

Discussões Matemáticas em Aulas de Cálculo Diferencial e Integral e as Ações do Professor

Mathematical Discussions in Differential and Integral Calculus Classes and Teacher Actions

André Luis Trevisan¹

Marcio Alexandre Volpato²

RESUMO

O objetivo geral deste trabalho é investigar as ações do professor na condução das discussões matemáticas, no contexto do trabalho com tarefas exploratórias em aulas de Cálculo Diferencial e Integral. Desenhado como uma pesquisa qualitativa, de cunho interpretativo, o estudo considerou transcrições do diálogo entre o professor e os estudantes ingressantes em um curso de Engenharia acerca da resolução de uma tarefa envolvendo diferentes representações de funções. Como resultados, destacamos que foram oportunizados aos alunos momentos para se expressarem (em geral, pelas ações de convidar e guiar/apoiar), elaborarem justificativas e refletirem sobre aspectos nos quais não haviam pensado anteriormente (pela ação de desafiar), “atijando” sua criatividade e, conseqüentemente, fortalecendo seu raciocínio. Tais momentos ampliaram a capacidade dos alunos de raciocinar matematicamente, fazendo-os pensar, compreender ideias matemáticas e aplicá-las.

PALAVRAS-CHAVE: Ensino de Matemática. Ensino de Cálculo Diferencial e Integral. Raciocínio matemático. Tarefas exploratórias.

ABSTRACT

The general objective of this paper is to investigate the teacher's actions in conducting mathematical discussions, in the context of working with exploratory tasks in Differential and Integral Calculus classes. Designed as a qualitative research, with an interpretive nature, the study used the transcripts of the teacher and the participants of the dialogue in an engineering course to solve a different task for the construction of functions. As a result, we emphasize that students were given opportunities to express themselves (in general, through the actions of inviting and guiding/supporting), elaborating justifications and reflecting on aspects they had not previously thought about (through the action of challenging), “stirring up” their creativity and, consequently, strengthening your reasoning. Such moments expanded

¹ Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Docente da Universidade Federal Tecnológica do Paraná. E-mail: andreluistrevisan@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8732-1912>.

² Mestre em Ensino de Matemática. Docente da Educação Básica (SEED-PR). E-mail: marciovolpato@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5209-6708>.



the students' ability to reason mathematically, making them think, understand mathematical ideas and apply them.

KEYWORDS: Mathematics Teaching. Differential and Integral Calculus Teaching. Mathematical Reasoning. Exploratory Tasks.

Introdução

Apesar das discussões a respeito da importância de o estudante assumir um papel ativo em seu processo de aprendizagem, em especial no contexto de disciplinas matemáticas de cursos superiores, tem-se ainda muitos professores que ministram suas aulas no método tradicional (CABRAL, 2015), ou seja, aquela aula com o quadro, giz e um professor que expõe o conteúdo e depois apresenta listas de exercícios a serem resolvidas, em geral, mecanicamente.

Para que essa perspectiva se modifique, é necessário que os professores mudem a forma de ensinar e que tenham como objetivo fazer com que os estudantes desenvolvam modos de raciocinar matematicamente (OLIVEIRA, 2008; PONTE; QUARESMA; MATA-PEREIRA, 2020; TREVISAN; ARAMAN, 2021b), envolvendo o estudante em situações que provoquem sua curiosidade e possibilitem que aprenda na ação (PONTES, 2018).

Faz-se necessário trabalhar com tarefas que estimulem o raciocínio matemático, que possibilitem ao aluno compreender como os conceitos se relacionam uns com os outros e como estes podem ser usados na resolução dos problemas, atribuam significado aos procedimentos e entendam a razão por que funcionam (PONTE, 2014). Assim, “a articulação entre tarefas com diferentes níveis de exigência e de desafio é essencial para o desenvolvimento do raciocínio matemático dos estudantes” (MATA-PEREIRA, 2018, p. 17). Faz-se necessária uma melhor compreensão sobre como podem as tarefas ser direcionadas para esse efeito, como devem ser apresentadas aos alunos, como é feita a sua discussão e quais as suas implicações para a compreensão da Matemática (MATA-PEREIRA, 2018).

A investigação deste trabalho está pautada em ações do professor em momentos de discussão que contribuam para a promoção de tais competências, atreladas ao desenvolvimento do raciocínio matemático. As ações do professor de convidar, guiar/apoiar, informar/sugerir e desafiar (PONTE; MATA-PEREIRA; QUARESMA, 2013; ELLIS; ÖZGÜR; REITEN, 2019; ARAMAN, SERRAZINA; PONTE, 2019) em um momento de discussão coletiva desenvolvida em sala de aula, são essenciais para o desenvolvimento do raciocínio matemático do aluno.

Em geral, na literatura a respeito do tema raciocínio matemático, os estudos envolvem o trabalho com a disciplina de Matemática na Educação Básica, sendo escassas as pesquisas no âmbito do Ensino Superior (TREVISAN; ARAMAN, 2021a, b). Assim, no intuito de aprofundar essa temática, o objetivo geral deste trabalho é *investigar as ações do professor na condução das discussões coletivas, no contexto do trabalho com tarefas exploratórias em aulas de Cálculo Diferencial e Integral (CDI)*. Tais tarefas, inspiradas na conceitualização de Ponte (2005), são de natureza aberta, grau de desafio mediano e possibilidade de os estudantes mobilizarem conhecimentos intuitivos. Consideram-se dados oriundos de aulas de CDI em um curso superior de Engenharia, de uma Universidade Federal, sob responsabilidade do primeiro autor, cujo contexto será detalhado na continuidade deste artigo.

Referencial teórico

Professores de CDI muitas vezes deparam-se com estudantes oriundos do Ensino Médio que não tiveram a oportunidade de elaborar uma sólida base matemática, apresentando dificuldades em compreender e operar com conceitos próprios da disciplina. Na tentativa de “remediar” tal situação, “muitos professores de Cálculo fazem um exaustivo trabalho focado apenas em técnicas algébricas antes de iniciar o conteúdo do curso propriamente dito” (ORFALI, 2017, p. 132).

Em contrapartida, deve-se pensar situações que promovam a elaboração do raciocínio matemático em estudantes que cursam CDI, permitindo que façam inferências justificadas, sendo que essas advêm da exploração de conceitos e ideias matemáticas em níveis práticos e intuitivos (GALBRAIT, 1995). As discussões matemáticas mostram-se como momentos de trabalho na sala de aula com potencialidades para a promoção do raciocínio matemático, ao favorecerem o envolvimento dos estudantes “na apresentação, justificção, argumentação e negociação de significados para os seus raciocínios quando trabalham com tarefas matematicamente significativas” (RODRIGUES; MENEZES; PONTE, 2018, p. 399).

Um modelo de aula que valoriza as discussões matemáticas envolve o trabalho com episódios de resolução de tarefas (TREVISAN; MENDES, 2017; 2018). São momentos não precedidos da apresentação de definições ou exemplos similares, nas quais os estudantes, em grupos, trabalham com tarefas que possibilitam a exploração intuitiva de ideias matemáticas e sua posterior sistematização, a partir de discussões matemáticas entre os estudantes e o professor.

A palavra tarefa é aqui utilizada como uma atividade em sala de aula, destinada a concentrar a atenção dos alunos em uma ideia matemática específica (STEIN;

SMITH, 2009). É necessário propor tarefas em “que os alunos sejam capazes de justificar e explicar ideias, a fim de tornar seu raciocínio claro, aprimorar suas habilidades de raciocínio e melhorar sua compreensão conceitual” (BRODIE, 2010).

As ações do professor em sala de aula têm um papel central na promoção do raciocínio matemático. Logo, é importante que o professor tenha bem definido qual o seu papel nessa prática, sabendo quais tarefas selecionar e como agir para propiciar momentos de discussão, seja com pequenos grupos de alunos, ou com toda a turma, que contribuam para o desenvolvimento do raciocínio matemático. Para Oliveira (2008) a expressão raciocínio matemático denomina um conjunto de processos mentais dos quais se obtêm novas afirmações (conhecimento novo) a partir de afirmações conhecidas ou assumidas (conhecimento prévio). Lannin, Ellis e Elliot (2011) afirmam que o raciocínio matemático, baseado em um processo evolutivo, inclui processos como conjecturar, generalizar, investigar o porquê, justificar, refutar caso necessário, desenvolver e avaliar argumentos.

Em especial, no caso do CDI, disciplina essencial do núcleo básico de cursos de Ciências Exatas no Brasil, tais ações devem contribuir para a desenvolvimento de processos de raciocínio necessárias à formulação e solução de problemas de diversas áreas, à análise e compreensão de fenômenos e sua validação por experimentação e à comunicação eficaz, oral, escrita e gráfica (BRASIL, 2019).

De acordo com Stein *et al* (2008) o professor precisa saber usar as ideias dispersas, incompletas e mal formuladas dos alunos numa discussão coletiva, transformando-as em ideias matemáticas mais precisas e poderosas para o desenvolvimento do raciocínio matemático. Sugerem um modelo para a preparação e realização das discussões que contemplam ações de: antecipar, monitorizar, selecionar, sequenciar e estabelecer conexões entre respostas dos alunos.

Como relata Brodie (2010), o professor encontra dificuldade de envolver os alunos em discussões para promover o raciocínio matemático e, assim, deve ter a preocupação de: estar ciente dos diferentes níveis envolvidos nas tarefas; dar aos alunos uma maior variedade de tarefas; aceitar as respostas dos alunos, sejam certas ou erradas; ajudar os alunos fazendo perguntas focadas para que eles vejam algo novo, em invés de apenas dizer se a resposta está ou não correta; fazer observações, conectando várias representações matemáticas; ouvir o que os alunos estão dizendo durante a discussão para ter um significado mais claro da sua compreensão; acompanhar o trabalho escrito dos alunos com a discussão de seus significados nas

aulas; apoiar os alunos a justificar suas ideias matemáticas; explicar e justificar afirmações feitas, oportunizando a compreensão conceitual.

Ponte, Mata-Pereira e Quaresma (2013) propõem um modelo com a finalidade de conduzir as discussões matemáticas entre o professor e os alunos, no qual são apresentadas quatro ações que devem ocorrer dentro da sala de aula para o desenvolvimento do raciocínio do aluno. A ação de *convidar* dá início à discussão coletiva quando o professor incentiva os estudantes a participar, apresentando suas resoluções. A discussão que o professor suscita recorre aos outros três tipos de ações: *apoiar/guiar* (conduz a apresentar informação); *informar/sugerir* (disponibiliza ou valida informação); *desafiar* (ir além do seu conhecimento prévio).

Outro modelo é o TMSSR (*Teacher Moves for Supporting Student Reasoning*) de Ellis, Özgür e Reiten (2018), desenvolvido especificamente para o raciocínio matemático, que assume que “as discussões em sala de aula devem concentrar-se tanto em ideias matemáticas importantes quanto no desenvolvimento de significados matemáticos por meio de processos comunicativos” (ELLIS; ÖZGÜR; REITEN, 2018, p. 2). O TMSSR também divide as ações do professor em quatro categorias similares à do modelo de Ponte, Mata-Pereira e Quaresma (2013). Baseados nesses dois modelos, Araman, Serrazina e Ponte (2019) organizaram um quadro de análise que descreve as ações docentes que apoiam o raciocínio matemático (base para a análise apresentada neste artigo), mostrado no Quadro 1.

Quadro 1 - Quadro de análise das ações do professor que apoiam o raciocínio matemático

C A T E G O R I A S	Convidar	Solicita respostas para questões pontuais. Solicita relatos de como fizeram.	A Ç O E S
	Guiar/Apoiar	Fornece pistas aos alunos. Incentiva a explicação. Conduz o pensamento do aluno. Focaliza o pensamento do aluno para fatos importantes. Encoraja os alunos e redizerem suas respostas. Encoraja os alunos a reelaborarem suas respostas.	
	Informar/Sugerir	Valida respostas corretas fornecidas pelos alunos. Corrige respostas incorretas fornecidas pelos alunos. Reelabora respostas fornecidas pelos alunos. Fornecer informações e explicações. Incentiva e fornece múltiplas estratégias de resolução.	
	Desafiar	Solicita que os alunos apresentem razões (justificativas). Propõe desafios. Encoraja a avaliação. Encoraja a reflexão. Pressiona para a precisão. Pressiona para a generalização.	

Fonte: Araman, Serrazina e Ponte (2019, p. 476)

Procedimentos metodológicos

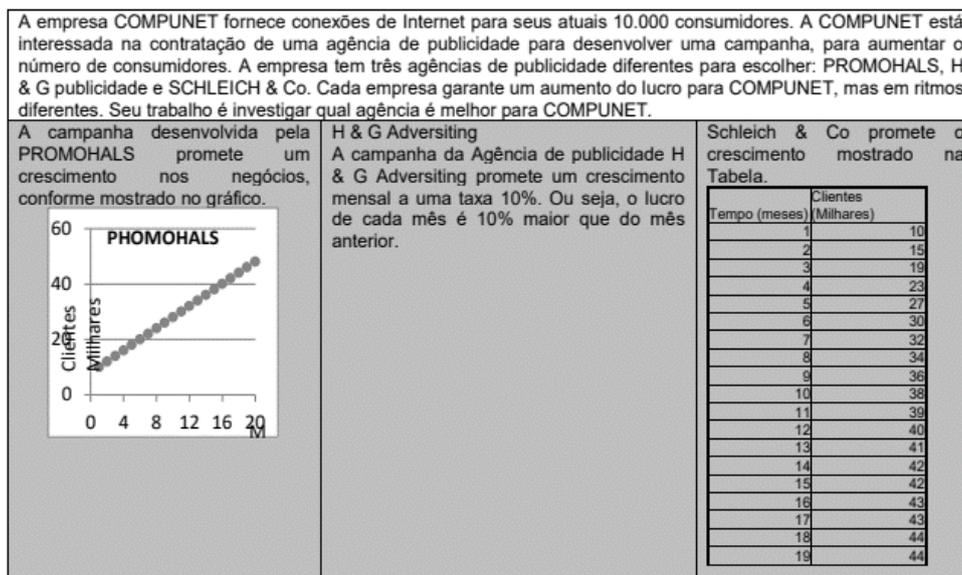
Este trabalho é recorte de uma pesquisa maior, desenvolvida no âmbito de um projeto de investigação sob coordenação do primeiro autor, intitulado “Conceitos mobilizados por estudantes de Cálculo Diferencial e Integral no trabalho em episódios de resolução de tarefas de aprendizagem”, aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade ao qual os autores são vinculados.

Desenhado como uma pesquisa qualitativa, de cunho interpretativo (BOGDAN; BIKLEN, 1994), o estudo que deu origem a este artigo, fruto da dissertação do segundo autor (VOLPATO, 2022), considera dados provenientes de um primeiro ciclo de intervenção realizado no 1º semestre de 2019, em uma turma de estudantes ingressantes em um curso de Engenharia, que cursavam a disciplina de CDI 1.

A abordagem de trabalho adota uma estrutura curricular “não-usual” que possibilita aos estudantes explorar intuitivamente conceitos associados ao Cálculo de funções de uma variável real (limites, derivadas e integral) - CDI 1, antes que sejam formalizados (TREVISAN; MENDES, 2017). Propõem-se diversos momentos de resolução ao longo de toda a disciplina (TREVISAN; MENDES, 2018), nas quais os estudantes eram organizados, primeiramente, em grupos menores (3 a 4 integrantes) para a discussão e realização das tarefas e, em seguida, ocorria uma plenária com toda a turma para a discussão de suas resoluções (sendo esse momento o foco de investigação neste artigo).

Aqui, são consideradas as discussões que ocorreram em torno de uma dessas tarefas, proposta na primeira aula da disciplina de CDI 1, cujo enunciado é apresentado na Figura 1, já utilizada em trabalhos anteriores desenvolvidos no âmbito do grupo de pesquisa (FONSECA, 2017; RAMOS, 2017). Visto que esses estudantes já haviam tido contato com uma definição formal de função em seu Ensino Médio, o objetivo, por meio da realização dessas tarefas e outras similares (GONÇALVES; TREVISAN; SILVA, RIBEIRO, 2020), era que (re) significassem esse conceito. Buscou-se, assim, mobilizar a articulação entre múltiplas representações (linguagem natural, tabela, gráfico), no intuito de coordenar a variação das quantidades envolvidas.

Figura 1 - Tarefa das empresas



Fonte: dados da pesquisa

A recolha de dados da pesquisa maior envolveu: (i) os protocolos dos estudantes na resolução das tarefas; (ii) coleta do áudio de discussão nas equipes e (iii) filmagem em vídeo da discussão coletiva envolvendo toda a turma, mediada pelo professor. Considerando nosso foco em analisar as ações do professor para o desenvolvimento do raciocínio dos estudantes no momento da plenária, este trabalho considera como instrumento a filmagem de dois momentos de discussão coletivas, que foram transcritas integralmente. Após, baseando-se nas etapas presentes no modelo de Powell, Francisco e Maher (2004), identificaram-se momentos significativos que foram separados em trechos, e depois analisados.

O segundo autor deste artigo, que assume aqui o papel de observador participante (tendo acompanhado aulas da disciplina, como parte de seu Estágio do Programa de Mestrado em Ensino de Matemática), iniciou a análise dos dados individualmente, categorizando cada fala do áudio transcrito, utilizando diferentes cores para as categorizações das ações do professor. Em um segundo momento, reuniu-se com o primeiro autor para discutir e validar as categorizações. Por fim, realizaram conjuntamente a análise, validada pela banca examinadora da dissertação do 2o autor. Alguns trechos dessa análise são apresentados na próxima seção.

Na análise da discussão coletiva entre professor e os estudantes (indicados por A1, A2, ...) foram separados trechos das transcrições da aula conduzida pelo orientador dessa dissertação. Entre colchetes, há o número do trecho e o número da fala ([1.3] - onde lemos trecho 1, fala 3) e ao final de cada frase destaca-se a identificação da categoria de ação - conforme o Quadro 1, associada à fala do professor na interação com os estudantes.

Apresentação e análise de dados

Para apresentação e a análise de dados, subdividiu-se a discussão em trechos, utilizando o modelo proposto por Araman, Serrazina e Ponte (2019) para a categorização das ações do professor. No trecho 1, integrantes de um dos grupos respondem ao convite feito pelo professor para compartilhar com a turma o que haviam pensado sobre a situação. Nos trechos 2 e 3, a discussão é conduzida no intuito de detalhar as estratégias utilizadas por esse e outros grupos. Os trechos 4 e 5, por sua vez, aprofundam-se aspectos relacionados às representações gráficas. Por fim, no trecho 6, a discussão é focada na ideia de taxa de crescimento, e no estabelecimento de conexões com conceitos que seriam abordados ao longo da disciplina de CDI 1.

Trecho 1

[1.1] Professor: *Queria ver um pouco de vocês, o que vocês pensaram sobre a situação. Alguma equipe se propõe a iniciar?* (Convidar).

[1.2] A1: *A gente inicia.*

[1.3] Professor: *Pode ser então. Conte para a gente o que vocês pensaram.* (Guiar/apoiar).

[1.4] A1: *Primeiro a gente fez análise do Promohals pelo gráfico. Os primeiros cinco meses, 5.000 clientes, então, no segundo mês, 50.000 clientes, aí, no total, ele recebeu 40.000 clientes novos, aí a gente foi para o HIG. Pode falar a conclusão ou faz assim [indicando continuidade da explicação]?*

[1.5] Professor: *Conta como é que vocês foram encaminhando?* (Guiar/apoiar).

[1.6] A1: *A gente foi usando a fórmula de juros compostos, mas gente analisou mês a mês para conseguir comparar com as duas empresas. Depois a terceira empresa, a gente olhou também aquela tabela de 5 em 5 meses e aí a gente concluiu que a Promohals não se tornou vantajosa em nenhum momento e a terceira empresa, ela se tornou vantajosa no período de até 16 meses, depois quem ficou melhor foi a H&G.*

[1.7] Professor: *Então, vocês não concluíram por uma empresa única de algum modo?* (Guiar/apoiar).

[1.8] A2: *[inaudível]*

[1.9] A1: *[inaudível]*

[1.10] Professor: *O que poderia querer me fazer com que esse número de clientes aumentasse muito rápido?* (Guiar/apoiar). *Pensando na situação, o que eu poderia estar querendo que o número de clientes aumente muito rápido?* (Desafiar).

[1.11] A2: *Talvez porque o seu faturamento seja suficiente naquele período.*

[1.12] Professor: *Eu poderia estar disposto a esperar um tempo maior para ter esse aumento de clientes?* (Guiar/apoiar)

[1.13] A2: *Depende bastante da disponibilidade da tua empresa. Porque, dependendo se você estiver no vermelho, você precisa de um aumento de clientes muito rápido, mas se você estiver tranquilo e eles tiveram a oportunidade de esperar um pouco mais por mais clientes, por que não?*

[1.14] Professor: *Então, quer dizer que, dentro dessas possibilidades, alguma empresa se faz mais interessante no caso do que em outro?* (Desafiar)

[1.15] A2: *Sim.*

No trecho 1, observa-se que as ações do professor estão centradas em três categorias: *convidar*, *guiar/apoiar* e *desafiar*. A categoria *convidar*, por sua vez, ocorreu quando o professor, em [1.1] chamou alguma equipe para compartilhar como pensaram e resolveram a tarefa apresentada. Em determinados trechos o professor fez perguntas com o intuito de incentivar a explicação da resolução da tarefa, observados em [1.3], [1.5], [1.7], [1.10] e [1.12] ações da categoria *guiar/apoiar*. Essas ações têm por objetivo possibilitar que os estudantes explicitem e detalhem o modo como pensaram, sem a intenção, nesse momento, de julgar se a estratégia estava ou não correta. Ações da categoria *desafiar*, presentes em [1.10] e [1.14], mostram que o professor encorajou os alunos à reflexão, solicitando que elaborassem algumas conjecturas frente ao que era solicitado na tarefa. No primeiro caso, o aluno forneceu uma resposta [1.11], porém a outra questão não atingiu seu objetivo, visto que apenas um dos alunos disse “sim” [1.15].

Trecho 2

[2.1] Professor: *Então está bem, vocês construíram tabelas? Vocês fizeram fórmulas? Que tipo de recursos vocês utilizaram para analisar?* (Guiar/apoiar).

[2.2] A1: *A gente analisou um por um, fez umas tabelas e no final a gente fez uma tabela da fórmula dos juros e as tabelas.*

[2.3] Professor: *E essas tabelas vocês fizeram manualmente? Alguém pensou ou usou uma estratégia que acha que é diferente do que eles relataram? Ou todo mundo fez tabela manual chegou a mesma conclusão?* (Guiar/apoiar).

[2.4] A2: *A gente fez gráfico no Excel, a gente fez gráfico.*

[2.5] Professor: *Como é que vocês fizeram o gráfico?* (Guiar/apoiar).

[2.6] A3: *Jogou o período selecionado e cruzou o número de clientes e cruzamos as linhas então em curto período tenho a empresa e o período do outro.*

[2.7] Professor: *Traz aqui para gente ver que vocês fizeram* (Guiar/apoiar).

[2.8] A3 [*compartilhando com o projetor o arquivo em Excel*]: *O que acontece a gente pegou, a gente fez o comparativo a análise do primeiro gráfico então o fato é que promete o crescimento conforme o gráfico então a análise dele começa em 10.000 clientes e termina*

próximo a 50.000. O próximo a HIG ela promete crescimento de 10% em cima do número de clientes anterior.

[2.9] Professor: *Deixa eu pegar uma coisa da anterior, você falou próximo a 50.000. Alguém conseguiu ter uma garantia um pouco mais firme que é 50.000 ou todo mundo trabalhou com aproximação?* (Desafiar)

[2.10] A2: *[inaudível]*

[2.11] Professor: *Como é que vocês chegaram nesse valor?* (Guiar/apoiar).

[2.12] A2: *Através de uma função.*

[2.13] Professor: *Qual função?* (Guiar/apoiar).

[2.14] A1: $f(x) = 2x + 10$.

[2.15] Professor: *Mas como é que vocês chegaram nesses números aí nessa fórmula que você falou?* (Guiar/apoiar).

[2.16] A1: *A gente usou análise dos dados da tabela.*

[2.17] Professor: *Por exemplo eu estou olhando a tabela; ali para mim está meio no "chute". Como é que eu sei?* (Guiar/apoiar).

[2.18] A1: *[inaudível]*

[2.19] Professor: *Será que tem como a gente buscar alguma ferramenta que forneça isso sem depender de uma aproximação?* (Desafiar)

[2.20] A1: *Busquei ali os dados da tabela.*

Nesse trecho, pode-se observar que o professor se focou inicialmente em guiar/apoiar. Nas falas [2.1], [2.3], [2.5] e [2.7], [2.11], [2.13], [2.15] e [2.17] conduziu e incentivou os estudantes A1, A2 e A3 a detalharem o modo como seu grupo havia pensado, chamando a atenção em alguns aspectos específicos da tarefa (no caso, o uso da planilha como recurso, e a necessidade ou não de se trabalhar com valores aproximados). Ações da categoria desafiar apareceram em [2.9], com o professor propondo aos alunos refletir mais sistematicamente a respeito de uma suposta aproximação que haviam assumido em sua resolução, organizando assim uma justificativa com conceitos matemáticos (no caso, o uso do conceito de função [2.14]). Também em [2.19], com o professor solicitando aos alunos que refletissem se existe uma “ferramenta” que determine os números apresentados no gráfico, de forma exata; porém o aluno apenas respondeu que usou a tabela de dados, sem justificar como foi feito esse uso [2.19]. A discussão prosseguiu, agora com a participação de um integrante (A4) de outro grupo.

Trecho 3

[3.1] Professor: *Coloca o cursor em cima de algum desses pontos aí. Ali, em termo de informação precisa, se você posicionar o cursor você vai ter o valor exato (Informar/sugerir). Alguém tinha feito isso?* (Guiar/apoiar).

[3.2] A4: [inaudível]

[3.3] Professor: Mas segue lá o que você estava falando. (Guiar/apoiar).

[3.4] A4: Então a gente pegou. Nós fizemos uma fórmula para encontrar qual seria o ganho de clientes durante o período de 19 meses da empresa dois. Então ela com 19 meses ela colocaria 61159 clientes.

[3.5] Professor: Explica para gente como é que você construiu esse programa. (Guiar/apoiar).

[3.6] A4: Ela pega a quantidade de clientes multiplica por 10% e saio somando 10% de cada célula sucessivamente a cada mês contabilizando.

[3.7] Professor: Está bem (Informar/sugerir). Então vamos pensar nas possibilidades de fazer isso. Essa segunda empresa tem a proposta de aumentar o número de clientes em 10%... 10% do quê? (Desafiar).

[3.8] A4: 10% que já tem.

[3.9] Professor: 10% do que já tem (Informar/sugerir). Então se eu partir do que eu já tenho como é que eu descubro quanto eu vou ter no mês seguinte? (Desafiar).

[3.10] A4: 10% em cima de 10.000.

[3.11] Professor: Isso manualmente pode ser feito de alguma maneira? (Desafiar).

[3.12] A4: Você tem que fazer uma equação em que o termo inicial de 10 mais a taxa de variação que é o número do A1 [célula do Excel] elevado ao número de meses.

[3.13] Professor: Explique para a gente o que está por trás disso que você está falando. (Guiar/apoiar).

[3.14] A4: Por ser juros compostos, toda vez vai ser multiplicado pela mesma taxa de 1,1.

[3.15] Professor: Então se eu quiser saber quanto eu vou ter depois de 15 meses, sem fazer os 14 anteriores como é que eu posso pensar? (Guiar/apoiar).

[3.16] A4: Faz 1,1 elevado a quinze.

[3.17] Professor: O que significa fazer 1,1 elevado a 15? Que eu estou multiplicando esse 1,1 quinze vezes (Informar/sugerir). Da onde veio esse 1? (Guiar/apoiar).

[3.18] A4: É o valor inicial mais a taxa de 10%.

[3.19] Professor: O valor inicial é 10.000? (Guiar/apoiar).

[3.20] A4: [inaudível] ... o 0,1 a 10%.

[3.21] Professor: Beleza. A ideia desse 1,1 é porque seria uns 10.000 no início o meu 100%. Eu vou acrescentar com 10.000 multiplicado por 0,1 então na verdade eu tenho uma quantidade mais 0,1, e por isso que vem esse 1,1 enquanto escrita mais abreviada desse processo. (Informar/sugerir). Vocês usaram essa ideia para construir a fórmula? Como é que vocês pensaram? (Guiar/apoiar).

[3.22] A4: A gente usou essa ideia. A gente jogou na fórmula basicamente pegando cada valor e multiplicando ele por mais 10% e jogando na célula seguinte.

[3.23] Professor: *Está bem. (Informar/sugerir).*

[3.24] A4: *Na terceira empresa ela tem uma tabela simples com a quantidade de meses distribuídos e os clientes em milhares, então basicamente a gente montou uma planilha e juntou os dados em função do tempo. Então a gente pode ver que a empresa 3 por exemplo ela dá melhor o número de clientes inicialmente, porém a longo prazo e que depois dos 15 meses a empresa 2 passa a ter uma melhor viabilidade.*

Ações da categoria guiar/apoiar podem ser observadas ao final de [3.1], em que o professor forneceu explicações aos alunos quando pede para “posicionar o cursor”, referindo-se ao gráfico apresentado no computador pelos alunos. Em [3.3], [3.5], [3.13], [3.15], [3.17] e [3.19] a categoria guiar/apoiar também se faz presente, com o professor incentivando que os alunos detalhassem determinados aspectos da resolução do grupo, explicitando suas conjecturas. Na maior parte desses trechos, o professor conduziu o pensamento do aluno, e procurou focalizar sua fala no detalhamento do procedimento para o cálculo do número de clientes da empresa cujo crescimento é exponencial, ou seja, evidenciando as justificativas. Em especial, de [3.15] a [3.22] o foco foi levar A4 a explicitar um procedimento que permitisse determinar o total de clientes como uma função do tempo, sem a necessidade de considerar cálculos realizados mês a mês, o que pode ser reconhecido como uma generalização. Em [3.1], [3.9], [3.17], [3.21] e [3.23], reconhecemos uma ação da categoria informar/sugerir, quando o professor forneceu explicações aos alunos e pediu para “posicionar o cursor” [3.1], referindo-se ao gráfico construído na planilha; quando validou uma resposta correta fornecida pelo aluno [3.9] e [3.23] ou quando forneceu explicação sobre o cálculo de potenciação [3.17], ações que buscaram levar A4 a refletir sobre o significado os procedimentos que seu grupo havia utilizado, possivelmente de forma mais automatizada, em sua resolução, contribuindo assim para uma compreensão das ideias matemáticas associadas ao crescimento exponencial. Ações da categoria desafiar presentes em [3.9] e [3.11] destacam-se quando o professor solicitou do estudante uma explicação mais detalhada referente aos 10% e a deduzir uma expressão matemática para o cálculo do número de clientes como uma função do tempo, o que reconhecemos como um processo de generalização.

Trecho 4

[4.1] Professor: *O quê que vocês acham desses gráficos que ele colocou? Vocês acham que estão de acordo com o que vocês pensaram? (Convidar).*

[4.2] A5: *[inaudível]*

[4.3] Professor: *Por quê?* (Guiar/apoiar).

[4.4] A5: *É porque se a gente comparar com o gráfico inicial, a gente tem uma planilha. É um gráfico em reais.*

[4.5] Professor: *Onde é que está o conjunto de dados da primeira empresa?* (Guiar/apoiar).

[4.6] A5: *Empresa 1 está aqui. É porque eu só peguei dois meses 5, 10, 15 e 19, eu não peguei, então é por isso os valores. Eu não alimentei ele de 0 a 19 meses, entendeu.*

[4.7] Professor: *Vocês acham que se ele tivesse feito mês a mês, estaria alinhado. Se ele pegar valores?* (Guiar/apoiar).

[4.8] A5: *la estar mais próximo de uma reta.*

[4.9] Professor: *Esses valores batem? Como que vocês encontraram no tempo 0 tem 10 mil, no tempo 2 tem 15 mil. Essa é a primeira empresa?* (Guiar/apoiar).

[4.10] A5: *Sim, porque a gente aproveitou os pontos.*

[4.11] Professor: *Por que o formato que eu encontrei aqui na primeira empresa é uma reta? O fato de ela ser uma reta me diz o quê?* (Desafiar).

[4.12] A5: *Taxa de crescimento.*

[4.13] A6: *A taxa é uma constante.*

[4.14] Professor: *Uma taxa constante? Essa taxa é quanto?* (Guiar/apoiar).

[4.15] A5: *[inaudível]*

[4.16] A6: *10.*

No início deste trecho [4.1] pode-se observar que o professor fez uso da categoria convidar, na medida em que "chamou" novamente os alunos à discussão, solicitando que relatem se o que fizeram está de acordo com a explicação do grupo anterior. O aluno A5 "aceita" o convite, e assim um terceiro grupo passa a participar da discussão. A categoria guiar/apoiar surgiu em [4.3], [4.5], [4.7], [4.9] e [4.14], trechos da discussão em que o professor incentivou a explicitação de conjecturas elaboradas pelos alunos, e conduziu e focalizou seu pensamento fatos importantes, como o de saber se é uma taxa constante [4.14]. Em [4.11], por sua vez, o professor encorajou a turma a elaborar uma generalização, no caso da primeira empresa, cuja representação gráfica era uma reta (categoria desafiar). Após um pequeno trecho de diálogo que é inaudível, o professor prosseguiu buscando uma justificativa a respeito do alinhamento dos pontos.

Trecho 5

[5.1] Professor: *O fato que eles estarem alinhados significa o quê?* (Guiar/apoiar).

[5.2] A5: *a taxa de crescimento constante.*

[5.3] Professor: Taxa de crescimento constante? Que é taxa de crescimento constante? Pensando em termos menos técnicos digamos assim: o que significa falar que a taxa de crescimento é constante? (Desafiar).

[5.4] A2: A variação não muda.

[5.5] A6: Todo mês cresce a mesma coisa.

[5.6] Professor: Todo mês cresce a mesma coisa! (Informar/sugerir). Isso acontece com as três empresas? (Guiar/apoiar).

[5.7] A6: Não

[5.8] Professor: O que vocês diriam sobre a taxa de crescimento da segunda empresa? (Desafiar).

[5.9] A6: Que ela é exponencial.

[5.10] Professor: Faz de conta que eu nunca ouvi essa palavra. Tentem me explicar com outra linguagem. (Guiar/apoiar).

[5.11] A2: Cada vez mais aumenta o crescimento.

[5.12] A3: Quanto maior o tempo maior o crescimento.

[5.13] Professor: Quanto maior o tempo maior o crescimento. (Informar/sugerir).

[5.14] A2: Comparado crescimento inicial.

[5.15] A6: O crescimento cresce.

[5.16] Professor: Vocês acham que faz sentido essa frase: O crescimento cresce? (Guiar/apoiar).

[5.17] A2: Para ele, provavelmente faz sentido [risos].

[5.18] A7: Quanto mais você cresce, mais você cresce. Igual com pessoas.

[5.19] Professor: Eu acho que com pessoas não é muito assim não, depende da faixa etária. O crescimento cresce. O que é que vocês entendem nessa frase? (Guiar/apoiar).

[5.20] A3: Quanto maior o tempo, o período, maior o lucro com o tempo.

[5.21] Professor: Com o número de clientes nesse caso, que vai ser o lucro. Mas aqui a gente está medindo o número de clientes. Quanto mais tempo maior o número de clientes. (Informar/sugerir). Ué, mas na primeira empresa, quanto mais tempo maior o número de clientes. Correto? (Guiar/apoiar).

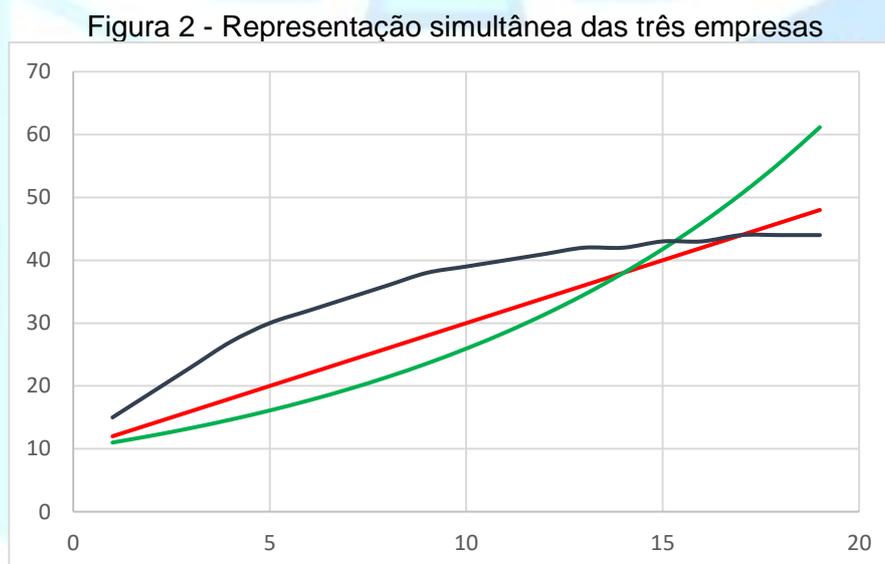
[5.22] A3: Mas na segunda, quanto maior o número de clientes, maior o ganho de clientes.

A categoria guiar/apoiar se fez presente em [5.1], [5.6], [5.10], [5.16], [5.19] e [5.21], com o professor conduzindo o pensamento dos alunos, encorajando-os a compartilharem suas conjecturas e incentivando a formulação de justificativas. Em especial, destacamos como estratégia do professor a fala do trecho [5.10], “Faz de conta que eu nunca ouvi essa palavra. Tentem me explicar com outra linguagem”, que busca incentivar a elaboração de justificativas mais completas e, assim, talvez mobilizar algum processo de generalização. Em [5.6], [5.13] e [5.21] podemos

observar a categoria informar/sugerir, pois o professor forneceu informações e explicações, validando e/ou complementando assim algumas das justificativas trazidas pelos alunos. A categoria desafiar esteve presente em [5.3] e [5.8], com o professor encorajando para a generalização, quando perguntou sobre o que é taxa de crescimento constante [5.3], e questionou sobre o tipo de crescimento da segunda empresa [5.8].

Trecho 6

A discussão prosseguiu, com a intenção de levar a turma a associar essas informações acerca da taxa de crescimento das funções que representam o número de clientes das três empresas, em relação ao tempo, com suas representações gráficas (que são apresentadas em um mesmo plano cartesiano, com três cores diferentes, conforme solução de um dos grupos, que estava projetada para toda turma - Figura 2).



Fonte: dados da pesquisa

[6.1] Professor: Vamos tentar explorar um pouco mais esses gráficos aqui. Como é que vocês reconheceriam qual empresa que se refere a qual gráfico olhando para eles? Como é que eu sei qual gráfico que é da empresa um [vermelho]? Da empresa dois [verde]? E da empresa três [azul]? Quando eu olho para esses gráficos.... (Desafiar).

[6.2] A6: [inaudível]

[6.3] A6: [inaudível]

[6.4] Professor: Por que é que eu sei que o gráfico azul é da empresa 3? (Desafiar).

[6.5] A6: Crescimento decrescente.

[6.6] Professor: Crescimento decrescente está relacionado com o que naquele gráfico? (Guiar/Apoiar).

[6.7] A6: [inaudível]

[6.8] A7: Ele falou.

[6.9] Professor: Não vamos entrar nesse mérito não. Vamos tentar ficar mais na descrição do gráfico. (Guiar/apoiar).

[6.10] A7: No começo ele tem o melhor ganho de clientes.

[6.11] A6: [inaudível]

[6.12] Professor: O que o gráfico azul tem de diferente do gráfico verde, por exemplo? (Guiar/apoiar).

[6.13] A6: Tem que formar uma linha horizontal acho.

[6.14] Professor: E essa linha horizontal está relacionada com o quê? (Guiar/apoiar).

[6.15] A7: Estagnação de crescimento.

[6.16] Professor: Eu tenho um crescimento cada vez menor, e quando chega lá nos últimos meses que ele me forneceu esse crescimento não é expressivo. (Informar/sugerir).

[6.17] A6: [inaudível]

[6.18] Professor: E esse gráfico verde não tem esse tipo de comportamento? (Guiar/apoiar).

[6.19] A6: Porque é contrário, quanto maior tempo mais a linha tende a ficar vertical.

[6.20] Professor: Será que ela vai ficar vertical? (Guiar/apoiar).

[6.21] A6 e A7: Não.

[6.22] A7: Ela vai ter uma inclinação que pouco a pouco vai se tornar perceptível.

[6.23] Professor: O que seria essa inclinação? (Guiar/apoiar).

[6.24] A7: Limite.

[6.25] Professor: Termos técnicos não. Tenta explicar a ideia que a gente está entendendo por estar ficando vertical (Guiar/apoiar).

[6.26] A7: Crescimento máximo.

[6.27] Professor: Crescimento máximo. Vocês diriam que essas representações que eu tenho aqui são situações de crescimento ou decrescimento? (Guiar/apoiar).

[6.28] A7: Crescimento.

[6.29] Professor: Por que crescimento? (Guiar/apoiar).

[6.30] A6: Porque às vezes ... [inaudível]

[6.31] Professor: E esse crescimento ocorre da mesma maneira nas três empresas? (Guiar/apoiar).

[6.32] A6: Não.

[6.33] Professor: Então quer dizer que, não basta falar que está crescendo, quer dizer tem que olhar o modo como ela está crescendo. (Informar/sugerir).

A discussão, no início desse trecho, teve como foco levar a turma a conjecturar qual gráfico representa cada uma das empresas e informar as justificativas, com

ações da categoria desafiar, presentes em [6.1] e [6.4]. Ao longo desse trecho de discussão, em diversos momentos o professor reelaborou conjecturas e justificativas apresentadas pelos estudantes, no intuito de complementá-las com explicações mais precisas, ou buscando utilizar termos mais adequados, ações essas da categoria informar/sugerir. Há, também, momentos em que sua fala teve por objetivo guiar/apoiar, conduzindo o pensamento do estudante, e focalizando a discussão para fatos importantes. Em um desses momentos, [6.20], há uma hipótese de A2 de que o gráfico que representa o número de clientes da empresa cujo crescimento é exponencial, “vai ficar vertical”.

Não parece ter ficado claro para esse estudante porque isso é falso, e ele retomou essa questão mais tarde. O professor também aproveitou esse fato e discutiu com a turma a ideia de concavidade do gráfico da função, procurando associá-la ao tipo de crescimento do número de clientes de cada empresa (crescente, decrescente ou constante), e antecipando a relação dessa discussão com o estudo futuro de derivadas. Finalizando, a discussão objetivou o estabelecimento de conexões das ideias dessa tarefa com conceitos vistos pelos estudantes na Educação Básica. Tais trechos serão omitidos, em função das limitações de espaço deste artigo, e também por ter sido um trecho mais "expositivo", com o professor fornecendo informações e explicações, e podem ser consultados em Volpato (2022).

Discussões e considerações finais

Este estudo investigou ações do professor na condução das discussões coletivas, no contexto do trabalho com tarefas de natureza exploratória em aulas de CDI. As ações do professor de convidar, guiar/apoiar, informar/sugerir e desafiar, tiveram um papel central no desenvolvimento do raciocínio matemático, promovendo a participação efetiva dos alunos, na apresentação de suas soluções, nas estratégias de resolução e no questionamento das resoluções dos colegas.

Destaca-se que a constituição de um ambiente de aprendizagem colaborativa, com discussões eficazes envolvendo toda a turma (BRODIE, 2010), a partir das tarefas propostas e da condução do professor nestas, estimularam o raciocínio dos alunos, na medida que as intervenções eram feitas pelo professor, permitindo observar como os conceitos abordados se relacionam (funções, progressões, taxas de crescimento), bem como a compreensão dos procedimentos, a razão por que funcionam (MATA-PEREIRA, 2018).

O contexto da discussão, a partir das diferentes ações do professor, ofereceu oportunidades aos alunos para investigar, analisar, explicar, conjecturar, justificar e interagir (STEIN; SMITH, 2009).

Nas ações presentes na análise dos dados podemos observar a condução do professor nas discussões com o intuito de fortalecer o desenvolvimento do raciocínio matemático dos estudantes (OLIVEIRA, 2008). Foram oportunizados aos alunos momentos para se expressarem (em geral, pelas ações de convidar e guiar/apoiar) e também elaborarem justificativas e refletirem sobre aspectos nos quais não haviam pensado anteriormente (pela ação de desafiar) (PONTE; MATA-PEREIRA; QUARESMA, 2013; ARAMAN; SERRAZINA; PONTE, 2019), fomentando sua criatividade e conseqüentemente fortalecendo seu raciocínio (PONTES, 2018). Tais momentos ampliaram a capacidade de raciocinar matematicamente dos alunos, como exemplo quando o professor fornece informações para entender como se comportavam os gráficos (crescimento ou decréscimo) fazendo estes pensar, a compreender ideias matemáticas e aplicá-las, permitindo assim que a Matemática “faça sentido”.

No que diz respeito aos processos de raciocínio matemático (LANNIN; ELLIOTT; ELLIS, 2011), ações de guiar/apoiar contribuem para a explicitação de conjecturas que haviam sido inicialmente elaboradas em pequenos grupos, e também para a formulação de novas conjecturas no momento de discussão coletiva. Ações da categoria desafiar são importantes para o processo de justificar, e também contribuem na formulação de generalizações. Ações de informar/sugerir têm o papel de reformular, completar e sistematizar essas conjecturas, justificativas e generalizações.

Os alunos puderam comunicar, usando descrições em palavras, gráficos símbolos, tabelas e linguagem algébrica; trabalhar em colaboração em equipes e grupos para aprimorar a compreensão matemática; coletar, analisar e organizar dados quantitativos para avaliar e criticar as conclusões obtidas; envolver-se na elaboração de argumentos quantitativos relacionados a assuntos de sua futura área de atuação (BRODIE, 2010).

O raciocínio mobilizado durante as discussões permitiu interpretar relações entre variáveis envolvidas na situação (GONÇALVES; TREVISAN; SILVA, RIBEIRO, 2020), oportunizando que se explorassem aspectos relacionados às diferentes representações de funções, e que são base na elaboração de conceitos do CDI. Dos dados analisados, observou-se um movimento crescente das ações do professor durante a condução da plenária, com o aprofundamento das discussões a partir de

elementos trazidos pelos próprios alunos (TREVISAN; ARAMAN, 2021b), e das oportunidades que se criam para a elaboração de conhecimento matemático nesse processo (ARAMAN; SERRAZINA; PONTE, 2019).

O professor utilizou ideias dispersas, incompletas e mal formuladas dos alunos, transformando-as em ideias matemáticas mais precisas e poderosas para o desenvolvimento do raciocínio matemático (STEIN *et al.*, 2008). Em síntese, os resultados obtidos por este estudo evidenciam o potencial da proposta de trabalho com tarefas exploratórias, aliada às ações do professor na condução de discussões matemáticas a partir dessas tarefas, para o desenvolvimento do raciocínio matemático dos estudantes.

Referências

- ARAMAN, Eliane Maria de Oliveira; SERRAZINA, Maria de Lurdes Marquês; PONTE, João Pedro da. “Eu perguntei se o cinco não tem metade”: ações de uma professora dos primeiros anos que apoiam o raciocínio matemático. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.21, n.2, 466-490, 2019. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/42505>. Acesso 05 jul. 2021.
- BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. **Investigação Qualitativa em Educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto Alegre: Porto Editora, 1994.
- BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Câmara de Educação Superior. **Resolução no 2, de 24 de abril de 2019. Institui as Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Graduação em Engenharia**. Brasília (Brasil), 26 abr. 2019. Edição 89. Seção 1, p. 43.
- BRODIE, Karin. **Teaching mathematical reasoning in secondary school classrooms**. New York: Springer, 2010.
- CABRAL, Tânia Cristina Baptista. Metodologias Alternativas e suas Vicissitudes: ensino de matemática para engenharias. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 8, p. 208-245, 2015.
- ELLIS, Amy; ÖZGÜR, Zekiye; REITEN, Lindsay. Teacher moves for supporting student reasoning. **Mathematics Education Research Journal**, v. 30, n. 2, p. 1-26, jun. 2018. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s13394-018-0246-6>. Acesso em 05 jul. 2021.
- FONSECA, Maycon Odailson dos Santos. **Proposta de tarefas para um estudo inicial de derivadas**. 2017. 100 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina-PR, 2017
- GALBRAIT, Peter. Mathematics as reasoning. **The Mathematics Teacher**, v. 88, n. 5, p. 412-417, 1995.
- GONCALVES, Willian José; TREVISAN, André Luis; SILVA, Daniel Daré Luziano; RIBEIRO, Alessandro Jacques. Raciocínio covariacional em aulas de Cálculo: desenvolvimento a partir do uso de tarefas. **Zetetiké**, v. 28, p. 135-20, 2020. Disponível em:

<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8656038>>. Acesso em 05 jul. 2021.

LANNIN, John; ELLIS, Amy; ELLIOT, Rebekah. **Developing essential understanding of mathematics reasoning for teaching mathematics in prekindergarten-grade 8**. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2011.

MATA-PEREIRA, Joana. **Ações de professores para promover o raciocínio matemático**. Tese (Doutorado em Educação, especialidade de Didática da Matemática). Universidade de Lisboa, Lisboa, 2018.

OLIVEIRA, Paulo. O raciocínio matemático à luz de uma epistemologia. **Educação e Matemática**, 100, p. 3-9, 2008.

ORFALI, Fabio. **A conciliação das ideias do cálculo com o currículo da educação básica: o raciocínio covariacional**. 2017. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2017.

PONTE, João Pedro da. Gestão curricular em matemática. In: GTI (Ed.) **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: APM, 2005. p. 11-34.

PONTE, João Pedro. Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In: PONTE, João Pedro da (Org.). **Práticas profissionais dos professores de matemática**. Lisboa. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014, p. 13-27.

PONTE, João Pedro da; MATA-PEREIRA, Joana; QUARESMA, Marisa. Ações do professor na condução de discussões matemáticas. **Quadrante**, vol. XXII, n. 2, p. 55-81, 2013.

PONTE, João Pedro da; QUARESMA, Marisa; MATA-PEREIRA, Joana. Como desenvolver o raciocínio matemático na sala de aula? **Educação e Matemática**, v. 156, p. 7-11, 2020.

PONTES, Edel Alexandre Silva. A arte de ensinar e aprender Matemática na educação básica: um sincronismo ideal entre professor e aluno. **Revista Psicologia & Saberes**, v. 7, p. 163-173, 2018.

POWELL, Arthur Belford; FRANCISCO, John M.; MAHER, Carolyn A. Uma abordagem à análise de dados de vídeo para investigar o desenvolvimento de ideias e raciocínios matemáticos de estudantes. **Bolema**, v. 17, n. 21, p. 81-140, 2004. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10538/6944>. Acesso em 06 jul. 2021.

RAMOS, Nélvia Santana. **Sequências numéricas como desencadeadoras do conceito de convergência: episódios de resolução de tarefas**. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina- PR, 2017.

RODRIGUES, Cátia; MENEZES, Luís; PONTE, João Pedro da. Práticas de Discussão em Sala de Aula de Matemática: os casos de dois professores. **Bolema**, v. 12, n. 61, p. 398-418, 2018. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/bolema/v32n61/0103-636X-bolema-32-61-0398.pdf>. Acesso em 06 jul. 2021.

STEIN, Mary Kay; SMITH, Margaret Schan. Tarefas matemáticas como quadro para reflexão. **Educação e Matemática**, n.105, p. 22-28, 2009. Disponível em: <http://p3m.ie.ul.pt/files/files/download/fileid/119>. Acesso em 06 jul. 2021.

STEIN, Mary Kay *et al.* Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. **Mathematical Thinking and Learning**, v. 10, n. 4, p. 313-340, 2008. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/10986060802229675>. Acesso em 06 jul. 2021.

TREVISAN, André Luis; ARAMAN, Eliane Maria de Oliveira. Argumentos Apresentados por Estudantes de Cálculo em uma Tarefa de Natureza Exploratória. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 23, p. 591-612, 2021a. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/51922>. Acesso em 06 jul. 2021

TREVISAN, André Luis; ARAMAN, Eliane Maria de Oliveira. Processos de raciocínio matemático mobilizados por estudantes de Cálculo em tarefas envolvendo representações gráficas. **Bolema**, v. 35, p. 158-178, 2021b. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/zpcnfZTGbHWvbJq8vKm4MBj/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em 06 jul. 2021.

TREVISAN, André Luis; MENDES, Marcele Tavares. Integral antes de derivada? Derivada antes de integral? Limite, no final? Uma proposta para organizar um curso de Cálculo Integral. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 19, n. 3, p. 353-373, 2017. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/33318>. Acesso em 06 jul. 2021.

TREVISAN, André Luis; MENDES, Marcele Tavares. Ambientes de ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral organizados a partir de episódios de resolução de tarefas: uma proposta. **Revista Brasileira de Ensino e Tecnologia**, v. 11, n. 1, p. 209-227, 2018. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/5702>. Acesso em 06 jul. 2021.

VOLPATO, Marcio Alexandre. **Ações do professor para promoção do raciocínio matemático em momentos de discussão coletiva em aulas de Cálculo**. 2022. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina- PR, 2022.

Submetido em julho de 2021.

Aceito em março de 2022.