

A organização Local do Objeto Áreas de Figuras Planas no 6º ano do Ensino Fundamental Estabelecida por uma

Professora

The Local Organization of the Object Areas of Plane Figure in the 6th year of Elementary School Established by a

Teacher

Almir Pereira de Moura¹

Paula Moreira Baltar Bellemain²

RESUMO

Este artigo, que apresenta parte da nossa pesquisa de mestrado, tem como objetivo modelizar a organização local posta à vida pela professora durante a abordagem do saber áreas de figuras planas no 6º ano do ensino fundamental. Para isso, recorreremos às contribuições dos aspectos teórico e metodológico da Teoria Antropológica do Didático desenvolvida por Chevallard (1999) e seus colaboradores, e adotamos a abordagem da área enquanto grandeza em conformidade com o modelo teórico proposto por Douady e Perrin-Glorian (1989). Se tratando de uma pesquisa de abordagem qualitativa, recorreremos aos instrumentos: videogravação e transcrição para fazermos os registros das aulas destinadas à abordagem do saber e as devidas análises. Os resultados apontam que a organização local posta à vida pela professora durante o ensino do saber área se concentra em três tecnologias: equivalência de figuras, aditividade de áreas e configuração retangular. Os resultados também revelam que a aditividade de área e a configuração retangular são utilizadas para justificar as técnicas do ladrilhamento e aplicação de fórmulas para o cumprimento das tarefas dos subtípos: determinar a área do retângulo e determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados), respectivamente.

PALAVRAS-CHAVE: Teoria Antropológica do Didático. Área de figuras planas.

Praxeologia local.

ABSTRACT

¹ Universidade Federal de Pernambuco. E-mail: moura.almir1786@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3987-2346>.

² Universidade Federal de Pernambuco. E-mail: pmbaltar@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2864-8883>.



This paper, which presents part of our master's research, aims to model the local organization brought to life by the teacher during the approach of measuring areas of flat figures in the 6th grade of elementary school. For this, we invoke the contributions of the theoretical and methodological aspects of the Anthropological Theory of the Didactics developed by Chevallard (1999) and his collaborators, and we adopted the approach of the area as a measurement in accordance with the theoretical model proposed by Douady and Perrin-Glorian (1989). As a case of a research with a qualitative approach, we used the instruments: video recording and transcription to record the classes dedicated to approach knowledge and due analysis. The results show that the local organization brought to life by the teacher during the teaching of area measurement knowledge focuses on three technologies: figure equivalence, area additivity and rectangular configuration. The results also reveal that the area additivity and the rectangular configuration are used to justify the tiling of plane techniques and the application of formulas to fulfill the tasks of the subtypes: determining the area of the rectangle and determining the area of a figure that can be decomposed into rectangles (square and non-square) respectively.

KEYWORDS: Anthropological Theory of Didactics. Flat figures area. Local praxeology

Introdução

Este trabalho é resultante de uma pesquisa de mestrado cujo objetivo consistiu em analisar distanciamentos e aproximações entre os saberes ensinados e aprendidos em relação ao objeto área de figuras planas no 6º ano do ensino fundamental. Neste recorte, optamos por modelizar a organização matemática local posta à vida pela professora na execução de suas aulas.

O interesse pelo objeto área de figuras planas se justifica pelo uso significativo nas práticas sociais, inclusive nos diversos âmbitos da atuação profissional, e pelo papel que lhe é atribuído na matemática escolar, seja pela capacidade de articulação entre saberes de diferentes domínios matemáticos, seja pela possibilidade de conexão com outras disciplinas.

A apropriação pelos estudantes, do saber área, não só tem um importante papel para a construção de outros saberes dentro da matemática e de outras áreas do conhecimento, mas também, facilita a compreensão de situações aplicadas ao cotidiano. Portanto, a construção sólida desse saber em sala de aula é necessária para que possa cumprir tais funções na matemática escolar, motivo que nos impulsionou a tomar a área como objeto e a organização matemática posta à vida na abordagem da professora, como cenário de estudo.

Para refletir sobre a organização matemática posta à vida pela professora na execução de suas aulas, recorreremos às contribuições da Teoria Antropológica do Didático (TAD), desenvolvida por Yves Chevallard (1999) e seus colaboradores, a qual estuda o homem frente ao saber matemático, e por esta razão, situa a atividade matemática dentro do conjunto de atividades humanas e de instituições sociais. Assim, do ponto de vista teórico, toda atividade matemática constitui-se numa atividade humana institucional capaz de ser descrita por um sistema de tarefas bem

definidas, por meio de uma ferramenta teórico-metodológica chamada de praxeologia.

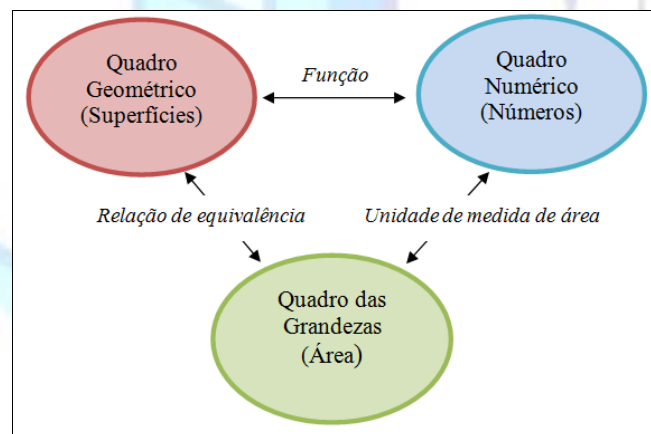
Assim, mediante as contribuições TAD, nos propomos a buscar elementos de resposta a seguinte questão: Como se é dada, em termos de praxeologia local, a organização do saber área de figuras planas no 6º ano do Ensino fundamental?

Um breve olhar epistemológico sobre a grandeza Área

O arcabouço teórico relativo ao objeto de saber área enquanto grandeza adotado neste trabalho é o proposto por Douady e Perrin-Glorian (1989). Essas autoras defendem que a consideração da área enquanto grandeza no processo de ensino contribui para os estudantes estabelecerem as relações necessárias entre os quadros³ geométrico e numérico (DOUADY; PERRIN- GLORIAN, 1989).

Nesse modelo, distinguem-se três quadros: o geométrico, constituído por superfícies planas, o numérico, composto pelas medidas de área que são números reais positivos, e, o das grandezas, constituído por classes de equivalência de superfícies de mesma área. A figura 1, a seguir, apresenta um esquema adaptado da organização conceitual da grandeza área proposta por Douady e Perrin-Glorian, modificado por Bellemain e Lima (2002).

Figura 1 - Articulação entre quadros



Fonte: Adaptação do esquema proposto por Bellemain e Lima (2002)

³ Um quadro é constituído de objetos de um ramo da matemática, das relações entre esses objetos, de suas formulações eventualmente diversas e das imagens mentais que o sujeito associa num dado momento, a esses objetos e relações. Admitimos que as imagens mentais representam um papel importante no funcionamento como instrumento, dos objetos do quadro. Dois quadros podem comportar os mesmos objetos e diferir pelas imagens mentais e pelas problemáticas desenvolvidas. Além disso, a familiaridade e a experiência podem conduzir a conflitos entre aquilo que o sujeito espera e o que se produz efetivamente, levando-o por consequência, a refazer suas imagens ou fazê-las evoluir. Nós conceberemos a noção de quadro como uma noção dinâmica. (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989, p.389).

As superfícies são, portanto, “objetos geométricos dos quais a área é um atributo” (BELLEMAIN; BRONNER; LARGUIER, 2017, p. 144), enquanto que a área “trata-se de um tipo de grandeza, que se relaciona com outros tipos de grandeza geométrica: comprimento, volume, abertura de ângulo” (BELLEMAIN; BRONNER; LARGUIER, 2017, p. 144). Assim, nessa modelização, a distinção entre superfície e área, e entre área e número são aspectos importantes a considerar, pois o primeiro fator contribui para a percepção de que figuras diferentes podem ter áreas iguais, e o segundo, aponta para a invariância da área diante da mudança de unidade de medida escolhida, isto é, ao medir a área de uma figura com diferentes unidades, obtêm-se números diferentes para expressar a medida da área, entretanto, a área permanece invariante, ou seja, não se altera.

Além da distinção entre os quadros destacado por essa modelização, há a necessidade de estabelecer relações pertinentes entre eles, por exemplo, para medir a área de uma figura retangular recorreremos a conhecimentos geométricos mediante o reconhecimento do objeto associado ao atributo a ser medido (superfície), ao das grandezas a partir da escolha da unidade de medida adequada (cm^2 , m^2 , etc.), e dos números por meio das medidas obtidas pelo processo de medição.

A não distinção entre área e superfície e entre área e número, pode desencadear dificuldades nos estudantes, as quais são justificadas pelo que Douady e Perrin-Glorian (1989, p.395) chamam de concepção geométrica e concepção numérica, sendo a primeira ligada ao quadro geométrico e a segunda vinculada ao quadro numérico. Segundo as autoras, os problemas de área invocam relações entre o quadro geométrico e o numérico e a não articulação desses quadros põe em evidência apenas um aspecto, gerando assim, as concepções. As autoras perceberam que os estudantes ora desenvolviam uma concepção geométrica, ora apresentavam uma concepção numérica, mas algumas vezes também apresentavam as duas sendo de formas independentes.

Segundo Balacheff (1988), as concepções geométricas são caracterizadas pela confusão entre área e superfície, perímetro e contorno. Assim, o estudante que mobiliza este tipo de concepção tende a fazer confusão entre área e perímetro, ou ainda pensar que ao transformar uma figura por decomposição e composição, por exemplo, as áreas da segunda figura e da figura inicial são distintas, associando que a área varia de acordo com a superfície.

As concepções numéricas, para Douady e Perrin-Glorian (1989) são aquelas segundo as quais, o aluno só considera os aspectos pertinentes para o cálculo, ou seja, os aspectos geométricos necessários para o tratamento de diversas tarefas sobre área são desconsiderados. A mobilização desse tipo de concepção explica erros como o uso de fórmulas produzidas inadequadamente, a comparação de grandezas de naturezas distintas ou a utilização inadequada de unidades de medidas.

Teoria Antropológica do Didático - TAD

Segundo Bosch e Chevallard (1999) os instrumentos aos quais a TAD oferece para a modelização da atividade matemática é decorrente da evolução da teoria da transposição didática e da inserção da didática no campo da antropologia cognitiva. Dessa forma, a TAD se instaura a partir de dois problemas básicos:

1. [...] a necessidade do investigador se emancipar dos modelos epistemológicos dominantes das instituições escolares (Chevallard, 2006) (isso implica que a TAD nos proporciona noções para libertarmos da maneira como é considerado o saber matemático e a atividade matemática nas instituições escolares).
2. [...] o questionamento das condições e restrições que afetam todo o processo de difusão do saber matemático na escola (ou seja, o estudo do que torna possível o ensino e aprendizagem da matemática, o que o dificulta, etc.). (BOSCH, et al, 2006, p. 38. Tradução nossa⁴).

A inserção da didática no campo antropológico coloca em destaque a distinção de certos tipos de objetos: a instituição, indivíduo e as posições as quais os indivíduos ocupam nas instituições. Ao assumir uma posição dentro da instituição, o indivíduo não só se assujeita às imposições que lhes são colocadas, mas também, passa a relacionar com os objetos de estudo que são postos à vida na instituição tornando-se “sujeitos ativos que ajudam a manter vivas as instituições pelo próprio fato de estar sujeito a elas” (BOSCH; CHEVALLARD, 1999, p. 4).

Do ponto de vista do modelo teórico, a instituição, é, portanto, “um dispositivo social – “total” –, que certamente pode ter apenas uma extensão muito reduzida no

⁴[...] la necesidad del investigador de emanciparse de los modelos epistemológicos dominantes en las instituciones escolares (Chevallard, 2006) (lo que implica que la TAD nos proporciona nociones para liberarnos de la manera en la que se consideran el conocimiento matemático y la actividad matemática en las instituciones escolares).

[...] el cuestionamiento de las condiciones y restricciones que afectan a todo proceso de difusión del conocimiento matemático en la escuela (es decir, el estudio de lo que hace posible la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, lo que lo dificulta, etcétera).

espaço social (...), mas que permite – e impõe – a seus sujeitos (...) maneiras próprias de fazer e pensar” (CHEVALLARD, 2003, p. 2).

Para Chevallard (1999), o saber é uma forma de organização de conhecimento fruto da ação humana institucional, seja ela com a finalidade de produção, uso, ensino ou transposição. O conhecimento, do ponto de vista da teorização, entra em cena a partir da noção de relação, assim um objeto *O* passa a existir quando um indivíduo ou uma instituição o (re)conhece.

Nesse estudo, estamos assumindo o 6º ano do ensino fundamental como instituição e a área de figuras planas como objeto. Nessa configuração, o professor e seus alunos, são sujeitos que assumem posições diferentes e exercem funções específicas do ponto de vista da expectativa institucional. De um lado, o professor, na posição de representante da instituição, tem a responsabilidade de realizar a transposição interna e o ensino dos saberes que estão preconizados nos documentos orientadores (orientações curriculares, livro didático, etc.) os quais norteiam às expectativas da instituição. Do outro, se encontra o estudante, que do ponto de vista das intenções da instituição em foco, tem a responsabilidade de aprender os saberes ensinados, ou seja, modificar sua relação pessoal num sentido de aumentar a conformidade com o que a instituição espera que ele incorpore em seu sistema de conhecimentos.

Para modelizar as atividades realizadas na instituição, a TAD faz uso de uma ferramenta chamada de praxeologia. Nesse sentido, Bosch e Chevallard (1999, p.81), postulam que “toda prática institucional pode ser analisada de diferentes pontos de vista e de diferentes formas, por um sistema de tarefas relativamente bem circunscritas que se destacam no fluxo da prática”.

Em termos de praxeologia, o saber se organiza em dois níveis: o da práxis – ligado ao saber-fazer – no qual estão inseridos os tipos de tarefas e as técnicas construídas e utilizadas para abordá-las e, o logos – o saber – constituído pelos aspectos descritivos, que organiza, por exemplo, a atividade matemática (OTERO, 2013). No âmbito da praxeologia, se encontram as noções de tipos de tarefa, técnica, tecnologias e teoria.

O termo tipo de tarefa utilizado por Chevallard e seus colaboradores compreende a realização de uma ação humana específica. Ele está estruturado por um verbo – que constitui o gênero da tarefa – e um complemento. Assim, quando falamos em “determinar” não estamos deixando preciso que objeto precisa ser determinado, neste caso, estamos explicitando apenas o gênero da tarefa.

Ao longo da escolaridade, os alunos são confrontados a vários tipos de tarefas que podem ser reunidos no gênero determinar, como por exemplo, determinar as raízes de uma equação do segundo grau, determinar a quantidade de vértices de um sólido geométrico, ou ainda, determinar a área de uma figura. O tipo de tarefa, por sua vez, reúne diversas tarefas que podem ser agrupadas em subtipos. Nessa direção, para o tipo de tarefa determinar a área de uma figura pode-se pensar em diferentes subtipos como: determinar a área do paralelogramo, determinar a área de uma figura desenhada na malha quadriculada, determinar a área da superfície total de um sólido, dentre outras.

Na tentativa de resolver as tarefas do tipo T, somos conduzidos a recorrer a certas maneiras de fazer, o que em termos de praxeologia é chamado de técnica. Isso implica dizer que, geralmente associado a um tipo de tarefa existe pelo menos uma maneira de fazer (técnica) utilizada para resolver o conjunto e/ou parte do conjunto de tarefas, que compõem aquele tipo T, a qual é reconhecida e legitimada pela instituição de uso.

Os conceitos de tipo de tarefa e técnica, propostos pela TAD, constituem um saber-fazer próprio da instituição, mas não são sustentados por si sós, necessitam de um discurso que justifique a técnica, de maneira que garanta que esta cumpra bem a tarefa do tipo T, explique por que a técnica funciona bem, e ainda, seja capaz de produzir novas técnicas. A esse discurso, Chevallard (1999) denomina de tecnologia.

Entretanto, a tríade formada por (tipo de tarefa, técnica e tecnologia) ainda não consegue dar conta da análise de uma prática institucional, visto que, existe a necessidade de sustentabilidade do discurso sobre a técnica utilizada. Chega-se então, a um nível em que se encontram as definições, os postulados, os teoremas, entre outros, que justificam, esclarecem e produzem novas tecnologias, chamado de teoria.

Chevallard (1999) postula que as praxeologias podem ser classificadas em pontuais, locais, regionais e globais. Assim, quando uma praxeologia é formada a partir de um único tipo de tarefa é denominada de praxeologia pontual; quando uma praxeologia põe em evidência a tecnologia, agregando várias praxeologias pontuais, temos uma praxeologia local; quando uma mesma teoria agrega várias tecnologias, temos uma praxeologia regional; por fim, quando várias teorias estão em evidência devido à agregação de diversas praxeologias regionais, temos então, uma praxeologia global.

Ao estudar as praxeologias relativas a um saber, em uma determinada instituição, o pesquisador pode buscar a modelização das praxeologias nesses diferentes níveis. Assim, pode buscar os tipos de tarefas presentes no estudo, apontando as técnicas, as tecnologias e as teorias que os envolvem; observar as tecnologias identificando os pares (tipo de tarefas, técnicas) que estão associados; olhar para a teoria identificando as tecnologias que estão associadas; ou ainda, olhar para diversas teorias que são postas à vida na realização do estudo. Nesse trabalho, por exemplo, lançamos mão da modelização das praxeologias pontuais, organizando-as mediante as tecnologias as quais justificam, esclarecem e validam as técnicas utilizadas no cumprimento das tarefas.

Algumas escolhas metodológicas

Este estudo apresenta uma perspectiva metodológica de abordagem qualitativa com o propósito de caracterizar a praxeologia matemática local posta à vida durante a abordagem do saber áreas de figuras planas no 6º ano. Sabemos que para desenvolver uma organização matemática apropriada a uma aula e projetar uma praxeologia didática, o professor submete o saber a transformações adaptativas de modo que o conduza a um estágio em que seja capaz de ser compreendido por seus alunos. No intuito de descrever essas transformações realizadas pelo professor, modelizamos as praxeologias matemáticas pontuais postas à vida no ensino de áreas, e em seguida, as organizamos levando em consideração às tecnologias comuns utilizadas para justificar as técnicas aplicadas.

Escolhemos enquanto participante da pesquisa, uma professora de matemática que estava a lecionar no 6º ano do Ensino Fundamental numa escola pública municipal, que prontamente se disponibilizou em participar da pesquisa.

Para modelizar a organização matemática aplicada pela professora utilizamos primeiramente a videogravação para registrar as aulas destinadas ao ensino do saber áreas de figuras planas. Elegemos esse instrumento de coleta, tendo em vista que a partir dele é possível registrar tanto as ações corporais realizadas pela professora, como também, o modo como ela se relaciona com os objetos matemáticos, o que permite de certa forma, observar tanto os gestos matemáticos como didáticos durante as aulas.

Em seguida realizamos a transcrição dessas aulas, por acreditarmos que “este instrumento permite ao pesquisador uma análise criteriosa a respeito de cada fala dos participantes da pesquisa” (LIMA, 2015, p. 3). A partir da transcrição das aulas, buscamos identificar os tipos de tarefas, as técnicas e os elementos

tecnológico-teóricos, caracterizando assim, a organização matemática eleita pela professora.

O modelo praxeológico de referência usado para a análise da organização matemática, apoia-se nas pesquisas de Régine Douady e Marie-Jeanne Perrin-Glorian e em inúmeras pesquisas brasileiras que consideram a área de uma figura plana como uma grandeza geométrica. Trazemos no quadro abaixo esses elementos, de modo que, os tipos de tarefas para a grandeza área, constituem-se nossas categorias, e as técnicas e os elementos tecnológico-teóricos, constituem nossos critérios de análise.

Quadro 1- Categorias e critérios de análises presentes no ensino da área realizada pela professora

| Categorias Analíticas | Critérios de Análise | |
|-----------------------|--|--|
| Comparar áreas | Quantidade de superfícies a comparar; Natureza da superfície a comparar; Utilização do suporte (figuras); Tipo de papel (malha, em branco). | |
| | Técnicas de resolução: | Elementos tecnológico-teóricos envolvidos: |
| | Numéricas | Relação de ordem dos números reais positivos |
| | Inclusão e superposição | Invariância da área por isometria. |
| | Equidecomposição (decomposição e recomposição de figuras, e, corte e colagem) | Invariância da área por isometria; Aditividade de áreas. |
| | Relação entre área e comprimento | Área enquanto grandeza bidimensional: relação estabelecida entre o comprimento e a área presentes nas fórmulas algébricas (área é o produto de dois comprimentos). |
| Determinar uma área | Características das medidas utilizadas: Unidade de medida exata não convencional Unidade de medida exata convencional | |
| | Técnicas de resolução: | Elementos tecnológico-teóricos envolvidos: |
| | Ladrilhamento | Aditividade de áreas; Configuração retangular; Função medida. |

| | | |
|---|---|--|
| | Adição e subtração de áreas | Aditividade de áreas |
| | Uso de fórmulas | Bidimensionalidade da área em relação ao comprimento. |
| Estudar os efeitos de deformação e transformação geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies | Características das deformações e transformações: Variação da área Conservação da área | |
| | Técnicas de resolução: | Elementos tecnológico-teóricos envolvidos: |
| | Variação e conservação da área durante transformação geométrica. | Propriedade da invariância da área por meio da isometria; Justificativa da homotetia: sendo k a razão entre o comprimento de duas figuras (F e F') construídas por homotetia, de modo que: $k < 1$, então, $AF < AF'$; $k > 1$, então, $AF > AF'$; $k = 1$ então, $AF = AF'$. |
| | Otimização da área sobre restrições. | Bidimensionalidade da área em relação ao comprimento. A multiplicação de um fator k à medida da grandeza linear (comprimento). |
| Produzir uma superfície de área dada | Características das produções: Produção de superfícies de mesma área que uma superfície dada | |
| | Técnicas de resolução: | Elementos tecnológico-teóricos envolvidos: |
| | Contagem das unidades de área | Propriedades da invariância por isometria; Aditividade de áreas; Função medida. |
| | Corte e colagem | Aditividade de áreas; Propriedades da invariância por isometria. |
| | Deformações que permitem manter a área ⁵ | Triângulos de mesma base e mesma altura têm a mesma área. Paralelogramos de mesma base e mesma altura têm a mesma área. |

⁵ Essa técnica pode ser utilizada diante de tarefas em que a área é considerada enquanto grandeza bidimensional e as figuras envolvidas são triângulos e paralelogramos.

| | | |
|--|---|---|
| | Produção de superfície com área maior ou menor que área dada. | |
| | Técnicas de resolução: | Elementos tecnológico-teóricos envolvidos: |
| | Construir uma superfície no interior (ou exterior) da superfície inicial. | Propriedade da Monotonicidade; Aditividade de áreas. |
| | Cortar (ou adicionar) uma peça a superfície inicial. | Propriedade da Monotonicidade; Aditividade de áreas. |
| | Contagem das unidades de medida e/ou cálculos. | Relação de ordem dos números reais positivos. |
| | Produção de superfície de área dada. | |
| | Podem ser colocadas em prática as mesmas técnicas ou combinação de técnicas que são utilizadas para produzir superfícies de mesma que uma superfície área dada. | |
| Converter unidades de área | Característica da unidade de medida: Não convencional | |
| | Técnicas de resolução: | Elementos tecnológico-teóricos envolvidos: |
| | Transferir uma medida a outra por uma relação numérica. | Classe de equivalência de figuras de mesma área; Relação de proporção entre as unidades envolvidas. |
| | Convencional | |
| | Técnicas de resolução: | Elementos tecnológico-teóricos envolvidos: |
| | Tabela de unidades de área | Propriedades dos números decimais |
| | Adicionar ou retirar zero | Propriedade associada ao sistema de numeração decimal |
| | Transferir uma medida a outra por uma relação numérica | Classe de equivalência de figuras de mesma área; Relação de proporção entre as unidades envolvidas. |
| Determinar o valor de uma espécie de grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área. | Técnicas de resolução: | Elementos tecnológico-teóricos envolvidos: |
| | Aplicar a razão e/ou proporção entre as grandezas envolvidas; | Proporcionalidade |
| | Aplicar fórmula para o cálculo da área | Área enquanto função bi-linear em relação ao comprimento. |

Fonte: Moura (2019)

Mapeamento das tarefas presentes no estudo conduzido pela professora

Realizando uma análise das aulas gravadas, constatamos que a professora trabalhou em conjunto com os estudantes 43 tarefas relacionadas à área de figuras planas. Estamos computando apenas as tarefas que foram respondidas pela professora e/ou pelos estudantes sob a sua supervisão e validação. Neste total, estão inclusos todos os itens propostos, isto é, na questão em que apresentava os itens “a”, “b” e “c”, por exemplo, são computadas como três tarefas, e tendo, por exemplo, o item “a” duas perguntas, computamos como um total de quatro tarefas.

Algumas perguntas colocadas nos exercícios propostos pela professora buscavam incentivar os estudantes a descreverem a técnica utilizada para resolver determinada questão. Entendemos que estes questionamentos permitem ter mais clareza dos elementos de técnicas utilizadas para o cumprimento de uma determinada tarefa, entretanto, não se constituem como estritamente tarefa matemática. Trata-se mais, no nosso entendimento, de uma demanda de explicação de elementos tecnológico-teóricos relacionados à técnica empregada para resolver certa tarefa. Assim, faremos uso dessas justificativas para descrever o passo a passo da técnica utilizada pela professora e pelos estudantes, mas não contabilizamos questões desse tipo como tarefas.

As 43 tarefas constatadas foram categorizadas em cinco tipos de tarefas. Desse total, 30,2 % correspondem às tarefas exploradas pela professora na exposição do conteúdo, e 69,8 % contemplam as tarefas em que os alunos foram convidados a realizar. Trazemos esse quantitativo na tabela 1, a seguir.

Tabela 1- Quantitativo de tarefas do tipo T referente a áreas de figuras planas nas aulas da professora

| Tipo de tarefa | Tarefas exploradas pela professora na exposição do conteúdo | | Tarefas a serem realizadas pelos estudantes | | Total de tarefas | |
|--------------------|---|------|---|------|------------------|------|
| | Quant | % | Quant | % | Quant | % |
| T1: Comparar áreas | 01 | 12,5 | 07 | 87,5 | 08 | 18,6 |

| | | | | | | |
|--|----|-------|----|-------|----|-------|
| T2: Determinar uma área | 10 | 38,5 | 16 | 61,5 | 26 | 60,5 |
| T3: Estudar os efeitos de deformação e transformação geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies | 01 | 100,0 | - | - | 01 | 2,3 |
| T4: Produzir uma superfície de área dada | 01 | 14,3 | 06 | 85,7 | 07 | 16,3 |
| T6: Determinar o valor de uma espécie de grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área. | - | - | 01 | 100,0 | 01 | 2,3 |
| TOTAL | 13 | 30,2 | 30 | 69,8 | 43 | 100,0 |

Fonte: Moura (2019)

De acordo com as informações da tabela, percebemos a predominância de tarefas do tipo T2: Determinar uma área, tanto na exposição do conteúdo (38,5%) como nos exercícios propostos aos alunos (61,5%). As informações da tabela também revelam a ausência da exploração de tarefas do tipo T3: Estudar os efeitos de deformação e transformação geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies nas atividades propostas aos estudantes, assim como, a presença de tarefas do tipo T6: Determinar o valor de uma espécie de grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área, apenas nas atividades em que os estudantes foram convidados a responder.

Com relação aos tipos de tarefas considerados *a priori* nesse trabalho, não identificamos no estudo conduzido pela professora, a presença de tarefas dos tipos: T5: Converter unidades de área. Do conjunto de tarefas abordado pela professora no estudo do saber área de figuras planas, categorizamos em nove subtipos de tarefas. Essa categorização está descrita na tabela abaixo.

Tabela 2 - Tipos e subtipos de tarefas relativos a áreas de figuras planas presentes na condução do estudo realizado pela professora

| Tipo de tarefa (T) | Subtipos de tarefas (St) | Quantidade de tarefas exploradas pela | Quantidade de tarefas a serem realizadas | Total de tarefas |
|--------------------|--------------------------|---------------------------------------|--|------------------|
|--------------------|--------------------------|---------------------------------------|--|------------------|

| | | professora na exposição do conteúdo | pelos estudantes | |
|---|---|---|---------------------|----|
| T1: Comparar áreas | St11 - Comparar as áreas de figuras sem unidades de medidas; | - | 06 | 06 |
| | St12 - Comparar as áreas de figuras utilizando unidades de medidas; | 01 | 01 | 02 |
| T2: Determinar uma área | St21-Determinar a área de uma figura desenhada na malha; | 03 | 06 | 09 |
| | St22- Determinar a área de um quadrado; | 02 | 03 | 05 |
| | St23- Determinar a área de um retângulo; | 04 | 05 | 09 |
| | St24- Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em polígonos. | 01 | 02 | 03 |
| T3: Estudar os efeitos de deformação e transformação geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies | St31- Estudar efeitos de modificações das figuras sobre sua área e sobre seu perímetro. | 01 | - | 01 |
| T4: Produzir uma superfície de área dada | St41- Produzir superfícies de mesma área; | 01 | 04 | 05 |
| | St42- Produzir uma superfície de área maior ou menor que a área de uma figura dada. | - | 02 | 02 |
| T6: Determinar o valor de uma espécie de grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados | - | - | 01 | 01 |

| | | | | |
|-------------------|--|----|----|----|
| relativos à área. | | | | |
| TOTAL | | 13 | 30 | 43 |

Fonte: Moura (2019)

As informações da tabela atestam que os subtipos St11 e St42, passam a aparecer no estudo do saber área a partir das tarefas que são colocadas para os estudantes responderem, contrariamente ao St31, que surge na realização do estudo da área a partir da exposição realizada pela professora.

Para termos uma visão geral dos subtipos de tarefas trabalhados por encontro, trazemos no quadro 2, a seguir, a distribuição desses subtipos obedecendo à ordem com que as tarefas propostas vão aparecendo no decorrer da exposição do saber pela professora, como também nas tarefas colocadas para os estudantes realizarem.

Quadro 2- Distribuição dos tipos e subtipos de tarefas ao longo das aulas da professora

| Data e Carga Horária | Aulas do horário escolar | Subtipos de tarefas presentes na exposição do saber conduzida pela professora | Subtipos de tarefas a serem realizadas pelos estudantes |
|----------------------|--------------------------|---|---|
| 21/09/2018 3h/a | 1ª e 2ª aulas | St22- Determinar a área de um quadrado; St23- Determinar a área de um retângulo; St12- Comparar as áreas de figuras utilizando unidades de medidas; St41- Produzir superfícies de mesma área; T3- Estudar efeitos de modificações das figuras sobre sua área e sobre seu perímetro. | St11- Comparar as áreas de figuras sem unidades de medidas; St41- Produzir superfícies de mesma área; St22- Determinar a área de um quadrado. |

| | | | |
|------------|-----------------|--|---|
| | 5ª aula | - | <p>St22- Determinar a área de um quadrado;</p> <p>St11- Comparar as áreas de figuras sem unidades de medidas;</p> <p>St41- Produzir superfícies de mesma área.</p> |
| 28/09/2018 | 1ª e 2ª aulas | - | St11- Comparar as áreas de figuras sem unidades de medidas; |
| | 3h/a 5ª aula | - | <p>St41- Produzir superfícies de mesma área;</p> <p>St42- Produzir uma superfície de área maior ou menor que a área de uma figura dada;</p> <p>St12- Comparar área de figuras utilizando unidades de medidas.</p> |
| 02/10/2018 | 3h/a 3ª aula | - | <p>St11- Comparar área de figuras utilizando unidades de medidas;</p> <p>St23- Determinar a área de um retângulo.</p> |
| | 4ª e 5ª aulas | St24- Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados). | <p>St22- Determinar a área de um quadrado;</p> <p>St23- Determinar a área de um retângulo;</p> <p>St24- Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados).</p> |
| 09/10/2018 | 3h/a 3ª aula | St23- Determinar a área de um retângulo. | <p>St22-Determinar a área de um quadrado;</p> <p>St23- Determinar a área de um retângulo.</p> |
| | 4ª e 5ª aulas | St23- Determinar a área de um quadrado. | <p>St24- Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados).</p> <p>St23- Determinar a área de um</p> |

| | | | |
|--------------------|---------------|--|--|
| | | | <p>retângulo;</p> <p>St23- Determinar a área de um quadrado;</p> <p>T6: Determinar o valor de uma espécie de grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área;</p> <p>St21-Determinar a área de uma figura desenhada em malha.</p> |
| 12/10/2018 2h/a | 1ª e 2ª aulas | St21-Determinar a área de uma figura desenhada em malha. | <p>St21-Determinar a área de uma figura desenhada em malha;</p> <p>St11- Comparar área de figuras sem unidades de medidas;</p> <p>St23- Determinar a área de um retângulo.</p> |

Fonte: Moura (2019)

Conforme as informações do quadro 2, acima, percebemos que o dia de aula em que foi abordado o maior número de tipos e subtipos de tarefas na exposição da professora foi o primeiro, no qual foram trabalhadas as tarefas dos subtipos St12, St22, St23, St41 e tarefas do tipo T3. Após esse dia, percebemos a exploração de tarefas de outros subtipos no 3º dia, onde é explorado o subtipo St24, e no último, no qual o subtipo St21 é contemplado.

Modelização das praxeologias pontuais das tarefas posta à vida pela professora na abordagem do saber

Para realizar o estudo de áreas de figuras planas, a professora dedicou cinco encontros, sendo os quatro primeiros com 150 minutos cada um, e, o último, com 100 minutos, perfazendo assim, um total de 14 h/a. No último encontro foram dedicados 50 minutos para a aplicação de uma atividade avaliativa referente ao conteúdo trabalhado.

O primeiro contato dos estudantes com o conteúdo áreas de figuras no 6º ano do ensino fundamental foi realizado no dia 21 de setembro de 2018 no horário da tarde, especificamente na 1ª, 2ª e 5ª aulas.

Diante da análise da abordagem do saber realizada pela professora, modelizamos as praxeologias pontuais conforme a descrição do quadro 3, a seguir.

Quadro 3 - Praxeologias pontuais relativas aos subtipos de tarefas explorados na exposição do conteúdo pela professora

| Tipo de tarefa (T) | Subtipo de tarefa (St) | Técnica (τ) | Elemento tecnológico-teórico (θ - Θ) |
|-------------------------|--|--|---|
| T1: Comparar áreas | St12- Comparar as áreas de figuras utilizando unidades de medidas. | τ_{12} - Ladrilhar as figuras utilizando a mesma superfície unitária. Determinar a medida da área de cada figura mediante a contagem da quantidade de superfícies unitárias necessárias para recobrir cada figura. Ordenar no sentido crescente as medidas de área obtidas. | (θ - Θ)12- Ao ladrilhar figuras utilizando mesma superfície unitária, aquelas que apresentam mesma quantidade de superfície unitária tem mesma área, aquela que apresentar quantidade de superfícies unitárias maior tem maior área. |
| T2: Determinar uma área | St22- Determinar a área de um quadrado. | τ_{22} Ladrilhar a superfície com superfícies unitárias quadradas; realizar a contagem da quantidade de superfícies unitárias necessárias para recobrir a figura. | (θ - Θ) 22- A medida da área do quadrado é a quantidade de superfícies unitárias necessárias para recobrir a figura. A área está associada à ideia de pavimentação. |
| | St23- Determinar a área de um retângulo. | τ_{231} - Tomar os comprimentos dos lados adjacentes (comprimento e largura) e multiplicá-los. | (θ - Θ) 231- A área de um retângulo corresponde ao produto dos comprimentos dos lados adjacentes (comprimento e largura). Essa justificativa está apoiada no produto do número de linhas pela quantidade de superfícies unitárias contidas em cada linha, isto é, no significado da multiplicação enquanto configuração retangular. |
| | | τ_{232} - Ladrilhar a superfície com superfícies unitárias. Realizar a contagem da quantidade de superfícies unitárias | (θ - Θ) 232- A medida da área do retângulo é a quantidade de superfícies unitárias necessárias para recobrir a figura. A |

| | | | |
|---|---|--|--|
| | | necessárias para recobrir a figura. | área está associada à ideia de pavimentação. |
| T3: Estudar os efeitos de deformação e transformação geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies | St31- Estudar efeitos de modificações das figuras sobre sua área e sobre seu perímetro. | τ t31- Tomar uma figura ladrilhada em superfícies unitárias. Retirar algumas das superfícies unitárias e estudar a variação entre a área e o perímetro. | (θ - Θ) 31- Ao diminuir a área de uma figura dada, o perímetro pode manter-se, diminuir ou ficar maior que o da figura dada, graças às transformações geométricas as quais a figura é submetida. |
| T4: Produzir uma superfície de área dada | St41- Produzir superfícies de mesma área. | τ 41- Realizar a contagem da quantidade de superfícies unitárias da figura dada. Construir uma nova figura com a mesma quantidade de superfícies unitárias que a figura dada. | (θ - Θ) 41 – Ao escolher uma superfície unitária, figuras que apresentam a mesma quantidade de superfícies unitárias em seu interior têm a mesma área. |

Fonte: Moura (2019)

Modelização das praxeologias pontuais estabelecidas na condução do estudo das tarefas propostas pela professora mediante os exercícios

Para modelizarmos as praxeologias pontuais estabelecidas na condução do estudo das tarefas propostas mediante os exercícios, recorreremos às listas de exercícios organizadas pela professora e os exercícios do livro indicados por ela. Dessa forma, sintetizamos essa caracterização no quadro que segue.

Quadro 4- Praxeologias pontuais relativas aos subtipos de tarefas contemplados na lista de exercícios proposta pela professora

| Tipo de tarefa (T) | Subtipo de tarefa (St) | Técnica (τ) | Elemento tecnológico-teórico (θ - Θ) |
|--------------------|--|--|---|
| T1: Comparar áreas | St11- Comparar as áreas das figuras sem unidades de medidas. | τ 111- Tomar uma figura e sobrepor à outra. Verificar se elas se coincidem sem que haja espaços vazios no interior ou se uma cabe no interior da outra. | (θ - Θ) 111- Sobrepondo uma figura à outra se elas se coincidem sem haver espaços vazios no interior então as figuras apresentam a mesma área. Se uma cabe no interior da outra, a que cabe possui área |

| | | | |
|----------------------------|--|---|--|
| | | | menor. |
| | | τ 112- Decompor uma figura em partes. Recompôr as partes sem que haja perda ou sobreposição formando uma nova figura. Verificar se elas coincidem sem que haja espaços vazios no interior e/ou se uma cabe no interior da outra. | $(\theta - \Theta)$ 112- Ao decompor uma figura em partes, de forma que, ao combinar essas partes formem uma figura, tem-se: a) se as figuras se coincidem sem que haja espaços vazios no interior, então essas figuras possuem a mesma área (figuras superpostas mantém a área); b) se uma cabe no interior da outra, então a que cabe possui área menor que a outra. |
| | St12- Comparar as áreas de figuras utilizando unidades de medidas. | τ 12- Ladrilhar as figuras utilizando a mesma superfície unitária. Determinar a medida da área de cada figura mediante a contagem da quantidade de superfícies unitárias necessárias para recobrir cada figura. Ordenar no sentido crescente as medidas de área obtidas. | $(\theta - \Theta)$ 12- Ao ladrilhar figuras utilizando mesma superfície unitária, aquelas que apresentam mesma quantidade de superfície unitária tem mesma área, aquela que apresentar quantidade de superfícies maior tem maior área. |
| T2: Determinar uma área | St22- Determinar a área de um quadrado. | τ 221- Ladrilhar a figura com superfícies unitárias. Realizar a contagem da quantidade de superfícies unitárias necessárias para recobrir a figura. | $(\theta - \Theta)$ 221- A medida da área do quadrado é a quantidade de superfícies unitárias necessárias para recobrir a figura. A área está associada à ideia de pavimentação. |
| | St23- Determinar a área de um retângulo | τ 231- Tomar os comprimentos dos lados adjacentes (comprimento e largura) e multiplicá-los. | $(\theta - \Theta)$ 231- A área de um retângulo corresponde ao produto dos comprimentos dos lados adjacentes (comprimento e largura). Essa justificativa está apoiada no produto do número de linhas pela quantidade de superfícies |

| | | | |
|---|---|--|---|
| | | | unitárias contidas em cada linha, isto é, no significado da multiplicação enquanto configuração retangular. |
| T4: Produzir uma superfície de área dada | St41- Produzir superfícies de mesma área | <p>τ411- Realizar a contagem da quantidade de superfícies unitárias que a figura dada possui. Construir uma nova figura com a mesma quantidade de superfícies unitárias que a figura dada.</p> <p>τ412- Construir uma figura qualquer com certa quantidade de superfícies unitárias. Construir uma nova figura com mesma quantidade de superfícies unitárias que a figura construída inicialmente.</p> | (θ- Θ) 41 – Ao escolher uma superfície unitária, figuras que apresentam a mesma quantidade de superfícies unitárias em seu interior têm a mesma área. |
| | St42-Produzir uma superfície de área maior ou menor que a área de uma figura dada | <p>τ42- Realizar a contagem da quantidade de superfícies unitárias que a figura dada possui. Construir uma nova figura com uma quantidade de superfícies unitária maior e/ou menor que a figura dada.</p> | (θ- Θ) 42 - Ao escolher uma superfície unitária, figuras que apresentam diferentes quantidades de superfícies unitárias em seu interior possuem áreas diferentes. Tendo duas figuras construídas a partir de uma mesma superfície unitária, a que possui a maior quantidade de superfícies unitárias em seu interior possui a maior área. |

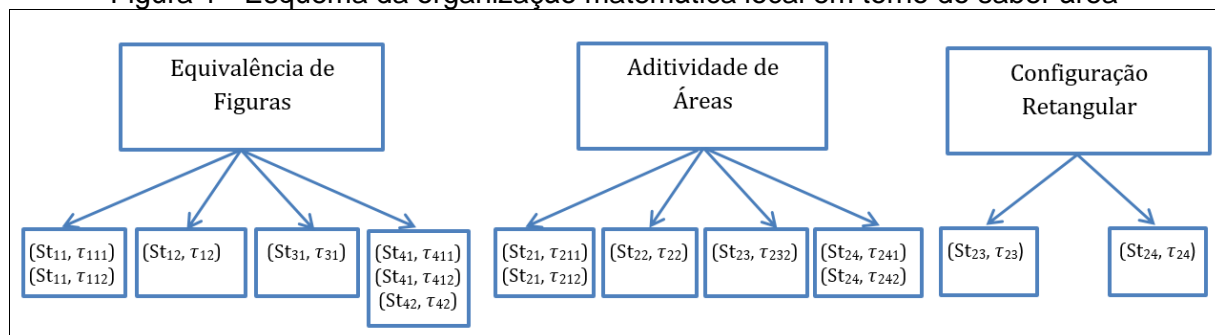
Fonte: Moura (2019)

Organização praxeológica local estabelecida no estudo de área de figuras planas conduzido pela professora

Na condução do estudo de área realizada pela professora, algumas tarefas foram cumpridas por meio de técnicas amparadas em uma mesma tecnologia. Fazendo o levantamento dessas tecnologias, percebemos que três delas aparecem com maior ênfase na justificativa das técnicas utilizadas, são elas: equivalência de figuras, aditividade de área e configuração retangular. Para situar o leitor, apresentamos resumidamente no esquema abaixo, as tecnologias identificadas e os pares (subtipos de tarefas/técnicas) a elas associadas. Escolhemos utilizar subtipos

ao invés de tipos de tarefas, pois percebemos que algumas técnicas utilizadas para cumprir tarefas de um mesmo tipo faziam uso de tecnologias diferentes. Assim, para termos elementos mais significativos, optamos por essa forma de categorização.

Figura 1 - Esquema da organização matemática local em torno do saber área



Fonte: Moura (2019)

Conforme podemos perceber na figura 1, acima, a tecnologia equivalência de figuras é utilizada para justificar as técnicas que envolvem a decomposição e recomposição de figuras, a sobreposição e inclusão de superfícies, o estudo da variação da área e do perímetro, e, a construção de figuras com mesmas áreas e/ou áreas diferentes, dessa forma ela inclui as praxeologias pontuais geradas a partir dos tipos de tarefas T1: Comparar áreas, e T4: Produzir uma superfície de área dada e do subtipo St31- Estudar os efeitos de modificações na figura sobre a sua área e sobre seu perímetro.

A tecnologia aditividade de áreas, por sua vez, é utilizada para justificar as técnicas que envolvem a contagem de superfícies unitárias e a adição e subtração de áreas. Na condução do estudo realizado pela professora essa tecnologia contempla a praxeologia pontual gerada em torno do tipo de tarefa T2: Determinar uma área. Já, a tecnologia configuração retangular, é usada para justificar as fórmulas para o cálculo da área do retângulo e do quadrado.

Considerações Finais

Buscamos discutir neste artigo, à luz da Teoria antropológica do Didático, particularmente, a organização local posta à vida por uma professora durante o ensino do saber áreas de figuras planas no 6º ano do Ensino Fundamental.

Dividimos a análise da condução da aula em dois momentos: o primeiro refere à exposição do conteúdo realizada pela professora, e o segundo refere-se à exploração das tarefas colocadas para os estudantes resolverem. No primeiro episódio, percebemos que a professora trabalhou tarefas contemplando pelo menos 4 tipos: T1: Comparar áreas, T2: Determinar uma área, T3: Estudar os efeitos de

deformação e transformação geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies, e T4: Produzir uma superfície de área dada. Já no segundo episódio, percebemos a ausência do T3 e a inclusão do T6: Determinar o valor de uma espécie de grandeza diferente da área, em problemas cujo enunciado comporta dados relativos à área.

Dos tipos de tarefas presentes no primeiro momento, reorganizamos em cinco subtipos, da seguinte forma: St12- Comparar áreas de figuras utilizando unidades de medida; St22- Determinar a área do quadrado; St23: Determinar a área do retângulo; St24- Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em polígonos; St31- Estudar efeitos de modificações das figuras sobre sua área e sobre seu perímetro; St41- Produzir figuras de mesma área.

No tocante à exploração das tarefas colocadas para os estudantes responderem, identificamos oito (8) subtipos de tarefas, foram eles: St11- Comparar áreas de figuras sem unidades de medida; St12- Comparar áreas de figuras utilizando unidades de medida; St11- Determinar a área de uma figura desenhada em malha; St22- Determinar a área do quadrado; St23: Determinar a área do retângulo; St24- Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em polígonos; St41- Produzir figuras de mesma área; e, St42- Produzir uma superfície com área maior ou menor que uma figura dada.

Ao confrontarmos os subtipos de tarefas colocados nos dois momentos, percebemos que as tarefas dos subtipos St11, St21, e St42 foram deixadas a cargo do estudante a escolha de uma técnica plausível para cumpri-las, enquanto que para os demais foram esboçadas algumas técnicas.

A análise da aula conduzida pela professora revelou que as técnicas priorizadas para o cumprimento das tarefas propostas consistiram na decomposição e recomposição, na inclusão e sobreposição, na contagem de superfícies unitárias, na adição e subtração de áreas, no ladrilhamento de superfícies, e, na aplicação da fórmula para o cálculo da área do quadrado e do retângulo, sendo esta última utilizada com maior frequência. Os elementos tecnológico-teóricos utilizados para justificar os modos de fazer nem sempre apareceram de maneira explícita, mas quando é enfatizado, acontece com maior frequência no momento da realização da exposição do saber pela professora do que quando ela está corrigindo as tarefas com os estudantes.

Percebemos que as tecnologias utilizadas para justificar os modos de fazer as tarefas se concentraram em três: Equivalência de figuras, aditividade de áreas e

configuração retangular. Sendo que, a primeira foi utilizada para justificar as técnicas aplicadas às tarefas dos subtipos de tarefas: St11- Comparar áreas de figuras sem unidades de medida; St12- Comparar áreas de figuras utilizando unidades de medida e St31- Estudar efeitos de modificações das figuras sobre sua área e sobre seu perímetro, St41- Produzir figuras de mesma área; e, St42- Produzir uma superfície com área maior ou menor que uma figura dada.

A segunda foi utilizada diante das técnicas aplicadas às tarefas dos subtipos: St21- Determinar a área de uma figura desenhada em malha; St22- Determinar a área do quadrado; St23: Determinar a área do retângulo; St24- Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados).

Finalmente, a terceira, diante das técnicas aplicadas às tarefas dos subtipos: St23: Determinar a área do retângulo; St24- Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados).

Percebemos também que a aditividade de área e a configuração retangular são utilizadas para justificar as técnicas aplicadas diante das tarefas dos subtipos St23 e St24, mediante, respectivamente, a técnica do ladrilhamento e a aplicação da fórmula da área do retângulo.

Embora nossos resultados apontem para a existência de uma maior concentração de tarefas propostas do tipo T2: Determinar uma área, percebemos que a abordagem de tarefas de outros tipos, favoreceu elementos para a construção da área enquanto grandeza. Dessa forma, entendemos que o trabalho com uma diversidade de tarefas de diferentes tipos durante a abordagem do saber, contribui para os estudantes desenvolverem um repertório de conhecimentos amplo, mediante a articulação dos blocos prático-técnico e tecnológico-teórico.

Referências

ANWANDTER-CUELLAR, Nathalie. **Place et rôle des grandeurs dans la construction des domaines mathématiques numérique, fonctionnel et géométrique et de leurs interrelations dans l'enseignement au collège en France**. 2012. 512f. Tese (Doutorado em Histoire Philosophie et Didactique des Sciences)- Université Montpellier 2, Montpellier.

BALACHEFF, Nicolas. **Processus de preuve chez des élèves de collège**. 1988. 608f. Tese (Doutorado em Sciences didactique des Mathématiques. Université Joseph Fourier. Grenoble.

BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar; BRONNER, Alain.; LARGUIER, Mirène. Análise comparativa da relação institucional à grandeza área no 6º ano no Brasil e na França. In: Rosinalda Aurora de Melo Teles, Rute Elizabete de Souza Rosa Borba, Carlos Eduardo Ferreira Monteiro (Org). In: **Investigações em didática da matemática** [recurso eletrônico]. Recife: Ed.UFPE, 2017.

BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar; LIMA, Paulo Figueredo. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no ensino fundamental**. Natal: SBHMat, 2002.

BOSCH, Mariana.; CHEVALLARD, Yves. La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. In: **Recherches en didactique des mathématiques**. França. vol. 19, no 1, p. 77-124, 1999.

BOSCH, Mariana.; GARCIA, Francisco Javier; GASCÓN, Josep.; RUIZ HIGUERAS, Luisa. La modelización matemática y el problema de la articulación de la matemática escolar: una propuesta desde la teoría antropológica de lo didáctico. **Educación Matemática**, vol. 18, n. 2,p. 37-74, agosto, 2006.

CHEVALLARD, Yves. El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. **Recherches en didactique des mathématiques**. França. vol.19, nº 2, 221-226, 1999.

DAINA, Audrey. **Utilisation des ressources: de la préparation d'une séquence à sa réalisation dans la classe de mathématiques / cinq études de cas sur la notion d'aire dans l'enseignement primaire genevois**. 2013. 302f. Tese (Doutorado em Sciences de l'Education). Universidade de Genève. Genève.

DOUADY, Régine; PERRIN- GLORIAN, Marie-Jane. (1989). Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. **Educational Studies in Mathematics**, vol. 20, n.4, p. 387- 424.

LIMA, Fernando Henrique. Um método de transcrições e análise de vídeos: a evolução de uma estratégia. In: VII Encontro Mineiro de Educação Matemática (VII EMEM), 2015, São João Del Rei. **Anais...** São João Del Rei: Universidade Federal de São João Del Rei, 2015. v. 7. p. 1-11.

SANTOS, Marilene Rosa dos. **A Transposição Didática do conceito de área de figuras geométricas planas no 6º ano do ensino fundamental: um olhar sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático**. 2015. 281f. Tese (Doutorado em Ensino das Ciências e Matemática). Universidade Federal Rural de Pernambuco. Recife.

Submetido em dezembro de 2020.

Aceito em junho de 2021.