

Conceitualizando Tarefas Formativas para Desenvolver as Especificidades do Conhecimento Interpretativo e Especializado do Professor

Conceptualizing Tasks for Teacher Education Aimed at Developing the Specificities of Interpretative and Specialized Teachers' knowledge

Miguel Ribeiro¹

Alessandra Almeida²

Maria Mellone³

RESUMO

Considera-se o conhecimento do professor como sendo especializado, no que concerne tanto ao conhecimento do conteúdo como ao conhecimento pedagógico do conteúdo. Portanto, a formação de professores deverá contribuir para desenvolver o conteúdo dessas especificidades que aqui se consideram na perspectiva do Conhecimento Interpretativo e do *Mathematics Teachers Specialized Knowledge* – MTSK. Considerando a centralidade das tarefas preparadas e implementadas para as aprendizagens dos resolutores, justifica-se a necessidade de conceitualizar tarefas especificamente desenhadas para a formação de professores que se foquem em desenvolver as especificidades do conhecimento profissional para a prática matemática. Tendo por base as especificidades do conhecimento do professor, apresenta-se e discute-se a conceitualização do que se denomina Tarefa Formativa e os seus elementos constituintes a partir de um exemplo no âmbito da subtração e um conjunto de reflexões associadas ao papel do pesquisador e formador a fim de desenvolver as especificidades do Conhecimento.

PALAVRAS-CHAVE: Tarefas Formativas. Tarefas para a Formação. Conhecimento Interpretativo. MTSK.

¹ Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP. E-mail: cmribas78@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3505-4431>.

² Pontifícia Universidade Católica de Campinas – PUCC. E-mail: alessandraalmeida628@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6329-8655>.

³ University Federico II (Itália). E-mail: maria.mellone@unina.it. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8279-2122>



ABSTRACT

Teachers' Knowledge is considered specialized both in terms of mathematical and pedagogical knowledge. Thus, teacher education should focus in developing the content of those specificities which we assume, here in the scope of Interpretative Knowledge and Mathematics Teachers Specialized Knowledge – MTSK. Considering the central role of tasks for the learners learning, it requires the need for conceptualizing tasks specifically designed for teacher education focusing on developing teachers' knowledge. Grounded on the specificities of teachers' knowledge to teach mathematics, we present and discuss what is termed as Formative Task and its constituent elements – being one of them the tasks for teacher education – from a subtraction context. A reflection on the role of the researchers and educator for developing the specificities of such knowledge is also elaborated.

KEYWORDS: Formative Tasks. Tasks for Teacher Education. Interpretative Knowledge. MTSK.

Introdução

Encontramo-nos em um momento em que a preocupação com um foco nas especificidades do conhecimento do professor de e que ensina matemática (desde a Educação Infantil ao formador de professores), tem vindo a emergir de forma consistente tanto no âmbito nacional como internacional. No contexto brasileiro algumas iniciativas têm vindo a ocorrer que problematizam, de algumas formas, essa formação do professor (ver, por exemplo, MUNIZ, 2012), no entanto, tal como a nível internacional, muitas dessas discussões têm sido direcionadas para um foco na componente pedagógica do conhecimento do professor, sendo ainda escassas, quando comparadas com estas, aquelas que se focam e discutem as especificidades do conhecimento matemático do professor para a sua atuação profissional de ensinar matemática. Por essa razão, é urgente que, de forma articulada, integrada e integradora, essa preocupação com um foco nas especificidades do conhecimento matemático e pedagógico do professor considere também, naturalmente, o tipo, a natureza e objetivos das tarefas para a formação de professores e as oportunidades de aprendizagem facultadas aos (futuros) professores, que contribuam para desenvolver a tal “profissionalidade docente”⁴ e para sua aproximação específica da prática⁵ matemática, sem ater-se apenas às generalidades da prática docente – aspectos similares à prática de professores de diferentes áreas de conhecimento e que se podem considerar parte de um

⁴ Para uma discussão mais detalhada dessa profissionalidade docente e da sua difícil constituição e existência, consultar, por exemplo, Lortie (1975).

⁵ Prática é aqui entendida de forma ampla, incorporando todos os contextos profissionais que influenciam a atuação do professor com os seus alunos (considerada prática letiva). Incorpora, portanto, por exemplo, contextos de participação em cursos de formação continua, workshops ou grupos de estudos – que tenham, como objetivo, discutir e refletir sobre formas de contribuir para melhorar o ensino e aprendizagem da matemática.

conhecimento pedagógico geral. Sendo essencial essa preocupação com o desenvolvimento da profissionalidade docente do professor de e que ensina matemática, torna-se ainda mais necessária em contextos onde, durante os momentos de prática de estágio, os futuros professores não têm um acompanhamento efetuado por professores que possam efetuar essas discussões especializadas.

Os últimos anos têm sido bastante ativos no âmbito da pesquisa com foco nas tarefas, e novas perspectivas têm emergido que revelam inclusive algumas potencialidades de discutir tarefas que os professores podem usar nas suas práticas (TIROSH; WOOD, 2008; WATSON; OHTANI, 2015), embora considerando que, em contextos de formação, a implementação dessas tarefas deverá ser distinta, quando com alunos ou quando com (futuros) professores. Não obstante se considere a importância deste tipo de trabalho que considera tarefas similares para alunos e professores, em que a diferença reside essencialmente na discussão de como efetuar a implementação, focando essencialmente algumas dimensões pedagógicas da prática do professor, os achados da pesquisa (WATSON; OHTANI, 2015) e os resultados dos alunos chamam pela necessidade de algo mais especializado e que implica pensar sob novas perspectivas as tarefas para a formação de professores. Essas novas formas requerem considerar tanto o papel dos contextos em que a prática e a formação ocorrem quanto as especificidades do conhecimento matemático e pedagógico do professor.

A prática matemática do professor sustenta-se na implementação de tarefas matemáticas pelo que as tarefas devem assumir um papel central também na formação de professores de e que ensinam matemática⁶ (PEM) – e, pela conceitualização que assumimos, as denominamos de Tarefas Formativas. Assim, contribuir para melhorar a prática matemática do PEM em todos e em cada um dos contextos escolares demanda uma efetiva mudança de foco na formação de professores⁷ – seja ela inicial ou continuada. Ademais, torna-se essencial assumir a

⁶ Neste contexto, ao falar de PEM ou futuro PEM, incluímos o professor que ensina matemática desde a Educação Infantil ao Ensino Superior, incluindo também os formadores de professores, por considerar a existência de um conjunto de conhecimentos e tipos de práticas matemáticas que são especializados para a atuação docente na e para a abordagem dos diferentes tópicos matemáticos e formativos. Obviamente essa inclusão considera as especificidades de cada tipo de prática matemática, mas ela não é aqui foco de discussão.

⁷ Esta necessidade de mudança de foco não desmerece o que tem vindo a ser feito até aqui, porém é um reconhecimento de que essas abordagens, focos e objetivos passados não têm produzido os resultados em termos de desenvolvimento de práticas matemáticas e aprendizagens e resultados dos

possibilidade de novas perspectivas, que tomem a prática matemática do professor simultaneamente como ponto de partida e de chegada para essa conceitualização, considerando que: o objetivo prioritário de qualquer tarefa matemática deve ser iniciar uma discussão matemática frutífera (MASON; JOHNSTON-WILDER, 2006); o conhecimento do professor é um elemento central na prática matemática do professor e, de entre os fatores controláveis, o que mais impacta nos resultados dos alunos (NYE; KONSTANTOPOULOS; HEDGES, 2004); e a elaboração e a conceituação de tarefas que tenham por objetivo desenvolver esse conhecimento necessitam ter em consideração a possibilidade e a necessidade de promover esse desenvolvimento através de situações baseadas na prática (SMITH, 2001).

As tarefas (para alunos e professores) assumem, assim, um papel central na e para a prática matemática; e a sua natureza, seu foco e objetivos moldam e são moldados necessariamente pelo objetivo da sua implementação – por exemplo, fornecer um conjunto de regras e atividades de aplicação ou desenvolver o conhecimento dos resolutores a partir da resolução de problemas.

As tarefas para a formação de professores não podem ser meras tarefas para os alunos, às quais se adiciona um foco na “didática” (conhecimento pedagógico) de como as implementar em sala de aula. Essa foi uma das assunções que levaram ao desenvolvimento dos trabalhos de Shulman (1986, 1987). Assumir tal perspectiva como ponto de partida equivale a continuar a considerar não apenas que, para ser professor, basta saber o conteúdo matemático que vai ensinar — no sentido de saber encontrar a resposta — saber fazer — outros temas mais avançados (frequentemente foco de atenção na licenciatura em matemática, sem relação com a prática matemática futura), mas também que posteriormente as discussões centradas na forma de implementar as tarefas desenhadas para os alunos servem para construir (o que também é denominado ou assumido como transposição didática) um conhecimento de como ensinar matemática. Isso é, portanto, equivalente a continuar a replicar algo que motivou o próprio trabalho de Shulman (1986), o que continua no espaço de uma abordagem geral e que deixa de lado este que é o foco atual: pensar que matemática o professor tem de conhecer e que, no

alunos que a pesquisa em Educação Matemática preconiza como mais potentes para uma sociedade orientada para a quarta Revolução Industrial.

limite, uma meta-análise leva a uma discussão dos porquês da existência de formação de professores⁸.

Nesse sentido, é essencial que a formação de professores não se prenda ao nível das generalidades da prática do professor pois estas são válidas, de um modo geral, para qualquer prática do professor de qualquer área. Assim, um foco nessas generalidades é importante no âmbito da formação educacional geral, mas necessita ser direcionado para as especificidades de cada uma das áreas de conhecimento sempre e quando essa formação (e pesquisa) tiver a preocupação de se situar na prática do professor, em cada uma das áreas em que ele tem de desenvolver a sua prática docente (ver, por exemplo, Ribeiro, 2018). Assim, por considerarmos uma abordagem imbricada entre Pesquisa e Formação, objetivando contribuir para a melhoria da qualidade da prática matemática (na linha do que referem Hill et al., 2008; Learning Mathematics for Teaching Project, 2011), assumimos uma perspectiva que considera as especificidades do conhecimento do PEM e que, portanto, prioriza a sua natureza e o conteúdo especializado. Essa especialização incorpora dimensões tanto do domínio do conhecimento do conteúdo (matemática) como pedagógico do conteúdo. No âmbito do trabalho que tem sido desenvolvido, adotamos duas dimensões dessa especialização, as quais se referem à conceitualização do *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge* – MTSK⁹ (CARRILLO et al., 2018) e ao que denominamos de Conhecimento Interpretativo (JAKOBSEN; RIBEIRO; MELLONE, 2014; RIBEIRO; MELLONE; JAKOBSEN, 2016a).

Sempre e quando pretendemos possibilitar que os alunos compreendam o que fazem e as razões por que o fazem a cada momento, e possam ir elaborando o seu conhecimento e entendimento matemático de forma sustentada e articulada, é essencial considerarmos como ponto de partida para as discussões matemáticas subsequentes os seus próprios entendimentos, abordagens raciocínios e motivos que sustentam as suas produções – corretas, incorretas, adequadas ou não (JAKOBSEN; RIBEIRO; MELLONE, 2014).

⁸ Esta discussão pode assumir vários pontos de partida e argumentos, sendo um deles o fato de que, se basta saber resolver os problemas do que alguns denominam de “matemática elementar”, então não seria necessária a formação de professores, pois um bom aluno do Ensino Médio teria um conhecimento matemático necessário para poder lecionar nos Anos Iniciais e até nos Anos Finais, já que sabe resolver as situações matemáticas que são colocadas aos alunos desses níveis educativos.

⁹ Optamos por considerar a nomenclatura original em inglês, pois esta é uma conceitualização do conhecimento professor já reconhecida internacionalmente, e sua tradução poderia desvirtuar não apenas o sentido, mas, essencialmente, o entendimento dos conteúdos de cada um dos subdomínios que compõem o modelo que a representa.

Procurando contribuir para uma reflexão focada em possíveis formas de melhorar a Prática pela Pesquisa e Formação de professores discutem-se, a partir de um exemplo concreto no âmbito da subtração, o conteúdo e a estrutura de cada uma destas dimensões (conhecimentos e tarefas formativas) e dos objetivos associados. Aqui, por necessidade de foco e considerando que o processo de ensino e aprendizagem de matemática se sustenta na elaboração, na implementação e na discussão de tarefas matemáticas, discutiremos especificamente Tarefas para a Formação de professores que têm por objetivo desenvolver o Conhecimento Interpretativo e Especializado dos resolutores e que se considera terem, portanto, potencialidades para contribuir para a melhoria da qualidade da Formação de professores.

Algumas notas teóricas

O estudo da Aritmética (operações) e dos algoritmos é um dos aspectos centrais dos currículos e dos documentos oficiais ao redor do mundo (por exemplo, NCTM, 2000; BRASIL, 2018). No entanto, as abordagens, os focos, os próprios algoritmos e o raciocínio matemático envolvido e requerido no âmbito dos números naturais diferem de país para país – também por razões históricas –, o que pode ser considerado como uma potencialidade na e para a formação de professores, pois permite ampliar o entendimento não apenas dos algoritmos em si, mas, de uma forma mais ampla, da Aritmética envolvendo os números naturais.

Do ponto de vista matemático, entender uma operação numérica envolvendo dois números (consideremos a adição, por exemplo) implica saber que, dados dois números¹⁰ A e B em um sistema de notação S, a operação é a construção da representação de A+B nesse mesmo sistema (BASS, 2015). No entanto, consideramos que navegar entre diferentes algoritmos para uma mesma operação pode potencializar a construção de um entendimento dos diferentes sentidos da operação, bem como das características da notação usada no sistema de representação. Portanto, sendo os algoritmos um aspecto assumido como central nos documentos oficiais que guiam (ou deveriam) a atuação docente, é importante considerar distintos algoritmos, procedimentos e estratégias para uma mesma operação, no sentido de que a discussão dos aspectos matemáticos em que cada um deles se sustenta permitirá desenvolver e manter um conhecimento relativo,

¹⁰ Usamos aqui letras maiúsculas para representar estes dois números, pois dependendo do Sistema de referência que se considera, estes podem ser, por exemplo, matrizes ou determinantes.

entre outros, às propriedades das operações aritméticas ou do sistema de representação decimal (DI MARTINO *et al.*, 2016).

No contexto brasileiro, a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018) propõe o trabalho com a Matemática a partir de cinco unidades temáticas, sendo uma delas (obviamente) a unidade de Números. Dentre as quatro operações elementares, a subtração e a divisão são aquelas em que os alunos apresentam maiores dificuldades (KAMII; LEWIS; KIRKLAND, 2001) e estão, portanto, de entre os tópicos essenciais a focar a atenção na formação de professores. A subtração é a operação em que os alunos começam a apresentar algumas dificuldades, e um dos motivos para isso, além de ela ser intuitivamente mais complexa que a adição, pode estar no fato de o trabalho com a subtração se pautar no ensino de técnicas operatórias convencionais, em que se obtém a resposta final fazendo uso de um algoritmo que se encontra “padronizado”¹¹, em seguida aplicadas em “problemas-modelo”.

Tradicionalmente a subtração é abordada essencialmente como a ação de retirar (tenho um conjunto de elementos com uma determinada cardinalidade e vou retirar uma determinada quantidade desse conjunto, reduzindo a sua cardinalidade), o que, sendo a única forma de entender a subtração explorada, limita substancialmente o entendimento dos alunos do que é subtrair e das relações entre a subtração e as demais operações pois fornece uma perspectiva parcial. Em decorrência disso, o trabalho em torno das quatro operações básicas e, particularmente, da subtração deverá partir da discussão de problemas envolvendo a construção dos três sentidos que se consideram associados ao que seja subtrair (retirar, completar e comparar). Mas, para que os alunos possam desenvolver esse conhecimento, além de competências e habilidades associadas (para usar a nomenclatura oficial atual), é essencial um conhecimento especializado por parte do professor, tanto sobre os diferentes sentidos da subtração quanto sobre múltiplas possíveis formas de representação, de uso com significado dos recursos e de uma linguagem matemática adequada, de modo a compor afirmações com forma e conteúdo efetivamente corretos matematicamente, e não meras “generalizações locais”. Assumindo a centralidade atribuída ao(s) algoritmo(s), desenvolver tal conhecimento pode centrar a atenção nessas temáticas com base na discussão de

¹¹ Em muitos contextos esse algoritmo padronizado é considerado o algoritmo tradicional e assumido, inclusivamente, portanto, como o único que existe e é, portanto, válido.

diferentes algoritmos, procedimentos e estratégias e formas de representação associadas.

Esse conhecimento do professor pode ser encarado sob uma multiplicidade de perspectivas: no contexto particular da Educação Matemática, elas abrangem desde uma visão ampla e generalista – que não considera as particularidades de cada área de conhecimento e, portanto, diz respeito à Educação em geral, e adota frequentemente as ideias de Shulman ou de Tardif (FIORENTINI; CRECCI, 2017) como referências centrais –, até um conjunto de abordagens que consideram as especificidades do conhecimento do professor para a sua prática matemática (RIBEIRO, 2018), incluindo aqui perspectivas como o *Mathematical Knowledge for Teaching* (BALL; THAMES; PHELS, 2008), o *Knowledge Quartet* (ROWLAND, 2008) ou o *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge* – MTSK (CARRILLO *et al.*, 2018).

Essa forma de entender o conhecimento do professor como especializado permite trazer para a discussão o conteúdo desse conhecimento matemático (que existe e se quer ampliar e desenvolver pela formação), o que dificilmente ocorrerá se for considerada uma visão ampla e generalista que não leva em conta as especificidades desse conhecimento na área de conhecimento específica. Nesse sentido, consideramos que a prática matemática do professor tem como objetivo promover o desenvolvimento do conhecimento, as competências e as habilidades matemáticas dos alunos; e, considerando que todo indivíduo (aqui, os alunos) leva para o contexto particular em que se encontram as suas experiências e vivências, para potenciar o desenvolvimento desse conhecimento, é essencial ter como ponto de partida o que eles sabem e como o sabem.

Assumir esse ponto de partida para a prática matemática demanda um tipo de conhecimento matemático especializado que denominamos de Conhecimento Interpretativo (JAKOBSEN; RIBEIRO; MELLONE, 2014; RIBEIRO; JAKOBSEN; MELLONE, 2013, 2018; RIBEIRO; MELLONE; JAKOBSEN, 2016b) e que sustenta as opções pedagógicas a considerar, de modo a efetivar uma prática matemática que permita aos alunos entenderem o que fazem e por que o fazem, sustentando-o no que conhecem e reformulando e adequando seu conhecimento anterior a uma forma matematicamente adequada. Este Conhecimento Interpretativo (CI) sustentará o feedback a ser fornecido aos aprendentes – em tipo, natureza, forma e foco – e as decisões da prática que a tornem informada, perseguindo objetivos matemáticos também a médio e longo prazo, associados à compreensão, à

argumentação e ao desenvolvimento de um raciocínio matemático, que desenvolvem o conhecimento dos alunos em cada um dos tópicos matemáticos.

Este Conhecimento Interpretativo é especialmente importante, quando as produções, os comentários e/ou as respostas dos alunos são distintos do esperado (corretos ou incorretos) e o aproveitamento do erro assume um papel essencial no processo de construção de um entendimento matemático (BORASI, 1996), possibilitando, assim, discutir e ampliar o próprio espaço solução do professor (JAKOBSEN; RIBEIRO; MELLONE, 2014). Esse espaço solução é considerado aqui como o espaço contendo a multiplicidade de formas, interpretações e representações que cada indivíduo considera/explicita quando é solicitado a representar (e/ou resolver) de modos distintos um determinado problema que poderá ter uma única solução – o foco primordial são, portanto, as estratégias, as representações e os raciocínios associados, e não a resposta final, ainda que a discussão se encaminhe a sua obtenção. Note-se que todo o indivíduo – professor, futuro professor, outros profissionais, e até alunos – possui um espaço solução com um, vários, ou mesmo nenhum elemento (possíveis formas de alcançar a resposta correta), porém, aqui a atenção é, pelo contexto, dedicada ao professor. No âmbito da formação de professores consideramos que, pelas especificidades do conhecimento do professor requeridas para o exercício da sua atividade profissional de ensinar matemática, o seu espaço solução teria de ser, idealmente, mais amplo (com mais elementos) que o de qualquer outro indivíduo.

A atribuição de sentido às representações para cada um dos problemas propostos, que se encontram fora do seu próprio “espaço solução”, configura-se como um aspecto essencial no conhecimento do professor, implicando também as posteriores escolhas das estratégias a seguir, recursos a utilizar e feedback a fornecer – a escolha dessas estratégias, recursos e feedback (sua adequação e forma) sustenta-se na especificidade do conhecimento matemático do professor, que molda o seu conhecimento didático (BAUMERT *et al.*, 2010). Nesse sentido, o CI, ao sustentar as ações a serem tomadas (as opções didáticas e as formas de as efetivar), não se corresponde com o que poderia ser entendido como a performance do professor – enquadrado como algo associado ao conhecimento pedagógico –, pois essa é entendida como o conjunto de ações levadas a cabo pelo professor (exteriorizadas) para alcançar os objetivos delineados.

Note-se que o espaço solução é encarado aqui de forma complementar ao espaço de soluções assumido por Leikin e Lev (2007) já que o nosso foco aqui é em

problemas que possuem uma única solução. Portanto, consideramos possíveis diferentes formas de representar a solução única do problema e/ou diferentes estratégias e não a possível multiplicidade de soluções apresentadas por um grupo de especialistas (problemas com múltiplas soluções), como é o caso dos problemas propostos por Leikin e Lev (2007).

Assim, a ampliação do próprio espaço solução requer – e sustenta-se nisso –, por um lado, diferentes abordagens, raciocínios e representações utilizados para encontrar a solução de um problema, mas também se apoia no conhecimento matemático, o qual atribui sentido às soluções apresentadas por outros (alunos). E, quando tais representações são essencialmente alternativas e fora do nosso próprio espaço solução (que desconhecíamos, portanto), esse conhecimento é substancialmente mais complexo, profundo e amplo do que apenas saber resolver o problema proposto (saber fazer) ou pensar em possíveis soluções ou estratégias. Implica, assim, um conhecimento relacional que permita expandir as fronteiras do espaço solução de cada indivíduo. Corresponde, portanto, ao que permite atribuir significado às produções dos alunos, para que seja possível considerá-las como ponto de partida para as discussões e para que o professor não se limite a mostrar a sua forma de fazer/entender (RIBEIRO; MELLONE; JAKOBSEN, 2013, 2016a). Note-se que, por se considerar o conhecimento matemático do professor como especializado, expandir as fronteiras do espaço solução do professor não requer ou implica necessariamente (mas pode) discutir “matemática avançada”, mas demanda um conhecimento matemático profundo (no sentido de MA, 1999) e necessariamente um conhecimento associado às conexões matemáticas envolvidas (POLICASTRO; MELLONE; RIBEIRO; FIORENTINI, 2019).

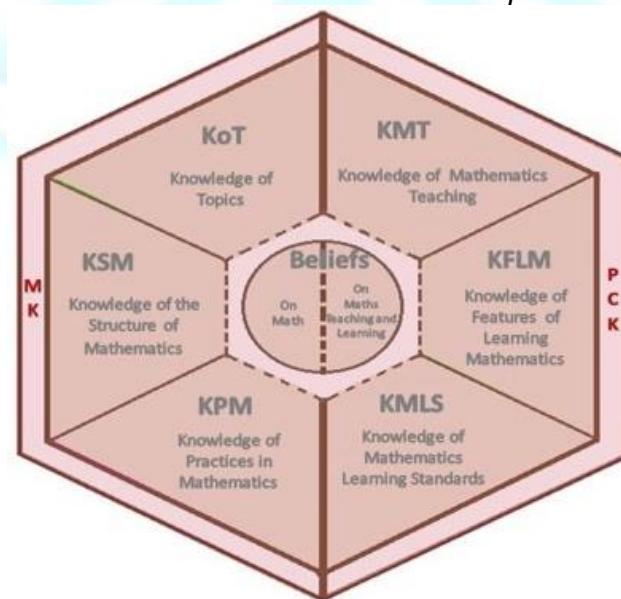
Tal Conhecimento Interpretativo sustenta-se no conhecimento matemático do professor, considerando as especificidades desse conhecimento para a atuação docente. No escopo do trabalho que desenvolvemos, assumimos essas especificidades na perspectiva do *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge* (CARRILLO *et al.*, 2018) e, por ser aqui o foco de discussão articulado com o Conhecimento Interpretativo, discutimos essencialmente os três subdomínios do conhecimento do conteúdo.

Tendo por base as ideias de Shulman (1986) e refinando a abordagem de Ball e colegas (2008), a conceitualização do MTSK (Figura 1) contempla dois grandes domínios: Conhecimento do Conteúdo (MK) e Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK). Cada um deles considera três subdomínios, que atendem às

especificidades do conhecimento do PEM. Complementarmente, na conceptualização do MTSK, considera-se um domínio de crenças do professor sobre a matemática e sobre o ensino da matemática.

Note-se que esta separação em subdomínios é entendida de modo operacional, sendo, portanto, uma forma de olhar as especificidades do conhecimento professor tanto na e para a pesquisa como na e para a formação e, portanto, assumimos as interdependências entre eles, tendo sempre como pano de fundo a matemática e o seu ensino e aprendizagem. Embora, pelo foco do trabalho aqui discutido, limitemos a nossa atenção aos subdomínios do MK, é importante salientar que essa limitação é operacional e guiada pelo foco específico na conceitualização de tarefas para a formação de professores.

Figura 1 - Domínios do *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge*



Fonte: Carrillo et al. (2018, p. 241)

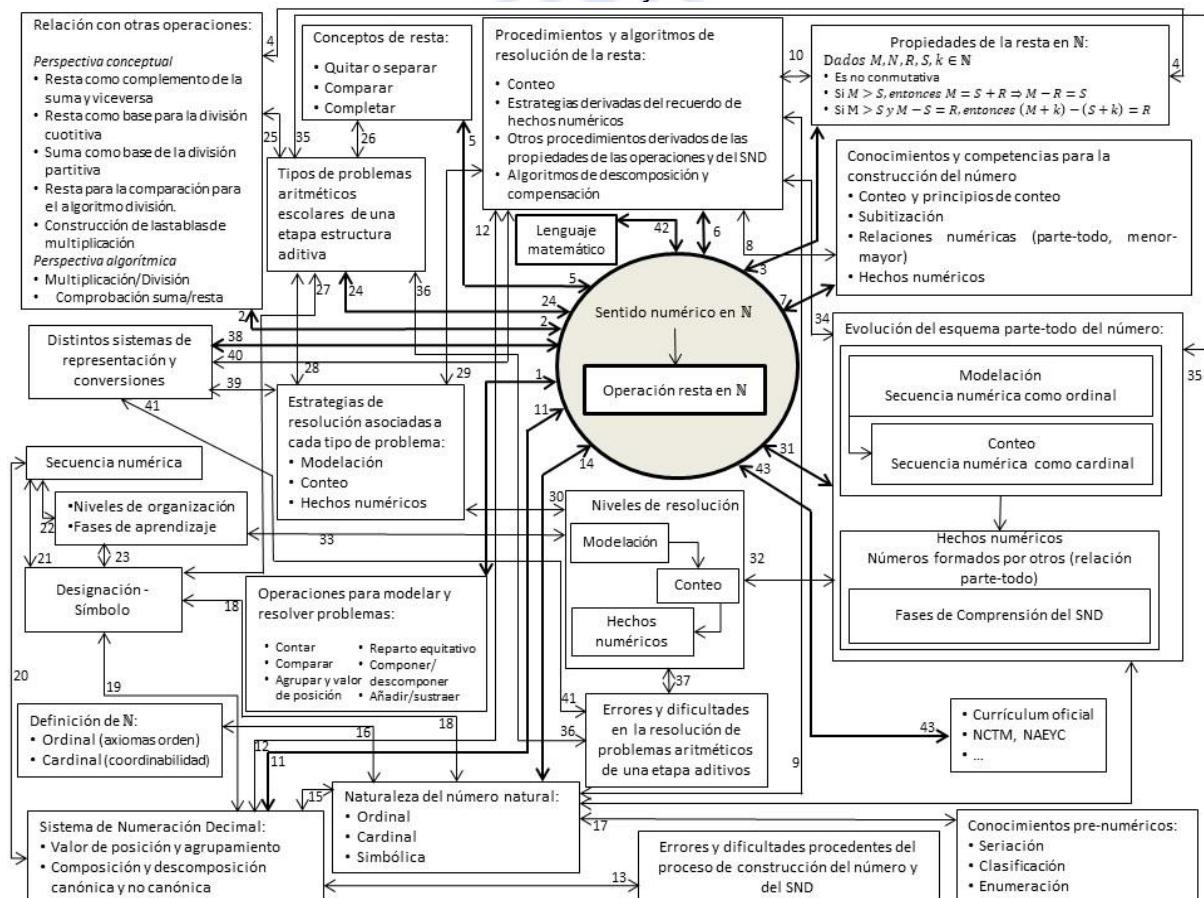
Faz parte do *Knowledge of Topics* (KoT) conhecer mais do que se espera que os alunos aprendam, incluindo, necessariamente: fundamentos matemáticos e procedimentos; abordagens, raciocínios e formas de representação alternativas para cada tópico matemático; e conexões em um mesmo tópico. Implica, ademais, conhecer os conceitos para selecionar, elaborar e fazer uso de exemplos de aspectos epistemológicos que sustentem e permitam compreender os diferentes significados possíveis para o conteúdo e a variedade de contextos em que se pode situar cada conteúdo. No caso da subtração, faz parte desse subdomínio conhecer, por exemplo, os distintos significados associados a ela ou a diversidade de procedimentos que se podem usar para obter o resultado.

Elementos constituintes do denominado *Knowledge of the Structure of Mathematics* (KSM) referem-se ao conhecimento matemático do professor, associado à estrutura da matemática, inclusive cada um dos tópicos e temas matemáticos, em uma perspectiva de integração, e conexões entre estruturas mais simples e complexas, bem como com outros tópicos, temas e conceitos. O conhecimento deste subdomínio deve permitir ao professor elaborar discussões matemáticas, efetuando (e possibilitando promover) conexões para entender a matemática elementar de um ponto de vista superior e vice-versa. No âmbito da subtração, inclui conhecer as relações entre suas propriedades e as das demais operações “básicas” ou construir seu significado com relação às outras operações.

Consideramos ainda o *Knowledge of Practices in Mathematics* (KPM), que corresponde ao conhecimento do professor associado às formas de fazer matemática, incluindo diferentes formas de demonstrar; os elementos constituintes da matemática (de cada tópico) – axiomas e teoremas; o significado de definição e um conhecimento da sintaxe matemática. Relativamente à subtração, é importante conhecer e fazer uso de uma linguagem matemática adequada, atendendo à sua relação com os símbolos utilizados e com o conjunto em que se define a operação (por exemplo, naturais ou inteiros) – a fim de evitar a argumentação comum de que o algarismo no diminuendo nunca pode ser menor que o do subtraendo.

O conteúdo do domínio matemático do conhecimento especializado do professor no âmbito da subtração tem sido foco de várias pesquisas que têm permitido entender também, de forma mais completa, as relações entre os elementos constituintes de cada um dos subdomínios. Um quadro síntese desse conhecimento do professor com formação na Licenciatura em Pedagogia (Educação Infantil e Anos Iniciais), que sustentou os exemplos apresentados anteriormente, encontra-se em Muñoz-Catalan, Liñan e Ribeiro (2017, p. 10).

Figura 2 - Elementos do conhecimento matemático especializado do professor com relação à subtração



Fonte: Muñoz-Catalan, Liñán e Ribeiro (2017, p. 10)

Este conhecimento profissional do professor compõe um conjunto de competências profissionais que conduzem seus alunos a entender o que fazem e por que o fazem a cada momento, deixando a porta aberta para aprendizagens futuras.

Dado que assumimos prática (matemática) do professor de forma a incorporar todos os contextos profissionais que influenciam a atuação do professor com os seus alunos, que corresponde a prática letiva, a pesquisa em desenvolvimento, com foco no conhecimento do professor, mostra que esse conhecimento específico para a atuação docente não se desenvolve apenas pela prática letiva, sem um apoio

formativo com essa intencionalidade específica (RIBEIRO; JAKOBSEN; MELLONE, 2013), mas pode efetivamente ser desenvolvido (BALL; HILL; BASS, 2005).

Note-se que desenvolver pesquisa e formação de forma imbricada, com esses focos particulares nas especificidades do conhecimento do professor, implica o recurso a uma multiplicidade de fontes de informação, processos de análise e de contextos (RIBEIRO, 2018). Dentre esses contextos encontram-se, por exemplo, a prática matemática do professor; as problemáticas recorrentes identificadas na pesquisa; o conhecimento, o raciocínio e as representações dos alunos ou as políticas públicas relacionadas à formação (RIBEIRO *et al.*, 2018). De forma associada, considerando o papel central da formação para o desenvolvimento do conhecimento do professor e a centralidade das tarefas na e para a prática matemática, parece natural que, para o desenvolvimento dessas especificidades, se opte por uma discussão focada na conceitualização de tarefa desenhada com esse intuito. Assim, considerando que alunos e professores assumem papéis distintos na aula de matemática, e que o conhecimento do professor é especializado tanto na dimensão do conteúdo quanto em seu aspecto pedagógico – e, portanto, necessariamente mais amplo e profundo do que o conhecimento do aluno (MA, 1999) –, e não apenas na dimensão pedagógica, como tem sido assumido em algumas tendências na própria formação de professores, torna-se essencial discutir também as especificidades das tarefas para a formação de professores, a fim de desenvolver esse seu conhecimento especializado.

Conceitualização de tarefas para a formação de professores e abordagens metodológicas

Este texto é parte de um trabalho mais amplo em desenvolvimento no âmbito do grupo de Pesquisa e Formação CIEspMat¹² – na forma como as entendemos, estas dimensões são efetivamente indissociáveis. Um dos seus projetos de pesquisa e formação refere-se à elaboração de tarefas para a formação de professores, assumindo a perspectiva de que tais tarefas formativas têm natureza, foco e objetivos específicos, associados à atuação docente, a fim de, pelos contextos formativos, desenvolver o Conhecimento Interpretativo e Especializado dos professores ou futuros professores das várias etapas educativas, incluindo formadores de professores.

¹² Grupo de Pesquisa e Formação Conhecimento Interpretativo e Especializado do professor de e que ensina matemática. Disponível em: <https://ciespmat.com.br>.

As tarefas elaboradas para a formação de professores possuem uma estrutura específica, que objetiva desenvolver as especificidades do conhecimento do professor e melhorar a prática matemática, e sustentam-se em algumas premissas essenciais: na centralidade das tarefas na prática (matemática, mas não só) do professor (MASON; JOHNSTON-WILDER, 2006); nas especificidades da prática matemática, considerando que nesta se perseguem objetivos de aprendizagem matemática a curto, médio e longo prazo; na responsabilidade, que cumpre à formação de professores, de contribuir para a melhoria das práticas matemáticas e, por conseguinte, das aprendizagens e resultados dos alunos; na obrigação social que temos, como pesquisadores e formadores de professores, de contribuir para melhorar os diferentes contextos, considerando as especificidades locais, mas tendo uma visão global.

Por tais razões, as tarefas que desenhamos especificamente para a formação de professores compõem o que denominamos de Tarefas Formativas (TF)¹³ e têm por objetivos explícitos tanto o acesso ao Conhecimento Interpretativo e Especializado dos resolutores, quanto seu desenvolvimento. Implementá-lo nos contextos formativos demanda também, obviamente, um conhecimento especializado do próprio formador¹⁴. Assim, de forma a ampliar as discussões entre o grupo de Pesquisadores e Formadores que desenham as tarefas, cada uma destas Tarefas Formativas é composta por três documentos que funcionam em bloco e que têm por objetivo possibilitar, a “qualquer pesquisador/formador” que no desenvolvimento do seu trabalho tenha um conhecimento amplo das abordagens teóricas e metodológicas utilizadas e desenvolvidas nesse contexto específico, implementar as tarefas de forma associada aos objetivos que sustentam a sua conceitualização e elaboração.

É importante notar que os três documentos que estão incluídos na denominada Tarefa Formativa correspondem a: uma tarefa que os professores ou futuros professores discutem em contextos de formação (Tarefa para a Formação – TpF) e que tem como ponto de partida uma tarefa para os alunos de determinado nível educativo (ano), tipicamente um problema (ver Figura 3); um documento para

¹³ Por simplicidade de escrita (e leitura), sempre que nos referirmos apenas a Tarefa para a Formação (TpF) deverá ser lido como o conjunto de questões/situações elaboradas para serem respondidas e discutidas pelos professores em contexto de formação e, se necessário, ao mencionar os outros dois documentos, essa referência será feita explicitamente como Tarefa Formativa.

¹⁴ Este é inclusivamente o foco de algumas das pesquisas que se encontram em desenvolvimento no âmbito do Grupo e envolvendo também outros colegas do exterior (por exemplo, Espanha, Itália, Noruega, África do Sul).

os (futuros) professores, discutindo as dimensões matemáticas associadas ao tópico em estudo (aqui, a subtração), focando nos subdomínios do conhecimento matemático especializado do professor, que correspondem também aos elementos centrais do conhecimento do professor requerido e implicado na e para a interpretação das produções incluídas (Documento do Professor); e um documento para o formador de professores, que discute os objetivos de cada parte da tarefa e de cada uma das questões nela contidas e contém indicações de possibilidade de discussões a efetuar (e os porquês associados), para que o formador possa implementar a tarefa associada aos objetivos delineados para a tarefa (Documento do Formador).

Note-se que neste trabalho consideramos explicitamente três tipos de tarefas: a tarefa que é proposta em sala de aula para que os alunos desenvolvam a atividade associada (que forma parte da tarefa para a formação); a tarefa para a formação, que tem como ponto de partida a tarefa para os alunos e corresponde ao que é proposto em contextos de formação para desenvolver o conhecimento dos professores; e a Tarefa Formativa.

As tarefas para a formação possuem, por norma, duas partes¹⁵ (ver Figuras 3 e 4), associadas a objetivos complementares focados essencialmente no desenvolvimento particular do conteúdo que se pode associar a alguns¹⁶ dos subdomínios do MTSK e ao Conhecimento Interpretativo. Resultados do trabalho que temos desenvolvido mostram a importância da sequência da implementação e dos focos de atenção considerados – primeiramente uma discussão centrada nos aspectos do MTSK do professor, relativamente ao tema matemático específico que se aborda na tarefa, e posteriormente uma discussão de produções ou comentários de alunos, associados a tarefas no mesmo contexto que se discutiu anteriormente.

Tal como referido em Ribeiro (2018), no âmbito do trabalho que desenvolvemos (Pesquisa e Formação), é necessário considerar uma multiplicidade de fontes de informação para desenvolver processos de análise de forma articulada, que permitam uma visão simultaneamente mais ampla e profunda dos fenômenos que pesquisamos. E, portanto, essas múltiplas fontes de informação são também, obviamente, consideradas na e para a elaboração das tarefas para a formação.

¹⁵ Quando desenhando sequências de tarefas, algumas das tarefas introdutórias aos tópicos possuem uma parte inicial que se centra essencialmente em aceder ao conteúdo do KoT dos (futuros) professores, discuti-lo e desenvolvê-lo.

¹⁶ Note-se que, obviamente, o conhecimento do professor se considera como um todo e não compartimentado, sendo essa uma discussão já antiga (com mais de dez anos), que não cabe neste contexto.

Complementarmente, dado que o conteúdo dos subdomínios do MTSK, obtido através de resultados de pesquisa, é considerado também como ponto de partida para a elaboração das tarefas formativas, a necessidade de articular pesquisa e formação torna-se por demais premente.

Aqui discutiremos uma Tarefa para a Formação que tem como objetivo aceder¹⁷ ao MTSK e ao Conhecimento Interpretativo dos resolutores no âmbito da subtração, bem como desenvolvê-lo. Notemos que o foco das tarefas que elaboradas até ao momento refere-se, essencialmente aos subdomínios do conhecimento matemático do MTSK – também pelo fato de o Conhecimento Interpretativo ser sustentado nessa dimensão da especialização do conhecimento do professor –, sendo que as dimensões do PCK se buscam desenvolver pela forma de trabalho, por focos de discussão e exemplos apresentados e discutidos durante a implementação da tarefa nos contextos formativos.

Tarefa Formativa – exemplo de uma tarefa para a formação: Um exemplo típico de uma tarefa para a formação que tem sido desenvolvida no âmbito das operações tem duas partes: a Parte I tem como ponto de partida uma proposta que os alunos do nível em que os professores ensinam podem resolver (e que se espera os professores possam implementar com seus alunos daí que inclusivamente a formatação considerada – ver Figura 4 – tenha sido pensada para esse objetivo. Com base nessa tarefa para os alunos é incluído um conjunto de questões para os (futuros) professores, formuladas tendo por base o conteúdo dos subdomínios do MK e têm por objetivo aceder ao conhecimento especializado do professor e desenvolver esse conhecimento. Já a Parte II tem como ponto de partida um conjunto de produções de alunos (reais ou simuladas), vídeos, vinhetas ou episódios de sala de aula associados a tarefa dos alunos que foi explorada anteriormente e tem por objetivo aceder ao conteúdo do Conhecimento Interpretativo dos resolutores e desenvolvê-lo, associado a desenvolver o conhecimento implicado em fornecer um feedback construtivo.

Ademais, embora a conceitualização da tarefa priorize um foco no desenvolvimento do conteúdo dos subdomínios do conhecimento matemático do professor, a implementação é desenhada de forma a que os professores possam experienciar o tipo de trabalho e as vivências que esperamos venham a proporcionar aos seus alunos. Esta implementação busca desenvolver um conhecimento e fazer

¹⁷ Pela forma imbricada que consideramos a Pesquisa e a Formação, todas as tarefas têm objetivos de pesquisa (questão de pesquisa associada) e de formação.

uso, entre outros recursos, de linguagem matemática adequada; argumentação matematicamente fundamentada; estratégias múltiplas de exploração de respostas a problemas, como simplificar ou complexificar os problemas propostos.

Na tarefa que aqui discutiremos, a Parte I tem como ponto de partida solicitar aos resolutores (professores atuais ou futuros) que encontrem o resultado de uma subtração, expliquem como procederam e posteriormente formulem problemas empregando a expressão fornecida. O conhecimento implicado na resolução dessas questões formaria idealmente parte do conhecimento dos alunos, e esta primeira parte serve de motivação para iniciar a discussão relativamente às especificidades do conhecimento matemático do professor e ao tradicional uso de noções e linguagem matemática incorreta e inadequada, associada à verbalização dos passos do algoritmo prototípico (por exemplo, “vai um” ou “na casa das unidades nunca posso ter mais de nove” ou “pedir emprestado”). Assim, as discussões buscam ampliar o saber fazer e incorporam um entender os porquês associados.

Já na Parte II, incluiremos um conjunto de produções de alunos (reais ou fictícias) que permitem, cada uma delas, discutir determinado aspecto particular associado aos algoritmos, as propriedades das operações, as formas de registro e de representações – desde uma perspectiva da matemática escolar, até fazer um conjunto de conexões com os temas matemáticos tradicionalmente discutidos em disciplinas de matemática superior (na licenciatura em matemática). É importante salientar que essas produções dos alunos incluídas na tarefa estão associadas a resultados de pesquisa desenvolvidas – não apenas por membros do grupo CIEspMat, mas por uma revisão dos trabalhos internacionais – com foco nos alunos e nas suas dificuldades de aprendizagem, representação e argumentação (DI MARTINO *et al.*, 2016; KAMII; LEWIS; KIRKLAND, 2001).

A seguir encontra-se uma versão de uma das Tarefas para a Formação no âmbito da subtração, e a discussão que se apresenta considera a Tarefa Formativa para professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais¹⁸. Note-se que, ainda que consideramos que as práticas (matemáticas) profissionais dos professores destas duas etapas educativas se encontrem associadas a objetivos distintos e complementares e, portanto, considera-se que em termos de conhecimento

¹⁸ Esta tarefa tem sido utilizada também para promover o desenvolvimento do Conhecimento Interpretativo e Especializado de Professores dos Anos Finais e do Ensino Médio e de Pesquisadores e Formadores de professores em aspectos relacionados a equações e inequações, Pensamento Algébrico, Teoria de Grupos e Anéis, demonstração e generalização, buscando assim uma articulação entre a “matemática escolar” e a “matemática universitária”.

matemático especializado é essencial que estes profissionais detenham conhecimentos dos conteúdos que se encontram no mesmo tipo de espaço. Esta assunção considera a liberdade pedagógica do professor para decidir o que e como fazer com os seus alunos específicos, mas sustenta-se na necessidade de um conhecimento matemático especializado para que possa explorar as situações com intencionalidade matemática, considerando, por exemplo, na Educação Infantil, o brincar com intencionalidade matemática de desenvolver o entendimento dos diferentes sentidos da subtração como algo parte da rotina diária a desenvolver.

A tarefa “Vamos subtrair” foi desenhada para alunos do 2.º ano (atendendo ao que se encontra na BNCC), e as demais questões são conceitualizadas para discutir e desenvolver o conhecimento do professor associado a este tópico.

Figura 3 - Parte I de uma tarefa para a formação com foco na subtração
Parte I

Tarefa: Vamos subtrair

(Deve explicar sempre o seu raciocínio descrevendo o processo que usar para responder à tarefa. Pode fazê-lo usando esquemas, palavras, cálculos, ...)

Considere a seguinte subtração: 51–17.

a) Determine o resultado e explique como procedeu para obter esse resultado;

b) Formule dois problemas distintos que envolvam a subtração anterior e resolva-os.

1) Considere a tarefa anterior:

a) Resolva a tarefa por si mesmo, sem pensar em um contexto de ensino;

b) Para cada uma das situações seguintes, grave um vídeo de, no máximo, três minutos, em que:

- i) Ilustre a verbalização, quando realiza a operação com recurso ao algoritmo;
- ii) Escolha um recurso que considere mais adequado e ilustre como dar significado ao algoritmo usando esse recurso;

c) Formule três problemas matematicamente distintos que envolvam esta operação e o seu resultado e justifique por que considera que os problemas são distintos.

Fonte: Arquivo dos autores

Após completarem essa primeira parte da tarefa, os futuros professores recebem outra folha (Parte II), contendo produções de alunos de respostas à questão inicial (“Determine o resultado de 51–17”). Aqui se solicita aos resolutores que refletam e comentem a correção matemática (e a adequação) de cada uma dessas produções; que atribuam sentido e significado a cada uma delas; e que proponham um possível feedback construtivo a cada um dos alunos, a fim de apoiar sua aprendizagem matemática, tendo, como ponto de partida para as discussões, o

possível raciocínio elaborado. Por uma questão de espaço, concentrarmos nossa atenção em quatro¹⁹ das produções dos alunos (Figura 4) incluídas na tarefa.

Figura 4 - Quatro produções de alunos incluídas na Parte II de uma Tarefa para a Formação com foco na subtração

| | | | |
|---|--|---|--|
| (Alda) $\begin{array}{r} 51 \\ - 17 \\ \hline 34 \end{array}$ | (Bruno) $\begin{array}{r} 11 \\ - 7 \\ \hline 4 \end{array}$ | (Cláudia) $\begin{array}{r} 51 \\ - 17 \\ \hline 34 \end{array}$ $17 + 3 = 20$ | (Diana) $\begin{array}{r} 51 \\ - 17 \\ \hline 34 \end{array}$ |
|---|--|---|--|

Fonte: Arquivo dos autores

Cada uma dessas produções foi incluída na tarefa, associada a uma justificação matemática específica, e cada uma delas permite discutir algum aspecto (tópico) complementar aos que se encontram anteriormente. A sequência que aqui se apresenta, da esquerda para a direita, é a sequência da exploração durante a implementação. Assim, só tem sentido incluir uma nova produção de alunos na tarefa, se ela permitir ampliar as discussões possíveis com base nas produções já expostas²⁰.

A produção de Alda é a abordagem mais comum no Brasil (e em Itália), sendo esse o motivo primordial da sua inclusão, cujo objetivo é discutir: os aspectos do conteúdo do KoT e do KSM dos resolutores, que se relacionam, entre outros, com o conhecimento matemático associado à reordenação da forma de representar a quantidade 51; as questões da adequação e do uso de uma linguagem matemática apropriada (por exemplo, a inadequação do uso da expressão “pedir emprestado”); a possibilidade de, em uma mesma ordem, representar quantidades maiores que nove e suas implicações para a decomposição dos números; e o uso dos recursos (ábaco) com significado e correspondência com o algoritmo.

Bruno usa um algoritmo que é tipicamente ensinado em Portugal (e em algumas escolas do Brasil) e se sustenta essencialmente na representação dos números no Sistema de Numeração Decimal. A sua inclusão tem por objetivo permitir desenvolver nos professores um conhecimento contido no KoT e no KSM,

¹⁹ Uma discussão das produções pode ser encontrada no livro da Coleção CIEspMat – Formação: Entender os sentidos da subtração para ensinar e aprender matemática com significado e prazer. www.ciespmat.com.br.

²⁰ Por este motivo, a elaboração desta parte da Tarefa para a Formação, associada à elaboração da tarefa para os alunos, requer e implica, por parte do elaborador, um conhecimento amplo das maiores dificuldades dos alunos e dos motivos que podem sustentá-las, o que demanda uma vasta revisão das pesquisas com foco nos alunos e em suas aprendizagens, nas representações utilizadas, nos raciocínios elaborados. Idealmente, ocorre associada à pesquisa com foco em algumas das dimensões das aprendizagens matemáticas dos alunos.

em termos das conexões com outros tópicos, como sejam as equações e as propriedades das operações, algo essencial na atribuição de significado ao procedimento envolvido, e também no âmbito do KPM, relacionado com as questões da generalização e da demonstração.

Essa discussão é efetuada de forma articulada com a produção de Claudia, que foi incluída, pois faz uso do mesmo tipo de raciocínio de Bruno, porém escolheu para trabalhar com a noção da “dezena mais próxima”, considerando assim o SND em uma perspectiva distinta da anterior. Para além de permitir discutir e desenvolver o conteúdo do KoT e do KSM dos professores, esta produção tem por intuito maior promover uma articulação com a generalização e a demonstração – que foi iniciada com as discussões da produção anterior –, mas agora mudando o foco de atenção das questões da matemática mais avançada (propriedades envolvendo Teoria de Grupos e de Anéis) para algo que permita construir uma visão mais próxima da prática matemática dos alunos.

Estas três produções iniciais foram incluídas na tarefa, de forma a discutir e desenvolver o conhecimento dos resolutores envolvido e requerido para interpretar e atribuir significado a alguns aspectos matemáticos envolvidos em algoritmos diferentes daquele que poderá ser o seu preferido ou, mesmo, o único que conhecem, o que corresponde a deter um espaço solução com um único elemento – uma única estratégia de resolução do problema/situação matemática.

A produção de Diana foi incluída, pois, de uma forma natural, esperamos que a discussão se inicie efetuando um paralelismo com o que ocorreu nas duas produções anteriores (retirar 11 ao aditivo e ao subtrativo), mas também discuta outras formas alternativas de raciocínio para obter os valores intermédios (40-6) e a possibilidade de não “começar pelas unidades”; que se observe a correspondência entre o que se registra no algoritmo na vertical e o registro na escrita na horizontal, bem como a (im)possibilidade de efetuar uma sua modelação usando recursos (em particular, o material dourado, ao qual os resolutores tipicamente recorrem no caso de serem solicitados a modelar o algoritmo), a fim de ampliar a discussão para o âmbito do Pensamento Algébrico e da Álgebra.

A necessidade de um olhar múltiplo para o conhecimento do professor em cada um dos tópicos matemáticos e sua situacionalidade e transversalidade ao longo da escolaridade.

O trabalho que temos desenvolvido, relacionado com a elaboração de Tarefas Formativas, sustenta-se na nossa própria experiência como formadores de

professores, em resultados de pesquisa com foco no nosso próprio Conhecimento e atuação profissional (RIBEIRO; MELLONE; JAKOBSEN, 2016b) e na análise de práticas matemáticas de professores de diferentes etapas educativas e contextos. Essa multiplicidade de focos de atenção e de contextos de coleta de informações, também pelos diversos contextos culturais em que nos encontramos e desenvolvemos trabalhos, tem possibilitado uma mais ampla compreensão do papel dessa cultura matemática e de suas limitações e potencialidades na leitura das perspectivas matemáticas que se consideram – inclusivamente, objetivos que se associam ao próprio processo de ensino e aprendizagem em termos oficiais. Este foco de atenção deriva do trabalho – e sustenta-se nele – que tem sido desenvolvido no âmbito do que é denominado de Transposição Cultural (MELLONE *et al.*, 2019); e considera, portanto, as particularidades do contexto e da cultura, mas sempre com um foco na matemática e nas especificidades do conhecimento do professor para ensinar matemática nesses contextos culturais diversos. Envolve, por conseguinte, diferentes possíveis formas de entender a matemática (seus sentidos, significados, ensino e aprendizagem) nessa multiplicidade de contextos.

Assim, considerando a articulação entre a pesquisa, a formação e a prática, e como refere Ribeiro (2018), perseguindo o objetivo de desenhar formas com potencialidades de desenvolver o conhecimento do professor com base em suas especificidades, é mister ampliar a visão metodológica de coleta e análise de informações e articular vários focos de atenção – por exemplo, análise de livros didáticos; prática do professor; problemáticas recorrentes identificadas na pesquisa; conhecimento, raciocínio e representações dos alunos. Esses diversos focos, situados em múltiplos contextos culturais, permitem obter uma visão ampla das maiores problemáticas em termos das aprendizagens matemáticas dos alunos e das abordagens tendencialmente predominantes nas práticas letivas – também pelo fato de o livro didático/apostila ser o recurso que os professores mais usam (ver, por exemplo, VALVERDE *et al.*, 2002) –, o que nos guia nas discussões relativas aos focos necessários na formação, de modo a que esta se centre onde é efetivamente necessária (RIBEIRO; CARRILLO, 2011).

Tarefa Formativa – conteúdo do documento do professor: Considerando esta dimensão da situacionalidade local e global (em termos geográficos e culturais) e a centralidade que atribuímos à matemática no seu processo de ensino e aprendizagem e no conhecimento especializado do professor como potenciador ou limitador das aprendizagens dos alunos, torna-se essencial que o documento do

professor situe o tópico nos documentos oficiais do país, mas não se limite a esse contexto, pois toda a dimensão histórica e política atual associada à construção desses documentos deverá ser ampliada com um entendimento mais amplo e global também das relações entre esse tópico e os demais.

Assim, esse documento do professor apresenta e discute o que se encontra atualmente na Base Nacional Curricular Comum – BNCC (BRASIL, 2018), situando o tema e as habilidades formuladas a ele associadas, mas ampliando também essa discussão com a incorporação do que ocorre em outros países, em termos tanto de “localização” na escolaridade quanto das indicações de ensino e aprendizagem que possam ser fornecidas nesses outros contextos. Essa discussão busca permitir ampliar o conhecimento especializado do professor relativamente à diversidade de procedimentos e raciocínios que podem ser usados para obter o resultado da operação (KoT) e ao momento em que é esperado que os alunos aprendam (KMLS) cada um desses procedimentos.

Sendo as Tarefas para a Formação centradas em tópicos matemáticos, este documento do professor associado inclui, também, necessariamente, elementos que a pesquisa mostra como nucleares do KoT do professor no tópico específico (por exemplo, um conhecimento dos diferentes sentidos da subtração), bem como um conjunto de problemas que ilustram cada um desses sentidos, para que os professores possam, posteriormente, implementar em suas aulas com os seus alunos (KMT). Sendo essa Tarefa para a Formação, em particular, desenhada para contextos formativos de professores da Educação Infantil e dos Anos Iniciais, a intencionalidade do uso dos recursos é um dos aspectos também centrais da prática matemática do professor e, assim, no documento para o professor incluem-se discussões, evidências e exemplos de (im)possibilidades de uso de determinados recursos, como o ábaco ou o material dourado (KMT) e da necessidade de uma navegação frutífera entre diferentes representações (RIBEIRO, 2011). Um dos exemplos incluídos refere-se à necessidade de correspondência entre cada um dos passos do algoritmo que tradicionalmente se aborda no Brasil – produção de Alda incluída na Figura 4 –, o processo de modelação usando o recurso que se seleciona – inicialmente o material dourado e posteriormente o ábaco, de forma a discutir uma

sequenciação didática com significado –, do (des)agrupamento ao valor posicional (KMT), e as dificuldades dos alunos e suas formas de aprendizagem (KFLM)²¹.

Por ser uma das quatro operações consideradas tradicionalmente elementares, a subtração encontra-se relacionada com as demais, e não se restringe a ser a operação inversa da adição – incluindo-se aqui também uma discussão relativamente ao conhecimento especializado do professor, associado a considerar as quatro operações do ponto de vista de cada uma das demais (KoT) e a relacioná-las com outros temas da matemática, como seja a medida ou a noção de distância entre dois pontos (KSM).

Seguindo a articulação da Formação com a Pesquisa e também por assumir a linguagem matemática um papel de destaque no conhecimento especializado do professor, essa dimensão do uso de uma linguagem matemática adequada (e correta), de modo a que o que se diz em determinado momento continue a ser válido em qualquer outro (KPM), é também um dos elementos discutidos. Aqui se discute, em particular, o “nunca se pode retirar uma quantidade maior de uma menor” e a necessidade de se entender a estrutura da subtração de uma forma global e considerar o conjunto em que trabalhamos, o que se relaciona, obviamente, com a ampliação do conhecimento matemático especializado do professor, a fim de atribuir sentido a essa linguagem e articulá-la com as aprendizagens futuras dos alunos (KMLS).

Tarefa Formativa – conteúdo do Documento do Formador: O conhecimento especializado do formador de professores é uma das áreas mais recentes de foco intencional das pesquisas em Educação Matemática. Daí que também esta dimensão da Tarefa Formativa se encontre, ainda mais que as demais, imbricada à pesquisa que nos encontramos a desenvolver com o foco particular das especificidades do conhecimento especializado do formador de professores de/que ensinam matemática. Existem vários trabalhos, inclusivamente no Brasil, que discutem a prática do formador de professores, mas são bastante recentes e ainda relativamente incipientes aqueles que a discutem na perspectiva das especificidades do conhecimento envolvido, requerido e implicado na – e para ela – formação de professores associada ao desenvolvimento das especificidades do conhecimento do professor, considerando esse conhecimento especializado tanto no âmbito

²¹ No livro da Coleção CIEspMat – Formação: Entender os sentidos da subtração para ensinar e aprender matemática com significado e prazer, efetua-se uma discussão associada ao conhecimento do professor no âmbito da subtração e a interpretação das produções dos alunos. www.ciespmat.com.br.

matemático quando didático (ALMEIDA; RIBEIRO; FIORENTINI, 2018, 2019; RIBEIRO, 2020).

Assim, esta componente das Tarefas Formativas incorpora, atualmente, uma discussão mais ampla das formas de implementação da Tarefa – incluindo objetivos que se buscam alcançar em termos de desenvolvimento do conhecimento do professor e abordagens metodológicas que se consideram mais potentes. Nesse sentido, uma parte substancial do documento do professor forma parte deste documento do formador, mas considerando este último mais amplo, pois assumimos explicitamente que ao formador cumpre um conhecimento específico associado a sua atuação profissional. Portanto, analogamente ao que ocorre na relação entre o conhecimento do aluno e o conhecimento especializado do professor, ele não coincide com o documento do professor.

Para além das possíveis produções dos professores a cada uma das questões da tarefa, da sequenciação das discussões a elaborar – como proceder a uma orquestração da discussão de forma matematicamente produtiva (BUSSI *et al.*, 2017) –, este documento do professor incorpora marcadamente algumas das dimensões do conhecimento matemático especializado que, no contexto formativo, se pretende desenvolver nos participantes. Nesse sentido, e pela impossibilidade de se desenvolver uma formação (e pesquisa associada) de qualidade com este foco, sem que o próprio formador-pesquisador detenha, ele próprio, um amplo conhecimento especializado do tópico, a opção tem sido a de incorporar também alguns comentários mais relacionados com os resultados das pesquisas que se efetuam no grupo sobre conteúdo e indicadores de conhecimento do professor nos vários subdomínios do MTSK. Isso permite desenvolver um processo cílico de escrita-implementação-escrita e consequente refinamento, incorporando nesse ciclo a dimensão da pesquisa.

Algumas notas finais

Para que a formação se foque onde é efetivamente necessária, objetivando a melhoria da qualidade da prática matemática e das aprendizagens e dos resultados dos alunos, é essencial uma relação estreita com a pesquisa, e não apenas com os seus resultados, mas também com seus processos; daí a importância de considerar Formação, Pesquisa e Prática como um todo uno.

As Tarefas Formativas têm sido conceitualizadas no contexto de pesquisas com foco nas especificidades do conhecimento do professor de e que ensina matemática – tanto no âmbito do MTSK como do Conhecimento Interpretativo – e as

tarefas para a Formação implementadas em vários contextos formativos (inicial, continua e complementar – Pós-Graduação), envolvendo professores desde a Educação Infantil ao Ensino Médio e formadores de professores e pesquisadores.

Considerando as discussões associadas à importância e à potencialidade de conhecer e entender outras culturas como forma de melhor conhecermos a nossa própria – aqui, no âmbito das culturas matemáticas – e a diversidade cultural em que nos inserimos, é essencial permitir que a formação de professores ofereça oportunidades de aprendizagem profissional significativas, que possam ter efetivamente impacto na prática matemática futura do professor – considerando a transposição cultural (MELLONE *et al.*, 2019) como um dos eixos basilares, na perspectiva de efetivamente contribuir para que os alunos entendam o que fazem e por que o fazem a cada momento, deixando sempre a porta a aberta para aprendizagens futuras que permitam melhor entender o mundo em que vivemos e iremos viver no futuro –, no sentido de preparar também os alunos e os professores e, portanto, a sociedade, para a quarta Revolução Industrial (ATIKU, 2020).

Uma vez que este conhecimento especializado (MTSK e Conhecimento Interpretativo) não se desenvolve na prática – sem que exista um contexto formativo com esse desenvolvimento como objetivo específico (RIBEIRO; MELLONE; JAKOBSEN, 2013), torna-se cada vez mais urgente que pela formação se desenvolvam as especificidades do conhecimento do professor, que lhe permitam entender as matemáticas dos outros, as suas formas de pensar e raciocinar – com foco explícito na matemática e no conhecimento matemático associado e implicado –, para possibilitar que, desde a Educação Infantil, se tenham esses entendimentos matemáticos dos alunos (expetavelmente outros que não os estandardizados, pela sua ainda não institucionalização) como ponto de partida para as discussões matemáticas a ocorrer. Discutir conscientemente as diferentes matemáticas existentes em determinado momento e contexto (e, posteriormente, discuti-las globalmente) possibilitará criar, desde logo, as bases para um entendimento matemático para a vida. Dimensões da matemática formal aceita e requerida em nível global e também outras formas mais locais de fazer e entender a matemática serão ali incluídas, mas sem se restringir a esta última, atentando sempre ao foco matemático e as suas especificidades, não focando, assim, em outras dimensões do conhecimento do professor de e que ensina matemática que são gerais e comuns a atuação docente nas demais áreas de conhecimento – como seja a gestão da sala de aula ou a forma de trabalho dos alunos (em grupo, individualmente).

Uma problemática que ocorre, mesmo no grupo, e, portanto, será extensível a outros que possam almejar replicar este tipo de abordagem da conceitualização de Tarefas Formativas, mantendo os objetivos no mesmo espaço, é a dificuldade de sair da zona de conforto: há risco de deixar de lado o foco das discussões associadas as especificidades da prática matemática do professor e passar a direcioná-las para o conhecimento matemático sem relação com as especificidades da prática matemática do professor, ou para o extremo oposto com um foco nas dimensões pedagógicas gerais. Esta problemática é tão mais premente e necessária de afastarmos desse espaço, pela necessidade de uma mudança de foco na formação, já que os resultados do que tem sido feito não têm possibilitado uma melhoria qualitativa (medida quantitativamente) das aprendizagens matemáticas dos alunos. No sentido de contribuir para um deslocamento do espaço de foco central, é necessário atentar também ao fato de que o conhecimento do professor para abordar cada um dos temas é distinto, ou seja, o conhecimento do professor no âmbito da Álgebra é distinto daquele para abordar tópicos de Geometria ou de Números – e, mesmo dentro de cada um, há especificidades próprias de cada tópico em concreto (JAKOBSEN; THAMES; RIBEIRO, 2013). Assim, torna-se essencial ampliar o corpo de pesquisas que se foquem simultaneamente nas especificidades do conhecimento do professor, incluindo, obviamente, o Conhecimento Interpretativo, e cuidar que ocorram de forma associada à elaboração e à implementação de tarefas para a formação, seguindo, por exemplo, a conceitualização aqui apresentada.

Um outro aspecto que nos parece relevante e sobre o qual urge refletir em conjunto, para efetivamente contribuir para melhorar os diferentes contextos em que nos movimentamos – prática, formação e pesquisa –, é a inclusão explícita da dimensão da pesquisa na conceitualização das Tarefas para a Formação, elencando uma questão de pesquisa possível de responder com as informações coletadas na implementação da tarefa. De tal forma que, sendo o trabalho em grupo e para o grupo (envolvendo estudantes de iniciação científica, mestrado e doutorado), possa servir também como mais um contexto formativo para os seus elementos. Esta chamada de atenção é tão mais pertinente porque a pesquisa evidencia que, nos nossos contextos culturais (MELLONE *et al.*, 2019), os professores focam toda a sua atenção no que fazer na sala de aula (por exemplo, gestão da sala de aula, recursos a usar, formas de trabalho dos alunos), e não tanto nas discussões matemáticas que se pretendem desenvolver, associadas à implementação da tarefa, para que sejam

efetivamente profícias para os alunos. Nesse processo de elaboração das tarefas, que se quer cíclico, é essencial que o grupo de formadores detenha, ele mesmo, um sólido, amplo e profundo (MA, 1999) conhecimento matemático, considerando a sua natureza especializada (CARRILLO *et al.*, 2018) do tema e do tópico matemático, o que implica um conhecimento dos conteúdos conceituais de cada um dos subdomínios desse conhecimento. Se isso não se efetivar, torna-se praticamente impossível que a tarefa possa ser uma Tarefa para a Formação (no sentido que as consideramos) e promova o desenvolvimento do conhecimento do professor relativamente às especificidades do tópico que se aborda. Caso isso não seja efetivo, possibilitará, quando muito, uma discussão no nível das generalidades da prática (nem sempre matemática), que se atêm ao conhecimento pedagógico geral (CALDATTO; RIBEIRO, 2019) ou a um conhecimento matemático do nível dos alunos – que várias pesquisas mostram ser esse ainda o nível de conhecimento do professor (ORTIZ; ALSINA, 2019; POLICASTRO; ALMEIDA; RIBEIRO, 2017; ROJAS; FLORES; CARRILLO, 2015).

É de suprema importância considerar essas especificidades do conhecimento do professor para o âmbito da prática matemática – tendo como referencial base o MTSK ou um outro que considere as especificidades do trabalho do professor –, e não se fique no nível da discussão de generalidades, assumindo, por exemplo, como referencial teórico desse conhecimento as ideias de Shulman (1986, 1987), que tomam uma perspectiva global de educação (formação de professores) geral, mas não consideram qualquer especificidade associada aos temas e tópicos a ensinar e à prática do professor associada a cada uma das áreas de conhecimento (RIBEIRO, 2018).

Assim, um desafio futuro e uma linha de trabalho em aberto – que busca contribuir, de forma articulada, para a discussão de que conhecimento é esse que cumpre ao professor de e que ensina matemática; para a sua atuação profissional como professor; e para a melhoria da qualidade dessa formação – prendem-se à elaboração do que começamos por denominar de Tarefas Interpretativas, fazendo uso de distintos formatos que permitam ampliar e desenvolver o conhecimento dos (futuros) professores, formadores de professores e pesquisadores, objetivando a melhoria da qualidade do trabalho realizado por esses agentes educativos, atendendo às especificidades, à situacionalidade e aos focos de cada um desses contextos.

Referências

ALMEIDA, M. V. R.; RIBEIRO, M.; FIORENTINI, D. Conhecimento especializado do formador de professores de matemática. In: CYRINO, M. C. de C. T. (Org.). **Temáticas emergentes de pesquisas sobre a formação de professores que ensinam matemática:** desafios e perspectivas. 1. ed. Brasília: SBEM, 2018. p. 203-211.

ALMEIDA, M. V. R.; RIBEIRO, M.; FIORENTINI, D. Knowledge of a mathematician to teach divisibility to prospective secondary school teachers. In: Congress of the European Society for Research in Mathematics Education – CERME, 11, February 2019, Utrecht. **Proceeding.** Utrecht, the Netherlands: Utrecht University, 2019.

ATIKU, S. (Ed.), **Human Capital Formation for the Fourth Industrial Revolution.** Hershey, PA: IGI Global, 2020.

BALL, D.; HILL, H. C.; BASS, H. Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? **American Educator**, v. 29, n. 1, p. 14-17, 20-22, 43-46, 2005.

BALL, D.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.

BASS, H. Quantities. Numbers, number names, and the real number line. In: SUN, X.; KAUR, B.; NOVOTNÁ J. (Eds.). (2015). **Proceedings of ICMI study 23: Primary Mathematics study of Whole Numbers.** University of Macao, Macao, China, 2015. p. 10-20

BAUMERT, J. et al. Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom, and student progress. **American Educational Research Journal**, v. 47, n. 1, p. 133-180, 2010.

BORASI, R. **Reconceiving mathematics instruction:** A focus on errors. Norwood, NJ: Ablex Publishing Co, 1994.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular.** 4. ed. Brasília: Ministério da Educação, 2018.

BUSSI, M. G. B. et al. Cultural transposition of Chinese lesson study to Italy. An exploratory study on fractions in a fourth-grade classroom. **International Journal for Lesson and Learning Studies**, v. 6, n. 4, p. 1-17, 2017.

CALDATTO, M. E.; RIBEIRO, M. An analysis of the nature of the knowledge disseminated by a mathematics teacher training policy: The PROFMAT case. In: **Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME)**, 11, 2019, University of Utrecht. Utrecht, 2019.

CARRILLO, J. et al. The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. **Research in Mathematics Education**, v. 20, n. 3, p. 236-253, 2018.

DAVID, M. M. M. S.; MOREIRA, P. C.; TOMÁS, V. S. Matemática escolar, matemática acadêmica e matemática do cotidiano: uma teia de relações sob investigação. **Acta Scientiae – ULBRA**, v. 15, p. 42-60, 2013.

DI MARTINO et al. Prospective teachers' interpretative knowledge: giving sense to subtraction algorithms. In: ZEHETMEIER et al. (Eds.). **Proceedings CERME** topic conference Mathematics teaching, resources and teacher professional development (p. to appear). Hall: ERME, 2016.

FIORENTINI, D.; CRECCI, V. Metassíntese de pesquisas sobre conhecimentos/saberes na formação continuada de professores que ensinam matemática. **Zetetiké**, v. 25, p. 164-185, 2017.

HILL, H. et al. Mathematical Knowledge for Teaching and the Mathematical Quality of Instruction: An Exploratory Study. **Cognition and Instruction**, v. 26, n. 4, p. 430-511, 2008.

JAKOBSEN, A.; RIBEIRO, C. M.; MELLONE, M. Norwegian prospective teachers' MKT when interpreting pupils' productions on a fraction task. **Nordic Studies in Mathematics Education**, v. 19, n. 3-4, p. 135-150, 2014.

JAKOBSEN, A.; THAMES, M.; RIBEIRO, M. Delineating issues related to horizon content knowledge for mathematics teaching. In: CERME 8., 2013, Antalia. **Proceedings of CERME 8**, 2013. p. 3125-3134.

KAMII, C.; LEWIS, B.; KIRKLAND, L. Fluency in subtraction compared with addition. **Journal of Mathematical Behaviour**, v. 20, p. 33-42, 2001.

LEIKIN, R.; LEV, M. Multiple solution tasks as a magnifying glass for observation of mathematical creativity. In: **Proceedings** of the 31st international conference for the psychology of mathematics education. Seoul, Korea: The Korea Society of Educational Studies in Mathematics, 2007. p. 161-168.

Learning Mathematics for Teaching Project. **Journal of Mathematics Teacher Education**, 14, 25, 2011.

LORTIE, D. **School teachers**: A sociological study. Chicago: University of Chicago Press, 1975.

MA, L. **Knowing and teaching elementary mathematics**: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the US. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, 1999.

MASON, J.; JOHNSTON-WILDER, S. **Designing and using mathematical tasks**. St Albans: Tarquin, 2006.

MELLONE, M. et al. Cultural transposition: Italian didactic experiences inspired by Chinese and Russian perspectives on whole number arithmetic. **ZDM**, v. 51, n. 1, p. 199-212, 2019.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. Academic mathematics and mathematical knowledge needed in school teaching practice: some conflicting elements. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 11, n. 1, p. 23-40, 2008.

MUNOZ-CATALAN, M. C.; LINAN, M. M.; RIBEIRO, M. Conocimiento especializado para enseñar la operación de resta en Educación Infantil. **Cadernos de Pesquisa** (UFMA), v. 24, p. 4-19, 2017.

NCTM – **National Council of Teachers of Mathematics**. Principles and standards for school mathematics. NY: National Council of Teachers of Mathematics, 2000.

NYE, B.; KONSTANTOPOULOS, S.; HEDGES, L. V. How large are teacher effects? **Educational Evaluation and Policy Analysis**, v. 26, n. 3, p. 237-257, 2004.

ORTIZ, C. V.; ALSINA, A. Conocimiento especializado del profesorado de educación básica para la enseñanza de la probabilidad. Profesorado. **Revista de Currículum y Formación del Profesorado**, v. 23, n. 1, p. 393-419, 2019.

POLICASTRO, M.; ALMEIDA, A. R.; RIBEIRO, M. Conhecimento especializado revelado por professores da educação Infantil e dos Anos Iniciais no tema de Medida e Comprimento e sua Estimativa. **Revista Plural**, v. 18, p. 123-154, 2017.

POLICASTRO, M.; MELLONE, M.; RIBEIRO, M.; FIORENTINI, D. Conceptualising tasks for teacher education: from a research methodology to teachers' knowledge development In: **CERME**, 2019, Utrecht. Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education. Utrecht: Utrecht University, 2019.

RIBEIRO, C. M.; CARRILLO, J. Discussing a teacher MKT and its role on teacher practice when exploring Data analysis. In: UBUZ, B. (Ed.). **Proceedings 35th PME**. Ankara, Turkey: PME, v. 4, p. 41-48, 2011.

RIBEIRO, M. Abordagem aos números decimais e suas operações: a importância de uma eficaz navegação entre representações. **Educação e Pesquisa**, v. 37, n. 2, p. 407-422, 2011.

RIBEIRO, M. Das generalidades às especificidades do conhecimento do professor que ensina Matemática: metodologias na conceitualização (entender e desenvolver) do conhecimento interpretativo. In: OLIVEIRA, A. M. P. de; ORTIGÃO, M. I. R. (Org.). **Abordagens teóricas e metodológicas nas pesquisas em educação matemática**. 1. ed. Brasília: SBEM, 2018. p. 167-185.

RIBEIRO, M. Discutindo o conhecimento especializado do formador de professores de e que ensinam Matemática – um exemplo focando Tarefas para a Formação. In: **Formação de professores que ensinam matemática: processos, desafios e articulações com a educação básica**. 1 ed. São Paulo: SBEM, 2020, v.1, p. 241-261.

RIBEIRO, M. et al. Conhecimento interpretativo e especializado do professor de e que ensina matemática? uma discussão articulada em contextos de formação. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - SIPEM, 7, 2018, Foz do Iguaçu. **Anais do VII SIPEM**, 2018.

RIBEIRO, M.; JAKOBSEN, A.; MELLONE, M. Secondary prospective teachers' interpretative knowledge on a measurement situation. In: **Proceedings CONFERENCE OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION**, Umea: PME, 2018. v. 4, p. 35-42.

RIBEIRO, M.; MELLONE, M.; JAKOBSEN, A. Interpreting students' non-standard reasoning: Insights for Mathematics teacher education. **For The learning of mathematics**, v. 36, n. 2, p. 8–13, 2016a.

RIBEIRO, M.; MELLONE, M.; JAKOBSEN, A. O papel do conhecimento interpretativo no desenvolvimento profissional do professor e do formador de professores. In: **INCTE 2016**, Bragança: ESEB, 2016b. p. 180-188.

ROJAS, N.; FLORES, P.; CARRILLO, J. Conocimiento especializado de un profesor de matemáticas de educación primaria al enseñar los números racionales. **Boletim de Educação Matemática**, v. 29, n. 51, p. 143-166, 2015.

ROWLAND, T. The purpose, design and use of examples in the teaching of elementary mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, n. 69, p.149-163, 2008.

SHULMAN, L. S. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v. 15, n. 4, p. 4-14, 1986.

SHULMAN, L. S. Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, n. 57, p. 1-22, 1987.

SMITH, M. S. Practice-based professional development for teachers of mathematics. Reston, VA: **The National Council of Teachers of Mathematics**, 2001.

TIROSH, D; WOOD, T. **The handbook of mathematics teacher education**. Rotterdam: Sense Publishers, 2008.

VALVERDE, G. A.; BIANCHI, L. J.; WOLFE, R.G.; SCHIMDT, W.H.; HOUANG, R.T. **According to the book**: using TIMSS to investigate the translation of policy into practice through the world of textbooks. Dordrecht: Kluwer, 2002.

WATSON, A.; OHTANI, M. (Eds.). **Task design in mathematics education**: An ICMI study 22. Switzerland: Springer, 2015.

Submetido em junho de 2021.

Aceito em agosto de 2021.