REVISTA DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL (UFMS)

ISSN 2359-2842 Volume 14, número 35 – 2021 DOI: 10.46312/pem.v14i35.13409

Por uma Matemática Problematizada: as Ordens de (Re)Invenção

For a Problematized Mathematics: The Orders of (Re)Invention

Victor Giraldo[1]

Tatiana Roque[2]

RESUMO

Abrimos este ensaio contrastando duas formas de exposição da matemática: a ordem da estrutura, corresponde à organização segundo implicações lógicas e critérios de legitimação aceitos hoje; e as ordens de invenção, referenciadas nos diversos caminhos de produção de saberes mobilizadas nas práticas hoje identificadas como matemáticas. Relacionamos essas visões com uma oposição entre duas perspectivas para a matemática, determinadas por ontologias radicalmente distintas da categoria problema. Na primeira, teoremas são considerados como categoria central e problemas como estados de deficiência provisória. A segunda, que chamamos de matemática problematizada, entende problemas com natureza transcendente às soluções, e os considera como único a-priori da matemática. Discutimos reverberações dessas perspectivas no ensino de matemática, em dimensões epistemológicas da matemática e das práticas docentes. Reivindicamos deslocamentos nos sentidos de “erro” e “não-entendimento” como gradações do conhecimento, situando-os como possibilidades de lançar outros entendimentos, que produzem, na incompletude e no inacabamento, as ordens da (re)invenção.

PALAVRAS-CHAVE: Matemática Problematizada. Formação de Professores de Matemática. Não-entendimento. Ordens da (Re)Invenção.

ABSTRACT

We open this essay by contrasting two modes of mathematics exposition: the order of structure, corresponding to the organization according to logical implications and legitimation criteria accepted today; and the orders of invention, referenced in various ways of knowledge production mobilized in practices today recognized as mathematics. We relate these views to an opposition between two perspectives on mathematics, determined by radically different ontologies of the problem category. In

---

[1] Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática / Programa de Pós-Graduação em Educação - Universidade Federal do Rio de Janeiro. E-mail: victor.giraldo@ufrj.br. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-2246-6798

[2] Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática / Programa de Pós-Graduação em Filosofia - Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro. E-mail: tati@im.ufrj.br. ORCID: https://orcid.org/0000-0003-2283-5861

the first, theorems are considered as a central category and problems as transitory deficiency states. The second, called problematized mathematics, understands problems from a nature transcendent to solutions, and considers them as the only a-priori of mathematics. We discuss reverberations of these perspectives in mathematics teaching, in epistemological dimensions of mathematics and teaching practices. We reclaim shifts in senses of “error” and “non-understanding” as degrees of knowledge, situating them as possibilities of casting other understandings, which produce, in incompleteness and unfinishing, the orders of (re)invention.

KEYWORDS: Problematized Mathematics. Mathematics Teachers' Education. Non-Understandings. Orders of (Re)Invention.

"Pra cantar samba
Não preciso de razão
Pois a razão
Está sempre com dois lados"
(CANDEIA, Filosofia do Samba, 1971)

A ordem da estrutura e as ordens de invenção

A matemática é socialmente reconhecida hoje como a ciência da lógica, da exatidão e da certeza por excelência. O conhecimento matemático seria, então, caracterizado pela perfeição da estrutura e pela correção dos resultados. Tal visão é comum tanto entre matemáticos e pessoas que usam diretamente a matemática em suas atividades profissionais, como entre aqueles para quem a matemática é apenas uma ferramenta útil (e mais ou menos acessível) para atividades práticas. Implícita a essa visão está uma idealização da matemática como conquista da civilização ocidental, que se sustenta sobre uma concepção de história da ciência segundo a qual as práticas (que hoje identificamos como *matemáticas*) de outros povos e culturas seriam versões mais primitivas da matemática contemporânea e teriam convergido em direção a essa por meio de um processo de evolução linear e universal. Como observamos em Roque (2012, p. 20):

> De acordo com as narrativas convencionais, a matemática europeia, considerada a matemática tout court, originou-se com os gregos entre as épocas de Tales e de Euclides, foi preservada e traduzida pelos árabes no início da Idade Média e depois levada de volta para seu lugar de origem, a Europa, entre os séculos XIII e XV, quando chegou à Itália pelas mãos de fugitivos vindos de Constantinopla. Esse relato parte do princípio de que a matemática é um saber único, que teve nos mesopotâmicos e egípcios seus longínquos precursores, mas que se originou com os gregos. Ora, com base nas evidências, não é possível sequer estabelecer uma continuidade entre as matemáticas mesopotâmica e grega. (...) Isso indica que talvez não possamos falar de evolução de uma única matemática ao longo da história, mas da presença de diferentes práticas que

> podemos chamar de “matemáticas” segundo critérios que também variam (ROQUE, 2012, p. 20).

A visão convencional da matemática como ciência da lógica, da exatidão e da certeza pode descrever a *ordem da estrutura*, isto é, a organização do conhecimento matemático científico e seus critérios de legitimação aceitos hoje – porém, não corresponde às *ordens de invenção*, ou seja, às formas de produção de conhecimento que estiveram e estão presentes nas diversas práticas hoje chamadas de *matemáticas*. Na matemática contemporânea, a perfeição da estrutura, chancelada pelas regras da lógica, é perseguida na forma de organizar e de encadear axiomas, definições, teoremas e demonstrações, o que constitui a garantia de correção e de exatidão dos resultados. Entretanto, o filosofo francês Léon Brunschvicg já apontava a necessidade de reverter a ordem da exposição para compreender o sentido amplo das noções matemáticas (BRUNSCHVICG, 1912).

Da perspectiva das ordens de invenção, a escrita e a exposição convencionais da matemática parecem estar de trás para frente. Axiomas e definições, que na ordem da estrutura precedem os teoremas, constituem, na verdade, condições que garantem a validade de determinados resultados e que, em geral, foram entendidas e formuladas por último, a partir de explorações em torno dos próprios resultados. Nesse sentido, axiomas e definições nascem de processos de invenção que buscam encapsular e organizar formalmente ideias (em geral, já familiares em algum sentido) e que encerram uma intencionalidade de expressar condições que possibilitem a validade formal dessas ideias. Por exemplo, noções de números como quantidades já eram familiares vários séculos antes de Peano formular, em 1889, os axiomas que deram uma estrutura formal para o conjunto dos naturais, a partir de necessidades internas da própria matemática na época. De modo semelhante, quando Cauchy publicou, em seu *Cours d’Analyse* de 1821, a definição de continuidade que mais tarde seria expressa em termos de épsilons e deltas e reconhecida como a formulação do conceito de continuidade na matemática contemporânea, já circulavam ideias sobre funções contínuas, bem como problemas e resultados envolvendo essas ideias.

Entretanto, a escrita matemática convencional, que obedece a ordem da estrutura, pode causar a impressão justamente do contrário: de que são os enunciados dos axiomas e das definições que fundam as ideias matemáticas e que essas, incidentalmente ou por alguma predestinação misteriosa, conduzem a teoremas em cujas hipóteses se encaixam perfeitamente. O confinamento de sua escrita à ordem da estrutura desconecta a matemática de seus contextos de invenção, desconsiderando os problemas que a engendraram e engendram e ocultando ideias fundamentais envolvidas nesses contextos e na própria organização da matemática contemporânea.

Mais do que isso, a visão comum da matemática como campo da lógica e da certeza produz uma imagem confusa, segundo a qual características atribuídas à própria matemática como ciência são tacitamente associadas também aos processos sociais e subjetivos de produção e difusão de conhecimento matemático. Tal imagem reverbera, em especial, em concepções sobre como se aprende e sobre como deve ser o ensino da matemática na escola e na universidade e, ao mesmo tempo, é cristalizada e perpetuada por práticas pedagógicas fundamentadas nessas concepções. Grande parte dos textos didáticos de matemática da educação básica e da educação superior reproduzem a ordem da estrutura: em lugar de expor as formas como os conceitos da matemática contemporânea foram desenvolvidos, os assumem como prontos e acabados, como se sempre tivessem sido da forma como são hoje; e, partir daí, passam a relatar o modo como definições e resultados se encadeiam na estrutura matemática formal. Parece haver uma concepção, razoavelmente disseminada, não apenas entre pessoas em geral, como entre professores que ensinam matemática na educação básica e superior, de que "saber matemática" significa conhecer e ser capaz de reproduzir os passos lógicos do encadeamento de definições, teoremas e demonstrações. Segundo tal concepção, "aprender matemática" seria, então, tornar-se progressivamente mais capaz de reproduzir esses passos. Essas reflexões nos provocam questionamentos sobre *o que realmente queremos dizer quando nos referimos a "aprender matemática"* em espaços e tempos educacionais institucionalizados.

Programas e ações (institucionalizados ou espontâneos) de formação de professores que ensinam matemática podem se constituir em lugares estratégicos para iniciar movimentos de transformação em direção a um ensino de matemática orientado pelas ordens de invenção. Por um lado, as formas de exposição da matemática nesses programas e ações podem exercer uma influência importante nas práticas dos professores em formação, em particular, em suas concepções sobre o que é saber ou aprender matemática e sobre quais são os objetivos do ensino da disciplina. Por outro lado, como diversos autores têm apontado (e.g. MOREIRA; FERREIRA, 2013; FIORENTINI; OLIVEIRA, 2013), os currículos de muitos cursos de formação inicial de professores de matemática têm seguido modelos que têm a matemática acadêmica como único saber de referência, o que desqualifica a docência na educação básica como uma atividade profissional, com saberes e práticas próprios. Neste texto, procuraremos argumentar que um dos fatores que contribuem para a prevalência desses modelos de formação é uma visão da própria matemática como ciência que confunde a ordem da estrutura com as ordens de invenção. Em continuidade a trabalhos anteriores (GIRALDO; ROQUE, 2014; GIRALDO, 2018, 2019, 2020), sustentaremos nossa argumentação em uma perspectiva de matemática problematizada, isto é, em um estatuto da categoria de problema como único *a priori* da matemática.

Sentidos de abstração e concretude no ensino de matemática

Uma das causas comumente apontadas para várias dificuldades de aprendizagem em matemática é a suposição de que a disciplina seria, por natureza, muito “abstrata”. Para contornar essa característica da matemática, seria necessário, então, um ensino que a tornasse mais “concreta”. Mas, em tais suposições, que sentidos estão implícitos nos termos “abstrato” e “concreto”, e na assunção de uma oposição entre esses? De maneira geral, essa oposição entre “abstrato” e “concreto” é entendida com base em quão circunscrito em “contextos da realidade” está o ensino, especialmente em contextos atribuídos a grupos sociais em que se supõe que os estudantes estejam inseridos. Isto é, quanto mais próximo desses contextos o ensino de matemática se colocar, mais “facilitador” ele seria. Sendo assim, seria necessário contextualizar para se ter uma exposição da matemática mais acessível. Por outro lado, o grau de afinidade dos estudantes com a alegada natureza “abstrata” da matemática é comumente vinculado ao desenvolvimento de habilidades como o “raciocínio lógico e analítico”; o que, por sua vez, contribui para estabelecer uma visão de “talento matemático”, determinada por essas habilidades, como um parâmetro dominante de “inteligência”, que hierarquiza e separa os estudantes entre os “mais talentosos” e os “mais fracos”.

Sem dúvida, o compromisso com um ensino de matemática orientado para a produção de sentidos articulados com as próprias experiências dos aprendizes é um pressuposto razoavelmente consensual, no que diz respeito tanto à Educação Matemática como campo de pesquisa como à docência de matemática como campo profissional. Entretanto, buscas por “contextos da realidade” como condicionantes para quaisquer abordagens pedagógicas em matemática frequentemente conduzem à proposição de abordagens artificiais, que podem afastar ainda mais os aprendizes das ideias discutidas. Sobretudo, essas buscas podem ser, mesmo que inadvertidamente, enviesadas por pré-julgamentos sobre demandas e referências de grupos a que se supõe que os estudantes pertençam. Além disso, a vinculação entre a afinidade com a natureza “abstrata” da matemática e a dotação em certas habilidades de pensamento pode conduzir a uma ideia de que a matemática é acessível a poucos. Como destacamos em Giraldo (2018, p. 10), a visão de que a “matemática é produzida historicamente pela ‘inspiração isolada de gênios inatos’” está associada à ideia de que “seu entendimento só é acessível a pessoas com ‘talento inato’. Isto é, aqueles que não nascem com ‘talento matemático’ jamais serão bons em matemática. O trabalho do professor de matemática seria, então, apenas identificar os estudantes ‘talentosos’ e separá-los dos ‘fracos’”. Para uma grande maioria de estudantes, que não seriam dotados desse suposto “talento matemático”, seria necessário, portanto, “facilitar” o ensino da disciplina, abdicando de sua natureza “abstrata” e reduzindo-a a uma dimensão pragmática e instrumental, que os capacitaria para exercer certas atividades e ocupar certas posições sociais e de trabalho, atribuídas a “contextos da realidade” de seus grupos sociais. No entanto, é também um compromisso político da Educação Matemática a promoção de práticas docentes que não confinem os estudantes em seus próprios contextos e que os provoquem a produzir outras realidades. Assim, a busca por “contextos da realidade”, mesmo quando justificada pela tentativa de tornar a matemática mais acessível ou próxima dos aprendizes, pode, por um lado, reforçar pré-julgamentos e estereótipos sobre os sujeitos e suas posições sociais, e, por outro lado, não desestabilizar a visão da matemática como um campo restrito a poucos dotados com um tipo específico de talento inato. Como, então, desmistificar essa visão e tensionar as hierarquizações sociais que ela pode ajudar a cristalizar?

Parece-nos, portanto, artificial o estabelecimento de uma oposição entre “abstrato” e “concreto” a partir do grau de proximidade da abordagem pedagógica com “contextos da realidade” atribuídos aos estudantes; bem como a colocação dessa oposição como um determinante central para dificuldades de aprendizagem em matemática. É verdade que muitos dos conceitos fundamentais que estruturam a matemática contemporânea e que figuram nos currículos escolares parecem não corresponder à experiência sensível humana. Esse é o caso, por exemplo, dos números negativos, irracionais e complexos. Também os conceitos básicos da geometria, como ponto, reta e plano, são desprovidos de dimensões físicas que constituem os objetos materiais com os quais temos experiências sensíveis. Mesmo os números naturais podem ser entendidos como abstratos no sentido em que rotulam quantidades cujas naturezas são desconsideradas. Porém, os contextos de invenção desses conceitos se situam em necessidades concretas, sejam de aplicações diversas ou de demandas internas à própria matemática. Essa reflexão aponta para outra noção de *concretude*, que pode dar sentido às ideias matemáticas ensinadas na escola básica e na universidade.

Nesse sentido, diversas dificuldades comumente atribuídas à natureza supostamente “abstrata” da matemática e à falta de “contextualização” em seu ensino podem estar mais relacionadas com uma falta de *problematização*, isto é, com formas de abordagem da matemática mais referenciadas na ordem da estrutura do que nas ordens de invenção. Se a ordem da estrutura é a referência central para o ensino de matemática, possivelmente, também determinará o que se entende por “aprender matemática”. Assim, aquilo que é interpretado como “talento matemático” (pelo menos em sua acepção mais comum) pode estar mais relacionado com uma concepção de “saber matemática” como a capacidade de reproduzir os passos de seu encadeamento lógico. Essa interpretação deixa de fora diversas outras formas de saber, aprender e produzir matemática, que podem ser reconhecidas e ganhar proeminência em um ensino referenciado pelas ordens de invenção. Para além de perseguir “contextos da realidade” atribuídos aos estudantes, que podem ser artificiais ou enviesados por pré-julgamentos, parece-nos mais potente buscar um ensino de matemática referenciado pelas ordens de invenção – isto é, um ensino de matemática em que as ideias ganhem concretude a partir dos diversos contextos de produção de *matemáticas*, e que se oriente por questões emergentes desses contextos em lugar da simples apresentação de fatos e procedimentos prontos. Como procuraremos evidenciar ao longo deste texto, isso não significa, tampouco, defender um ensino em que se tente repetir fielmente narrativas históricas sobre o desenvolvimento de conceitos presentes na matemática de hoje, mas sim que se deixe atravessar por seus contextos de invenção.

Consideremos, por exemplo, o caso do ensino de números reais. Na educação básica, o conceito de número irracional é, em geral, introduzido simplesmente a partir de definições naturalizadas que parecem surgir do nada, tais como, “números que não podem ser representados como fração” ou “número cuja representação decimal é infinita e não periódica”. *Mas, por que existem (ou precisam existir) números que não podem ser escritos como fração, ou que não possuem representações decimais finitas e periódicas? A que problemas de medida esses números respondem? O que é medir? Que ressignificações do conceito de número estão envolvidas na construção de cada conjunto numérico?* Essas e outras perguntas tampouco são abordadas nas disciplinas que lidam com o conceito de número real em cursos de graduação de áreas relacionadas com a matemática. Em particular, como discutimos em Giraldo (2020), nos cursos de Licenciatura em Matemática, as disciplinas de Análise Real, com frequência, seguem ementas adaptadas ou diluídas de cursos de Bacharelado, em que os números reais são formalmente construídos por meio de construções axiomáticas que basicamente se reduzem à afirmação de que "$(\mathbb{R}, +, \cdot, \leq)$ *é um corpo ordenado completo*". *Mas o que exatamente é completude? Por que esse conceito é tão crucial na construção do conceito de número real, e como ele se relaciona com outros conceitos e teoremas? O que o conceito de completude tem a ver com o ensino de números reais na educação básica? Por que é necessário construir algo além dos números racionais? Por que os axiomas na construção dos números reais são esses e não outros? O que é um axioma?* Essas perguntas ficam escondidas sob a ordem da estrutura, isto é, sob a maneira como axiomas, definições e teoremas são logicamente encadeados na construção formal dos números reais. Em particular, sobre a inadequação desse tipo de abordagem para formação inicial de professores de matemática, Moreira e David (2005, p. 65) alertam que:

> Esta é a forma "matematicamente científica" de conhecer os reais: um conjunto (...) cujos elementos se relacionam segundo uma estrutura de corpo ordenado completo. Se os elementos desse conjunto são galinhas ou computadores, não faz a menor diferença. (...) Agora pensemos na forma como o professor do ensino básico precisa conhecer esse mesmo objeto. Em primeiro lugar é fundamental concebê-lo como "número", o que faz toda a diferença, porque números são coisas que já estão concebidas como tal: 1, 2, 3, 2/5, etc., são números, enquanto galinhas ou computadores não são números. Em segundo lugar são números que estendem os já conhecidos racionais, isto é, são números tais que os racionais são uma parte deles. E, finalmente, são objetos criados com alguma finalidade, ou seja, devem responder, de certa forma, a alguma necessidade humana. A estrutura de corpo ordenado completo é reconhecida a posteriori.

Nas próximas seções deste texto, discutiremos duas perspectivas epistemológicas opostas para o conhecimento matemático, que são caracterizadas por diferentes estatutos da categoria de problema: uma *perspectiva não problematizada*, em que os problemas são entendidos como estados de deficiência provisória, que são eliminados pela obtenção de uma solução; e uma *perspectiva problematizada*, que situa a categoria de problema como um *a priori* da matemática. Argumentaremos que a perspectiva não problematizada está associada a formas de exposição da matemática que seguem, em alguma medida, a ordem da estrutura;

enquanto a perspectiva de matemática problematizada pode ajudar a produzir abordagens mais referenciadas pelas ordens da invenção. Defenderemos, ainda, que a consideração dessas oposições – entre perspectivas não problematizada e problematizada, entre a ordem da estrutura e as ordens de invenção – pode fornecer uma lente teórica que ajude a entender como algumas dificuldades de aprendizagem matemática comumente reconhecidas em espaços e tempos educacionais institucionalizados se relacionam com certas formas culturalmente legitimadas de ensinar matemática na educação básica e na educação superior. Com base nessas reflexões, defenderemos um projeto político de formação de professores que ensinam matemática orientado para tensionar e desestabilizar os processos por meio dos quais se coproduzem essas formas de ensinar a disciplina e as visões comuns que reduzem a matemática à dimensão da lógica e da certeza e que desconsideram formas outras de aprender, de saber e de produzir sentidos e saberes.

A noção de problema no ensino de matemática

A matemática contemporânea, bem como as diversas práticas histórica e culturalmente situadas que hoje identificamos como *matemáticas*, se desenvolveram, e continuam a se desenvolver, a partir de problemas, que podem emergir de situações quotidianas, da descrição de fenômenos da natureza, de questões filosóficos ou, ainda, de demandas internas da própria matemática. A noção de problema a que nos referimos nessa afirmação – e que constitui uma categoria central para a perspectiva de matemática problematizada que defendemos neste texto – não corresponde às acepções do senso comum (usadas mesmo em espaços e tempos educacionais institucionalizados), que remetem a um sentido negativo de algo inconveniente, que nos atrapalha de alguma forma e que precisa ser resolvido, ou de alguma falta de conhecimento que precisa ser superada. Tampouco nos referimos a um sentido de problema como um tipo específico de tarefa ou exercício usado no ensino de matemática (por exemplo, “problemas de fixação”), ou mesmo definidor de uma metodologia de ensino (por exemplo, “ensino por resolução de problemas”). Não nos referimos aqui a problema como uma ausência ou deficiência de saber, ou como algo inexoravelmente atrelado a uma potencial solução, algo a ser “resolvido”, isto é, a ser eliminado pela obtenção da solução.

Em geral, a noção de problema no ensino de matemática está ligada, em algum sentido, a um estado de ignorância provisória, a algo que não se conseguiu entender completamente ainda, devido a alguma deficiência ou incapacidade inerente ao sujeito. Ou seja, um problema seria referenciado por uma solução que existe *a priori*, mas que não é conhecida ainda por alguma incapacidade subjetiva a ser superada por um esforço do pensamento, e seria caracterizado a partir daquilo que falta para se chegar a essa solução. Em espaços e tempos educacionais institucionalizados, essa noção de problema pode, inclusive, gerar uma escala de "graus de dificuldades", determinada, essencialmente, por o quão longo ou tortuoso é o caminho do problema à solução que o resolve e elimina. A essa escala corresponde ainda uma hierarquia de "talento matemático", determinada por o quão hábil o estudante é em "resolver problemas difíceis". Além disso, no ensino de matemática, exercícios são, com frequência, formulados para conduzir intencionalmente a um resultado específico estabelecido como um objetivo para aquilo que o estudante deve ou não aprender. Nesses casos, todos os outros possíveis caminhos, ou os possíveis lugares a que o problema teria a potência de levar, são descartados, desqualificados ou desencorajados. Argumentaremos, mais adiante, que esses são, na verdade, *falsos problemas*. Antes disso, discutiremos as raízes dessa imagem do pensamento[3].

O estatuto da categoria de problema na filosofia de Platão

Nos *Elementos* de Euclides (HEATH, 1956), obra que fundou uma estruturação formal que influencia largamente o ensino de matemática até hoje, as proposições apresentadas são divididas entre primeiros princípios (axiomas, postulados e hipóteses) e suas consequências (problemas e teoremas). Os teoremas correspondem aos enunciados e demonstrações de propriedades intrínsecas aos seres geométricos. O Teorema de Pitágoras, por exemplo, afirma que, em todo triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos. Já os problemas dizem respeito a transformações desses seres geométricos: construir figuras a partir de condições dadas, secioná-las, subtraí-las ou adicioná-las umas às outras.

Em um comentário sobre os Elementos de Euclides, o filósofo neoplatônico Proclus afirma a superioridade dos teoremas em relação aos problemas, com o argumento de que qualquer ciência teórica visa estabelecer verdades eternas, que são o objeto dos teoremas. Como, de acordo com filosofia de Platão, a Geometria

---

[3] Usamos esse conceito no sentido proposto por Gilles Deleuze (1988), que define uma "imagem do pensamento" como um conjunto de pressupostos a partir dos quais se designa o que significa pensar.

lida somente com cópias de objetos ideais, então, quando uma figura é construída, nada de novo está sendo criado. As construções de figuras geométricas seriam formas de acessar e entender objetos que preexistem às próprias construções. Os problemas seriam, portanto, apenas formas pedagógicas para se chegar aos teoremas.

Na filosofia platônica, o pensamento tangencia a verdade eterna dos seres inteligíveis por meio dos teoremas; e, pelos problemas, lida com as cópias, objetos mutáveis do mundo sensível. Assim, a superioridade dos teoremas concerne, não somente à ordem, mas sobretudo à perfeição. Pela definibilidade e fixidez das ideias matemáticas, os objetos dessa ciência atingem o belo, pois não se apresentam como os objetos da percepção e da opinião. Para Proclus, é por operar privilegiadamente por teoremas que a Geometria pode ascender à beleza. Proclus considera que o saber matemático, em particular a Geometria, conduz ao inteligível por nos libertar das impurezas e das limitações que os sentidos impõem à nossa compreensão. Para os filósofos platônicos, aquilo que é trazido ao mundo como cópia já existe com ente ideal. Não há criação. Um problema está, portanto, associado à *falta* de um conhecimento superior, sendo apenas um meio para atingirmos o verdadeiro saber.

Nessa imagem do pensamento, um problema é uma ausência transitória que, uma vez resolvida, dá lugar a um teorema, que está na subdivisão superior do inteligível e corresponde a uma ideia eterna. Um problema só existe como um caminho eventual e transitório para se acessar uma solução que preexiste ao problema. Então, um problema que não pode ser solucionado não deve sequer ser considerado. Se um problema não está solucionado ainda, isto se deve a alguma incapacidade humana em alcançar um saber que sempre existiu e sempre existirá. O mundo dos problemas decalca-se, então, exatamente sobre o mundo das soluções, entes eternos que preexistem aos próprios problemas e são sua razão de ser. Estabelece-se assim uma imagem do pensamento em que para cada pergunta há exatamente uma resposta que, uma vez encontrada, elimina não só a pergunta com sua própria razão de existir. Não há problema sem solução, apenas a eventual incapacidade das pessoas em descobri-la. Todo problema pode ser resolvido, bastando para isso o esforço da razão para encontrar sua solução, descobrir o que está oculto.

A solução de cada problema será dita *verdadeira* se corresponder ao teorema preexistente, e todas as outras soluções serão consideradas *falsas*. Isto é, a verdade de um problema está em sua possibilidade de ter uma solução. O critério de verdade está, portanto, em primeiro lugar, associado à solução. Como o mundo dos problemas e o mundo das soluções se decalcam exatamente um sobre o outro, a única verdade que um problema pode ter é aquela herdada de sua solução.

Outra imagem do pensamento: o problema como único *a priori* da matemática

Outra gênese do verdadeiro nos problemas pode emergir se consideramos o problema e sua solução como objetos de naturezas distintas. Em sua obra *Diferença e Repetição* (1988), Gilles Deleuze afirma que a posição do pensamento em relação à verdade é radicalmente transformada pela ontologia do problema. Nessa outra imagem do pensamento, o problema existe em si, prescindindo de uma solução para ganhar materialidade como problema. Isto é, um problema não é uma falta que virá a ser superada pelo conhecimento da solução preexistente, mas sim uma invenção, uma novidade, um vir-a-ser que cria algo que nunca existiu. Deleuze se apoia na obra de Henri Bergson para considerar o campo dos problemas como autônomo em relação ao campo das soluções. Ou seja, um problema pode ter uma carga de verdade em si mesmo, independentemente de receber uma solução e de ela ser correta. Uma consequência importante dessa autonomia dos problemas é o surgimento de uma perspectiva segundo a qual o fato de um problema permanecer sem solução não desqualifica sua existência como problema. Para Bergson, um problema pode ser bem resolvido em si mesmo, independentemente da existência ou da obtenção de uma solução: “Se trata, em filosofia ou mesmo alhures, de *encontrar* o problema e, consequentemente, de colocá-lo, mais do que de resolvê-lo. Porque um problema especulativo está resolvido desde que esteja bem colocado” (BERGSON, 1959, p. 1293).

Deleuze (1988) chama atenção para o fato de que abrimos mão de nossa liberdade de pensar quando nos deixamos impregnar pelos problemas pré-estabelecidos e postos por outros. A mídia, por exemplo, é mestra em trazer problemas sobre os quais somos instados a assumir alguma posição, não importa qual. O mesmo acontece cada vez mais nas redes sociais: quem não fala do assunto do dia não ganha curtidas. Isso nos retira a liberdade de colocar os problemas importantes segundo critérios que não precisam ser os mesmos dos que arrebatam as maiorias. Frequentemente, as posições assumidas a partir de problemas pré-determinados vão se tornando cada vez mais fixas, de modo que a capacidade de questioná-las vai sendo progressivamente perdida pelos próprios sujeitos, até que essas se consolidem em lugares sacramentados, em torno dos quais o pensamento se molda em formas rígidas, e por vezes confortáveis. Para além de nos obrigarmos a responder aos problemas com posições que se supõem importantes, precisamos aprender a colocar os problemas que importam. Em toda a sua obra, Deleuze insistiu sobre a importância de se colocar novos problemas e sobre a relação dessa tarefa com uma nova imagem do pensamento.

Deleuze (1988, p. 260) afirma que “Uma solução tem sempre a verdade que merece de acordo com o problema a que ela corresponde; e o problema tem sempre a solução que merece de acordo com sua própria verdade ou falsidade, isto é, de acordo com seu sentido”. Assim, há um verdadeiro ou falso próprio do problema, que não é herdado da verdade da solução – ao contrário, será a solução que herdará sua verdade, das condições do problema. Um problema é verdadeiro se tem um sentido. Segundo Bergson, a maior fonte de falsos problemas está nos casos em que se buscam diferenças de grau onde há diferenças de natureza. O que é mais? O ser ou o não-ser? Hierarquicamente, o que é mais abrangente, a ordem ou a desordem? A desordem é gerada pela desordenação de uma ordem preexistente, ou é a ordem que surge ordenar para uma desordem primordial? Essa falsa hierarquização entre ordem e desordem se manifesta quando se tenta homogeneizá-las em uma espécie de escala linear, que procura estabelecer uma essência em oposição a uma falta. O que chamamos *ser e não-ser*, *ordem e desordem* não são variações de grau de uma mesma realidade, e sim *ordens distintas* – que não se eliminam mutuamente. A existência e a acessibilidade ou não de uma solução são irrelevantes para a verdade do problema, na mesma medida em que a obtenção de uma solução não o esgota – pois o problema não constitui uma ausência ou insuficiência de conhecimento, e sim sua própria gênese. Não é a solução, única e preexistente, que determina o problema, e sim *o problema que engendra suas possíveis soluções*. Como nos ensina Deleuze (1988), a verdade interna de um problema não é preexistente em relação ao problema – e sim um ato criador, engendrada no próprio seio do problema.

Nesta outra maneira de definir o pensamento, os problemas não são eliminados pela solução, não se tratam de motivações provisórias ou de ausências anteriores ao saber. Os problemas são constituintes do próprio saber, elementos genéticos do conhecimento, que insistem e permanecem como força de criação. Nessa perspectiva, as soluções podem deixar de ser reproduzidas e passar a ser continuamente reinventadas. Com respeito a esse ponto, Deleuze se referencia na filosofia da matemática de Albert Lautman, que pensou os problemas como um campo independente das soluções. Esse estatuto da categoria de problema fornecerá as condições para a afirmação de uma objetividade da Ideia, considerada como instância problemática, o que permite, ao mesmo tempo, recusar um domínio transcendente e construir permanentemente o campo transcendental em função de novas experiências, conforme a proposição da filosofia da diferença deleuzeana (ROQUE; DOMENECH-ONETO, 2009). Lautman (1977) descreve o problema como o único *a priori* da matemática e o caracteriza por três aspectos: diferença de natureza entre o problema e sua solução; transcendência do problema em relação às soluções que engendra; imanência do problema nas soluções que vêm recobri-lo. Esse *a priori* problematizante da matemática pode se efetuar juntamente com os esquemas lógicos que engendrarão suas soluções, mas nunca se deixar dominar por estes esquemas. Por isso, matemática e lógica são coisas diferentes. O problemático mantém uma relação na qual, sendo imanente e gênese desses esquemas lógicos, os ultrapassa. Essa ultrapassagem é a criação propriamente dita, que coloca o problema ao mesmo tempo em que determina as condições de possibilidade de suas soluções.

Um dos aspectos que mais evidenciam do papel dos problemas em matemática é o fato de que ela se desenvolve impulsionada por conjecturas, e é justamente no processo de se demonstrar ou de se refutar uma conjectura que novas teorias são formuladas. Hoje, para que seja possível fazer uma tese de doutorado em matemática, deve-se partir de um “bom” problema. Longe de ser uma valoração subjetiva, esse adjetivo indica que há uma verdade do próprio problema, a qual está carregada de possibilidades de gerar novos desenvolvimentos matemáticos. Um exemplo clássico de problema gerador de novas matemáticas é o quinto Postulado de Euclides, conhecido como Postulado das Paralelas, que afirma que por um ponto fora de uma reta dada passa uma única reta que é paralela a esta. Embora essa afirmação tenha sido enunciada como um postulado em *Os Elementos*, por muitos séculos tentou-se demonstrá-la como um teorema. No entanto, essas tentativas não resultaram em uma demonstração para o enunciado, mas conduziram à criação das geometrias não-euclidianas. As resistências em aceitar essas outras geometrias estava fundamentalmente ligado às dificuldades em submetê-las à experiência sensível.

O postulado das paralelas é um problema, não no sentido da filosofia de Platão, mas no sentido da imagem de pensamento apresentada aqui. Esse problema não foi resolvido, mas deu origem à criação de outras geometrias. Ele permanece quando consideramos que geometrias não-euclidianas são possíveis e, assim, o problema segue imanente a suas múltiplas soluções. Por outro lado, o postulado não foi provado nem refutado genericamente e, portanto, o problema não se esgota em nenhuma das teorias que fundou. Ultrapassando-as, o problema do quinto postulado mantém-se para além de suas soluções. Nas novas teorias desenvolvidas, o problema das paralelas permanece como instância criativa, como elemento genético que não é eliminado.

Neste texto, nos referimos por matemática problematizada a essa posição do pensamento que tem a categoria de problema como o único *a priori* da matemática e constituinte do próprio saber. Isto é, a matemática como campo de saber e como campo de invenção se constitui por problemas e não de respostas ou soluções.

Deslocando os sentidos de "erro" e de "não-entendimento" no ensino de matemática

Essa outra imagem do pensamento pode ajudar também a tensionar sentidos convencionais de "aprender matemática" como processo de se tornar progressivamente mais capaz de reproduzir certas estruturas dadas, ou de adquirir certas habilidades pré-fixadas. Para isso, mais uma vez nos apoiamos em Deleuze (1988, p. 270-271), que afirma que:

> Sem dúvida, reconhece-se frequentemente a importância e a dignidade de aprender. Mas é como uma homenagem às condições empíricas do Saber: vê-se nobreza neste movimento preparatório, que, todavia, deve desaparecer no resultado. (...) Aprender é tão somente o intermediário entre não-saber e saber, a passagem viva de um ao outro. (...) E, finalmente, a aprendizagem está, antes de mais nada, do lado do rato no labirinto, ao passo que o filósofo fora da caverna considera somente o resultado – o saber – para dele extrair os princípios transcendentais.

Nessa perspectiva, não cabe a concepção convencional de aprendizagem como um processo que visa retirar o sujeito de um estado de ignorância em direção ao conhecimento, cujo único valor está no fato de permitir que resultados pré-fixados sejam atingidos, e que se esvazia de importância uma vez que isso ocorra. Ou seja, quando o resultado é atingido, o processo de aprendizagem se completa e acaba. Um dos desdobramentos mais perversos dessa assunção, mesmo que tácita, é a configuração e a disseminação, inclusive entre professores que ensinam matemática, de uma visão segundo a qual o processo de aprendizagem é tão melhor quanto mais simples, mais curto e mais cheio de atalhos for o caminho até os resultados previamente fixados. Essa concepção reduz a educação, em particular o ensino de matemática, a uma dimensão tecnicista e utilitária e, além disso, pode produzir uma percepção da disciplina por parte dos estudantes como um território acessível apenas a alguns, mais dotados de certas ferramentas sociais e cognitivas que os capacitem a atingir os objetivos pré-fixados. Em contrapartida, uma perspectiva de matemática problematizada pode fundamentar outra concepção de aprendizagem na disciplina, com objetivo e valor em si própria, pois não se configura como um caminho da ignorância ao conhecimento, e sim como a própria produção de saberes.

Um aspecto crucial no tensionamento entre essas concepções de “aprender matemática” nos parece ser determinado por sentidos e lugares das categorias de “erro” e de “não-entendimento” em espaços e tempos educacionais institucionalizados. Tais sentidos e lugares, estabelecidos no interior de culturas escolares e de culturas profissionais docentes, são definidores, inclusive, dos papéis e das relações convencionalmente atribuídos aos atores principais desses espaços e tempos: professores e alunos. O professor é aquele que guarda um conhecimento acabado e completo sobre o conteúdo e, por isso, aquele que não erra, ou, pelo menos, aquele de quem não são esperadas manifestações usualmente identificadas como “erro” – mas, também por isso, aquele que parou de aprender. Por sua vez, manifestações por parte do aluno interpretadas como “erro” ou “não-entendimento” são, em geral, tratadas apenas como indicadores do seu grau de ignorância em referência ao conhecimento pré-fixado a ser atingido. Esses papeis e relações convencionais têm sido amplamente discutidos no campo da Educação, especialmente desde a denúncia da chamada *pedagogia bancária* no trabalho seminal de Paulo Freire (1968). Além disso, no campo da Educação Matemática, nas décadas recentes, têm-se verificado contribuições importantes de perspectivas teóricas que deslocam o papel do “erro” no ensino como sinal de deficiência em direção a um aspecto inerente e constituinte dos processos de aprendizagem (e.g. CURY, 2007). Consideramos que um olhar da perspectiva de matemática problematizada pode contribuir com outras visões sobre esses debates no campo da Educação Matemática.

No ensino de matemática, na educação básica e na educação superior, o termo “erro” comumente rotula manifestações por parte de estudantes que são interpretadas como lacunas, ausências ou distorções do saber, como desvios em um caminho único de aprendizagem em direção a um resultado fixo – desvios que precisam ser eliminados para que esse caminho seja realinhado. Nessa visão, o “não-entendimento” é uma gradação do conhecimento do sujeito: aquilo que o estudante “não entende” é o que lhe falta para adquirir o saber de referência – faltas que precisam ser preenchidas com o conhecimento fixado. O “erro” e o “não-entendimento” não possuem valor em si próprios, pois não produzem nada – sua utilidade está, no melhor dos casos, em denunciar ausências, desvios ou faltas de saber que devem ser realinhados ou eliminados, para que a aprendizagem possa então atingir seu objetivo e acabar. Mais do que isso, o “erro” e o “não-entendimento”, como deficiências em relação ao saber, são, em geral, atribuídos a incapacidades de natureza cognitiva (como ausência de certas habilidades ou aptidões) ou de personalidade (como falta de interesse, de esforço ou de comprometimento) inerentes aos próprios sujeitos. Com frequência, os sujeitos são ainda culpabilizados por suas supostas incapacidades – que podem, inclusive, adquirir uma dimensão moral, como aspectos de índole pessoal ou de indisposição deliberada para a aprendizagem. Assim, o “erro” e o “não-entendimento” são comumente vistos como deficiências indesejáveis dos estudantes, que devem ser corrigidas ou penalizadas pelo ensino. Por outro lado, quando se refere a manifestações por parte de professores, o “erro” é, possivelmente, ainda mais indesejado, uma vez que desafia o papel, socialmente esperado, de portador de um conhecimento completo e acabado. Assim, pode se incorporar à prática docente uma propensão a evitar, a qualquer custo, manifestações que possam eventualmente ser interpretadas como “erro”.

Esses sentidos de “erro” e “não-entendimento” no ensino de matemática se materializam em práticas docentes culturalmente legitimadas, acompanhados, em geral, de discursos em torno de capacidades cognitivas, traços de personalidade ou origens sociais de estudantes e de professores. A redução de questões acerca do ensino e da aprendizagem a julgamentos de atributos pessoais despolitiza o debate e se constitui como ferramenta a serviço de um projeto de poder que visa confinar sujeitos em posições sociais preestabelecidas (GIRALDO; FERNANDES, 2019).

Entretanto, deslocamentos teóricos em direção ao reconhecimento do papel do “erro” como um aspecto inerente à aprendizagem podem ainda não ser suficientes para provocar tensionamentos nessas concepções convencionais. Mesmo tais posições teóricas podem preservar uma concepção de aprendizagem como um processo de aquisição de um resultado fixo, e do “erro” como um aspecto cujo valor está apenas no fato de viabilizar esse processo e que, portanto, deve ser temporariamente tolerado até que possa ser corrigido e que aprendizagem se complete e acabe. A perspectiva de matemática problematizada pode se articular com outros quadros teóricos no campo da Educação Matemática, ajudando a desmontar essa lógica. Se são problemas, e não soluções preexistentes, que sustentam o conhecimento matemático e impulsionam sua produção, então que sentido pode ter uma concepção de aprendizagem que se referencia em resultados prefixados? Como no exemplo clássico das geometrias não euclidianas, o valor dos problemas não está em conduzir ao estabelecimento da validade de um teorema idealizado anteriormente, mas sim em produzir outras formas de conhecer, até então inesperadas e imponderáveis. Nesse sentido, os problemas não são deficiências de conhecimento, mas sim constituintes do próprio saber. Então, por que, no ensino de matemática, "erros" são vistos como deficiências ou desvios do caminho preestabelecido, indesejáveis ou, no melhor dos casos, temporariamente toleráveis? A perspectiva de matemática problematizada nos provoca a pensar naquilo comumente rotulado de "erro" como potência de criação, e nas manifestações comumente identificadas por "não-entendimento" como possibilidade de lançar de outros entendimentos.

As ordens da (re)invenção

Como procuramos argumentar, a perspectiva de matemática problematizada pode ajudar a desestabilizar sentidos de "erro" e "não-entendimento" que sustentam concepções convencionais de aprendizagem em matemática. Entretanto, essa desestabilização dificilmente se materializará apenas a partir de perspectivas situadas em uma dimensão epistemológica do conhecimento matemático. Ou seja, é possível deslocar perspectivas epistemológicas de conhecimento matemático, mas ainda assim continuar operando com referência nas mesmas concepções convencionais sobre ensino, aprendizagem e sobre lugares de professores e alunos, tanto na Educação Matemática como campo teórico como na docência como campo profissional. É preciso, portanto, que a discussão sobre problematização atinja uma dimensão da formação e das práticas docentes.

Um primeiro possível movimento nessa direção está na articulação da perspectiva de matemática problematizada com construtos teóricos muito mobilizados na literatura de pesquisa em formação de professores que ensinam matemática, especialmente os diversos construtos relacionados a noções de saberes docentes sobre o conteúdo. Esse movimento consiste em questionar em que posições epistemológicas sobre matemática, sobre saber e sobre ensino nos referenciamos quando mobilizamos tais noções na pesquisa e na prática docente.

Consideramos que o trabalho de Davis e seus colaboradores (e.g. DAVIS; SIMMT, 2006; DAVIS; RENERT, 2009) possibilita uma articulação mais explícita entre saberes docentes e matemática problematizada. A perspectiva de saberes de matemática para o ensino defendida por esses autores se sustenta na assunção de que a articulação entre categorias mais estáveis (concernentes à matemática estabelecida) e mais dinâmicas (relacionadas com as formas como a matemática é produzida) do conhecimento matemático é crucial para ensino. Nessa perspectiva, professores não são agentes periféricos cuja função é transmitir passivamente uma matemática estabelecida; mas sim participantes vitais na produção de possibilidades matemáticas, dando forma e substância a matemáticas culturais, isto é, não só à matemática formal, mas também a uma diversidade de práticas, perspectivas e aplicações culturalmente situadas.

Porém, é preciso ainda provocar movimentos que tenham a potência de produzir transformações mais profundas e contundentes nas práticas docentes em matemática, na educação básica e na educação superior. Um caminho nessa direção está na construção de práticas sustentadas sobre a assunção da oposição entre conhecimento e "não-entendimento" como um *falso problema* do ensino. Se desmontamos uma concepção de aprendizagem como caminho único em direção a um conhecimento prefixado, que se completa e acaba quando o objetivo é atingido, então se esvazia o sentido de "não-entendimento" como gradação do que falta para atingir um saber de referência. As manifestações comumente identificadas por "não-entendimento" não se colocam como negativas mutuamente excludentes de "um entendimento", ou como variações de grau em relação a um conhecimento – mas sim como possibilidades que se lançam no aberto para entendimentos outros. Não se trata, tampouco, de idealizar tais manifestações sempre como sinais de brilhantismo pessoal, mas sim de assumir uma postura de tomá-las a sério, como um compromisso ético e político da profissão docente, no sentido proposto por Cammarota, Rotondo, Clareto (2019, p. 683): "Tomar a sério uma afirmação que vem em uma sala de aula de matemática, para além e para aquém de um erro ou acerto, de uma verdade ou falsidade: produção de uma ética que afirma vida, afirma variação... uma ética afirmativa, uma ética". Esse movimento exige ainda um projeto político de formação docente orientada por um sentido de vulnerabilidade, que, como propõem Oliveira e Cyrino (2011, p. 112):

> nos permite suspender por alguns instantes, mais ou menos longos, e mais ou menos frequentes, as nossas certezas e convicções. Aquela que nos faz questionar a nós próprios. Também a

> vulnerabilidade no sentido de nos expormos aos outros e, como tal, podermos tornar-nos “alvo de crítica, de contestação”.

Assumimos, assim, uma posição em que a aprendizagem é a própria produção de saber, que se dá na incompletude e no inacabamento. Tendo os problemas como único *a priori* da matemática, nos espaços e tempos de sala de aula, as diversas soluções que eles engendram deixam de ser reproduzidas e podem ser (re)inventadas, pois podem ganhar outros entendimentos, outros sentidos com as experiências dos sujeitos. Então, na incompletude e no inacabamento se produzem as ordens da (re)invenção.

"Se o presente renasceu
Um segundo à frente
Quem gerou fui eu
E o tempo reluta como um embrião
Perseguindo a vida, solto na amplidão"
(Douglas Germano e Kiko Dinucci, Orunmilá, 2011)

Referências

BERGSON, Henri. **Œuvres**. Paris: PUF, 1959.

BRUNSCHVICG, Léon. **Les Étapes de la Philosophie Mathématique**. Paris: F. Alcan, 1912.

CAMMAROTA, Giovani; ROTONDO, Margareth; CLARETO, Sônia. Formação docente: exercício ético estético político com matemáticas. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 12, n. 30, p. 679-694, 2019.

CURY, Helena Noronha. **Análise de Erros: O que Podemos Aprender com as Respostas dos Alunos**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

DAVIS, Brent; SIMMT, Elaine. Mathematics-for-teaching: An ongoing investigation of the mathematics that teachers (need to) know. **Educational Studies in Mathematics**, n. 61, v. 3, p. 293-319, 2006.

DAVIS, Brent; RENERT, Moshe. Mathematics for teaching as shared, dynamic participation. **For the Learning of Mathematics**, n. 29, v. 3, p. 37-43, 2009.

DELEUZE, Gilles. **Diferença e Repetição**. Rio de Janeiro: Graal, 1988.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do Oprimido**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1974.

GIRALDO, Victor. Formação de Professores de Matemática: para uma Abordagem Problematizada. **Ciência & Cultura**, v. 70, p. 37-42, 2018.

GIRALDO, Victor. Que matemática para a formação de professores? Por uma matemática problematizada. In: **XIII Encontro Nacional de Educação Matemática** (XIII ENEM), v. 1, p. 1-12. Cuiabá, SBEM, 2019.

GIRALDO, Victor Isso não é uma aula de análise: como ensinamos e o que aprendemos com as componentes curriculares de matemática acadêmica na

Licenciatura em Matemática In: Traldi, Armando; Tinti, Douglas da Silva; Ribeiro, Rogério Marques. **Formação de Professores que Ensinam Matemática:** Processos, Desafios e Articulações com a Educação Básica. São Paulo: SBEM-SP, 2020, p. 114-136.

GIRALDO, Victor; FERNANDES, Filipe Santos. Caravelas à vista: Giros decoloniais e caminhos de resistência na formação de professoras e professores que ensinam matemática. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 12, p. 467-501, 2019.

GIRALDO, Victor; ROQUE, Tatiana Marins. História e Tecnologia na Construção de um Ambiente Problemático para o Ensino de Matemática In: Roque, Tatiana; Giraldo, Victor (eds.). **O Saber do Professor de Matemática – Ultrapassando a Dicotomia entre Didática e Conteúdo.** Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2014, p. 9-37.

HEATH, Thomas L. **The Thirteen Books of Euclid's Elements**, 2. ed., Nova York: Dover, 1956.

LAUTMAN, Albert. **Essai Sur L'Unité Des Mathématiques et Divers Écrits**. Paris: Union générale d'Éditions, 10/18, 1977.

MOREIRA, Plínio C.; DAVID, Maria Manuela M.S. Matemática escolar, matemática científica, saber docente e formação de professores. **Zetetiké**, Campinas, v. 11, n. 19, 2003.

MOREIRA, Plínio C.; FERREIRA, Ana Cristina. O Lugar da Matemática na Licenciatura em Matemática. **Boletim de Educação Matemática**, v. 27, n. 47, p. 985-1005, 2013.

OLIVEIRA, Hélia M.; CYRINO, Márcia C.C.T. A formação inicial de professores de Matemática em Portugal e no Brasil: narrativas de vulnerabilidade e agência. **Interacções**, v. 7, p. 104-130, 2011.

PLATÃO. **A República**, livros VI e VII. Porto: Calouste Gulbenkian, 1987.

PROCLUS. **A Commentary on the First Book of Euclid's Elements**. Princeton: Princeton University Press, 1970.

ROQUE, Tatiana M. **História da matemática***:* Uma Visão Crítica, Desfazendo Mitos e Lendas*.* Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

ROQUE, Tatiana. Sobre a noção de problema. **Lugar Comum** (UFRJ), v. 23-24, p. 135-146, 2008.

ROQUE, Tatiana; DOMENECH-ONETO, Paulo. L'objectivité des problèmes et la question du sujet. In: Cassou-Noguès, Pierre; Gillot, Pascale. (Org.). **Le Concept, le Sujet et la Science: Cavaillès, Canguilhem, Foucault**. Paris: Vrin, 2009, p. 165-189.

Submetido em julho de 2021.

Aceito em agosto de 2021.