REVISTA DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL (UFMS)

ISSN 2359-2842 Volume 14, número 34 – 2021 DOI: 10.46312/pem.v14i34.12686

A Necessária Mudança de Foco na Formação de Professores de e que Ensinam Matemática: discussão de Tarefas para a Formação e o Desenvolvimento do Conhecimento Interpretativo

A Need for a Change in Mathematics Teachers' Education: discussing Tasks for Developing Interpretive Knowledge

Miguel Ribeiro[1]

Gabriela Gibim[2]

Carla Alves[3]

RESUMO

Considera-se o conhecimento do professor como sendo especializado, para a sua atuação docente no que tange ao conhecimento do conteúdo e ao conhecimento pedagógico do conteúdo. Assumindo que cada área profissional demanda um conhecimento específico, a formação de professores deverá preocupar-se com as especificidades desse conhecimento para formar profissionais. Para que os alunos entendam, o professor deverá assumir como ponto de partida, para as discussões, o que os alunos já conhecem e como conhecem, o que demanda um conhecimento matemático específico que denominamos de Conhecimento Interpretativo. Este texto discute a necessidade e a importância de uma mudança de foco na formação de professores com vistas a capacitar profissionais para uma atuação docente que busque desenvolver o entendimento matemático dos alunos. Com esse fito, apresenta-se e discute-se uma tarefa para a formação que tem por objetivo desenvolver o Conhecimento Interpretativo de (futuros) professores no âmbito das frações.

PALAVRAS-CHAVE: Conhecimento Interpretativo. Formação de Professores. Fração.

ABSTRACT

[1] Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP. E-mail: cmribas78@gmail.com. ORCID: https://orcid.org/0000-0003-3505-4431.

[2] Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP. E-mail: gabi.gibim@gmail.com. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-7588-3579.

[3] Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP. E-mail: carla0934@gmail.com. ORCID: https://orcid.org/0000-0003-3435-7609.

Teachers' knowledge is considered to be specialized, both in terms of content knowledge and pedagogical content knowledge. Assuming that each professional area requires specific knowledge, teacher education should be concerned with the specificities of such professional knowledge in order to train professionals. Aiming students understanding, teacher's should consider what students already know and how they know it as a starting point for discussion. Doing so requires a specialized mathematical knowledge which is called Interpretative Knowledge. In this paper we discuss the need and importance for a change of focus in teachers' education in order to allow teacher education to contribute for teachers' mathematical practices focusing on developing students mathematical understanding. To this end, we present and discuss a task for teacher education conceptualized for developing (prospective) teachers' Interpretative Knowledge in the scope of fractions.
KEYWORDS: Interpretive Knowledge. Teacher Training. Fraction.

Introdução

A atuação docente[4] é uma temática que vem sendo discutida há décadas e que tem sido associada, de forma mais recente, a um questionamento relativo aos conhecimentos requeridos a um professor de matemática para essa atuação. Buscar um entendimento para esse questionamento é algo essencial para podermos perspectivar e sugerir propostas que contribuam para a melhoria da prática e da formação docente e, em consequência, das aprendizagens matemáticas e resultados dos alunos. Esse foco no conhecimento do professor é essencial, pois a pesquisa mostra esse conhecimento como um dos principais aspectos para o desenvolvimento do conhecimento matemático dos alunos, e que esse conhecimento assume, em comparação com outro fator controlável, um papel dominante nos resultados das aprendizagens dos alunos (NYE; KONSTANTOPOULOS; HEDGES, 2004; BAUMERT *et al*., 2010).

Este conhecimento do professor pode ser entendido sob diversas perspectivas, desde uma visão ampla e generalista, que não considera as particularidades de nenhuma área de conhecimento e que consideramos enquadrada no âmbito da Educação Geral e se sustenta, maioritariamente, nas ideias de Shulman (1986) ou Tardiff (2002). Outra perspectiva, emergente nas últimas décadas, considera as especificidades para cada área de conhecimento e, portanto, para a prática matemática do professor (RIBEIRO, 2018). Dessa forma, vai surgindo, assim, a ideia de que existe um conhecimento profissional específico do professor e que utilizamos no trabalho docente, que vai sendo construído desde a sua formação inicial e ao longo de sua carreira profissional (CLIMENT, 2002).

---

[4] Não falamos em profissão docente, pois, tal como Lortie (1975), consideramos que muito ainda falta para que possamos assumir essa perspectiva. Inclusive, este texto, busca fazer uma discussão implícita da necessidade de formação profissional que permita aproximar dessa profissionalidade.

Assumir as particularidades de distintas práticas profissionais tem implicações profundas na forma como entendemos a prática profissional do professor, a formação específica que implica essa prática profissional e os focos da pesquisa associada. Em muitos contextos profissionais, a matemática é utilizada como um recurso, em que basta saber fazer/aplicar um conjunto de regras sem a necessária compreensão, pois o objetivo é o de obter um resultado correto – matemática aplicada à resolução de problemas específicos do contexto profissional. Porém, ao assumirmos as especificidades da prática do professor associadas a possibilitar que os alunos entendam o que fazem e porque o fazem, a cada momento (BALL; THAMES; PHELPS, 2008; CARRILLO *et al*., 2018), o conhecimento do professor é entendido de forma complementar ao conhecimento de qualquer outro profissional que utilize a matemática de forma instrumental e essa complementaridade leva a que seja um conhecimento especializado para a sua atuação docente. Destarte, o interesse não é olhar o professor de matemática como especialista em matemática, mas, sim, como um profissional que ensina matemática e focar a atenção nessas especificidades do conhecimento requerido para esse fazer docente – especificidade tanto no âmbito do conhecimento do conteúdo, quanto pedagógico do conteúdo (CARRILLO; CONTRERAS; ZAKARYAN, 2013).

A necessidade de desenvolver a compreensão conceitual dos alunos em matemática (KILPATRICK; SWAFFORD; FINDELL, 2001; NCTM, 2012; BRASIL, 2018) demanda que os professores detenham um conhecimento profundo de matemática (BALL; THAMES; PHELPS, 2008; MA, 1999). No entanto, muitos professores entram em seu programa de formação sem entender sequer os algoritmos comuns, especialmente aqueles usados na matemática do ensino fundamental (YOUNG; ZIENTEK, 2011; NEWTON, 2008; HOLM; KAJANDER, 2011).

Quando consideramos as especificidades do conhecimento do professor, há que ponderar que estas são tanto do âmbito do conhecimento matemático quanto do âmbito do conhecimento pedagógico e, em particular, assumimos a conceitualização do *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge*[5] – MTSK (CARRILLO *et al*., 2018). Por outro lado, a prática do professor deve objetivar que os alunos aprendam matemática e, nesse sentido, uma das abordagens que se tem revelado potente

[5] Optamos por manter a nomenclatura em inglês, pois esta é uma conceitualização do conhecimento do professor reconhecida internacionalmente, e a tradução desvirtuaria não apenas o sentido, mas, essencialmente, o conteúdo de cada um dos subdomínios que compõem o modelo que a representa.

para essa aprendizagem refere-se a ter como ponto de partida para as discussões o que os alunos conhecem e como o conhecem (JAKOBSEN; RIBEIRO; MELLONE, 2014).

Nesse sentido, ao professor cumpre um conhecimento matemático específico que lhe permita atribuir significado aos raciocínios e às produções dos alunos, potenciando fornecer um feedback construtivo que tenha esses conhecimentos como ponto de partida para o desenvolvimento do conhecimento matemático. Este conhecimento é denominado de Conhecimento Interpretativo (DI MARTINO; MELLONE; RIBEIRO, 2019; JAKOBSEN; RIBEIRO; MELLONE, 2014) e é um conhecimento especializado que não se desenvolve, simplesmente, pela prática, sendo necessárias discussões intencionais com esse fito (RIBEIRO; MELLONE; JAKOBSEN, 2013).

As especificidades do conhecimento do professor e o conteúdo desse conhecimento têm, portanto, de ser desenvolvidos por via da formação e, considerando que a prática matemática do professor se sustenta na implementação e na discussão de tarefas (MASON; JOHNSTON-WILDER, 2006; RIBEIRO; MELLONE; JAKOBSEN, 2016) e que tarefas para os alunos e para a formação de professores têm de perseguir objetivos complementares (RIBEIRO, 2020), torna-se essencial uma discussão com foco nessas tarefas para a formação (RIBEIRO; ALMEIDA; MELLONE, no prelo).

Um foco da formação nessas especificidades do conhecimento do professor é algo bastante distinto do que observamos, ainda hoje, em muitos contextos formativos – seja de formação inicial ou contínua – (RODRIGUES; MISKULIN; SILVA; FERREIRA, 2016; CEDRO, 2020; ELIAS, 2019), sendo esse um dos motivos que nos leva a argumentar pela necessidade de uma mudança de foco na formação de professores para que, em consequência, se possa mudar o foco da prática. No âmbito do trabalho que desenvolvemos no CIEspMat[6] , temos desenvolvido estas ideias associadas às tarefas para a formação (RIBEIRO; ALMEIDA; MELLONE, no prelo) para desenvolver as especificidades do conhecimento matemático, saindo, portanto, do espaço das generalidades (RIBEIRO, 2018) e avançando para o que denominamos de Ciclo formativo Individual-Coletivo-Individual – ICI (PACELLI; MELLONE; RIBEIRO; JAKOBSEN, 2020).

[6] O CIEspMat é um grupo de Pesquisa e Formação que desenvolve trabalhos focados no desenvolvimento do Conhecimento Interpretativo e Especializado do professor e futuro professor de e que ensina matemática – desde a Educação Infantil ao Ensino Médio e que assume, explicitamente a pesquisa e a prática de forma imbricada. www.ciespmat.com.br.

Neste texto, fazemos uso de um exemplo de uma tarefa para a formação no âmbito das frações para discutir e problematizar a necessidade da uma mudança de foco na formação (contínua e inicial) de professores, de modo que essa formação possa contribuir para a especialização da prática docente, que possibilitará a melhora dessa prática e das aprendizagens dos alunos.

Algumas notas teóricas e problemáticas emergentes

No início da década, já se discutia o fato de o conhecimento do professor para ensinar Álgebra ser distinto do conhecimento do professor para ensinar Geometria (JAKOBSEN; THAMES; RIBEIRO, 2013) e, inclusive, o trabalho com racionais, na sua representação em fração, demanda conhecimentos específicos distintos (ALMEIDA; RIBEIRO, 2019, 2021).

Os racionais são um dos tópicos transversais às várias etapas educativas (NEWSTEAD; MURRAY, 1998), pelo que o trabalho a desenvolver, tanto com os alunos como com os professores, deverá assumir um lugar de destaque. Apesar de uma vasta, e já antiga, literatura com foco nos números racionais e nas dificuldades dos alunos (ver, por exemplo, BEHR *et al*., 1983; LAMON, 2007; NUNES; BRYANT, 2006), o mesmo tipo de dificuldades continua a ser revelado por alunos e professores (ALMEIDA; RIBEIRO, 2019; MA, 1999; PINTO; RIBEIRO, 2013; ROJAS, 2014).

As dificuldades evidenciadas pelos professores podem advir da falta de tratamento adequado do campo conceitual no currículo de matemática e de vivência das mesmas experiências escolares que as dos atuais alunos (LAMON, 2007). Essa deverá ser uma das evidências de que não basta uma apresentação de regras e algoritmos aos alunos com posteriores aplicações na resolução de problemas rotineiros, pois isso não será suficiente para o desenvolvimento de uma aprendizagem de qualidade (com efetiva compreensão e entendimento), que sustentará a melhoria dos resultados. Para que essa aprendizagem dos alunos seja significativa, a ênfase deverá ser no desenvolvimento do Sentido de Número e de Operação, em situações contextualizadas e significativas, e não na exposição de regras e algoritmos, pois, só assim, os alunos "desenvolvem a capacidade para produzirem estratégias flexíveis para o cálculo e para a resolução de problemas" (HUINKER, 2002, p. 78).

A manutenção destas dificuldades e o conhecimento mais recente de que professores e alunos revelam o mesmo tipo de dificuldades (HAREL *et al*., 1994; MA, 1999; POST *et al*., 1988; TIROSH; GRAEBER, 1990) são fatores que levam a problematizar o foco (e a efetividade) da formação de modo a contribuir para erradicar as dificuldades dos alunos, ou seja, de modo a que estes efetivamente aprendam, entendendo aqui aprender com correspondência a entender o que fazem e por que o fazem, a cada momento. Efetuando um paralelismo entre essas aprendizagens matemáticas dos alunos e o desenvolvimento do conhecimento profissional do professor, no sentido de Climent (2002), consideramos a importância das situações baseadas na prática para a formação do professor (BALL; THAMES; PHELPS, 2008; JAKOBSEN; THAMES; RIBEIRO, 2013; SMITH, 2001).

Os alunos têm o direito de ter a oportunidade de aprender matemática (e o dever de se esforçar por aprender) e, portanto, o professor tem o dever de ensinar matemática para que os alunos aprendam. Isso leva à discussão de que o professor tem de conhecer “mais” que os alunos, o que nos parece óbvio; porém, não é tão óbvio o que significa esse “mais” e quais as dimensões a que ele se refere. Esta problemática deverá sustentar as discussões em torno da formação, pois há muitas perguntas ainda sem resposta oficial: Quanto mais? O que significa mais? Em relação a quê (que alunos)? Quem define? Com que parâmetros de qualidade? Qual o papel e foco da formação para esse “mais”?

Uma questão importante para contrapor as discussões de um foco na generalidade para a necessidade de um foco nas especificidades poderia ser a de considerar que esse conhecimento seja apenas pedagógico. Assim, cabe a discussão de que todos os alunos do Ensino Médio conhecem algo sobre conhecimento pedagógico, pois todos já tiveram muitas experiências com professores diferentes. Se perguntarmos a um aluno qualquer como ele pode ensinar certo conteúdo, ele, certamente, apresentará uma proposta baseada nas suas experiências anteriores e, provavelmente, ensinará como considera que foi ensinado – essa é, inclusive, a forma que muitos professores acabam por ensinar (COONEY, 1994; LAMPERT, 1988) – e, assim, não necessitaríamos de formação de professores, pois bastaria ensinar como consideramos que apreendemos, mudando quando muito a abordagem metodológica. Por outro lado, se “esse mais” se referir a um conhecimento da matemática avançada, então estaríamos a considerar que aquele que sabe fazer pode ensinar regras, macetes, memorização, e assim, mais uma vez, não necessitaríamos de formação de professores.

Esta discussão e problematização anterior busca potencializar a necessidade de uma articulação entre conhecimento matemático e pedagógico de forma imbricada para que esse “mais” se refira a essas especificidades do conhecimento.

E essa discussão é premente e urgente, pois, se continuamos assumindo a perspectiva das generalidades, alinhada com as ideias gerais de Shulman (1986) ou de Tardif (2002), a argumentação continuará a ser que esse “mais” se refere à dimensão pedagógica; isso deixa à margem a discussão do conteúdo que se tem de ensinar, mantendo, assim, o que tem sido feito que, como mostram os resultados das aprendizagens dos alunos, não tem tido o efeito desejado de melhorar essas aprendizagens. Assumindo a perspectiva das especificidades do conhecimento do professor para a sua atuação profissional (BALL; THAMES; PHELPS, 2008; CARRILLO *et al*., 2018; JAKOBSEN; RIBEIRO; MELLONE, 2014), esse “mais” está incluído tanto no conhecimento matemático associado a cada um dos conteúdos ou tópicos, quanto no conhecimento pedagógico para ensinar esses tópicos. E assumir essas especificidades demanda e implica mudanças substanciais tanto na estrutura quanto no foco da formação e nos objetivos específicos perseguidos.

Note-se que, ao considerarmos a necessidade desta mudança de foco, não estamos, de modo algum, a desmerecer o trabalho que tem sido feito até aqui, mas a reconhecer explicitamente a necessidade de que exista uma maior coerência entre o que mostram e recomendam as pesquisas especificamente direcionadas à prática e ao conhecimento do professor de e que ensina(rá) matemática e os focos e objetivos da formação facultada. Nesse sentido, há que pensar, e fazer, uma formação que tenha por objetivo desenvolver esse conhecimento especificamente associado à atuação docente e uma das propostas que têm sido desenvolvidas refere-se a considerar uma abordagem sustentada na prática (BALL; THAMES; PHELPS, 2008; CARRILLO *et al.*, 2018; JAKOBSEN; RIBEIRO; MELLONE, 2014) e assumir como origem e destino o que o aluno conhece de matemática e o que se espera que ele passe a conhecer (de matemática). Esse foco demanda um conhecimento matemático específico que permite atribuir significado às produções e aos raciocínios matemáticos dos alunos, conhecimento esse que denominamos de Conhecimento Interpretativo (DI MARTINO; MELLONE; RIBEIRO, 2020).

A atividade de interpretação das produções dos alunos é essencial para o professor (ver, por exemplo, HALLMAN-THRASHER, 2017; RIBEIRO; MELLONE; JAKOBSEN, 2016). Ela demanda atribuir significado às produções dos alunos, em particular, às não padronizadas ou que diferem das que os professores forneceriam ou esperavam ou ainda aquelas que contêm erros.

Esse Conhecimento Interpretativo é um conhecimento especializado, pois é específico para a prática letiva do professor e é um conhecimento matemático que vai sustentar as suas opções pedagógicas (JAKOBSEN; RIBEIRO; MELLONE, 2014), não correspondendo, portanto, à performance do professor ou as suas ações. Segundo a Enciclopédia Springer Nature, Conhecimento Interpretativo:

> corresponde ao conhecimento matemático amplo e profundo que permite ao professor contribuir para que os alunos possam elaborar/desenvolver o seu conhecimento matemático tendo como ponto de partida o seu próprio raciocínio e produções, independentemente de serem não standard ou incorretas. O Conhecimento Interpretativo complementa o conhecimento de erros comuns ou estratégias dos alunos com o conhecimento das origens dos possíveis erros típicos e não típicos e o conhecimento do uso dos erros como uma efetiva fonte de aprendizagem (DI MARTINO; MELLONE; RIBEIRO, 2019, p. 3).

Para que possamos atribuir sentido e significado às produções dos alunos e, por essa via, implementar práticas matemáticas que promovam a construção do conhecimento dos alunos, ao professor cumpre um conhecimento que lhe permita ativar "um real processo de interpretação, partindo de uma escuta avaliativa para uma forma mais flexível de escuta hermenêutica" (DAVIS, 1997; DI MARTINO *et al.*, 2016, p. 4).

Essa escuta avaliativa está associada a um processo de correspondência entre o que o aluno comenta ou produz e o que o professor espera como resposta. O conjunto de respostas esperadas para cada situação forma o denominado espaço solução. A pesquisa mostra que este espaço solução do professor é usualmente composto por uma quantidade diminuta de elementos (DI MARTINO *et al.*, 2016; JAKOBSEN; RIBEIRO; MELLONE, 2014).

O conhecimento interpretativo é imprescindível, uma vez que permite aos professores observar as diferentes situações, desde uma multiplicidade de perspectivas e considerar diferentes possíveis soluções para um mesmo problema, até desenvolver um feedback específico, sustentado nos raciocínios particulares dos alunos (JAKOBSEN; RIBEIRO; MELLONE, 2014). Tal conhecimento objetiva sustentar o desenvolvimento de discussões matemáticas com os alunos, atendendo também ao fato de que o que se diz em determinado momento tem de ser válido em todos os momentos posteriores.

Esse conhecimento interpretativo não se desenvolve pela prática (RIBEIRO; MELLONE; JAKOBSEN, 2013) e, portanto, a formação deverá ter essa intencionalidade. Porém, esse tipo de discussão demanda algo que envolve também as nossas próprias crenças enquanto professores (CLIMENT, 2002) e as associadas ao ensino e à aprendizagem da matemática (CARRILLO *et al.*, 2018), que se relaciona com reconhecer que “não sabemos” aquela matemática que temos de ensinar, mesmo sendo professores com muitos anos de experiência. Apenas com esse reconhecimento e com a busca por entender como se faz; por que se faz; onde se faz; que conhecimento é esse que nos cumpre enquanto professores; é possível que a formação que busca desenvolver as especificidades do conhecimento do professor tenha efetivo impacto.

Considerando que a atividade matemática dos alunos está associada à resolução de tarefas, estas tarefas assumem um lugar central na prática do professor e, portanto, devem assumir também esse lugar de destaque em sua formação. Torna-se, assim, crucial assumir novas perspectivas e possibilidades para pensar a formação e as tarefas para essa formação, pois o objetivo prioritário de qualquer tarefa matemática deverá ser iniciar uma discussão matemática frutífera (MASON; JOHNSTON-WILDER, 2006), sendo que, para o professor, essa “discussão matemática frutífera” deverá contribuir para aprofundar e detalhar o conteúdo do conhecimento matemático do professor; ampliar o que denominamos de espaço solução (JAKOBSEN; RIBEIRO; MELLONE, 2014) e potenciar a posterior discussão matemática com os seus alunos – as dimensões pedagógicas do conhecimento especializado do professor.

As tarefas para a formação de professores (RIBEIRO; ALMEIDA; MELLONE, no prelo) não podem ser, portanto, tarefas para os alunos com um foco em como implementar com os alunos – conhecimento pedagógico geral. Essas tarefas para a formação são consideradas, portanto, em uma perspectiva específica que leva em conta as especificidades do contexto profissional e visam desenvolver as especificidades do conhecimento especializado do professor de e que ensina ou ensinará matemática.

Uma tarefa para a formação e as especificidades do conhecimento do professor

Apresentamos, aqui, um exemplo de uma tarefa para a formação de professores no âmbito das frações. Essa tarefa foi conceitualizada no âmbito do trabalho desenvolvido pelo CIEspMat, em que se considera a pesquisa e a formação de forma imbricada, tendo como foco o desenvolvimento das especificidades do conhecimento do professor. Para a construção da tarefa, assumimos dois pontos de partida: (i) dificuldades reveladas pelos alunos no âmbito das frações; (ii) especificidades do conhecimento interpretativo e especializado do professor associado às dificuldades dos alunos.

As tarefas para a formação contêm duas ou três partes complementares que, em conjunto, estão associadas ao objetivo formativo de desenvolver o conteúdo do conhecimento especializado e interpretativo dos resolutores – professores ou futuros professores – e fazer pesquisa com foco nesse conhecimento. Cada uma das tarefas para a formação é composta por duas ou três partes e cada uma dessas partes é desenhada com o objetivo de desenvolver distintas dimensões do conhecimento do professor que, de forma conjunta, permitem desenvolver também a pesquisa de forma associada a uma questão de pesquisa que perpassa toda a tarefa.

Aqui apresentamos a Parte I e a questão motivadora da Parte II de uma tarefa para a formação. Na Parte I, é apresentada uma tarefa para os alunos (Tarefa: A quantidade de chocolate), contextualizando que estamos a desenvolver um trabalho no âmbito das frações e solicitando que resolvam essa tarefa sem pensar em um contexto escolar. Esta opção justifica-se, pois o foco nessa questão é no conhecimento matemático dos professores e não nas possíveis formas de implementação com os alunos ou nas dificuldades destes. Posteriormente, solicita-se que antecipem possíveis respostas de alunos do 2.º ano e do 6.º ano para esse mesmo problema.

Figura 01 – Parte I da tarefa para a formação

Parte I

Tarefa: A quantidade de chocolate
(Deve explicar sempre o seu raciocínio, descrevendo o processo que usar para responder à questão. Pode fazê-lo usando esquemas, palavras, cálculos, ...)
Considera o seguinte problema:

Que quantidade de chocolate receberá cada uma de seis crianças se dividirmos equitativamente cinco barras de chocolate entre elas?

Resolva o problema anterior justificando o seu raciocínio.

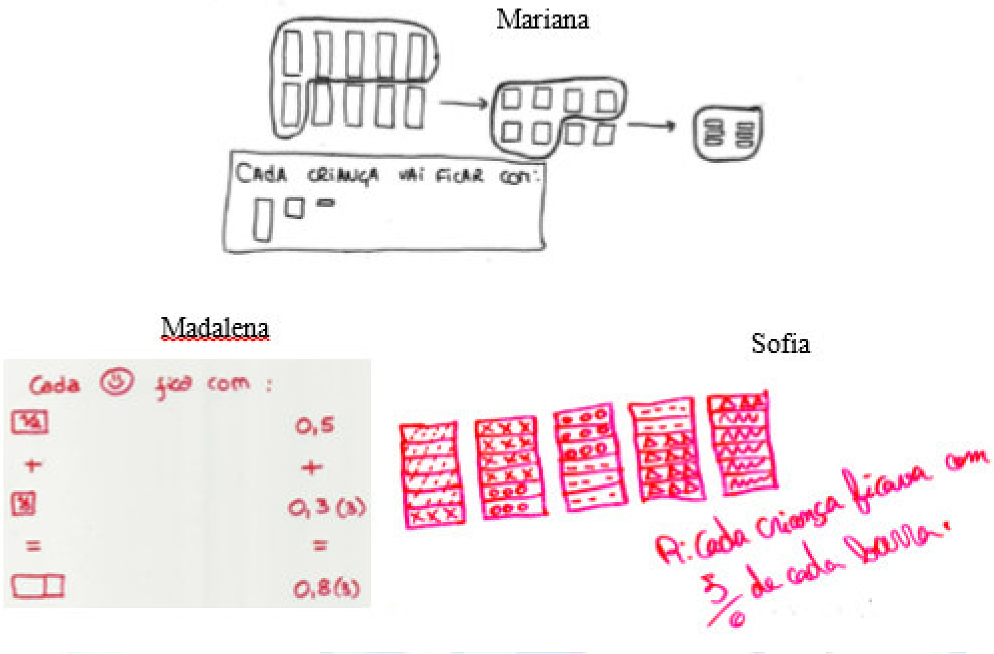
1. Considere a tarefa anterior:
   (a) Resolve o problema anterior por ti mesmo, sem pensar em um contexto escolar;
   (b) Como considera que um aluno do 2.º ano de escolaridade resolveria o problema? E um aluno do 6.º ano? (Apresenta possíveis diferentes formas de resolução e representação associadas a hipotéticos entendimentos/conhecimentos matemáticos.)

Fonte: Os autores

Na Parte I da tarefa, incluíam-se também outras questões focando alguns subdomínios específicos do conhecimento especializado dos professores, na perspectiva do MTSK (CARRILLO et al., 2018), mas que não discutimos, aqui, por falta de espaço.

A Parte II da tarefa contempla algumas questões motivadas pela interpretação de produções de alunos para o problema inicial, sendo que, no caso aqui em discussão, algumas contêm erros, outras possuem uma falta de correspondência entre diferentes representações (pictórica, numérica) em uma mesma resposta e outras ainda apresentam abordagens não convencionais e que não formam, por norma, parte do espaço solução dos professores.

Figura 02 – Parte II da Tarefa para a formação



Considerando cada uma das respostas dos alunos, e para cada um dos aspectos seguintes (discutidos na tal formação que a professora Maria frequentava), **registre (também) quais são as dificuldades com que te confrontas ao analisar estas produções**.

(i) Para cada uma das produções dos alunos indique se as considera matematicamente corretas (adequadas) ou não, justificando a (in)adequação do raciocínio matemático evidenciado;

(ii) Forneça um *feedback* construtivo aos alunos (mais do que dizer se está correto ou incorreto ao professor cumpre dar sentido às resoluções dos alunos de modo a que os possa posteriormente auxiliar na construção do seu conhecimento matemático).

Fonte: Os autores

Note-se que a tarefa está situada em um contexto de prática que não é a sala de aula, mas um contexto formativo. Essa opção integra a abordagem baseada na prática, ampliando o entendimento que se tem de prática do professor a outros contextos que se relacionam e impactam com o ensino em sala de aula.

Há que discutir, também, a estrutura da Parte II da tarefa para a formação, pois, para além de aspectos gerais com relação a necessidade de que seja uma situação de contexto de prática, cada uma das produções incluídas está associada a discussões matemáticas distintas e complementares. Assim, a própria ordem pela qual as produções são entregues aos professores durante a implementação é importante, pois, apesar de o foco de atenção da tarefa ser essencialmente as especificidades do conhecimento matemático dos professores, as dimensões do conhecimento pedagógico são discutidas de forma implícita durante a implementação da própria tarefa, assumindo a necessidade de os professores vivenciarem o mesmo tipo de experiências que possam facultar aos seus alunos.

A produção da Mariana propicia as discussões em torno de, por exemplo: o que se considera uma resposta matemática adequada (apenas numérica?); da navegação entre diferentes representações e formas de registro; conexões com outros tópicos (incluindo a divisão); o que se entende por algoritmo e as dimensões da História da matemática associadas; o que significa generalização e ser generalizável; o que significa demonstrar.

A própria estrutura de implementação das tarefas para a formação assume uma abordagem pedagógica que se relaciona com uma metodologia específica, que denominamos por Ciclo ICI – trabalho individual, coletivo e individual (PACELLI; MELLONE; RIBEIRO; JAKOBSEN, 2020). Os dois primeiros momentos do ciclo ocorrem durante a implementação da tarefa para a formação – no contexto de formação presencial ou durante o tempo que decorre a formação de modo síncrono – e o terceiro momento ocorre em um momento posterior. O primeiro momento ocorre de forma individual e objetiva aceder e avaliar o nível inicial do conhecimento dos resolutores; o momento de trabalho coletivo corresponde à discussão em grande grupo, que é entendida como uma atividade colaborativa e geradora de conhecimento, em que o conhecimento dos professores, mobilizado para interpretar e atribuir significado às produções dos alunos, é colocado no centro da discussão de modo a desenvolver um entendimento comum ao grupo que é da responsabilidade de todos. O terceiro momento, o trabalho individual final, ocorre usualmente durante duas semanas e demanda uma descrição e a reflexão sobre a experiência vivenciada e as “aprendizagens matemáticas e pedagógicas” efetuadas, que são entregues e discutidas em um encontro que ocorre passado esse tempo (PACELLI; MELLONE; RIBEIRO; JAKOBSEN, 2020).

O momento coletivo, no qual ocorrem as plenárias, é aquele que envolve maiores demandas cognitivas por parte dos professores no que se refere ao seu conhecimento pedagógico associado ao tópico em questão, bem como às especificidades do seu conhecimento matemático, pois é o momento em que exteriorizam seus entendimentos acerca do tópico discutido e revelam suas percepções, certezas, angústias, ideias e hipóteses. Este é um momento importante para a alteração das crenças dos professores e esse processo demanda também considerar alguns elementos detonantes para essa mudança de crenças de e sobre o ensino da matemática (LILJEDAHL, 2016).

Há que salientar que a tarefa para a formação, que foi aqui apresentada e a forma como é efetuada a sua implementação (Ciclo ICI), corresponde ao tipo de tarefa conceitualizada no contexto do grupo de pesquisa e formação CIEspMat. Essa conceitualização envolve um trabalho preparatório de revisar o que as pesquisas mostram serem as maiores dificuldades dos alunos e dos professores no tópico específico; conceitualizar tarefas para os alunos que sejam potentes para discutir e desenvolver o seu conhecimento matemático de forma a integrar, também, diversos tipos de representação e um foco nas dimensões matemáticas do nosso conhecimento enquanto professores e formadores (RIBEIRO, 2020).

Note-se que sempre temos associados dois objetivos a todas as tarefas para a formação – um objetivo formativo e um objetivo de pesquisa – que se consideram de forma imbricada. Esta indissociabilidade de pesquisa e formação assume uma importância central quando as discussões se focam em desenvolver o conteúdo da dimensão matemática do conhecimento do professor, pois, nesse caso, não podemos “confiar” nas nossas muitas experiências como estudantes e nem sequer como professores, pois essas especificidades não ficam evidentes nesses contextos – não são desenvolvidas na e pela prática (RIBEIRO; MELLONE; JAKOBSEN, 2013). Esse é um dos motivos que leva à necessidade de que se desenvolva também o conhecimento especializado do formador de professores de modo que, pela formação, se possam desenvolver as especificidades do conhecimento dos professores (ALMEIDA; RIBEIRO, no prelo; ALMEIDA; RIBEIRO; FIORENTINI, 2019; RIBEIRO, 2020). Esta forma de entender a formação de professores e a pesquisa associada demanda que o formador, que será idealmente pesquisador naquilo que forma, seja um especialista no âmbito das especificidades do conhecimento do professor – que é quem “mais” conhece os tópicos que discute, bem como as dimensões pedagógicas associadas ao ensino e à aprendizagem associada.

Discutindo a tarefa para a formação com foco na interpretação

Na implementação da tarefa para a formação, é solicitado aos professores que resolvam o problema inicial (problema para os alunos) sem pensarem em um contexto de ensino, buscando direcionar o foco para as dimensões matemáticas do seu conhecimento. Esta opção de considerar um contexto exterior à sala de aula – não ensinar aos alunos – é algo que se tem revelado difícil para muitos dos professores. Eles apresentam como argumentos que, por exemplo[7], "sempre só penso no que os meus alunos podem resolver" ou "nunca discuti em nenhuma formação como resolver sem ser pensando nos alunos", mas que se tem revelado potente para equacionar o próprio conhecimento matemático e a importância desse conhecimento para a qualidade e nível (PACELLI *et al.*, 2020; RIBEIRO; MELLONE; JAKOBSEN, 2016) das interpretações das produções dos alunos.

Embora o contexto do problema esteja situado no âmbito dos números racionais – mais especificamente no âmbito das frações – sempre surgem várias respostas que se situam no âmbito dos números naturais "cada criança fica com cinco pedaços", sendo que este é um tipo de resposta que se encontra depois também na tarefa para a formação para que os professores possam atribuir significado a essa resposta e discutir a sua adequação matemática e correspondência com o contexto específico em que o problema foi colocado.

Outro tipo de resposta comum apresentada pelos professores – que também corresponde a uma das produções incluídas na tarefa – está relacionado com uma distorção do entendimento do papel do todo (ALMEIDA; RIBEIRO, 2021) e da necessidade de se considerar uma unidade de medida quando apresentamos uma resposta numérica para o problema (POLICASTRO *et al.*, 2020). Ao apresentarem como resposta "⅙ de barra", eles mantêm o foco na representação numérica (quantidade) e não no significado dessa quantidade quando associada à unidade de medida considerada, não se questionando sobre falta de razoabilidade da resposta fornecida. Esta questão da razoabilidade da resposta forma parte das especificidades do conhecimento do professor com relação a cada um dos tópicos

---

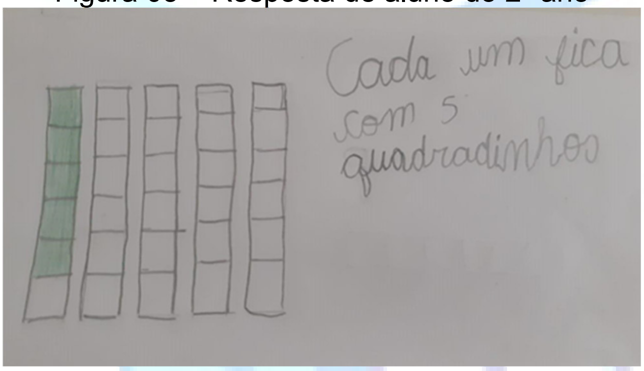
[7] Estes comentários fazem parte das informações coletadas em vários contextos formativos dinamizados pelo CIEspMat – www.ciespmat.com.br.

que se discute, sendo que uma parte significativa desse conhecimento se encontra ao nível do que os alunos merecem também conhecer.

É importante observar que ambas as respostas anteriores ("cada criança fica com cinco pedaços" e "⅙ de barra") se aproximam de uma resposta no âmbito dos números naturais, pois ambas derivam de considerar o todo como as cinco barras – mesmo que explicitamente alguns professores refiram que apenas dividem cada uma das cinco barras em 6 pedaços. É claro que, a partir desse raciocínio, a resposta estaria correta, mas apenas e somente com a existência de uma correspondência com a resposta escrita.

Ao serem solicitados para antecipar as possíveis produções de alunos – respostas e raciocínios associados – do 2.º ano e 6.º ano, é ainda muito frequente que sejam apresentadas como resposta o mesmo que os alunos do 2.º ano (Figura 3) resolveriam utilizando "desenhos" (representações pictóricas), tal como eles próprios, professores, fizeram, apresentando como resposta "5 pedaços" e que os alunos do 6.º ano iriam responder apenas "⅙".

Figura 03 – Resposta de aluno do 2º ano



Fonte: Dados da pesquisa

A discussão associada a este tipo de questão está relacionada, por um lado, com o tipo e com o conteúdo das aprendizagens que se espera que os alunos desenvolvam ao longo da escolaridade (o que se espera que os alunos aprendam de números naturais, frações e resolução de problemas em quatro anos); e, por outro lado, o que significa um raciocínio ser matematicamente adequado e uma resposta ser matematicamente válida e se isso dependerá do nível dos alunos (etapa educativa ou ano) ou se tem correspondência com o conhecimento do professor, de modo a possibilitar uma discussão matematicamente adequada para que o que é discutido em um momento continue válido em outro posterior.

O conhecimento envolvido na antecipação das dificuldades dos alunos de determinada etapa educativa ou ano, explicitamente diferente daquela em que os professores ensinam (pelo menos um dos contextos), está associado não apenas ao conhecimento do tópico, mas também, obviamente, à discussão do conhecimento do professor relativamente às conexões dentro de um mesmo tópico e entre tópicos e ao modo como essas relações e conexões se desenvolvem e se aprofundam ao longo do tempo. Em contextos em que os (futuros) professores possuem formação matemática de nível universitário – licenciatura em matemática ou alguma daquelas que permite obter a licenciatura após complementação pedagógica (CALDATTO; RIBEIRO, 2020) – este tipo de questão tem possibilitado discutir também a necessidade de um conhecimento que contribua e permita a articulação entre a matemática escolar e a matemática acadêmica, bem como a matemática elementar e a matemática avançada (KLEIN, 1932).

Ao passarmos para a Parte II da tarefa na formação, o primeiro confronto refere-se a entender e descrever a representação apresentada por Mariana, pois, apenas após esse entendimento – o que significa cada um dos elementos incluídos na produção – poderemos passar para o nível seguinte da interpretação que se associa a atribuir significado ao raciocínio efetuado.

Figura 04 – Produção de Mariana

Fonte: Dados da pesquisa

Considerando, hipoteticamente, nunca ter visto a resposta dada pela aluna Mariana, é imprescindível ao professor se perguntar o que significa cada um dos elementos pictóricos incluídos na produção e como eles se relacionam entre si e com a resposta ao problema, tornando explícito o raciocínio associado para obter tal resposta. Em seguida, cabe ao professor se questionar se a resposta pode, ou não, ser aceita; isto é, se a solução é matematicamente válida ou não. A obtenção de respostas para esses questionamentos demanda um conhecimento matemático relacionado ao tópico de frações, envolvendo, em particular, o que é adicionar frações; o que são frações equivalentes e a correspondência entre o que está representado e o que está escrito numericamente.

Por ser uma produção que envolve um raciocínio alternativo e, portanto, não tradicional, e que não forma parte do conjunto solução dos próprios professores – respostas que poderiam dar –, a interpretação tende a ficar ao nível da descrição e de uma avaliação punitiva (RIBEIRO, 2020). Com frequência, esta produção de Mariana é considerada incorreta e justificam essa decisão (avaliação) pelo fato de que a resposta da aluna não apresenta nenhum valor numérico. Temos de salientar que o foco dos comentários dos professores tende a ser nas dimensões pedagógicas gerais (generalidades) sem se atentarem às especificidades de nos encontrarmos em um contexto em que, explicitamente, a tarefa solicita a atribuição de sentido e significado à produção da aluna – o que demandaria, de algum modo, uma discussão matemática do raciocínio efetuado. Esses comentários mais comuns (“a sua forma de resolver o problema é inteligente”; “gostei de como pensou”) são válidos para qualquer caso, independentemente do raciocínio efetuado e de esse estar correto e ser ou não adequado para o problema proposto. Isso ocorre porque Mariana apresenta uma produção que não pertence ao espaço solução dos resolutores (aquelas que os professores poderiam prever, antecipar, conhecer), sendo que esse espaço solução se sustenta no conhecimento matemático de cada um.

Para que as discussões passem a focar na matemática que os alunos têm o direito de aprender, entendendo, e que o professor possa efetivamente tomar como ponto de partida as produções e raciocínios matemáticos dos alunos, não impondo a sua forma de fazer ou oferecendo a regra, é demandado um conhecimento que lhe permita notar além do óbvio nas produções de seus alunos – uma escuta hermenêutica, no sentido de Davis e Sumara (2005). No caso do raciocínio e na produção de Mariana, essa escuta demanda conhecer e atribuir significado, por exemplo, à leitura numérica de uma representação pictórica de quantidades não naturais; às conexões entre a representação pictórica e a representação decimal; à História da Matemática e da Educação Matemática; aos algoritmos da adição; às dízimas infinitas periódicas e não periódicas.

Outra questão central no “fazer matemático” e que temos de considerar na prática matemática do professor é o de desenvolver nos alunos o entendimento da generalização, sendo essa uma das bases do Pensamento Algébrico que contribuirá para o entendimento da Álgebra[8]. Nesse sentido, consideramos a importância do trabalho no concreto (com recursos materiais), mas ao professor cumpre um conhecimento que lhe permita, a partir dessas situações específicas, efetuar uma discussão que leve os alunos a desenvolver o seu entendimento quanto à possibilidade, ou não, de efetuar generalizações matematicamente válidas e em que condições isso pode, ou não, ocorrer (PACELLI *et al*., 2020).

Assim, uma discussão a desenvolver com os professores (e com os alunos – que pode envolver ou não materiais manipulativos, pois depende da etapa educativa e das suas experiências anteriores) envolve a atribuição de significado às quantidades representadas pictoricamente. Após a discussão e síntese do conhecimento matemático envolvido e requerido na atribuição de significado à produção de Mariana, que envolve duas quantidades (cinco barras de chocolate e seis crianças), este problema abre a oportunidade para desenvolver um conhecimento associado a conexões e ao fazer matemático, efetuando uma reformulação no problema de partida. Desse modo, uma série de questões pode ser formulada em sequência: e se fossem cinco barras de chocolate para dividir igualmente para sete crianças, será que o problema é do mesmo tipo? Será que posso efetuar o mesmo raciocínio? Será que o raciocínio de cada um dos alunos para resolver o primeiro problema pode ser aplicado no segundo? E se mudar para cinco barras e dez crianças? Tudo ficaria mais fácil ou mais difícil?

Esse conjunto de questões permite discutir o conhecimento do professor associado à generalização matemática, ampliando esse entendimento de generalização não apenas dos procedimentos, mas também dos raciocínios, sendo esse um ponto central do conhecimento do professor, associado à resolução de problemas. Para o problema inicial da tarefa (que quantidade de chocolate receberá cada uma de seis crianças se dividirmos equitativamente cinco barras de chocolate entre elas?), a forma mais tradicional de obter a resposta final é: $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$ que dará $\frac{5}{6}$. O raciocínio de Mariana envolve determinar essa quantidade de chocolate ($\frac{5}{6}$) como $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + 1/12$, que é um raciocínio matematicamente generalizável e que, inclusive, oferece uma aproximação mais exata a este tipo de problemas, independentemente das quantidades que estão envolvidas.

---

[8] Note-se que, contrariamente ao que é referido nos documentos oficiais brasileiros (BRASIL, 2018), assumimos explicitamente que Pensamento Algébrico e Álgebra não são coincidentes. Essa opção sustenta-se nos vários resultados de pesquisa que têm sido desenvolvidos ao longo dos últimos, pelo menos, trinta anos.

Entendemos como essencial que o foco, objetivo e contexto da formação proporcionem aos (futuros) professores vivenciar o mesmo tipo de discussão que possa ser, posteriormente, reeditado no contexto de suas salas de aulas. Essas vivências e o desenvolvimento do conhecimento interpretativo associado potencializam que as discussões com os alunos sejam matematicamente contributivas para que estes entendam o que fazem e por que o fazem, a cada momento que seja. Por exemplo, a necessidade de uma correspondência entre diferentes representações; o que significa conhecer aspectos nucleares de uma demonstração ou o que significa e quando podemos generalizar.

Considerações finais e perspectivas futuras

O trabalho que tem sido desenvolvido, no âmbito do grupo CIEspMat de conceitualização de tarefas para a formação, tem por base a ideia da especialização do conhecimento do professor para a sua atuação docente e na necessidade de que a formação e a pesquisa com esse foco sejam consideradas de modo imbricado. Essa forma de entender a pesquisa e a formação molda o tipo de trabalho que se desenvolve e o foco e a natureza das discussões que se consideram centrais.

A tarefa para a formação, que foi proposta e discutida, ilustra, por um lado, as dimensões centrais das discussões associadas ao desenvolvimento de algumas das especificidades do conhecimento matemático do professor (BALL; THAMES; PHELPS, 2008; CARRILLO *et al.*, 2018; JAKOBSEN; RIBEIRO; MELLONE, 2014). Por outro lado, mostra a necessidade de considerarmos um conjunto de opções de discussões que não são desenvolvidas na formação se considerarmos uma abordagem generalista (SHULMAN, 1986; TARDIFF, 2002) – que não considera essas especificidades do conhecimento do professor de e que ensina matemática.

Esta discussão buscou mostrar, por meio de um exemplo, que é, obviamente, sempre limitado, a necessidade de uma mudança de foco na formação de professores para que possamos passar a formar professores e não replicadores de conteúdos e de regras – ensinamos como consideramos ter sido ensinados enquanto alunos (COONEY, 1994; LAMPERT, 1988) e esse é o ciclo vicioso que nos cumpre quebrar.

Mudar o foco da formação, conceitualizar tarefas e abordagens pedagógicas inovadoras e fazer pesquisa associada demanda, também, equacionar e ser consciente das limitações que se apresentam. Apesar de os contextos de formação serem potentes para desenvolver o conhecimento do professor, pois possibilitam uma interação desse conhecimento em cada um dos tópicos matemáticos que se tem de ensinar com tópicos matemáticos de anos e etapas educativas seguintes e anteriores – que não se tem de ensinar – e com os possíveis raciocínios dos alunos, de forma a potenciar uma interpretação coerente e "instantânea", que uma das limitações deste tipo de contexto que tentamos colmatar – e de "todos" os contextos formativos –, eles estão relacionados com a pouca imprevisibilidade que se considera e a gestão do tempo que são substancialmente distintas quando em contexto de sala de aula.

Para melhorar a qualidade das propostas que temos desenvolvido, têm sido integradas algumas dessas questões de imprevisibilidade e de tempo reduzido para a interpretação de algumas das produções, de modo a, também, identificar quais as dimensões centrais que se consideram para essa interpretação e quais os elementos desencadeadores mais potentes para o desenvolvimento do conhecimento interpretativo. Estas mudanças deixam em aberto algumas novas questões que se juntam a outras mais antigas ainda sem resposta:

(i) Quais as características nucleares das tarefas para a formação de professores que promovem o desenvolvimento do Conhecimento Interpretativo do professor?

(ii) Que dimensões do Conhecimento Interpretativo do professor são nucleares para uma sustentabilidade desse conhecimento?

(iii) Quais os fatores de imprevisibilidade que mais impactam na qualidade da interpretação do professor?

(iv) Como variam os níveis de Conhecimento Interpretativo do professor, relacionados com o tempo que dispõem para a interpretação?

(v) Que características essenciais considerar para desenhar um programa de formação de professores de modo a desenvolver as especificidades do seu conhecimento para a sua prática profissional de ensinar (também) matemática?

Referências

ALMEIDA, M. V. R. de; RIBEIRO, M. Conhecimento Especializado de um formador de professores de Matemática ao ensinar o Teorema do Algoritmo da Divisão Euclidiana: um foco nos exemplos e explicações. **Tangram**, v. 3, 24 - 56, 2020.

ALMEIDA, A. R. de; RIBEIRO, M. Conhecimento especializado do professor que ensina matemática no tópico das frações: discutindo quantidades discretas**. Revista Trilhas Pedagógicas**, Pirassununga/ SP, v. 9, n. 11, p. 126-143, ago. 2019.

ALMEIDA, A.; RIBEIRO, M. Conhecimento Especializado do Professor no âmbito das Frações: uma discussão sobre a importância da unidade. In: BIANI, R. P.; LONGO, C. A. C.; LORENZATO, S. **Constituindo aprendizagens e saberes em**

contextos formativos para o desenvolvimento profissional do professor que ensina matemática. Campinas, SP: FE/Unicamp, 2021, p. 47-73., 2021.

ALMEIDA, A.; RIBEIRO, M.; FIORENTINI, D. Knowledge of a mathematician to teach divisibility to prospective secondary school teacher. In: CONGRESS OF THE EUROPEAN SOCIETY FOR RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION - CERME, 11, 2019, Utrecht. **Proceedings** […]. Utrecht, the Netherlands: Freudenthal Group & Freudenthal Institute, Utrecht University and ERME., p. 3831–3838, February 5-10, 2019.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content Knowledge for Teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5, p. 389–407, 2008.

BAUMERT, J. et al. Teachers´Mathematical Knowledge, Cognitive Activation in the Classroom and Student Progress**. American Educational Research Journal**, v. 47, n. 1, p. 133–180, 2010.

BEHR, M. J. et al. Rational-Number Concepts. In: LESH, R.; LANDAU, M. (Eds.). **Acquisition of Mathematics Concepts and Processes**. New York: Academic Press, 1983. p. 91–123.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília-DF: Ministério da Educação, 2018.

CALDATTO, M. E.; RIBEIRO, C. M. Especificidades do conhecimento do professor de matemática na e para a formação: uma discussão em torno do programa de complementação pedagógica. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, v. 25, p. 1–26, 2020.

CARRILLO, J. et al. The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. **Research in Mathematics Education**, v. 20, n. 3, p. 236–256, 2018.

CARRILLO, J.; CONTRERAS, L. C.; ZAKARYAN, D. Avance de un modelo de relaciones entre las Oportunidades de Aprendizaje y Competencia Matemática. **Bolema -** Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 27, n. 47, p. 779–805, 2013.

CEDRO, W. L. Professores de Matemática em Formação Inicial: discutindo os motivos da atividade pedagógica. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande/ MS, v. 13, n. 33, p. 1-20, 19 set. 2020.

CLIMENT, N. **El desarrollo profesional del maestro de Primaria respecto de la enseñanza de la matemática**. 2002. Tese (Doutorado) - Departamento de Didáctica de las Ciencias y Filosofía, Universida de Huelva, Huelva, España, 2002.

COONEY, T. J. Research on teacher education. In search of common ground. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 25, p. 608–636, 1994.

DAVIS, B. Listening for differences: An evolving conception of mathematics teaching. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 28, n. 3, p. 355–376, 1997.

DAVIS, B.; SUMARA, D. Imagens desafiadoras de saber: ciência da complexidade e pesquisa educacional. **Revista Internacional de Estudos Qualitativos em Educação**, v. 18, p. 305 - 321, 2005.

DI MARTINO, P. et al. Prospective teachers' interpretative knowledge: giving sense to subtraction algorithms. In: ZEHETMEIER, S. et al (Eds.). **Proceedings** ERME Topic Conference Mathematics Teaching, Resources and Teacher Professional Development. Hall: ERME: 2016.

DI MARTINO, P.; MELLONE, M.; RIBEIRO, M. Interpretative Knowledge. In: LERMAN, S. (Ed.). **Encyclopedia of Mathematics Education**. Cham: Springer International Publishing, 2019. p. 1–5.

ELIAS, H. R. Um ensaio teórico sobre saber mais matemática para ensinar. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande/ MS, v. 11, n. 27, 26 fev. 2019.

HALLMAN-THRASHER, A. Cycles of collective planning, enactment, reflection in elementary teacher education. In: BOSTON, M.; WEST, L. (Eds.). **2017 Annual Perspectives in Matehematics**. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2017.

HAREL, G. et al. The impact of number type on the solution of multiplication and division problems: Further considerations. In: HAREL, G.; CONFREY, J. (Eds.). **The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics**. New York: State University of New York Press, 1994, p. 365-388.

HOLM, J.; KAJANDER, A. "I Finally Get It!": Developing mathematical understanding during teacher education, **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, v. 43, n. 5, p. 563-574, 2011.

HUINKER, D. **Examining dimensions of fractions operation sense**. Reston, VA: NCTM National Council of Teachers of Mathematics, 2002.

JAKOBSEN, A.; RIBEIRO, M.; MELLONE, M. Norwegian prospective teachers' MKT when interpreting pupils' productions on a fraction task. **Nordic Studies in Mathematics Education**, 3-4. v. 19, p. 135–150, 2014.

JAKOBSEN, A.; THAMES, M.; RIBEIRO, M. Delineating issues related to horizon content knowledge for mathematics teaching. In: CERME, 8. Antalia, Turkie, 2013. **Proceedings** […] Antalia, Turkie, 2013.

KILPATRICK, J.; SWAFFORD, J.; FINDELL, B**. Adding it up:** Helping children learn mathematics. Washington, DC: The National Academies Press, 2001.

KLEIN, F. **Elementary mathematics from an advanced standpoint: arithmetic, algebra, analysis**. 3a ed. New York: Macmillan., 1932. v. 1.

LAMON, S. J. Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework. In: LESTER, F. (Ed.). **Second handbook of research on mathematics teaching and learning**. Charlotte - NC: Information Age Publishing, 2007. p. 629–668.

LAMPERT, M. What can research on teacher education tell us about improving quality in mathematics education? **Teaching and Teacher Education**, v. 4, n. 2, p. 157-170, 1988.

LILJEDAHL, P. Building Thinking Classrooms: Conditions for problem-solving. In: FELMER, P.; PEHKONEN, E.; KILPATRICK, J. (Eds.), **Posing and Solving**

Mathematical Problems, n. Switzerland: Springer International Publishing, p. 361–386, 2016.

LORTIE, D. **Schoolteacher:** a sociological study. 2. ed. Chicago - EUA: The University of Chicago Press, 1975.

MA, L. **Knowing and teaching elementary mathematics:** teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States. Hillsdale, NJ: Gradiva, 1999.

MASON, J.; JOHNSTON-WILDER, S. **Designing and using mathematical tasks**. St Albans: Tarquin., 2006.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS - NCTM. **Princípios e Normas para a Matemática escolar**. Reston, VA: National Council of Teacher of Mathematics, 2012.

NEWSTEAD, K.; MURRAY, H. Young students' constructions of fractions. In: INTERNATIONAL CONFERENCE FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 22. 1998 Stellenbosch - South Africa. **Proceedings** […]. Stellenbosch - South Africa, 1998.

NEWTON, K. J. An extensive analysis of pre-service elementary teachers: Knowledge of fractions. **Journal of Mathematics Education** in press, 2008.

NUNES, T.; BRYANT, P. Fractions: difficult but crucial in mathematics Learning. **Teaching and Learning Research Programme**, v. 13, 2006.

NYE, B.; KONSTANTOPOULOS, S.; HEDGES, L. V. How large are teacher effects? **Educational Evaluation and Policy Analysis**, v. 26, n. 3, p. 237-257, 2004.

PACELLI, T. *et al*. Collective discussions for the development of interpretative knowledge in mathematics teacher education. *In*: ICMI STUDY 25 - TEACHERS OF MATHEMATICS WORKING AND LEARNING IN COLLABORATIVE GROUPS. 2020, Lisboa. **Anais**. Lisboa/Portugal: 2020.

PINTO, H.; RIBEIRO, C. M. Conhecimento e formação de futuros professores dos primeiros anos - o sentido de número racional. **Da Investigação às Práticas**, v. 3, n. 1, p. 85-105, 2013.

POLICASTRO, M. S. et al. Kindergarten teacher's knowledge to support a mathematical discussion with pupils on measurement strategies and procedures. In: CARLSEN, M.; ERFJORD, I.; HUNDELAND, P. S. (Eds.). **Mathematics Education in Early Years**. NA. Switzerland: Springer, 2020. p. 263–279.

POST, T. et al. Intermediate teachers' knowledge of rational number concepts. In: FENNEMA, E. et al. (Ed.**). Papers from First Wisconsin Symposium for Research on Teaching and Learning Mathematics**. Madison, WI: Wisconsin Center for Education Research, 1988. p. 194–219.

RIBEIRO, M. Discutindo o conhecimento especializado do formador de professores de e que ensinam matemática - um exemplo focando tarefas para a formação. *In:* **Formação de Professores que ensinam matemática:** processos, desafios e articulações com a educação básica. Brasília: SBEM, 2020, p. 241–263.

RIBEIRO, M.; ALMEIDA, A.; MELLONE, M. **Desenvolvendo as especificidades do conhecimento interpretativo do professor**: Conceitualizando tarefas formativas. No prelo.

RIBEIRO, M. Das generalidades às especificidades do conhecimento do professor que ensina Matemática: metodologias na conceitualização (entender e desenvolver) do conhecimento interpretativo. In: **Abordagens teóricas e metodológicas nas pesquisas em educação matemática**. Biblioteca do Educador. Brasil: SBEM, 2018. v. 13, p. 167–185.

RIBEIRO, M.; MELLONE, M.; JAKOBSEN, A. Prospective teachers' knowledge in/for giving sense to students' productions. **Atas do PME 37**, v. 4, p. 89–96, 2013.

RIBEIRO, M.; MELLONE, M.; JAKOBSEN, A. O papel do conhecimento interpretativo no desenvolvimento profissional do professor e do formador de professores. In: MESQUITA, C.; PIRES, M. V.; LOPES, R. P. (Eds.). **Livro de atas do 1.o Encontro Internacional de Formação na Docência** (INCTE). Bragança/Portugal: 2016. Disponível em: http://hdl.handle.net/10198/11435. Acesso em 3 de dez. 2020.

RODRIGUES, M. U.; MISKULIN, R. G. S.; SILVA, L. D.; FERREIRA, N. C. Pibid como "Terceiro Espaço" na Formação de Professores de Matemática no Brasil. ´Pibid como "Terceiro Espaço" na Formação de Professores de Matemática no Brasil. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande/MS, v. 9, n. 19, 1 ago. 2016.

ROJAS, N. **Caracterización del conocimiento especializado del profesor de matemáticas:** un estudio de casos. 2014. Tese (Doutorado)- Universidad de Granada, Granada, Espanha, 2014.

SHULMAN, L. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, n. 15, v. 2, p. 4-14, 1986.

SMITH, M. S. **Practice-based professional development for teachers of mathematics**. Reston VA: The National Council of Teachers of Mathematics, 2001.

TARDIFF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. 15. ed. Petrópolis - RJ: Vozes, 2002.

TIROSH, D.; GRAEBER, A. O. Evoking cognitive conflict to explore preservice teachers' thinking about division. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 21, n. 2, p. 98-108, 1990.

YOUNG, E.; ZIENTEK, L. R. Fraction operations: an examination of prospective teachers' errors. **Investigations in Mathematics Learning**, v. 4, n. 1, p. 1-23, 2011.

Submetido em fevereiro de 2021.

Aceito em março de 2021.