitam nomear as formas geométricas, presentes em planificações, ou àquelas que exploram aspectos de ilusão e ótica. No 9º ano, ocorre a introdução da área do círculo, e esses conceitos são inseridos de forma gradativa nas atividades propostas. Diante disso, nota-se que essas questões apresentam um grau crescente de dificuldade, envolvendo também a área de outras formas geométricas estudadas.

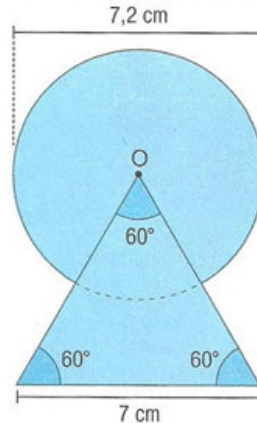
As primeiras atividades abrangem o cálculo da área, substituindo os valores numéricos na sua fórmula, ou seja, mobilizando RAI e RNm. Esse cálculo também é solicitado para obter a área do setor circular e da coroa circular. Posteriormente, são



apresentadas figuras compostas pela interseção de regiões que exigem composições envolvendo a área do círculo e de outras figuras, como exemplifica a Figura 5, na qual a atividade possui duas figuras parcialmente sobrepostas: o círculo e o triângulo equilátero. Nesse caso, obtém-se a área total calculando a área do círculo, subtraindo o setor circular de  $60^\circ$  e, em seguida, adicionando a área do triângulo equilátero.

Figura 5 – Exemplo de atividade que explora área do círculo e setor circular

**39** Determine a área total da figura.



Fonte: Souza e Pataro (2012, p. 215), volume 4

Outro tipo de atividade trabalhada no 9º ano emprega o cálculo da área do círculo em uma situação contextualizada. Na Figura 6, por exemplo, é discutida a otimização do espaço, evitando desperdícios de material.

Figura 6 – Exemplo de atividade que explora a área do círculo aplicada a uma situação real

**Desafio**

**33** De uma chapa de madeira retangular com 1,2 m por 2 m, deverão ser cortados círculos com 15 cm de raio, como mostra o esquema.

- Quantos desses círculos, no máximo, serão possíveis cortar dessa chapa?
- Qual a área da chapa de madeira que vai sobrar com esses cortes?



Fonte: Souza e Pataro (2012, p. 214), volume 4

Verificou-se que a abordagem dada à área do círculo na Coleção B, principalmente no que se refere às atividades, se aproxima das concepções sustentadas por Fonseca *et al.* (2011), ao fazer referência à importância da geometria no Ensino Fundamental. Para as autoras, o ensino da geometria precisa possibilitar condições ao sujeito de estabelecer critérios e estratégias para organizar e/ou compreender modos diversos de organização do espaço. Contudo, isso só será possível se forem consideradas na geometria a dimensão utilitária, relacionada à utilização da geometria na vida cotidiana, profissional ou escolar e a dimensão



formativa que permite desenvolver diversas habilidades e competências no campo da percepção espacial e da resolução de problemas, além de promover valores culturais e estéticos importantes na valorização das obras do homem e da natureza.

Nesse sentido, a produção de bons resultados no ensino de geometria exige que se propicie um interesse maior pela aprendizagem nessa área. Para Leivas (2012) esse interesse é favorecido quando é proposto o desenvolvimento de atividades exploratórias, conforme elas inserem a criança, o jovem ou mesmo o adulto em um mundo de pesquisa, investigação e indagação.

Após analisar as atividades selecionadas nas duas coleções de LD, no intuito de estabelecer relações com o ensino de geometria, essas questões foram contabilizadas nos respectivos níveis. Cabe destacar que a contagem foi realizada de acordo com o número de subitens que possuía, ou seja, uma questão que possui três subitens para serem resolvidos correspondem, respectivamente, a três atividades no levantamento geral. A Figura 7 apresenta esse total e estabelece um comparativo quantitativo em relação ao total de atividades sugeridas pelo LD envolvendo o componente curricular da matemática.

Figura 7 – Quantidade de atividades presentes nas duas coleções

	Ano	Atividades	Atividades categorizadas	Percentual de atividades categorizadas em relação ao ano
<b>Coleção A</b>	1º	98	6	6,12%
	2º	296	6	2,03%
	3º	319	4	1,25%
	4º	278	1	0,36%
	5º	384	4	1,04%
<b>Coleção B</b>	6º	2.064	5	0,24%
	7º	1.720	1	0,06%
	8º	1.896	2	0,10%
	9º	1.369	58	9,79%
<b>Total</b>	<b>8.424</b>	<b>87</b>	<b>1,03%</b>	

Fonte: Arcego (2017), baseado na análise da Coleção A e da Coleção B.

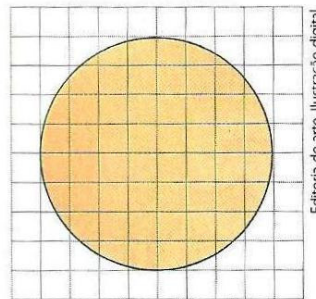
No que se refere às Representações e apreensões mobilizadas no enunciado das atividades que exploram o círculo, observou-se que a atividade que mais permite mobilizar apreensões está presente no LD do 3º ano (Figura 8). Essa questão requer a identificação de eixos de simetria no círculo e, desse modo, pode possibilitar o estabelecimento de uma relação entre esses eixos e o diâmetro da figura. A expressão “trace” presente no enunciado exige uma apreensão sequencial. A apreensão perceptiva também é requerida na identificação das propriedades das

figuras simétricas a serem obtidas após traçar o eixo de simetria no círculo. Nesse caso, o enunciado mobiliza o RLN e o RFg, concomitantemente.

A atividade ainda requer a apreensão operatória, pois é preciso modificar o círculo para que este seja dividido em dois setores circulares congruentes, considerando sua imagem. A existência de “eixos de simetria” indica ser possível traçar, pelo menos, mais de um, desde que interceptem o centro do círculo. Nesse procedimento, emprega-se o tratamento figural e realiza-se uma modificação interna a esse registro de representação.

Figura 8 – Exemplo de atividade que mobiliza as apreensões perceptiva, sequencial e operatória

**b.** Agora, trace os eixos de simetria neste círculo:

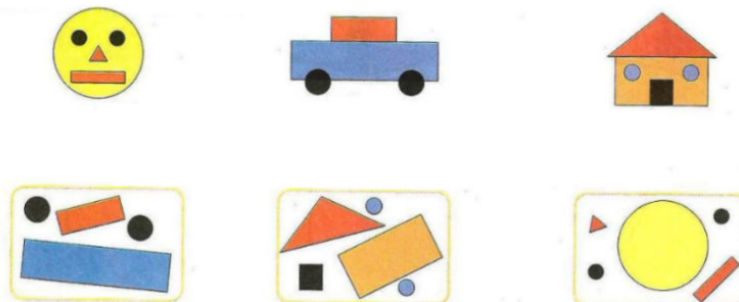


Fonte: Bonjorno, Bonjorno e Gusmão (2014, p. 58), volume 5

É possível identificar na atividade da Figura 9 que, aparentemente é suficiente a mobilização da apreensão perceptiva; contudo, as formas sofrem uma modificação posicional da primeira para a segunda figura. Essa atividade é muito pertinente ao aluno do 1º ano, visto que ele deve perceber que tal modificação não influencia o posicionamento do círculo e, ainda precisa reconhecer as formas que compõem a figura inicial, sabendo que não estão sobrepostas e que a maioria assume um novo posicionamento.

Figura 9 – Exemplo de atividade que requer uma modificação posicional

**4.** JOÃO FEZ ALGUMAS COLAGENS. LIGUE-AS ÀS FIGURAS QUE AS FORMAM.

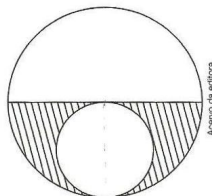


Fonte: Bonjorno, Bonjorno e Gusmão (2014, p. 128), volume 1

Quanto à apreensão discursiva, importante aliada na resolução de problemas envolvendo geometria, verifica-se que não há atividades na Coleção A que favoreçam essa apreensão, e há apenas uma atividade na Coleção B (Figura 10).

Figura 10 – Exemplo de atividade que requer uma apreensão discursiva

- 68 (UECE-CE) Na figura, as duas circunferências são tangentes, o centro da circunferência maior é um ponto da circunferência menor e o diâmetro da circunferência maior mede 4 cm.



A área da região hachurada é igual a:

- a)  $\pi^2 \text{ cm}^2$                       c)  $2\pi \text{ cm}^2$   
b)  $2\pi^2 \text{ cm}^2$                       d)  $\pi \text{ cm}^2$

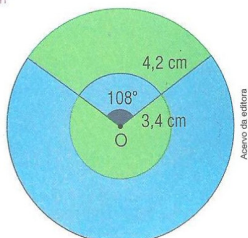
Fonte: Souza e Pataro (2012, p. 225), volume 4

A apreensão perceptiva é mobilizada na atividade da Figura 10 para identificar as propriedades mais evidentes e ainda é necessário articular as informações do enunciado com a figura representada, satisfeita pela apreensão discursiva. Da mesma forma, nota-se que o enunciado é semanticamente congruente à figura dada, o que não requer qualquer modificação figural; por isso, acredita-se que a atividade poderia ser resolvida pelos estudantes sem maiores dificuldades. A modificação mereológica também pode ser empregada para resolver situações geométricas, como é exemplificado na atividade da Figura 11.

Figura 11 – Exemplo de atividade que requer uma modificação mereológica

**Desafio**

- 43 Calcule a área da parte azul na figura e anote os procedimentos que você utilizou.  
112,44  $\text{cm}^2$



Fonte: Souza e Pataro (2012, p. 216), volume 3

A Figura 11 apresenta uma atividade do LD do 9º ano que mobiliza diferentes sistemas representacionais, além de duas apreensões figurais. A apreensão perceptiva é exigida inicialmente para interpretar os elementos figurais presentes na representação de partida (RFg). A atividade requer ainda um tratamento figural modificando a figura de partida, pois é necessário analisar os setores circulares que

constituem as subfiguras formadas. Essa operação caracteriza uma apreensão mereológica, fundamental nas situações envolvendo a relação parte-todo. Para obter os valores numéricos que quantificam esses setores e que serão posteriormente subtraídos ou adicionados à área do círculo, a atividade mobiliza o RAI e o RNm.

A exploração cuidadosa das atividades selecionadas permitiu constatar que a apreensão perceptiva tem se destacado na maioria das atividades das duas coleções. Isso se deve ao fato de essas atividades apresentarem figuras geométricas que precisam geralmente ser compreendidas a partir das propriedades que empregam. A apreensão sequencial se destacou em algumas atividades de construção, assim como a apreensão operatória, atrelada aos tratamentos figurais, em geral caracterizados por modificações na figura de partida. Já a apreensão discursiva apareceu em menor proporção, tendo em vista que grande parte das atividades explorando o círculo requer uma percepção mais imediata das propriedades geométricas; isso é basicamente satisfeito pela apreensão perceptiva. A mobilização dessa apreensão também está relacionada ao fato de os enunciados não promoverem uma dependência da língua natural e do registro figurado.

### Terceira fase: tratamento dos resultados, inferência e interpretação dos livros didáticos

Na Figura 12 (Coleção A) e Figura 13 (Coleção B) apresentam-se as atividades categorizadas de acordo com as apreensões mobilizadas no enunciado: sequencial (S), perceptiva (P), discursiva (D) e operatória (O), assim como com as modificações figurais: mereológica (M), posicional (P) e ótica (Ó), bem como os sistemas representacionais.

Figura 12 – Síntese da análise das atividades da Coleção A

Ano	N.º de atividades	Apreensões						Representações mobilizadas		
		S	P	D	O			RLN	RFg	RNm
					M	P	O			
1º	1	-	X	-	-	X	-	X	X	-
	5	-	X	-	-	-	-	X	X	-
2º	1	X	X	-	-	-	-	X	X	-
	1	-	X	-	-	-	-	X	X	-
	2	-	X	-	-	-	-	X	X	-
3º	2	-	X	-	-	-	-	X	X	-
	1	-	X	-	-	-	-	X	X	X
	1	X	X	-	-	-	X	X	X	-
4º	2	-	X	-	-	-	-	X	X	-
	1	-	X	-	-	-	-	X	X	-
5º	3	-	X	-	-	-	-	X	X	-
	1	X	X	-	-	-	-	X	X	-
<b>Total</b>	<b>21 (100%)</b>	<b>3</b>	<b>21</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>21</b>	<b>21</b>	<b>1</b>

Fonte: Adaptado de Arcego (2017), baseado na análise da Coleção A.

A apreensão perceptiva se destaca em todas as atividades propostas nos anos iniciais para o estudo do círculo, como indica a Figura 12. Nessas atividades, o aluno é conduzido a estabelecer semelhanças e diferenças entre as figuras, para fins de reagrupamento, ou a classificar uma dada figura. Nesse caso, as atividades categorizadas permitem mobilizar principalmente os registros em língua natural e figural, ao atentarem para a identificação do círculo e sua respectiva nomenclatura.

As apreensões sequencial e operatória são exigidas em 23,81% das atividades categorizadas. A sequencial, mobilizada em três delas, envolve a construção do círculo, em especial para representar planificações de sólidos, identificar os eixos de simetria e construir a partir de suas propriedades. A apreensão operatória foi mobilizada em duas atividades envolvendo modificações na figura: modificação posicional atrelada a rotação de figuras geométricas (Figura 9); modificação ótica relacionada a representação de figuras simétricas que consideram a imagem inicial (Figura 8).

Das 87 atividades categorizadas nesta pesquisa, 75,86% foram localizadas na Coleção B. Dentre essas atividades, 78,79% instigam a apreensão perceptiva, 31,82% necessitam de alguma modificação na figura, e apenas 1,52% das questões exige a apreensão discursiva (Figura 13).

Figura 13 – Síntese da análise das atividades da Coleção B

Nº de atividades	Apreensões						Representações mobilizadas				
	S	P	D	O			RLN	RFg	RNm	RAI	RTb
				M	P	Ó					
1	-	X	-	-	-	-	X	X	X	X	-
1	-	-	-	-	-	-	X	-	X	-	-
1	-	X	-	X	-	-	X	X	X	X	-
1	-	-	-	-	-	-	X	-	X	X	X
1	-	X	-	-	-	-	X	X	X	X	-
1	-	X	X	-	-	-	X	X	X	X	-
2	-	X	-	-	-	-	X	X	-	-	-
2	-	X	-	-	X	-	X	X	-	-	-
2	-	X	-	-	-	-	X	X	-	-	-
2	-	X	-	-	-	-	-	X	-	X	-
2	-	-	-	-	-	-	X	-	X	-	-
3	-	X	-	-	-	-	X	X	X	X	-
3	-	-	-	-	-	-	X	-	X	X	-
3	-	X	-	-	-	-	-	X	X	X	-
3	-	-	-	-	-	-	-	X	X	X	-
4	-	-	-	-	-	-	X	-	-	X	-
6	-	X	-	-	-	-	-	X	X	X	-
8	-	X	-	X	-	-	-	X	X	X	-
10	-	X	-	-	-	-	X	X	-	-	-
10	-	X	-	X	-	-	-	X	X	X	-
<b>Total: 66 (100%)</b>	<b>0</b>	<b>52</b>	<b>1</b>	<b>19</b>	<b>2</b>	<b>0</b>	<b>34</b>	<b>55</b>	<b>44</b>	<b>47</b>	<b>1</b>

Fonte: Adaptado de Arcego (2017), baseado na análise da Coleção B



A modificação operatória mereológica, se destaca em 28,79% das atividades, o que não ocorre na Coleção A, considerando que esta não prevê o estudo da área do círculo. Essa modificação caracteriza um tratamento figural, mesmo não sendo necessário construir as novas figuras, pois, para Duval (2012a), todas as modificações podem ser realizadas gráfica ou mentalmente. No caso da Coleção B, a modificação mereológica é empregada naquelas situações em que o círculo é dividido em duas subfiguras, uma que corresponde à área do setor circular ou coroa circular, e outra que representa a figura restante. Porém, para obter os valores desejados, deve-se relacionar a parte com o todo.

Como mostra a Figura 13, na Coleção B, são mobilizadas as representações algébrica e tabular que se distinguem daquelas identificadas na Coleção A. Em 62,12% das atividades exige-se a coordenação dos registros figural, algébrico e numérico, geralmente naquelas em que o aluno precisa obter a área de um círculo representado na figura, substituindo valores numéricos na expressão algébrica. Essa operação, em geral, requer um tratamento numérico por meio da substituição de valores dispostos. Contudo, em algumas situações, deve-se compor, por meio de uma regra de três, ou resolver uma equação em que a incógnita não está localizada à esquerda do sinal de igualdade ou, ainda, tem grau diferente de 1, o que demanda tratamento algébrico.

Também é importante destacar que 62,12% das atividades categorizadas na Coleção B permitem mobilizam mais de dois registros de representação. Além disso, algumas dessas atividades exigem dois ou mais tratamentos, em sua maioria numéricos, figurais ou algébricos e, com pouca frequência, o tratamento em língua natural. Esses dados diferem dos identificados na Coleção A, com 95,24% das atividades categorizadas envolvendo unicamente RLN e RFG. Quanto aos tratamentos, 52,38% das questões se restringem ao RFG e estão diretamente relacionadas às modificações na figura de partida.

Dentre os resultados da análise das duas coleções, evidencia-se a baixa ocorrência de atividades que exigem articular a escrita em língua natural com a linguagem matemática, como interpretar, argumentar ou justificar situações. Uma das consequências é o fato de ter sido identificada, na Coleção B, uma única atividade que mobiliza a apreensão discursiva (Figura 10).

### **Considerações finais**

Ao retomar a questão de pesquisa: Se propostas de atividades permitem mobilizar apreensões figurais - perceptiva, sequencial, discursiva e operatória – e

suas respectivas modificações no estudo da área do círculo em duas coleções de livros didáticos, referentes, respectivamente, aos Anos Iniciais e Anos Finais do Ensino Fundamental - Novo Girassol saberes e fazeres do campo e Vontade de Saber Matemática – adotadas por uma Escola Municipal de Erechim/RS no ano letivo de 2016?, verificou-se que a área do círculo é abordada exclusivamente no livro didático do 9º ano do Ensino Fundamental. Entretanto, considerou-se que os encaminhamentos dados em anos escolares anteriores são relevantes e oferecem condições para entender conceitos subsequentes que envolvem a formalização da área do círculo.

Assim, na Coleção A, o círculo era explorado com mais ênfase no 5º ano, pois contém um capítulo destinado a ele e à diferenciação da circunferência. Na Coleção B, a área do círculo foi aprofundada em um capítulo específico no LD do 9º ano. Dessa forma, o estudo do círculo e da sua área envolveu um total de 87 atividades pertencentes às duas coleções analisadas. Destas, 75,86% estavam inseridas na Coleção B e, portanto, eram destinadas aos anos finais do Ensino Fundamental. As diferentes apreensões foram mobilizadas nas duas coleções de livros didáticos, sendo em 83,91% das atividades a apreensão perceptiva, aproximadamente 25% a apreensão operatória, com ênfase na modificação mereológica, a apreensão sequencial em apenas três questões da Coleção A, e a discursiva, em apenas uma atividade. Esse dado está intrinsecamente relacionado à baixa incidência de tratamentos empregados no RLN em situações que envolvem justificativas ou indícios de demonstração, pelo menos no tange ao estudo do círculo.

As atividades propostas nas duas coleções de livros didáticos para o estudo do objeto matemático círculo e sua área possibilitaram a mobilização de diferentes apreensões o que, de certo modo contempla a perspectiva teórica dos registros de representação semiótica. Por fim, vale ressaltar que a utilização do livro didático como um material curricular pode ser adequado pelos professores conforme as necessidades evidenciadas ao longo do processo de aprendizagem de seus alunos (MASETTI, 2016). É um recurso de fácil acesso, tanto para o professor como para o aluno e na medida em que seu conteúdo for apreciado e selecionado pode se constituir como aliado no processo de ensino e aprendizagem. Nesse sentido, pode-se envolver outras atividades, especialmente no que se refere ao estudo da área do círculo, que desafiem os estudantes a mobilizar de forma mais aprofundada as apreensões e os tratamentos concomitantemente.

## Referências

AMARAL-SCHIO, Rúbia Barcelos. B. Livro didático de ensino médio, geometria e a presença das tecnologias. **RENOTE**. Revista Novas Tecnologias na Educação, v. 16, p. 1-11, 2018.

ANDRADE, José Antônio Araújo; NACARATO, Adair Mendes. Tendências didático-pedagógicas para o ensino de geometria. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 27., 2004, Caxambu-MG. **Anais eletrônicos...** Caxambu: ANPEd, 2004. p. 1-18.

ARCEGO, Priscila. **Representações semióticas mobilizadas no estudo da área do círculo no Ensino Fundamental**. 2017. 155 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2017.

BARDIN, Laurence. **Análise de Conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2016.

BONJORNO, José Roberto; BONJORNO, Regina de Fátima Souza Azenha; GUSMÃO, Tânia Cristina Rocha Silva. **Girassol saberes e fazeres do campo: Alfabetização Matemática**. São Paulo: FTD, 2014. v. 1, 3, 4, 7 e 9.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2017.

CLEMENTE, João Carlos, et al. Ensino e aprendizagem da geometria: um estudo a partir dos periódicos em Educação Matemática. In: ENCONTRO MINEIRO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2015, São João del Rei, MG. **Anais Eletrônicos...** São João del Rei, MG: UFSJ, 2015. Não paginado.

DELLAJUSTINA, Fernanda J.; MARTINS, Luciano. C. Poderia Arquimedes ter calculado com areia e um bastão? **Revista Brasileira de Ensino de Física**, Joinville, v. 36, n. 3, p. 1-9, 2014.

DUVAL, Raymond. **Graphiques et équations: l'articulation de deux registres**. Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives, Strasbourg, v. 1, p. 235-253, 1988.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas, SP: Papirus, 2003. p. 11-33

DUVAL, Raymond. **Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales**. Santiago de Cali: Peter Lang, 2004.

DUVAL, Raymond. Abordagem cognitiva de problemas de Geometria em termos de congruência. Tradução Mércles Thadeu Moretti. **REVEMAT**, Florianópolis, v. 7, n. 1, p. 118-138, 2012a.

DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução Mércles Thadeu Moretti. **REVEMAT**, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012b.

FONSECA, Maria da Conceição. F. R. et al. **O ensino de geometria na escola fundamental: três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

GALATTI, Larissa Rafaela **Pedagogia do Esporte: o livro didático como um mediador no processo de ensino e aprendizagem de jogos esportivos coletivos**.

2006. 139f. Dissertação (Mestrado em Educação Física). Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2006.

JAHN, Ana Paula; BONGIOVANNI, Vincenzo. Apreensão Operatória de Figuras em Situações Geométricas. **JIEEM**, v. 12, n. 3, p. 245-257, 2019.

KLUPPEL, Gabriela Teixeira **Reflexões sobre o ensino da Geometria em livros didáticos à luz da teoria de representações semióticas segundo Raymond Duval**. 2012. 110 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2012.

LEIVAS, José Carlos Pinto. Educação Geométrica: reflexões sobre o ensino e aprendizagem em Geometria. **Educação Matemática em Revista**, v. 1, n. 13, p. 9-16, 2012.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MASETTI, Cristina. **Análise de livros didáticos de matemática: função exponencial**. 2016. 165 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016.

MORETTI, Mércles Thadeu.; BRANDT, Célia Finck. Construção de um desenho metodológico de análise semiótica e cognitiva de problemas de geometria que envolvem figuras. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 17, n. 3, p. 597-616, 2015.

PAVANELLO, Regina Maria. O abandono do ensino de Geometria no Brasil: causas e consequências. **Zetetiké**, v. 1, n. 1, p. 7-17, 1993.

SANTOS, Cleane Aparecida dos.; NACARATO, Adair Mendes. **Aprendizagem em Geometria na educação básica: a fotografia e a escrita na sala de aula**. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

SENA, Rebeca Moreira; DORNELES, Beatriz Vargas. Ensino de Geometria: Rumos da Pesquisa (1991-2011). **REVEMAT**, Florianópolis, v. 8, n. 1, p. 138-155, 2013.

SOUZA, Joamir; PATARO, Patrícia Moreno **Vontade de Saber Matemática**. 2. ed. São Paulo: FTD, 2012. v.1-4.

Submetido em novembro de 2020.

Aceito em março de 2021.