

**Pensamento Crítico e Criativo em Matemática: uma
Abordagem a partir de Problemas Fechados e Problemas
Abertos**

**Critical and Creative Thinking in Mathematics: an Approach
Based on Closed and Open-ended Problems**

Mateus Gianni Fonseca¹

Cleyton Hércules Gontijo²

RESUMO

O desenvolvimento do pensamento crítico e criativo é, cada vez mais, enfatizado no cenário internacional como algo necessário para o século XXI, o que tem induzido a inserção dos termos criatividade, pensamento criativo e pensamento crítico, entre outras variações, em diversos documentos educacionais. A Base Nacional Comum Curricular é um exemplo de documento que apresenta esses termos entre as competências gerais que os estudantes devem desenvolver ao longo da educação básica. Todavia, faz-se necessária a consolidação de um arcabouço teórico e metodológico que possa dar suporte para propostas pedagógicas que viabilizem o desenvolvimento desse tipo de pensamento nas mais variadas áreas do conhecimento e, em particular, no campo da matemática. Nesse sentido, o objetivo deste artigo é apresentar um referencial teórico-prático relacionado ao pensamento crítico e criativo em matemática, com vistas a subsidiar o trabalho dos professores em sala de aula.

PALAVRAS-CHAVE: Educação Matemática. Criatividade em Matemática. Pensamento Crítico e Criativo em Matemática. Tipos de Problemas. Resolução de Problemas.

ABSTRACT

The development of critical and creative thinking is increasingly emphasized on the international stage as a necessary skill for the 21st century, which has led to the inclusion of the terms creativity, creative thinking and critical thinking, among other variations, in various educational documents. The National Common Curricular Base is an example of a document that presents these terms among the general

¹ Doutor e Mestre em Educação. Graduado em Matemática. Professor do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Brasília (IFB). E-mail: mateus.fonseca@ifb.edu.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3373-2721>.

² Doutor em Psicologia. Mestre em Educação. Graduado em Ciências e Matemática. Professor do Departamento de Matemática e do Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade de Brasília (UnB). E-mail: cleyton@mat.unb.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6730-8243>.



skills that students must develop throughout basic education. However, it is necessary to consolidate a theoretical and methodological framework that can support pedagogical proposals that enable the development of these thinking skills in the most varied areas of knowledge and, in particular, in the field of mathematics. In this sense, the goal of this article is to present a theoretical and practical framework related to critical and creative thinking in order to subsidizing the work of teachers in the classroom.

KEYWORDS: Mathematical Education. Mathematical Creativity. Critical and Creative Thinking in Mathematics. Types of Problems. Problem solving.

Introdução

Tem sido recorrente, tanto no discurso acadêmico quanto no econômico, que é necessário estimular o pensamento crítico e criativo dos estudantes, dada a sua importância para a resolução de problemas em diferentes áreas (PARTNERSHIP FOR 21st CENTURY LEARNING, 2016; NEWTON; NEWTON, 2014; ORGANIZAÇÃO DAS NAÇÕES UNIDAS PARA A EDUCAÇÃO, A CIÊNCIA E A CULTURA, 2006; WECHSLER *et al.*, 2018). Documentos produzidos por diferentes organismos e instituições internacionais têm enfatizado que resolver problemas, tomar decisões, pensar de forma crítica e criativa vêm se tornando as principais competências para o sucesso individual e profissional no século XXI (OCDE, 2019; ORGANIZAÇÃO DAS NAÇÕES UNIDAS PARA A EDUCAÇÃO, A CIÊNCIA E A CULTURA, 2016; VINCENT-LANCRIN *et al.*, 2019).

Devido à importância dessas competências, faz-se necessário que as instituições educacionais invistam em ações pedagógicas que favoreçam o seu desenvolvimento. Isso requer que todos tenham clareza acerca do que constitui cada uma delas e de como elas podem ser estimuladas. Nesse texto, daremos ênfase ao pensamento crítico e criativo no campo da matemática e, por esse motivo, ilustraremos diferentes tipos de problemas que podem ser utilizados em sala de aula, já na educação básica.

Em relação ao constructo criatividade, Beghetto (2014) sinaliza que ele se refere à capacidade de apresentação de uma ideia, produto ou comportamento que combina novidade, originalidade, singularidade e adequação à tarefa ou utilidade conforme determinado pelo próprio indivíduo ou por outros em um contexto sociocultural e histórico específico. E no que se refere ao pensamento crítico, de acordo com Wechsler *et al.* (2018), trata-se de um constructo multidimensional relacionado aos processos de raciocínio, tanto dedutivo quanto indutivo, para alcançar um resultado desejado, envolvendo diferentes ações, como questionar a fonte do conhecimento, testar a validade das informações adquiridas, analisar a sua

confiabilidade e propor explicações apropriadas para tarefas ou situações específicas.

Esses constructos – criatividade e pensamento crítico – apesar de possuírem conceituações específicas, com campos de investigação próprios, não ocorrem de forma isolada. Em uma atividade de resolução de um problema, ambos se alternam, pois o pensamento, segundo Lipman (2003), é intrinsecamente crítico e criativo, visto que existem fases as quais requerem criatividade para gerar ideias novas e diferentes, alternadas por etapas que exigem avaliação e tomadas de decisão no curso das ações, o que caracteriza a ação do pensamento crítico.

Por que discutir pensamento crítico e criatividade, ou simplesmente pensamento crítico e criativo em matemática? Essa discussão se justifica por vários motivos, entre eles, o fato de a matemática ser uma área do conhecimento presente nos currículos da educação básica de inúmeros países e por constituir uma linguagem universal que possibilita explicar e modelar diversos problemas do mundo real. Além disso, o trabalho com as estruturas matemáticas contribui significativamente para o crescimento pessoal e científico, favorecendo ao indivíduo o desenvolvimento de competências e habilidades que instrumentalizam e estruturam o pensamento, capacitando-o para compreender e interpretar situações, se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar, avaliar e tirar conclusões próprias, tomar decisões e fazer generalizações.

Destacamos que, no contexto brasileiro, tanto nas diretrizes curriculares, como nas pesquisas acadêmicas e livros didáticos, existe uma carência de referências que discutam o pensamento crítico e criativo em matemática e que apontem estratégias de ensino que o favoreça (FONSECA; GONTIJO, 2020). Vale destacar que, embora estes documentos cite termos relacionados ao pensamento crítico e criativo em matemática, eles não os conceituam e nem apresentam estratégias pedagógicas que podem favorecer o seu desenvolvimento.

Considerando a importância de uma base conceitual para a discussão de ações pedagógicas, Fonseca e Gontijo (2020, p. 917) propuseram a seguinte definição para pensamento crítico e criativo em matemática, entendendo-o como:

A ação coordenada de geração de múltiplas e diferentes ideias para solucionar problemas (fluência e flexibilidade de pensamento) com o processo de tomadas de decisão no curso da elaboração dessas ideias, envolvendo análises dos dados e avaliação de evidências de que os caminhos propostos são plausíveis e apropriados para se chegar à solução, argumentando em favor da melhor ideia para alcançar o objetivo do problema (originalidade ou adequação ao contexto). Em outras palavras, o uso do pensamento crítico e criativo

em matemática se materializa por meio da adoção de múltiplas estratégias para se encontrar resposta(s) para um mesmo problema associada à capacidade de refletir sobre as estratégias criadas, analisando-as, questionando-as e interpretando-as a fim de apresentar a melhor solução possível.

Essa forma de compreender o pensamento crítico e criativo em matemática pode ser considerada uma ampliação conceitual da caracterização de criatividade em matemática, proposta por Gontijo (2007); nela, o autor evidenciava dimensões do pensamento criativo (fluência, flexibilidade e originalidade), estratégias para estimular a criatividade (resolução de problema, elaboração de problemas e redefinição) e formas de expressão do pensamento criativo (produção textual, numérica, gráfica ou sequência de ações). Essa ampliação associa ao pensamento criativo o pensamento crítico, como elemento indissociável no processo de resolução e elaboração de problemas. E, a partir desses conceitos, resta a problematização: como estimular o pensamento crítico e criativo nas aulas de matemática?

Diferentes pesquisas, nacionais e internacionais, têm conseguido, a partir de constatações empíricas, oferecer pistas de como contribuir para responder a essa indagação. No cenário brasileiro, citamos as seguintes pesquisas como exemplos de produções que têm contribuído nessa área: Carvalho (2015, 2019), Carvalho e Gontijo (2020a, 2020b), Carvalho, Gontijo e Fonseca (2020), Farias (2015), Fonseca (2015; 2019a, 2019b), Fonseca e Gontijo (2020), Fonseca, Gontijo e Souza (2019), Fonseca, Gontijo e Zanetti (2018), Fonseca, Gontijo, Zanetti e Carvalho (2019); Gontijo (2007, 2015, 2018), Gontijo e Fonseca (2020), Silva (2016), Souza, Gontijo e Fonseca (2019) entre outras. Nessas produções, destacam-se o uso de técnicas de criatividade, tais como tempestade de ideias (*brainstorming*), lista de atributos, pensamento metafórico, entre outros; e a resolução de problemas, elaboração de problemas e redefinição de problemas como metodologias apropriadas no que diz respeito ao estímulo ao pensamento crítico e criativo em matemática.

Em relação às técnicas de criatividade, Gontijo (2015, p. 17), nos diz que elas:

Visam estimular os estudantes a resolverem problemas favorecendo a criação de soluções originais; regras, princípios e generalizações; novos algoritmos; novas questões e problemas e novos modelos matemáticos. Algumas técnicas possibilitam, também, uma profunda compreensão das concepções matemáticas enquanto os estudantes investigam um problema. [...] Além disso, o uso de técnicas de criatividade pode ser uma maneira muito eficaz para os alunos desenvolverem uma paixão pela aprendizagem da Matemática.

O uso de técnicas de criatividade deve ser guiado pelos objetivos que se pretende atingir e conforme as finalidades de cada técnica. Dacey e Conklin (2013) apontam que cada técnica pode colaborar de forma específica para o desenvolvimento da fluência, da flexibilidade e da originalidade de pensamento, atuando sobre uma ou mais dessas características simultaneamente.

Alguns pesquisadores se dedicaram a propor formas e modelos de aplicação de técnicas de criatividade no campo da matemática. Um exemplo é o trabalho de Sheffield (2005), que propôs uma categorização de técnicas de criatividade para serem aplicadas no campo da matemática. As categorias propostas são: Apreciação, Animação, Associação, Alteração e Abdicação. Gontijo (2015), a partir dessa categorização, elencou algumas técnicas e suas finalidades.

Quadro 1 - Técnicas de Criatividade

Categoria	Técnicas	Finalidade
Apreciação	<i>Brainstorming</i> <i>Checklist</i> Lista de atributos	São usadas para fazer conhecer um ou mais aspectos ou atributos de uma situação, produto ou problema que está sendo considerado e podem ser usadas para auxiliar os alunos a focalizar características importantes do problema, perceber padrões e traçar uma variedade de possíveis soluções.
Animação	Modelagem Dramatização	Podem ser usadas em atividades para envolver os estudantes de forma interativa com os problemas, situações ou produtos.
Associação	Sugestão-ajuste Análise morfológica Sinética	Favorecem a realização de comparações e o estabelecimento de conexões entre um problema que, de forma imediata, não se tem um método para resolvê-lo com conceitos, algoritmos e estratégias já conhecidas.
Alteração	SCAMPER Fazendo e desfazendo	Favorecem um aprofundamento nas concepções matemáticas a partir de modificações sistemáticas em partes do problema ou de sua solução, levando a novas e interessantes questões ou problemas para serem explorados. Questões do tipo “e se...” são usadas nessas técnicas para estimular a imaginação e os <i>insights</i> matemáticos.
Abdicação	Relaxamento Visualização	Têm por objetivo estimular o subconsciente a refletir sobre o problema quando não se está ativamente trabalhando sobre ele.

Fonte: elaborado para a pesquisa

As técnicas de criatividade podem ser aplicadas tanto no trabalho de resolução de problemas quanto no de elaboração e redefinição de problemas matemáticos. Na elaboração de problemas, a tarefa costuma ser diferente daquela presente na resolução, uma vez que o estudante é levado a criar, a partir de algumas ideias ou fatos previamente apresentados, situações que requeiram a mobilização de conhecimento para que outro encontre solução(es) válida(s)

(GONTIJO; *et al.*, 2019). Ou seja, enquanto nas atividades de resolução os estudantes são levados a apresentarem respostas que atendam aos problemas matemáticos abertos ou fechados, na elaboração, eles devem propor perguntas matemáticas a partir de informações apresentadas sob diferentes formas (textos, gráficos, imagens etc.), considerando uma variedade de contextos. Quanto à redefinição, é esperado que os estudantes reorganizem os dados e/ informações matemáticas a partir de critérios ou atributos por eles definidos ou especificados no problema. Este trabalho colabora com o desenvolvimento da criatividade em matemática, dado que a interpretação de uma mesma situação, a partir de diferentes perspectivas, permite gerar muitas ideias, com diferentes características.

Sobre as contribuições do uso de técnicas de criatividade no contexto escolar, Fonseca (2019) analisou os efeitos decorrentes da oferta de um curso extraclasse baseado em técnicas de criatividade junto a um grupo estudantes do último ano do ensino médio em criatividade, motivação e desempenho em matemática. Os estudantes foram distribuídos em dois grupos: controle e experimental. Enquanto para o grupo controle as aulas eram semelhantes às que já estavam acostumados no cotidiano escolar, para o grupo experimental as aulas eram baseadas em técnicas de criatividade com vistas a estimular o pensamento crítico e criativo em matemática. O autor diz que, embora ambos os grupos tenham alcançado elevação nos escores de criatividade, motivação e desempenho em matemática, resultados estatisticamente significativos foram percebidos apenas junto ao grupo experimental, que obteve maior incremento em todas as variáveis. Segundo os dados apresentados por Fonseca (2019), os resultados permitem sugerir que a inclusão de técnicas de criatividade no planejamento pedagógico de professores da educação básica pode favorecer tanto a capacidade de pensamento criativo, como também a motivação e o consequente desempenho em matemática.

O potencial das técnicas de criatividade também foi descrito por Gontijo e Fonseca (2020), ao relatarem uma atividade de formação continuada de professores no espaço escolar. Eles descreveram uma oficina baseada em técnicas de criatividade para explorar temas relacionados ao campo das grandezas e medidas e proporcionalidade. As percepções reveladas pelos professores, acerca da oficina, demonstram que as atividades articulam adequadamente a base conceitual e metodológica sobre pensamento crítico e criativo em matemática para abordar os conteúdos matemáticos trabalhados, contribuindo positivamente com a formação docente e subsidiando a aplicação do modelo no trabalho com os estudantes.

Tendo em vista a centralidade que a resolução de problemas ocupa nas orientações curriculares para o ensino de matemática e nas pesquisas que investigam o pensamento crítico e criativo, enfatizaremos essa abordagem metodológica na sequência deste trabalho.

Problemas como instrumento para estimular o pensamento crítico e criativo em matemática

As discussões acerca do papel da resolução de problemas no processo de aprendizagem da matemática vêm de longa data. Mas, possivelmente, a publicação, em 1980, do documento "*An agenda for action: recommendations for school mathematics of the 1980s*", pelo Conselho Nacional de Professores de Matemática dos Estados Unidos da América, colocou o tema em destaque numa escala internacional. Assim, este documento passou a integrar as orientações curriculares em diversos países, tendo influenciado, no Brasil, a elaboração dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN para Matemática, publicados no final dos anos de 1990 e, permanecendo nas atuais diretrizes nacionais, a Base Nacional Comum Curricular – BNCC, publicada em 2017.

Os problemas, segundo Gontijo (2020), para que possam motivar o aluno e estimular o pensamento crítico e criativo, não podem se caracterizar como aplicação direta de algum algoritmo ou fórmula, mas devem envolver invenção e/ou criação de alguma estratégia particular de resolução. Eles podem ser contextualizados ou não, pois o que indica o seu potencial para estimular o pensamento crítico e criativo são as possibilidades investigativas que eles oferecem. Assim, problemas restritos ao contexto matemático também podem ser ricos para estimular as características do pensamento criativo.

Acerca da potencialidade que a dinâmica de resolução de problemas possui, Gontijo (2020, p. 157) diz:

A decisão sobre o tipo de método e/ou procedimento que será utilizado poderá ser tomada a partir dos conhecimentos e das experiências anteriores que os alunos apresentam, especialmente aqueles decorrentes do trabalho já desenvolvido para resolver problemas similares ou com os quais tiveram contato. Salientamos a necessidade de propiciar aos alunos a oportunidade de construir os seus próprios modelos, testá-los para, então, chegar à solução. Será necessário também construir uma estratégia para comunicar aos colegas e ao professor a sua experiência de resolver o problema, explicando o processo mental utilizado e a forma como revisou as estratégias selecionadas para chegar à solução.

Assim sendo, pode-se dizer que a riqueza do trabalho com problemas está na organização mental do respondente na medida em que é demandada a elaboração de estratégias, a testagem, a verificação, entre outros passos. Entretanto, vale registrar que os problemas não surgem imbuídos em uma mesma roupagem – existem diferentes classificações dadas as suas características. Alguns autores classificam os problemas como rotineiros e não rotineiros (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011); bem definidos e mal definidos; convencionais e não convencionais; fechados e abertos. Ressaltamos que essas classificações não são sinônimas, podendo, em alguns casos, apresentar elementos semelhantes, mas cada uma delas tem a sua tipologia definida. Neste trabalho, trataremos acerca dessa última classificação.

Dos problemas fechados aos problemas abertos

Entendemos por problemas abertos aqueles que admitem múltiplas possibilidades de solução e por problemas fechados aqueles que podem ser resolvidos por uma quantidade limitada de maneiras (FONSECA; GONTIJO, 2020).

Embora seja recorrente a recomendação do uso de problemas abertos para o estímulo ao pensamento crítico e criativo em matemática (FONSECA; GONTIJO, 2020; GONTIJO; FONSECA, 2020), alguns pesquisadores apontam que problemas fechados também podem favorecer o desenvolvimento desse tipo de pensamento. Por exemplo, Bokhove e Jones (2018) ponderam que os problemas fechados também possuem sua contribuição nessa parte do processo e essa perspectiva é coerente com a apresentada por Maker e Schiever (1991) que, a partir de uma matriz de continuidade, mostram como um processo de transição entre problemas fechados a problemas abertos pode favorecer o desenvolvimento da criatividade. A proposta de Maker e Schiever (1991) aborda o conhecimento do professor e do aluno sobre: (a) a estrutura do problema, (b) o método de resolução do problema e, (c) a quantidade de soluções que o problema possui, num “continuum de descoberta de solução”, que varia em 6 níveis, de fechados a abertos.

No modelo proposto por Maker e Schiever (1991), a estrutura do problema varia em uma escala do "Tipo I" ao "Tipo VI". Um problema do tipo I é altamente estruturado e fechado, enquanto um problema do tipo VI é completamente desconhecido e precisa ser criado. Todos os problemas concebíveis estão em algum lugar no continuum entre os dois extremos. O método sobre como um problema é resolvido dependerá de sua forma e apresentação, sendo que um problema do Tipo I pode ser resolvido de apenas uma maneira e o solucionador simplesmente precisa conhecer o método certo para chegar à solução certa; enquanto isso, o método para

obter a solução de um problema do tipo VI é desconhecido para o professor e o para o aluno, e se pode ter um número infinito de maneiras de chegar a uma solução. No que diz respeito à quantidade de soluções que um problema pode ter, os do Tipo I tem uma única resposta correta enquanto um genuinamente do Tipo VI pode ser tão abstrato que admite muitas soluções ou pode não ter uma solução, ficando apenas no levantamento de hipóteses razoáveis que poderiam levar às soluções.

O papel dos professores e dos estudantes em relação ao tipo, ao método e à quantidade de soluções que o problema possui foi sintetizado por Maker e Schiever (1991) na figura a seguir:

Figura 1 - Escala de continuidade problemas fechados – abertos

Tipo de problema	Problema		Método		Solução	
	Professor	Estudante	Professor	Estudante	Professor	Estudante
Fechados	I	Específico	Conhecido	Conhecido	Conhecido	Desconhecido
	II	Específico	Conhecido	Conhecido	Desconhecido	Desconhecido
	III	Específico	Conhecido	Parcialmente conhecido	Desconhecido	Desconhecido
Abertos	IV	Específico	Conhecido	Parcialmente conhecido	Desconhecido	Desconhecido
	V	Específico	Conhecido	Desconhecido	Desconhecido	Desconhecido
	VI	Desconhecido	Desconhecido	Desconhecido	Desconhecido	Desconhecido

Fonte: elaborado pelos autores

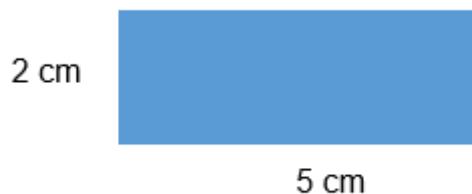
De modo a ilustrar como estes problemas podem ser incluídos no cotidiano das aulas de matemática e evidenciar o potencial que possuem para estimular o pensamento crítico e criativo nessa área do conhecimento, serão apresentados dois exemplos de cada tipo de problema.

Tipo I

Neste tipo de problema, temos situações mais simples, nas quais o único elemento desconhecido é a solução para o estudante. Entretanto, o tipo do problema é claro (é estruturado e fechado) e o método para alcançar a solução é conhecido e acessível para todos os estudantes que estão lidando com o tópico matemático em questão.

Exemplos:

a) Encontre a área da seguinte figura:



Resposta: $A = b \cdot h \therefore A = 2 \cdot 5 \therefore A = 10\text{cm}^2$

Embora possa ser respondido de forma objetiva, podem ser levantadas outras questões: Invertendo a fórmula para $A = h \cdot b$ ou melhor, invertendo a posição da figura, teríamos o mesmo resultado? Poderíamos pensar em lugares ou situações que este tipo de problema pode surgir dessa maneira? – São alguns questionamentos que podem ser construídos a partir da Redefinição do problema.

b) Qual a média aritmética entre os números 5, 10 e 12?

Resposta: $\bar{x} = \frac{5 + 10 + 12}{3} \therefore \bar{x} = 9$

Igualmente ao primeiro exemplo, há algoritmos conhecidos para encontrar a resposta. Outrossim, há que se considerar refletir sobre o resultado encontrado: será que poderíamos encontrar uma média maior do que os valores utilizados na operação? Qual seria a consequência do resultado da média aumentando um ou outro número? A Redefinição novamente pode se fazer presente para estimular o pensamento crítico e criativo em matemática.

É importante destacar que, embora haja algoritmos triviais para se encontrar rapidamente a resposta para os dois exemplos mencionados, há espaço para se refletir acerca de cada um. E inspirados nesses, os estudantes podem ser motivados a elaborarem outras atividades.

Tipo II

Neste tipo de problema, não apenas a solução é desconhecida para o estudante, como também o método que será empregado, o que resulta do fato de não haver um algoritmo específico para a mera aplicação.

Exemplos:

a) Encontre a área de um retângulo de 2 cm de base e que a altura seja o dobro dessa medida.

Resposta: $A = b \cdot h \therefore A = b \cdot (2 \cdot b) \therefore A = 2 \cdot (2 \cdot 2) \therefore A = 8\text{cm}^2$

Diferentemente do exemplo envolvendo o cálculo da área do retângulo no problema do tipo I, nesse caso não basta substituir valores dados em um algoritmo; é demandada uma “algebrização”. Além disso, questionamentos adicionais continuam a ser factíveis, como poder reelaborar o problema inserindo a ideia um retângulo com comprimento que seja o triplo, o quádruplo, a metade ou outras relações tendo a medida da base como referência. Pode-se, também, estimular uma investigação acerca do que ocorre com as áreas encontradas a partir das alterações produzidas nas medidas dos lados do retângulo.

b) Qual o próximo número da sequência 2, 7, 22, 67, ...?

Resposta: A sequência foi composta considerando o produto do primeiro número por 3, acrescido de uma unidade, resultando no segundo número da sequência. A partir daí, toma-se o número atual, multiplica-o por 3 e se adiciona uma unidade para obter o próximo número da sequência. Logo: $(67 \cdot 3) + 1 = 202$.

Itens de sequência numérica nem sempre possuem caminho definido. Em alguns casos, estudantes tentam encontrar semelhanças com progressões aritméticas ou geométricas conhecidas, mas, não obtendo sucesso, devem conjecturar outras leis de formação, razão pela qual o método de solução para o referido exemplo não é reconhecido imediatamente, devendo ser criativo.

Tipo III

Este passa a ser o último tipo de problema elencado como fechado, segundo a matriz de continuidade proposta por Maker e Schiever (1991). Este tipo abarca problemas que, embora estejam claros em seus comandos, não possuem um método único – e, por isso, pode-se dizer que o professor apenas conhece parcialmente o método a ser utilizado para encontrar a resposta. Essa situação pode colocar o docente em uma zona de “desconforto”, pois os estudantes podem propor caminhos de solução que não se assemelham a modelos habitualmente empregados em sala de aula, impossibilitando a mera comparação com um “gabarito” ou com os modelos presentes nos livros didáticos.

Exemplo:

a) O valor de um produto era de R\$ 150,00. Entretanto, está sendo vendido agora por R\$ 95,00. Qual o desconto concedido?

(Um caminho de) Resposta: $150 - 95 = 55 \therefore \Delta\% = \frac{55}{150} \cdot 100 = 36,6\%$

É comum em aulas envolvendo o conteúdo de percentagem, em especial naquelas destinadas para adultos com vivência e experiência em contextos de

situações financeiras, encontrar diferentes formas de se calcular variações dessa natureza. Por isso, por mais que o professor se prepare, calculando previamente a resposta, há que respeitar e privilegiar a manifestação por parte dos estudantes de formas alternativas de resolução. Nesse tipo de problema, a criatividade está mais explícita do que nos tipos anteriores, todavia, ainda é um problema estruturado e com resposta única. E a criticidade é necessária para validar as outras estratégias utilizadas.

b) Em um viveiro há galinhas e coelhos, num total de 25 animais e 68 pés. Determine a quantidade de cada tipo de animal.

(Um caminho de) Resposta:
$$\begin{cases} 2g + 4c = 68 \\ g + c = 25 \end{cases} \therefore g = 16 \text{ e } c = 9$$

Este é um caminho de solução, mas que não impede que os estudantes elaborem outras estratégias que converjam para única solução.

Tipo IV

Os problemas tipo IV, V e VI são classificados como abertos. Por isso, naturalmente, permitem maior liberdade aos estudantes para matematizar. No tipo IV, o único parâmetro bem definido é o comando do problema, haja vista que o estudante desconhece o método e a solução; enquanto, por sua vez, o professor apenas conhece parcialmente o método e a solução – por admitir mais do que um caminho/resposta válido(a).

Exemplo:

a) Estabeleça alimentos e quantidade para uma dieta com ingestão de 2.000 calorias por dia.

(Um caminho de) Resposta: Considerando que um Big Mac possui em média 500 kcal-uma dieta composta exclusivamente por 4 sanduíches ao dia.

Nesse caso, a tarefa está explícita, mas a lista de alimentos irá variar para cada estudante. A partir da resposta sugerida, o pensamento crítico pode ser exercitado problematizando as consequências decorrentes no estado de saúde de uma pessoa que iria se alimentar exclusivamente por sanduíches. E, mesmo que o professor se esforce bastante para variar suas possibilidades, há grandes chances de respostas diferentes surgirem. O método utilizado para responder ao item também pode variar, pois a organização mental de cada um varia.

b) Estabeleça operações entre 4 números quatro que resultem em um número inteiro.

(Um caminho de) Resposta: $4 + 4 - 4 \cdot 4 = -8$.

De forma semelhante ao primeiro exemplo de problema do Tipo IV, ainda que o professor previamente levante uma grande quantidade de respostas possíveis, os estudantes poderão apresentar soluções inéditas, pois existe uma grande quantidade de soluções possíveis.

Tipo V

Os últimos dois tipos de problemas (V e VI) são aqueles que demandam que o professor esteja aberto a se dirigir à sala de aula para produzir em conjunto com os estudantes. Para esses problemas, o docente passa a ser um resolvidor de problemas na mesma condição do estudante, uma vez que o método e o caminho para obter uma solução não são necessariamente do seu conhecimento.

Exemplo:

a) O que você prefere carregar: 20 toalhas ou 100 barras de sabão?

Um problema que não há solução objetiva, tampouco um método que o resolvidor possa se apegar. Com isso, são problemas que demandam o pensamento crítico para se decidir o caminho a seguir. Elaborar questionamentos acessórios pode ajudar nesse processo, tais como: de que tamanho são essas barras de sabão? As toalhas estão secas ou molhadas? Possuo algum carrinho para fazer o transporte?

b) Qual evento você consegue imaginar que é mais improvável de ocorrer?

Pensar na probabilidade de ocorrência de um determinado evento, envolvendo poucas possibilidades é relativamente fácil, mas pensar em uma situação improvável de ocorrer pode parecer impossível e exige muita reflexão para que cada um apresente uma proposta. Nesse tipo de construção, o pensamento crítico e criativo em matemática é fundamental e requer, também, habilidades de comunicação e construção coletiva da solução.

Tipo VI

Este é o tipo problema produzido e respondido por todos. Trata-se de uma dinâmica na qual o grupo de estudantes deve ser orientado a analisar variáveis ao seu redor, o que resulta em problemas personalizados e, portanto, impede que o professor saiba *a priori* qual é o problema, o método de resolução e as possíveis respostas.

Exemplo:

a) Refletir sobre a criação de uma nova função a ser implementada na calculadora.

b) Hipotetizar estratégias para saber o tamanho da população de cachorros de uma cidade.

Considerações finais

O objetivo deste trabalho foi apresentar um referencial teórico-prático relacionado ao pensamento crítico e criativo e formas de estimular esse tipo de pensamento no campo da matemática, com vistas a subsidiar o trabalho dos professores em sala de aula. Em nossa abordagem, privilegiamos uma breve apresentação conceitual do campo do pensamento crítico e criativo em matemática e destacamos pontos relacionados a técnicas de criatividade e resolução de problemas. Os aspectos tratados apontam apenas alguns elementos que podem contribuir para o desenvolvimento do pensamento crítico e criativo, mas faz-se necessário ressaltar que muitas variáveis podem intervir nesse processo, pois a criatividade, por si só, é um fenômeno complexo e multifacetado.

Explorando o modelo teórico de estudo da criatividade, proposto por Csikszentmihalyi (1988, 1996, 1999), chamado de Perspectiva de Sistemas de Criatividade, Gontijo (2018) discute como os elementos presentes nesse modelo – indivíduo, campo e domínio – interagem para favorecer (ou não) a criatividade em matemática. De acordo com a perspectiva sistêmica de Csikszentmihalyi, a criatividade não é o resultado apenas da ação de um indivíduo; antes, emerge da interação entre o ambiente individual e o sócio-histórico-cultural, dependendo mais destes últimos do que do indivíduo. Pela proposição de Csikszentmihalyi, a criatividade é considerada como resultante da interação dialética entre a pessoa (antecedentes genéticos e experiências pessoais), o domínio (produção cultural e científica) e o campo (sistema social). Essa perspectiva reconhece a importância das características individuais para determinar a produção criativa, mas aponta que somente em interação com os demais sistemas ela se torna possível.

Consideramos que a emergência da criatividade no processo de ensino e aprendizagem da matemática depende da criação de um ambiente propício à atividade matemática, que estimule a curiosidade e possibilite a efetiva ação do sujeito com os objetos matemáticos. No ambiente escolar, professores e estudantes estão em permanente interação, mediada por um contrato didático (BROUSSEAU, 2008), no qual ficam explícitas ou implícitas as representações sociais dos sujeitos sobre a matemática e o seu processo de ensino e aprendizagem e estas vão determinar as ações dos sujeitos e orientar o engajamento destes no trabalho desenvolvido.

Nesse sentido, seria simplista afirmar que a inclusão de atividades baseadas em resolução de problemas, por si só, favorecia o desenvolvimento do pensamento crítico e criativo em matemática. Assim, para desenvolver este tipo de pensamento, é necessário estar atento às experiências vividas pelos alunos, procurando identificar os elementos que geram estímulos positivos ou negativos em relação à matemática e como contribuem para a construção de representações positivas sobre esta área do conhecimento. A organização curricular também deve ser investigada para saber se sua estrutura estimula o pensamento crítico e criativo ou se incentiva processos de memorização e reprodução de fórmulas e algoritmos. Tão importante quanto os aspectos mencionados, é verificar se os membros do campo, que seriam os professores da escola, entendem que a matemática tem um caráter dinâmico cuja essência é a resolução de problemas e que essa estratégia pode estimular os alunos a serem críticos, criativos e competentes não só para resolver problemas escolares, mas especialmente aqueles que aparecem em seus diferentes contextos de vida cotidiana.

Referências

BEGHETTO, Ronald A. Creativity: development and enhancement. *In*: PLUCKER, Jonathan A.; CALLAHAN, Carolyn M. (Eds.). **Critical issues and practices in gifted education: what the research says**. Prufrock Press Inc., 2014. p. 183-196.

BOKHOVE, Christian; JONES, Keith. Stimulating mathematical creativity through constraints in problem solving. *In*: AMADO, Nélia; CARREIRA, Susana; JONES, Keith (Eds.). **Broadening the Scope of Research on Mathematical Problem Solving. Research in Mathematics Education**. Springer, 2018, p. 301-319.

BROUSSEAU, Guy. **Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino**. São Paulo: Ática, 2008.

CARVALHO, Alexandre Tolentino. **Relações entre criatividade, desempenho escolar e clima para criatividade nas aulas de matemática de estudantes do 5º ano do ensino fundamental**. 2015. 132f. Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade de Brasília, Brasília, 2015.

CARVALHO, Alexandre Tolentino. **Criatividade compartilhada em matemática: do ato isolado ao ato solidário**. 2019. 350. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de Brasília, Brasília, 2019.

CARVALHO, Alexandre Tolentino; GONTIJO, Cleyton Hércules. Discursos nas aulas de matemática e a construção de barreiras para o desenvolvimento da criatividade compartilhada. **Cenas Educacionais**, Caitité/ BA, v. 3, p. 1-38, 2020a.

CARVALHO, Alexandre Tolentino; GONTIJO, Cleyton Hércules. Discursos em interações comunicativas em aulas de matemática e o desenvolvimento da criatividade compartilhada. **Quadrante**, Lisboa, v. 29, n. 2, p. 109-131, 2020b.

CARVALHO, Alexandre Tolentino; GONTIJO, Cleyton Hércules; FONSECA, Mateus Gianni. Assimetria de poder nas aulas de matemática: onze barreiras para o desenvolvimento da criatividade compartilhada. *In: PAIVA, Francisco Jeimes de Oliveira; LIMA, Ana Maria Pereira (Org.). Pesquisas em análise do discurso, multimodalidade e ensino: debates teóricos e metodológicos. Volume 2. São Carlos: Pedro & João Editores, 2020.*

CSIKSZENTMIHALYI, Mihaly. Society, culture, and person: a systems view of creativity. *In: STERNBERG, Robert Jeffrey (Org.). The nature of creativity. Nova York: Cambridge University Press, 1988. p. 325-339.*

CSIKSZENTMIHALYI, Mihaly. **Creativity**: Flow and the psychology of discovery and invention. New York: Harper Collins, 1996.

CSIKSZENTMIHALYI, Mihaly. Implications of a systems perspective for the study of creativity. *In: STERNBERG, Robert Jeffrey (Org.). Handbook of creativity. New York: Cambridge University Press, 1999, p. 313–335.*

DACEY, John; CONKLIN, Wendy. **Creativity and the standards**. Huntington Beach: Shell Education, 2013.

FARIAS, Mateus Pinheiro de. **Criatividade em matemática**: um modelo preditivo considerando a percepção de alunos do ensino médio acerca das práticas docentes, a motivação para aprender e o conhecimento em relação à matemática. 2015. 75 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Brasília, Brasília, 2015.

FONSECA, Mateus Gianni. **Construção e validação de instrumento de medida de criatividade no campo da Matemática**. 2015. 104f. Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade de Brasília, Brasília, 2015.

FONSECA, Mateus Gianni. Testes de criatividade em matemática para estudantes concluintes da educação básica. *In: GONTIJO, Cleyton Hércules; FONSECA, Mateus Gianni (Org.). Criatividade em matemática: lições da pesquisa. 1 ed. Curitiba: Editora CRV, 2019a.*

FONSECA, Mateus Gianni. **Aulas baseadas em técnicas de criatividade**: efeitos na criatividade, motivação e desempenho em matemática com estudantes do Ensino Médio. 2019. 175 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade de Brasília, Brasília, 2019b.

FONSECA, Mateus Gianni; GONTIJO, Cleyton Hércules. Pensamento crítico e criativo em Matemática em diretrizes curriculares nacionais. **Ensino em Re-Vista**, Uberlândia/MG, v. 27, p. 956-978, 2020.

FONSECA, Mateus Gianni; GONTIJO, Cleyton Hércules; SOUZA, Juliana Campos Sabino de. Diferenças entre motivação e criatividade em matemática entre meninos e meninas concluintes da Educação Básica. *In: GONÇALVES, Felipe Antônio Machado Fagundes (Org.). Educação Matemática e Suas Tecnologias. 1 ed. Ponta Grossa - PR: Atena, 2019, v. 1, p. 232-239.*

FONSECA, Mateus Gianni; GONTIJO, Cleyton Hércules; ZANETTI, Matheus Delaine Teixeira. Estimulando o pensamento crítico e criativo em matemática a partir da “força numérica” e o princípio fundamental da contagem. **Coinspiração - Revista de Professores que Ensinam Matemática**, Barra do Bugres/MT, v. 1, p. 241-250, 2018.

FONSECA, Mateus Gianni; GONTIJO, Cleyton Hércules; ZANETTI, Matheus Delaine Teixeira; CARVALHO, Alexandre Tolentino. Improving Mathematical Motivation from Mathematical Creativity Workshops. *In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON MATHEMATICAL CREATIVITY AND GIFTEDNESS*, 11. 2019, Hamburgo. Including the Highly Gifted and Creative Students? Current Ideas and Future Directions. **Anais [...]**. Hamburgo, 2019. p. 144-149.

GONTIJO, Cleyton Hércules. **Relações entre criatividade, criatividade em matemática e motivação em matemática de alunos do ensino médio**. 2007. 194f. Tese (Doutorado em Psicologia) - Instituto de Psicologia, Universidade de Brasília, Brasília, 2007.

GONTIJO, Cleyton Hércules. Técnicas de criatividade para estimular o pensamento matemático. **Educação e Matemática**, Lisboa, v. 135, p. 16-20, nov/dez 2015.

GONTIJO, Cleyton Hércules. Mathematics Education and Creativity: A Point of View from the Systems Perspective on Creativity. *In: AMADO, Nélia; CARREIRA, Susana; JONES, Keith (Eds). Broadening the Scope of Research on Mathematical Problem Solving*. Springer: Cham, 2018. p. 375-386

GONTIJO, Cleyton Hercules; CARVALHO, Alexandre Tolentino; FONSECA, Mateus Gianni; FARIAS, Mateus Pinheiro. **Criatividade em matemática: conceitos, metodologias e avaliação**. 1ª. ed. Brasília: Editora da UnB, 2019.

GONTIJO, Cleyton Hércules. Relações entre criatividade e motivação em matemática: a pesquisa e as implicações para a prática pedagógica. *In: GONTIJO, Cleyton Hércules; FONSECA, Mateus Gianni. (Org.). Criatividade em Matemática: lições da pesquisa* (p. 153-172). Curitiba: CRV, 2020.

GONTIJO, Cleyton Hércules; FONSECA, Mateus Gianni. O lugar do pensamento crítico e criativo na formação de professores que ensinam matemática. **Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Matemática**, Passo Fundo, v. 3, n. 3, p. 732-747, ed. Esp. 2020.

LIPMAN, Matthew. **Thinking in education**. UK: Cambridge University Press, 2003.

ORGANIZATION FOR ECONOMIC COOPERATION AND DEVELOPMENT- OECD. **Education at a glance: 2009 indicators**. Washington, DC: OECD, 2009.

MAKER, Carol June; SCHIEVER, Shirley. Enrichment and acceleration: an overview and new directions. *In: DAVIS, Gary; COLANGELO, Nicholas. (Eds.). Handbook of Gifted Education*. Boston: Allyn & Bacon, 1991.

NEWTON, Lynn David; NEWTON, Douglas. P. **Creativity in 21st century education**. Paris, p. 575-589, 2014.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011.

PARTNERSHIP FOR 21st CENTURY LEARNING. **Framework for 21st century learning**. 2016. Disponível em:

http://www.p21.org/storage/documents/docs/P21_framework_0816.pdf>. Acesso em 8 de mai. 2017.

SHEFFIELD, Linda Jensen. Using Creativity Techniques to Add Depth and Complexity to the Mathematics Curricula. In: NATIONAL ASSOCIATION FOR GIFTED CHILDREN ANNUAL CONFERENCE. 2005, Louisville, KY. **Proceedings** [...]. Louisville, KY, 10 a 12 de novembro de 2005.

SILVA, Fabiana Barros de Araújo. **Trabalho pedagógico e criatividade em matemática**: um olhar a partir da prática docente nos anos iniciais do ensino fundamental. 2016. 134f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Brasília, Brasília, 2016.

SOUZA, Juliana Campos Sabino de; GONTIJO, Cleyton Hércules; FONSECA, Mateus Gianni. Resolução de problemas em matemática: colocando o pensamento crítico em ação. In: PINA NEVES, Regina da Silva; DÖRR, Raquel Carneiro. (Org.). **Formação de Professores de Matemática**. 1 ed. Curitiba - PR: Appris Editora, 2019, v. 1, p. 159.

ORGANIZAÇÃO DAS NAÇÕES UNIDAS PARA A EDUCAÇÃO, A CIÊNCIA E A CULTURA. **World conference of arts education**: Building creative competences for the 21 st century. 2006. Disponível em:

http://www.artssmarts.ca/media/en/UNESCO_WORLD_CONFERENCE_ON_ARTS_EDUCATION_eng.pdf. Acesso em: 10 de jul. 2017.

ORGANIZAÇÃO DAS NAÇÕES UNIDAS PARA A EDUCAÇÃO, A CIÊNCIA E A CULTURA. **Assessment of transversal competencies in education**: Policy and practice in the Asian – Pacific Region. Paris: UNESCO Bangkok Office, 2016.

VINCENT-LANCRIN, Stéphan; GONZÁLEZ-SANCHO, Carlos; BOUCKAERT, Mathias; DE LUCA, Frederico; FERNÁNDEZ-BARRERRA, Meritxell; JACOTIN, Gwénaël; URGEL, Joaquin; VIDAL, Quentin. Fostering Students' Creativity and Critical Thinking: What It Means in School. **Educational Research and Innovation**. OECD Publishing, Paris, 2019.

WECHSLER, Solange Muglia; SAIZ, Carlos; RIVAS, Silvia Fernandez; VENDRAMINI, Claudete Maria Medeiros; ALMEIDA, Leandro S.; MUNDIM, Maria Celia; FRANCO, Amanda. Creative and critical thinking: Independent or overlapping components? **Thinking Skills and Creativity**, Amsterdam, v. 27, p. 114-122, 2018.

Submetido em janeiro de 2021.

Aceito em março de 2021.