

***Lesson Study* e Engenharia Didática na Formação e
Desenvolvimento Profissional de (futuros) Professores de
Matemática**

***Lesson Study* and Didactical Engineering for Teacher
Education and Professional Development of Math Teachers**

*Aluska Dias Ramos de Macedo*¹

*Paula Moreira Baltar Bellemain*²

RESUMO

Este artigo aborda um recorte de uma pesquisa de doutorado tendo como objetivo analisar contribuições da *Lesson Study* e da Engenharia Didática para a formação e o desenvolvimento profissional dos estagiários pertencentes ao Estágio Curricular Supervisionado. A estrutura do processo valorizou as limitações e as proximidades de cada metodologia para conduzir a construção de conhecimentos sobre o ensino e a aprendizagem de duas grandezas geométricas Comprimento e Área. Houve a participação do formador do Estágio, supervisor – professor que recebe os futuros professores na escola, quatro estagiários e uma turma de 7º ano com 30 alunos. Com a interação, discussão, estudo, planejamento de aulas e reflexão destas, pode-se perceber contribuições do processo envolvendo LS e ED para a profissionalização dos estagiários.

PALAVRAS-CHAVE: Estágio Curricular Supervisionado. *Lesson Study*. Engenharia Didática. Formação e Desenvolvimento Profissional de Professores de Matemática.

ABSTRACT

This paper addresses an excerpt from a doctoral research aiming to analyze contributions from the *Lesson Study* and Didactic Engineering to the training and professional development of interns belonging to the Supervised Curricular Stage. The process structure valued the limitations and proximity of each methodology to lead the construction of knowledge about the teaching and learning of two geometric magnitudes Length and Area. There was the participation of the teacher educator of the Stage, supervisor - teacher who receives future teachers at the school, four interns and a 7th grade class with 30 students. With the interaction, discussion, study, lesson planning and reflection of

¹ Professora da Universidade Federal de Campina Grande. Doutora em Educação Matemática e Tecnológica - especialidade Didática da Matemática. E-mail: aluskadrmacedo@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0398-1097>.

² Professora da Universidade Federal de Pernambuco. Doutora em Didática das Disciplinas Científicas - especialidade Didática da Matemática. E-mail: pmbaltar@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2864-8883>.



these, it is possible to perceive contributions of the process involving LS and ED for the professionalization of interns.

KEYWORDS: Supervised Curricular Stage. Lesson Study. Didactical Engineering. Mathematics Teacher Education and Professional Development.

Introdução

Mediante a relevância de oportunizar ao futuro professor – estagiário – experimentar situações de ensino e observação com a colaboração do formador e do supervisor da escola, para assim se formar e se desenvolver profissionalmente (BRASIL, 2001; BRASIL, 2015; DAUANNY, 2015), este artigo apresenta um recorte de uma pesquisa de doutorado. Esta incidiu sobre os sujeitos participantes do Estágio Curricular Supervisionado - estagiário, formador, supervisor e alunos da escola - tendo como objetivo analisar as contribuições da *Lesson Study* (LS) e da Engenharia Didática (ED) para a formação e o desenvolvimento profissional dos estagiários.

Para isso, utilizamos essas duas abordagens, uma japonesa (STIGLER; HIEBERT, 1999) e outra francesa (ARTIGUE 1988), que refletem sobre o ensino e a aprendizagem, dando um suporte com suas estruturas e estratégias, que serão discutidas posteriormente. Os temas de estudo foram as grandezas geométricas Comprimento e Área de acordo com o calendário escolar da escola X, visto que a inserção de uma pesquisa no Estágio deve estar aliada ao que é definido na proposta formativa do Estágio Curricular Supervisionado.

O Estágio Curricular Supervisionado com *Lesson Study* e Engenharia Didática para Formação e Desenvolvimento Profissional do Professor de Matemática

A desprofissionalização do professor, discutida por Nóvoa (2017), conduz à reflexão sobre as políticas públicas, os aspectos sociais e culturais que não contribuem com a formação e o desenvolvimento profissional de professores, e a valorização da comunidade educacional. O pesquisador enfatiza a necessidade de repensar essa formação, especialmente a formação profissional do professor, ou seja, olhar para e formar o professor como profissional.

Esta formação pode encaminhar o (futuro) professor a se questionar, criticar, refletir e modificar o seu processo de ensino, assim acarretando em um desenvolvimento profissional (RICHIT, 2011; MATOS *et al.*, 2009; FERREIRA, 2009). No Estágio Supervisionado Curricular com uma carga horária de 400h divididas em alguns semestres, o futuro professor convive com o ambiente de

trabalho em que irá atuar, sendo obrigatória a colaboração do formador do Estágio e o supervisor da escola.

Nóvoa (2017, p. 1124) ressalta a importância do papel do supervisor, dizendo que:

é necessário atribuir aos professores da educação básica um papel de formadores, a par com os professores universitários, e não transformar as escolas num mero “campo de aplicação”. A construção de uma parceria exige uma compreensão clara das distintas funções, mas sempre com igual dignidade entre todos e uma capacidade real de participação, isto é, de decisão.

Para contribuir com a formação dos sujeitos envolvidos no Estágio a partir da troca de experiências e de conhecimentos, além do aprofundamento destes, utilizamos a *Lesson Study* e a Engenharia Didática. Estas metodologias possuem estruturas para o estudo dos saberes sobre, para e do ensino; no caso deste artigo, de Comprimento e Área, assim como pronunciou Nóvoa (2017) sobre a história e as potencialidades para a formação docente.

Jugyou Kenkyuu, também conhecida por *Lesson Study* (LS), é uma metodologia de ensino e de aprendizagem para a comunidade educacional que iniciou no Japão, há mais de 100 anos (STIGLER; HIEBERT, 1999). Lewis e Hurd (2011, p. 3) afirmam que é uma “ideia simples. Se você quer aprimorar o ensino, o que poderia ser mais óbvio do que colaborar com os colegas professores para planejar uma aula e analisar seu impacto nos alunos? Embora a ideia possa ser simples, LS é um processo complexo”.

A *Lesson Study* é dividida em algumas etapas descritas por Takahashi e McDougal (2016). Iniciando com o estudo do conteúdo e o planejamento da aula que envolve o suporte profissional entre os participantes (*koushi* - 講師), a leitura e discussão de pesquisas e materiais curriculares para o ensino (*kyouzai kenkyuu* - 教材研究), a escolha de um tema pelos participantes, geralmente, algo desafiador para os alunos e o planejamento da aula (*kenkyuu jugyou* - 研究授業). Após a aula, tem-se a reflexão e a discussão (*kenkyuu kyougikai* - 研究協議会), focando as respostas dos alunos na resolução dos problemas para obter informações sobre o processo de ensino e aprendizagem.

A Engenharia Didática é uma metodologia de ensino e de pesquisa francesa que surgiu no início de 1980 e está na essência da Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Guy Brousseau, da Dialética Ferramenta-Objeto de Régine Douady e de outros quadros teóricos (ARTIGUE, 2011). Ela faz a interligação entre a teoria e a

prática de ensino em Matemática, sendo “um esquema experimental baseado em ‘realizações didáticas’ em sala de aula, isto é, na concepção, na realização, na observação e na análise de uma sequência de ensino” (ARTIGUE, 1988, p. 285).

Esta metodologia é dividida em quatro fases: análises preliminares/prévias – quadro teórico didático geral e os conhecimentos previamente adquiridos no campo de estudo; concepção e análise *a priori* – tomada de decisões e construção de uma sequência didática; experimentação desta sequência didática; e análise *a posteriori* e validação – verifica-se se o que foi planejado, antecipado e estudado aconteceu e contribuiu para a edificação do conhecimento científico dos sujeitos envolvidos (ARTIGUE, 1988).

Miyakawa e Winsløw (2009a) encontraram algumas proximidades e distanciamentos entre as duas metodologias, às quais destacamos no quadro abaixo:

Quadro 1 – Proximidades e distanciamentos entre LS e ED

Lesson Study	Engenharia Didática
Estrutura Interação Social Pensamento independente dos alunos Utilização da Resolução de Problemas Revisão do projeto em um ciclo experimental	
<u>Planejar uma aula</u> - perspectiva dos participantes	Planejar sequência/situação didática - estabelecer conhecimento científico
Abordagem <u>sistemática</u> para desenvolver a prática de ensino de Matemática	Abordagem <u>sistêmica</u> para a pesquisa visando o conhecimento científico
Foca na metodologia para cumprir ações que <u>alcance um objetivo</u>	Sistema que <u>inicia com o conhecimento de um ou vários conceitos e suas características</u>
Aprendizagem dos alunos – suporte da metodologia, <u>conhecimentos novos dos participantes</u>	Aprendizagem de todos - de modo <u>mais científico a partir das situações didáticas propostas</u>
Busca as <u>diferenças para analisar a aprendizagem dos alunos e, também o desenvolvimento profissional do professor</u> no sentido <u>didático-pedagógico</u> considerando sua experiência e <u>prática docente</u>	Busca <u>validar ou refutar as hipóteses</u> confrontando com a análise <i>a priori</i> , percebendo as <u>diferenças do que foi esperado e o que realmente aconteceu</u> focando nos <u>conhecimentos do conteúdo construídos</u>

Fonte: construído a partir dos dados de Miyakawa e Winsløw (2009a)

A diferença entre a abordagem sistêmica e a sistemática é que a primeira se refere a um sistema que se inicia com o conhecimento de um ou vários conceitos e suas características. A segunda foca na metodologia para cumprir ações que alcancem um objetivo, identificando relações entre fatos particulares do sistema como um todo. Desse modo, no momento de estudar e planejar a aula, embora exista o estudo de materiais curriculares e pesquisas, a LS se debruça mais sobre a

metodologia de ensino e a ED sobre o conhecimento científico e a didática do conteúdo.

É nesse sentido de tentar valorizar as proximidades e unir as limitações entre LS e ED que esta pesquisa incide dentro do Estágio. Dessa forma, poderá contribuir na profissionalização dos sujeitos envolvidos, tendo em vista que o estágio deve trabalhar a teoria e a prática indissociavelmente. Além disso, resgatar os papéis do formador e do supervisor para que intervenham de maneira construtiva, mostrando estratégias de ensino, a postura na sala de aula, corrigir a parte do conteúdo quando necessário, a organização do quadro, entre outros fatores (MAZIERO; CARVALHO, 2012).

Apesar de serem distintas, as pesquisas analisadas por Lopes *et al.* (2017) sobre estágio convergem em alguns pontos, além da interação entre teoria e prática, como a: “compreensão do espaço de aprendizagem da docência que pode ser constituído nesse momento de graduação; o movimento de reflexão e construção de saberes docentes para futuros professores de Matemática” (LOPES *et al.*, 2017, p. 89). A interação entre o professor supervisor e o formador é proeminente para que o estágio seja um espaço de formação, aprendizagem e desenvolvimento profissional. Nessa perspectiva, buscamos alcançar o objetivo da pesquisa mencionado na introdução.

Considerações sobre o Ensino e a Aprendizagem de Comprimento e Área

As grandezas geométricas comprimento e área, presentes neste estudo, estão inseridas em quase todos os anos de escolaridade segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998). São grandezas do cotidiano da sociedade, integradas a outros conteúdos da Matemática e outras disciplinas; possuem conceitos complexos com dificuldades persistentes na aprendizagem destas. Muitas vezes, são trabalhadas de forma inadequada apenas com o uso de fórmulas ou não são exploradas o suficiente (LIMA; BELLEMAIN, 2010). Entretanto, para contribuir com a construção dos conhecimentos relacionados ao comprimento e à área, diversas recomendações são propostas em várias pesquisas e documentos oficiais.

A Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017) explicita que a expectativa para os anos finais do Ensino Fundamental é a de que:

os alunos reconheçam comprimento, área, volume e abertura de ângulo como grandezas associadas a figuras geométricas e que consigam resolver problemas envolvendo essas grandezas com o uso de unidades de medida padronizadas mais usuais. [...] Nessa fase da escolaridade, os alunos devem determinar expressões de

cálculo de áreas de quadriláteros, triângulos e círculos, e as de volumes de prismas e de cilindros (BRASIL, 2017, p. 271 - 272).

Nos Parâmetros Curriculares para a Educação Básica do Estado de Pernambuco (2012), nota-se que a inserção do uso de fórmulas para medida de áreas é a partir do 8º ano, mas, desde o 2º ano, essa grandeza deve estar presente em sala de aula.

Atividades que trabalhem com comparação das duas grandezas, medição, estimativa, produção e/ou transformação de figuras, dissociação entre comprimento e área, uso de unidades de medida convencionais e não convencionais, mudanças de unidades, entre outras (LIMA, 2007), colaboram com o ensino e a aprendizagem destes conteúdos.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1998, p. 129) afirmam que é "preciso retomar as experiências que explorem o conceito de medida. Por exemplo, para medir o comprimento de um objeto, o aluno precisa saber quantas vezes é necessário aplicar uma unidade previamente escolhida nesse objeto" - para os anos finais do ensino fundamental. Além disso, abordar a história da Matemática para discutir a origem destas grandezas, compreendendo como era utilizada em diferentes civilizações contribui para atribuir significado ao processo de medição.

Nos PCN (BRASIL, 1998), alguns conteúdos conceituais e procedimentais previstos sobre comprimento e área são:

- Reconhecimento de grandezas como comprimento [...] e identificação de unidades adequadas (padronizadas ou não) para medi-las, fazendo uso de terminologia própria.
- Cálculo da área de figuras planas pela decomposição e/ou composição em figuras de áreas conhecidas, ou por meio de estimativas.
- Estabelecimento de conversões entre algumas unidades de medida mais usuais [...] em resolução de situações-problema.
- Construção de procedimentos para o cálculo de áreas e perímetros de superfícies planas (limitadas por segmentos de reta e/ou arcos de circunferência).
- Análise das variações do perímetro e da área de um quadrado em relação à variação da medida do lado [...].
- Estabelecimento da relação entre a medida da diagonal e a medida do lado de um quadrado e a relação entre as medidas do perímetro e do diâmetro de um círculo (BRASIL, 1998, p. 73-74 e p. 90).

A Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2017) também valoriza essa diferença entre o comprimento do lado e da diagonal do quadrado, que é um erro frequente discutido por Ferreira (2010) em sua dissertação e em várias

pesquisas que cita. É necessário dar uma atenção maior a essa dificuldade com atividades que trabalhem na distinção entre esses comprimentos.

Outro elemento importante é o uso de fórmulas que, para esse nível de ensino, 7º ano, não é prioridade. “As fórmulas têm um papel importante na resolução de problemas matemáticos, mas, para que cumpram esse papel a contento, é preciso que os alunos sejam capazes de utilizá-las com compreensão” (LIMA; BELLEMAIN, 2010, p. 187). A BNCC também confirma sobre o uso de fórmulas em uma de suas habilidades para os anos finais do Ensino Fundamental (EF).

Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área. [...] Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros. [...] Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas. [...] Área do círculo e comprimento de sua circunferência (BRASIL, 2017, p. 301 - 302).

O comprimento é uma grandeza geométrica que, geralmente, é associada a objetos geométricos retilíneos. Entretanto, os objetos geométricos que têm comprimento podem ser curvas abertas ou fechadas, sejam elas segmentos de retas, linhas poligonais abertas, polígonos ou não. Lima e Bellemain (2010) afirmam que o comprimento de uma curva fechada é chamado perímetro e que, para medir, é possível decalcá-la com fita de papel ou barbante e depois retificá-lo.

Os pesquisadores acima destacam que, geralmente, o perímetro é trabalhado separadamente da grandeza de área, o que pode acarretar em erros e dificuldades por parte dos alunos na dissociação entre perímetro e área. Algumas limitações conceituais de aprendizagem e erros sobre a área e suas relações com o perímetro foram investigadas desde a década de 1980 pelas pesquisadoras francesas Régine Douady e Marie-Jeanne Perrin-Glorian (1989).

Essas investigadoras concluíram com uma Engenharia Didática que, para construir a noção de área como grandeza, é necessário distinguir área e superfície, liberando a área da forma, compreendendo que duas superfícies de formas diferentes podem possuir áreas iguais e, diferenciar área de número, pois uma superfície pode ter medidas diferentes de acordo com a unidade de medida escolhida, apesar de a área ser a mesma. Pesquisas posteriores (BALTAR, 1996;

FERREIRA, 2010) expandiram essas hipóteses e conclusões para os estudos de comprimento e perímetro.

Apontamos algumas atividades destacadas por Lima e Bellemain (2010) que podem auxiliar na dissociação de área e perímetro e na construção de área e comprimento como grandezas:

- Estimular o aluno a utilizar instrumentos comuns para medir o comprimento ou o perímetro de uma figura como barbante/cordão, lápis, palmo, polegada, passo e, também, com unidades de medida convencionais como centímetro com uso da régua graduada.
- O trabalho com malhas quadriculadas, triangulares, retangulares, hexagonais para compreensão do conceito de área.

Atividades como essas serão discutidas nos resultados que foram escolhidas pelos futuros professores com o auxílio do formador e do supervisor, a partir do estudo e do planejamento baseado na LS e na ED.

Procedimentos Metodológicos

O estudo se realizou com a união das etapas dos processos da LS e da ED expressados na Figura 1. Os participantes foram uma turma de 7º ano com 30 alunos de uma escola federal, quatro estagiários de regência voluntários - sendo dois desta turma (chamaremos de E1 e E2) e os outros ficaram como observadores (E3 e E4 – os quais entraram na pesquisa ao longo das reuniões)³, o supervisor (S) e o formador (F) do Estágio Curricular Supervisionado III de uma universidade pública brasileira. A primeira pesquisadora (P) deste artigo atuou como observadora participante, podendo intervir em alguns momentos, questionando, controlando o tempo de cada discussão ou comentando algo que achava necessário ou apenas observando (YIN, 2005).

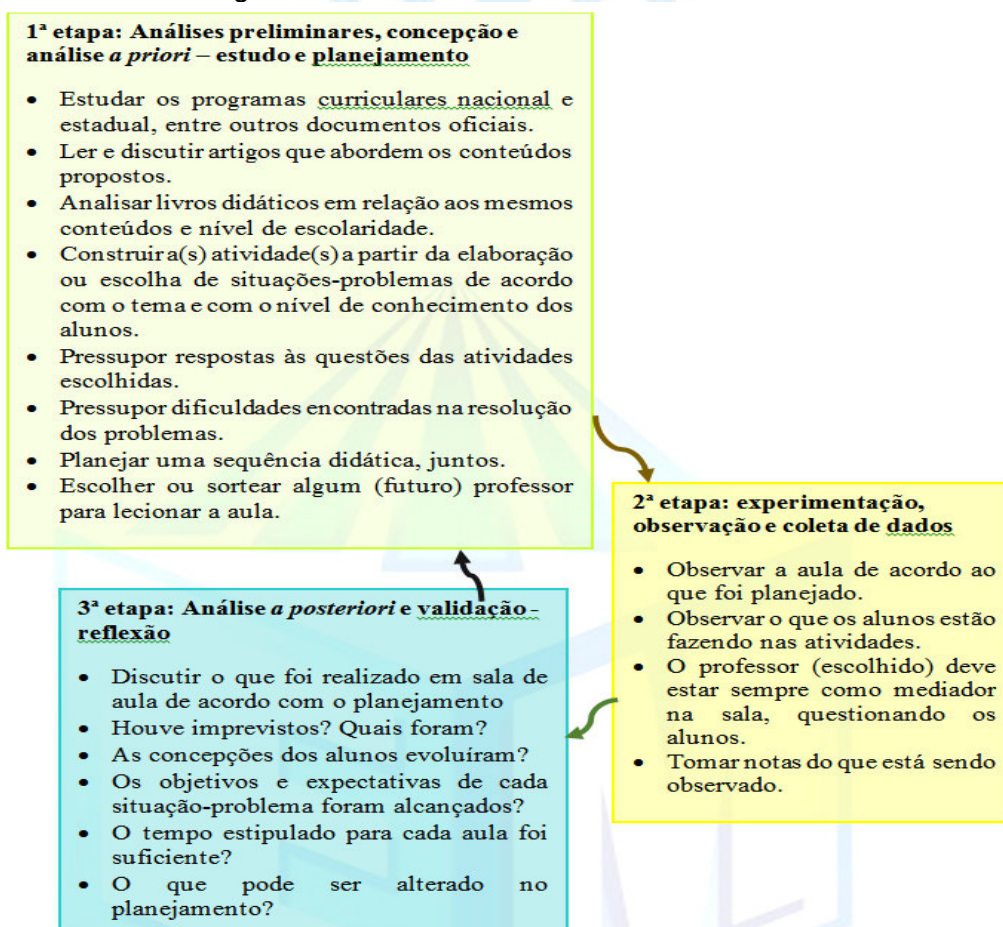
Além da fusão dos elementos, para conduzir este estudo, utilizamos um guia sistematizado pelo professor Maurício Figueiredo Lima (MANTE, 1998), baseado na TSD alicerçada pela ED, com questões sobre: a história do conteúdo (comprimento e área); seu papel na Matemática, em outras disciplinas e nas práticas sociais; onde é encontrado nos currículos, livros didáticos, artigos etc.; e que tipos de exercícios e atividades estão relacionados a este assunto. Os estagiários não produziram planos de aula escritos, como é ressaltado na LS e no próprio Estágio por F, S e P; desse modo, as aulas foram organizadas em *slides*. Entretanto, estes não apresentavam

³ Devido ao fato de que iam estagiar na outra turma do 7º ano, o supervisor achou melhor que o planejamento fosse o mesmo, por isso E3 e E4 entraram depois.

respostas aos problemas como é necessário na análise *a priori*, mesmo tendo sido discutidas várias possíveis respostas dos alunos, veremos que teve impacto na sala de aula e na formação dos estagiários.

Dentre às 10 horas-aula de regência, requeridas no Estágio, às quais dividimos em 5 encontros de 2 horas-aula, destacamos, neste artigo, dois episódios dos terceiros e quarto encontros sobre perímetro e área. Voltamos o nosso olhar para as medições concretas e abstratas, unidades de medida convencionais e não convencionais, temas relevantes nos documentos oficiais e pesquisas sobre grandezas geométricas.

Figura 1 – Fusão de elementos da LS e da ED



Fonte: autoria própria

Nota-se que há uma articulação entre as metodologias, valorizando as limitações e permanecendo com as proximidades. Este esquema foi apresentado e trabalhado com os estagiários junto com o guia sistematizado.

Medição Concreta e Abstrata, Unidades de Medida Convencionais e Não Convencionais

Inicialmente, com o estudo sobre perímetro, os estagiários ficaram surpresos ao descobrirem que não sabiam seu conceito. Em uma das reuniões, discutindo sobre perímetro com S, P, E1 e E2 (E3 e E4 ainda não estavam participando das reuniões), surgiu a seguinte pergunta: o que é perímetro?

S: "o perímetro de um polígono é a soma das medidas de seus lados." A soma das medidas dos lados é a medida do perímetro. Não é? O perímetro é um atributo da figura. Não é um número. A soma é o resultado de uma operação, adição. Soma é um número, mas perímetro não é um número, perímetro é uma grandeza. Número é a medida da grandeza.

P: e dos comprimentos do contorno ou do comprimento do contorno.

E1: qual a definição de perímetro?

S: rapaz, é bronca, visse.

E1: deixa para lá então.

S: eu não vou dizer não. Mas todas as grandezas são atributos de...

P: porque se for um círculo...

S: fora essa bronca. Ah, não, mas aí fica tranquilo, porque ele diz que de um polígono é que é a soma dos lados. Entende?

P: sim. É.

S: se eu tenho um polígono, o perímetro vai ser isso. Só que esse é o grande problema que a galera fala muito e tal, porque se atribui as grandezas simplesmente a número.

P: exato.

S: mas não é número.

P: não trabalha grandeza como sendo grandeza.

S: exatamente.

E1: então, uma definição para perímetro poderia dizer que é o contorno da figura, ou não?

S: não. Sabe por que não? É fácil negar, difícil afirmar, mas negar é muito fácil. Não é. Por quê? Porque se eu digo, por exemplo, que o perímetro da figura é o contorno, eu posso pegar, por exemplo, esse meu cordão, eu tenho isso aqui, se o perímetro é o contorno [faz um retângulo com o cordão], isso tem que ser diferente disso [triângulo], porque são contornos diferentes. Só que, na verdade, não, eles são o mesmo perímetro. Esse perímetro é igual a esse perímetro. Ele não está associado ao contorno que é a forma. A grandeza está associada a um treinamento, tem o número, tem o objeto...

P: aquele livro de grandezas e medidas... "Explorando o Ensino". "O comprimento de uma curva fechada é o que chamamos seu perímetro."

S: o comprimento?

E1: mas aí está associando a número, não?

S: exatamente.

P: não. A medida do comprimento é que é um número. O comprimento não é.

S: ah, ele está dizendo o comprimento, desculpa, está certo.

P: é. “O comprimento de uma curva fechada é o que chamamos seu perímetro” (p. 286).

E4: tu entendeste?

E1: é estranho.

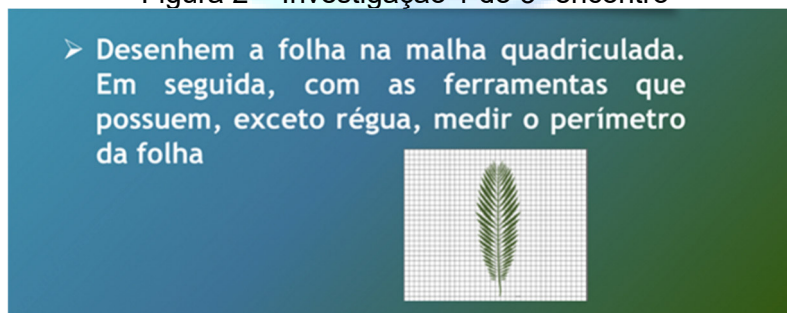
P: porque, em geral, dizemos que “tal curva é o contorno da região, assim também podemos dizer que o perímetro é o comprimento do contorno de uma região. Mas é preciso cautela, pois ele não é o próprio contorno, mas o seu comprimento” (LIMA; BELLEMAIN, 2010, p. 186).

S: perfeito. Vamos ler mais umas 4 vezes.

Após essa discussão, tanto o supervisor quanto os estagiários passaram a ter mais compreensão sobre perímetro. O conceito de área estava mais claro para eles, mas não a importância da dissociação entre perímetro e área. Assim, começaram a entender as dificuldades que Douady e Perrin-Glorian (1989) destacam sobre o ensino destes.

O planejamento inicial do segundo encontro sobre perímetro foi feito por E3 e E4, que não estavam desde o início das análises preliminares e estudo. Logo, os problemas apresentados não desafiavam os alunos a construir seus conhecimentos. Com isso, houve várias discussões e, conseqüentemente, modificações no planejamento do segundo encontro, que conduziu ao terceiro. Este foi sobre perímetro e área e teve como problema central a medição do perímetro de uma folha (natural) entregue aos alunos para desenharem uma aproximação na malha quadriculada. Este foi escolhido por E1 e E2 a partir de uma oficina sobre dissociação entre perímetro e área na instituição em que estudam. Além das ferramentas que eles tinham, os estagiários deram um pedaço de barbante para resgatar a utilização de instrumentos e unidades de medida não convencionais que foram trabalhados no primeiro encontro (MACEDO; BELLEMAIN; WINSLØW, 2020).

Figura 2 – Investigação 1 do 3º encontro

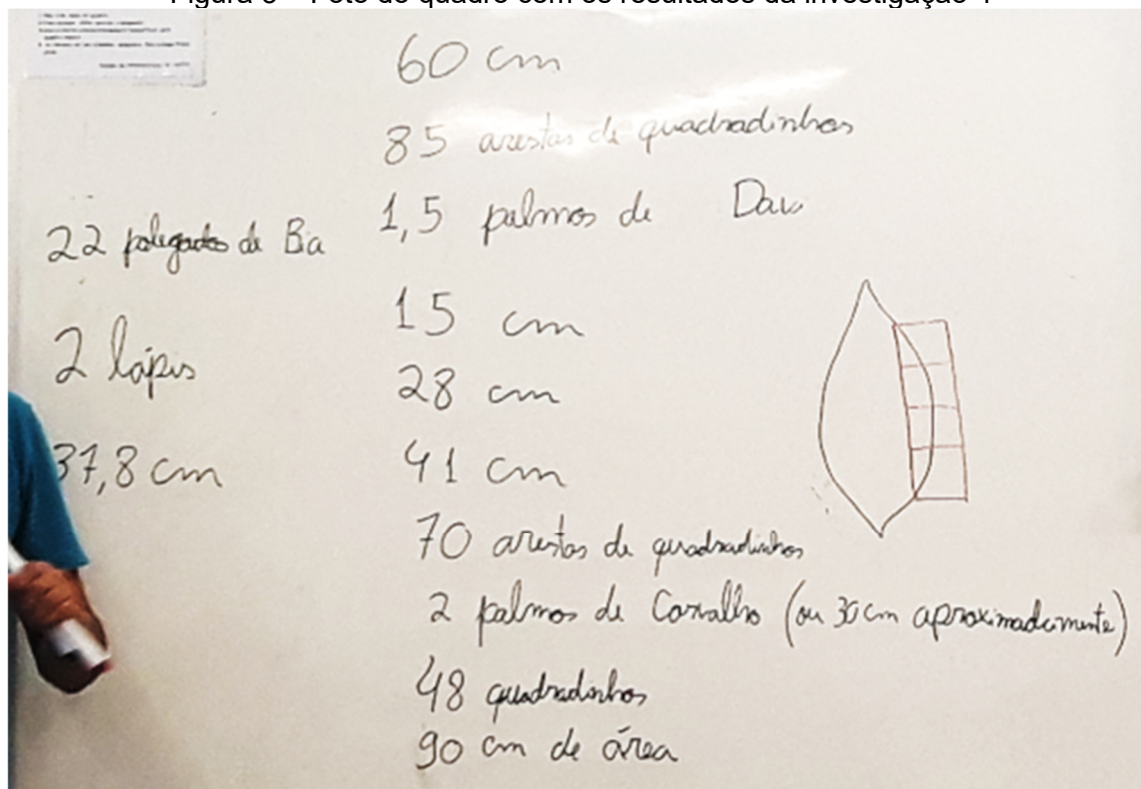


Fonte: autoria própria

O objetivo era trabalhar mais a questão das curvas para desvincular o perímetro dos polígonos e da definição “soma de todos os lados”, resposta que foi

dada pela maioria dos alunos no início da aula quando os estagiários questionaram o significado de perímetro. Este problema foi resolvido em grupo de dois a três alunos. Na Figura 3, veremos os resultados dos alunos expostos no quadro por E2:

Figura 3 – Foto do quadro com os resultados da investigação 4



Fonte: autoria própria

Pode-se perceber que alguns alunos utilizaram palmo, lápis, polegadas, remetendo ao primeiro encontro sobre medição e as unidades de medidas não convencionais. Dois grupos confundiram perímetro com área, utilizando “cm de área” e “quadradinhos” como unidades de medida. Outros utilizaram “arestas do quadrado” e isso levou a uma discussão sobre a diferença entre o comprimento do lado do quadrado e da curva que passa por este:

Aluno 4: primeiro, eu acho que tem muita gente que não sabe que uma reta assim, no quadrado, é menor que se a gente colocar uma curva dentro, fazer uma curva. Aí tem pessoas como fulano que estava medindo só isso daqui assim, oh [fazendo o gesto de medição apenas dando só a reta]. Ou seja, isso daqui é menor do que isso daqui [fazendo o gesto da curva]. Eles [integrantes do trio] não sabiam e mediram assim. Isso é menor do que uma curva. Então claro que vai dar uma diferença e não tem como a gente medir, por enquanto, exatamente, quanto é essa curva. Então por isso que nenhum desses aí em centímetros provavelmente vai estar certo.

E2: oh, o que aluno 4 quer dizer é o seguinte. Tiveram alguns grupos, algumas pessoas. Aí eu fiz um exemplo aqui [imagem no quadro – fig. 3], tem uma parte aqui da malha quadriculada e tem uma folha desenhada. Aí teve alguns grupos que fizeram: essa curva

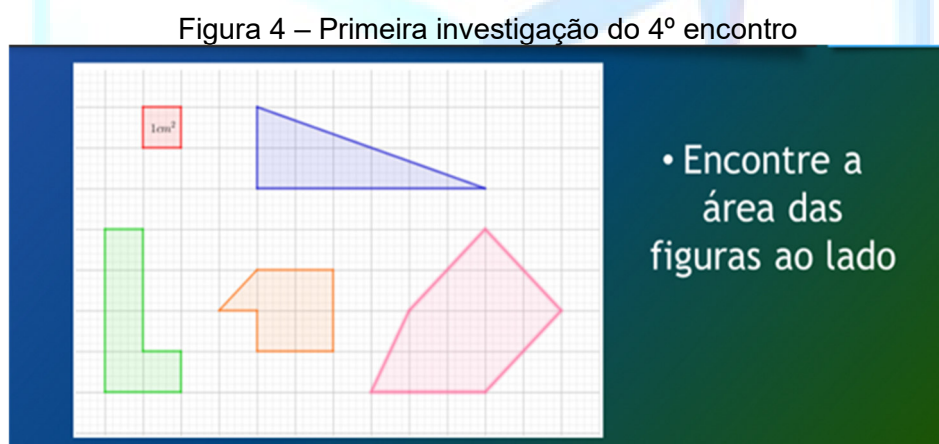
aqui preta ela está parecida com esta aresta aqui, então mesmo comprimento. Então, eu posso aproximar esse comprimento desse pedacinho aqui de preto com o vermelho, certo?

Alunos: aproximar.

Aluno 5: então por isso que eu disse aproximadamente. Porque tem muita curva.

A ideia de aproximação foi discutida entre todos, neste momento, e chegaram à conclusão de que nenhuma medição da folha estava totalmente correta, relacionado com as medições concreta e abstrata (BRASIL, 2017). E2 utilizou aresta para designar o lado do quadrado por ter sido o termo que os alunos usaram enquanto estavam respondendo. Os estagiários conseguiram conduzir os alunos a compreenderem que a medição prática é uma aproximação neste problema, pois, em outros anteriores, eles ainda se questionavam.

A ideia de área começou a surgir mais rapidamente como esperado pelos estagiários, pois, logo no terceiro encontro, alguns alunos começaram a distinguir perímetro e área e outros expressavam alguma confusão entre esses conteúdos. No início do quarto encontro, tendo iniciado a área no anterior, E1 e E4 propuseram um problema com políminós (Fig. 4):



Fonte: autoria própria

Esta foi realizada nos mesmos grupos dos outros encontros e a reflexão em grande grupo, após a resolução, deu oportunidade a todos. Então, os estagiários perguntaram sobre o triângulo azul:

Aluno 1: porque, então, o azul tem essa parte aqui [apontando para a parte final – menor triângulo dentro da figura] incrivelmente completa aquela ali [apontando para o espaço entre o início do triângulo azul – esquerda para direita – parte não preenchida]. Essa parte aqui que completa aquela ali, temos essa parte aqui que completa essa parte aqui e completa seis quadradinhos ao todo.

E4: beleza. Então, resumindo, quanto deu a área?

Aluno 1: 6.

Figura 5 – Foto do desenho do aluno 1 explicando no quadro



Fonte: autoria própria

A partir dessa ideia do aluno 1, muitos questionamentos surgiram com relação à prova de se os pedaços se encaixam ou não na parte de cima:

Aluno 2: quem me garante que esses quadrados encaixam?

Aluno 3: aluno 2, aproximadamente cm^2 .

Aluno 2: não, não, a gente está na Matemática e a Matemática é exata.

[...]

Aluno 4: então, como 2 triângulos formam um quadrado. Era só fazer como se fosse um retângulo e dividir por 2.

[...]

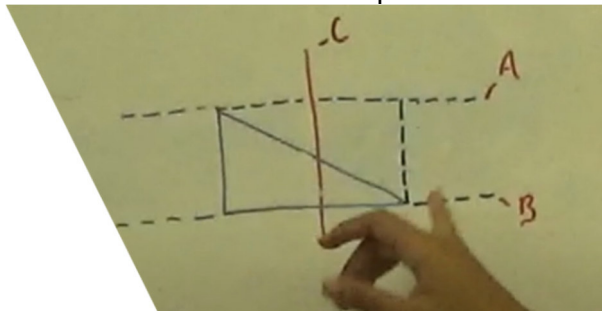
Aluno 5: eu concordo com aluno 2 na parte que, tipo, não tem como saber exatamente, especificamente, se eles realmente juntam, mas aí é além da resposta que a gente vai dar, também tem outros tipos de resposta. A resposta que a questão quer que a gente dê. E, nessa forma, como ele apresentou desse jeito, muito parecido, pode ser que não encaixe, mas a forma como ele apresentou, ele quer que a gente pense que encaixe perfeitamente e aí vai dar 6 de área.

Aluno 6: porque, primeiro, porque parece muito, mas porque pela transversal, pelo que a gente já estudou antes, então se isso se aplica aos ângulos e tem todo o bagulho aí dos triângulos, então deve servir para isso também. E porque se parecem mesmo [faz símbolo de girar a figura].

[...]

Aluno 7: digamos que eu saiba desenhar, vê, tipo, eu tenho duas paralelas, essa e essa. vou chamar essa daqui de A e essa daqui de B. Eu tenho duas paralelas cortadas por uma transversal C. [...] Essa daqui do meio está cortando essas duas paralelas A e B e está cortando essas duas aqui. Eu posso garantir que é igual porque eu sei que está no meio e eu sei que são iguais porque são opostas pelo vértice.

Figura 6 – Fotos do desenho do aluno 7 explicando a área do triângulo azul

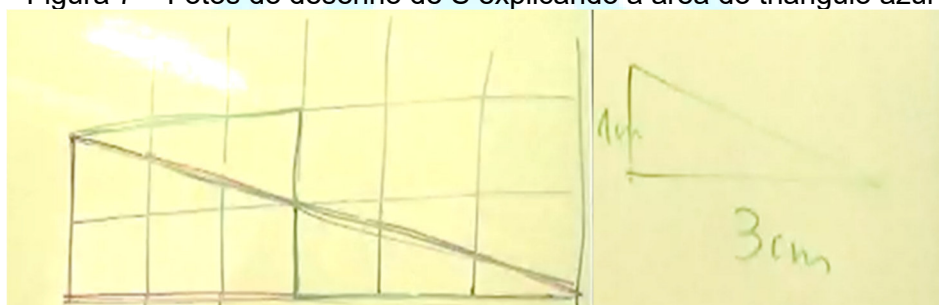


Fonte: autoria própria

Mais uma vez, surgiram as dúvidas sobre medição concreta e abstrata entre os alunos e algumas explicações utilizadas por eles não foram compreendidas pelos estagiários. Ao término do 4º encontro, o grupo se reuniu para comentar sobre a área do triângulo azul e outros pontos importantes que serão destacados adiante. S começou desenhando a figura, E1 e E2 iam explicando os encaixes de cada parte.

S: e é curioso que se a gente for olhar para esse triângulo, foi uma coisa que aluno x também mencionou, ele tem como encaixar aqui. E é fácil mostrar isso com a malha porque a gente vê que tem, na verdade, um triângulo retângulo com dimensões 1 e 3. Então isso aqui vai encaixar aqui. [...] E uma coisa que eu achei interessante também é que isso aqui pode ser generalizado não só para o triângulo retângulo, mas para qualquer triângulo.

Figura 7 – Fotos do desenho de S explicando a área do triângulo azul



Fonte: autoria própria

Embora os estagiários estivessem concordando com tudo o que S estava falando, ao mesmo tempo em que iam lembrando-se das respostas dos alunos, S deixou claro que eles não conseguiram “amarrar” o raciocínio de todos para concluírem que realmente encaixava:

E2: estava tentando explicar para aluno 2 [...] eu falei que, nesse caso, de fato, esse triangulozinho aqui seria o encaixe, mas se não estivesse passando no vértice aqui...

[...]

E1: encaixa.

S: sempre vai encaixar.

O fato de E1 e E2 não ter percebido a nuance do raciocínio dos alunos, a nosso ver, poderia ser minorado por uma análise *a priori* dos problemas mais minuciosa. Se eles tivessem efetivamente produzido e discutido com S e F os modos como os alunos poderiam resolver a questão, essa possibilidade poderia ter emergido e eles teriam compreendido e discutido com mais segurança e conhecimento. Por outro lado, destaca-se a importância da reflexão pós-aula, como oportunidade de formação para os estagiários.

Considerações Finais

Com os resultados e as análises realizadas na pesquisa, ressaltamos algumas limitações e contingências para realizá-la, como, por exemplo: a disponibilidade e o interesse foram dificuldades presentes desde o início da pesquisa. Logo, em alguns momentos, nem todos puderam estar presentes – o que era esperado – e também por fatores externos não previstos, como a greve dos caminhoneiros em maio de 2018, que atrasou todo o processo.

Por que os elementos discutidos sobre plano de aula não foram incorporados pelos estagiários? Um dos impedimentos citados por eles foi o tempo insuficiente, por estarem em períodos complexos na universidade. Concordamos que a falta de experiência e a valorização do plano de aula influenciaram, assim como dificuldades em reconhecer cada elemento. Apesar disso, conseguimos perceber resultados significativos para todos os sujeitos envolvidos.

A compreensão dos conhecimentos e saberes do professor e do aluno são diferentes e, também, envolvem as dimensões teórica e prática de modos particulares. Esse foi um ponto que os estagiários compreenderam, ao longo do processo, e mais na reflexão final, enquanto foram discutindo os problemas e cada encontro. É importante envolver problemas alinhados aos programas oficiais e pesquisas sobre o conteúdo em questão como, por exemplo, a utilização de unidades de medida não convencionais.

A presença de S nas reuniões de estudo e planejamento foi relevante, pois, enquanto professor da turma, pode auxiliar os estagiários sobre o que e como tinha sido trabalhado os conteúdos, a forma de questionar, envolver, de estudar para planejar, escolher/construir/adaptar problemas, entre outros fatores que influenciaram o modo de pensar e agir dos futuros professores.

Com isso, concluímos que a ED e a LS estruturam diferentes modos de relação entre teoria e prática, com aportes e limitações, além de que a consideração de elementos complementares dessas duas perspectivas trouxe contribuições para a formação e o desenvolvimento profissional dos estagiários com o suporte do formador, supervisor e da primeira pesquisadora deste artigo.

Referências

ARTIGUE, Michèle. **Ingénierie Didactique. Recherches em Didactique des Mathématiques**, Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, 9(3), 1998, p. 281-308.

ARTIGUE, Michèle. L'ingénierie didactique comme thème d'étude. *In*: MARGOLINAS, Claire; ABOUD-BLANCHARD, Maha; BUENO-RAVEL, Laetitia;

DOUEK, Nadia; FLUCKIGER, Annick; GIBEL, Patrick; VANDEBROUCK, Fabrice; WOZNIAK, Floriane (Eds.): **En amont et en aval des ingénieries didactiques**, XV^a École d'Été de Didactique des Mathématiques – Clermont-Ferrand (PUY-de-Dôme). Recherches en Didactique des Mathématiques. Grenoble: La Pensée Sauvage, v. 1, 2011, p. 15-26.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática. Secretaria de Educação Fundamental, Brasília, MEC/SEF, 1998.

BRASIL. MEC.CNE/CP. **Parecer nº 28 de 02 de Outubro de 2001**. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/028.pdf>. Acesso em 02 de ago. 2017.

BRASIL. MEC.CNE/CP. **Resolução nº 02 de 01 de Julho de 2015**. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/docman/agosto-2017-pdf/70431-res-cne-cp-002-03072015-pdf/file>. Acesso em 02 de ago. 2017.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Versão preliminar. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em 8 de jul. 2018.

DAUANNY, Erika Barroso. **O Estágio no contexto dos processos formativos dos professores de Matemática para a Educação Básica**: entre o proposto e o vivido. 2015. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 375 p., 2015.

DOUADY, Régine; PERRIN-GLORIAN, Marie-Jeanne. Um Processus d'Apprentissage du Concept d'Aire de Surface Plane. **Educational Studies in Mathematics**, v. 20, 1989, p. 387-424.

FERREIRA, Ana Cristina. O Trabalho Colaborativo como Ferramenta e Contexto para o Desenvolvimento Profissional: compartilhando experiências. *In*: NACARATO, Adair Mendes; PAIVA, Maria Auxiliadora Vilela. **A Formação do Professor que Ensina Matemática**: perspectivas e pesquisas. 2 ed. São Paulo: Editora Gutenberg, 2009.

FERREIRA, Lúcia Fátima Durão. **A construção do conceito de área e da relação entre área e perímetro no 3º ciclo do Ensino Fundamental**: estudos sob a ótica da teoria dos campos conceituais. 2010. 191f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.

LEWIS, Catherine; HURD, Jacqueline. **Lesson study step by step**: how teacher learning communities improve instruction. Portsmouth: Heinemann, 2011.

LIMA, Paulo Figueiredo. **Questões Didáticas Relativas a Grandezas e Medidas**. Texto baseado em palestra proferida no Centro de Investigação em Educação na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. Lisboa, abril, 2007.

LIMA, Paulo Figueiredo; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. **Coleção Explorando o Ensino**: Grandezas e Medidas. Volume 17. Brasília, 2010, p. 167-200.

LOPES, Anemari Roesler Luersen Vieira; PAIVA, Maria Auxiliadora Vilela; PEREIRA, Patrícia Sandalo; POZEBON, Simone; CEDRO, Wellington Lima. Estágio Curricular Supervisionado nas licenciaturas em Matemática: reflexões sobre as pesquisas brasileiras. **Zetetiké**, Campinas, SP, v. 25, n. 1, jan/abr. 2017, p.75-93.

MACEDO, Aluska Dias Ramos; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar; WINSLOW, Carl. Lesson study with didactical engineering for student teachers in Brazil. **International Journal for Lesson and Learning Studies**, v. 9, n. 2, p. 127-138, 2020.

MANTE, Michel. **Política de Ensino e Escolarização Básica**. Coleção Professor Paulo Freire. Série Política de Ensino. Secretaria de Educação e Esportes de Pernambuco/Diretoria de Educação Escolar, 1998, p. 51-52.

MATOS, João Felipe; POWELL, Arthur; SZTAJN, Paola; EJERSBO, L.; HOVERWILL, Jeffrey. Mathematics Teachers' Professional Development: Processes of Learning in and from Practice. *In*: EVEN, E.; BALL, D. L. (Org.). **The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics**. International Commission on Mathematical Instruction. Springer, v. 11, 2009.

MAZIERO, Andreza Rosa; CARVALHO, Dalmo Gomes. A contribuição do supervisor de estágio na formação dos estagiários. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 14 n.1, jan./abr. p. 63-75, 2012.

MIYAKAWA, Takeshi.; WINSLOW, Carl. Didactical designs for students' proportional reasoning: an "open approach" lesson and a "fundamental situation". **Educational Studies in Mathematics**, n. 72, p.199-218, 2009.

NÓVOA, António. Firmar a Posição como Professor, afirmar a Profissão Docente. **Cadernos de pesquisa**, São Paulo, v. 47, n. 166, p. 1106-1136, out./dez., 2017. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/cp/v47n166/1980-5314-cp-47-166-1106.pdf>. Acesso em: 06 de jul. 2018.

PERNAMBUCO. [PCPE (2012)]. **Parâmetros para Educação Básica do Estado de Pernambuco – Matemática**. SEE, Recife, Pernambuco, 2012.

PIMENTA, Selma Garrido; LIMA, Maria Socorro Lucena. **Estágio e Docência**. São Paulo. Cortez Editora, 2004.

RICHIT, Adriana. Horizontes Antevistos e Incoerências Reveladas nas Políticas Públicas para a Formação Continuada de Professores. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 13, n.2, p.71-95, jul./dez. 2011.

STIGLER, James W.; HIEBERT, James. **The Teaching Gap: Best Ideas from the World's Teachers for Improving Education**, The Free Press, 1999.

TAKAHASHI, Akihiko.; MCDUGAL, Thomas. Collaborative lesson research: maximizing the impact of lesson study. **ZDM Mathematics Education**, v. 48, p. 513–526, 2016.

YIN, Robert. **Estudo de Caso**. Planejamento e Métodos. Porto Alegre: Bookman, 2005.

Submetido em janeiro de 2021.

Aceito em março de 2021.