

A álgebra e sua Gramática: Reflexões Filosóficas e Eduacionais

Algebra and its Grammar: Philosophical and Educational Reflections

Valdomiro Pinheiro Teixeira Jr¹

RESUMO

Neste ensaio teórico, pretendo realizar uma reflexão sobre os fundamentos filosóficos da álgebra e sua possibilidade de ensino a partir da Epistemologia do uso de Arley Moreno, devedora da terapia filosófica de Wittgenstein. Inicialmente, trago uma discussão sobre como Wittgenstein muda seu pensamento, abandonando a ideia de um fundamento lógico para a compreensão de uma gramática apoiada na práxis humana. Em seguida, discuto a natureza linguística da álgebra, na qual argumento que esta é um jogo de linguagem que possui uma gramática, nos moldes wittgensteinianos e aponto consequências no ensino a partir deste entendimento. A partir da ideia de que o significado está no uso, defendo que a linguagem deve tomar maior destaque no ensino, pois o uso da linguagem algébrica é que permite que se obtenha significado, e isso é possível quando o aluno se apropria da gramática e imerge no jogo de linguagem algébrico.

PALAVRAS-CHAVE: Álgebra. Gramática. Wittgenstein. Ensino. Epistemologia do Uso.

ABSTRACT

In this theoretical essay, I intend to reflect on the philosophical foundations of algebra and its teaching possibility from the Epistemology of the use of Arley Moreno, debtor of Wittgenstein's philosophical therapy. Initially I bring up a discussion of how Wittgenstein changes his thinking, abandoning an idea of a rationale for understanding a grammar based on human praxis. I then discuss the linguistic nature of algebra, where I argue that it is a language game that has a grammar, in the Wittgensteinian mold, and point out consequences in teaching based on this understanding. From the idea that meaning is in use, I argue that language should be given greater prominence in teaching, as the use of algebraic language is what allows meaning to be obtained, and this is possible when the student takes possession of grammar immersed in the algebraic language game.

KEYWORDS: Algebra. Grammar. Wittgenstein. Teaching. Epistemology of Use.

¹Doutor em Educação em Ciências e Matemáticas pela Universidade Federal do Pará (UFPA). Professor do Instituto de Ciências Humanas da Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará (UNIFESSPA). E-mail: valdomiro@unifesspa.edu.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1425-0049>.



Introdução

Neste ensaio teórico, pretendo realizar uma reflexão sobre os fundamentos filosóficos da álgebra e sua possibilidade de ensino a partir da Epistemologia do uso de Arley Moreno (2005), devedora da terapia filosófica de Wittgenstein. A intenção é refletir sobre a natureza linguística da álgebra que não foi uma discussão nem de Moreno nem de Wittgenstein, mas que, em suas abordagens filosóficas, indicam caminhos para a compreensão de atividades humanas como jogos de linguagem e como estes têm uma gramática que rege tais práticas.

Inicialmente, trago uma discussão sobre como Wittgenstein muda seu pensamento, abandonando uma filosofia de cunho essencialista e que tinha uma linguagem ideal e única como referência biunívoca dos fatos do mundo, tendo a lógica como fundamento. Wittgenstein passa a entender na sua segunda filosofia que não existe apenas uma linguagem, mas uma diversidade, que ele chama jogos de linguagem, e não toma mais a lógica como fundamento, mas cada jogo apresenta um conjunto de regras – uma gramática – geradas no processo histórico e aceitas comunitariamente.

Arley Moreno (2005), com sua Epistemologia do uso empreendeu esforços para realizar o que Wittgenstein não fez, uma teoria do conhecimento. O filósofo austríaco não buscou fazer teorias, mas sim uma terapia das teorias existentes, em que procurava mostrar as confusões destas teorias ao buscarem fundamentos semânticos e terem a linguagem apenas como referência. Todavia, Moreno compreende que seria possível extrair uma teoria apoiada no pragmatismo wittgensteiniano a fim de se evitar dogmatismo, como as teorias fundacionistas, e se compreender que o significado está no uso que se faz nos diversos jogos de linguagem.

Nesse sentido, é possível uma reflexão em educação apoiada na terapia de Wittgenstein. Percebe-se que alguns autores já vêm utilizando Wittgenstein nas discussões educacionais, como Cristiane Gottschalk (2008), Antônio Miguel (2016), Gelsa Knijnik (2014), Marisa Silveira (2020) etc. Desse modo, abordo, neste texto, a álgebra, sua natureza linguística e ainda uma discussão sobre as consequências para o ensino da concepção tomada. A partir da ideia de que o significado está no uso, defendo que a linguagem deve tomar maior destaque. O uso da linguagem algébrica é que permite que se obtenha significado e a ideia de uma álgebra como produto mental/ideal/abstrato, independentemente da linguagem, leva a um ensino que compreende um saber em potencial presente no aluno, o que muitas vezes não

ocorre. A linguagem precisa tomar a primazia e a partir dela fazer relações com outras áreas da matemática e da vida, possibilitando ao aluno que seja imerso no jogo de linguagem da álgebra e, conseqüentemente, apresentado à sua gramática.

Da lógica à gramática

Wittgenstein é conhecido por ter produzido duas filosofias. A primeira estaria em sua única obra publicada, o *Tractatus logico-philosophicus* de 1921, e a segunda, na obra *Investigações Filosóficas*, publicada postumamente em 1953. No "*Tractatus*", Wittgenstein defendia que havia uma lógica subjacente que sustentava/interligava a linguagem em/ao nosso mundo. Na fase de transição (década de 30), Wittgenstein começa a tentar fugir do referencialismo de sua primeira fase, isto é, da ideia de uma conexão biunívoca, os nomes aos objetos, as proposições aos fatos, a linguagem ao mundo. Wittgenstein passa a buscar um contexto mais estrutural, que são chamados de sistemas de regras, que é o que vai levá-lo, futuramente, a propor os jogos de linguagem (AZIZE, 2004). O filósofo deixa uma concepção do critério geral da significação e adota uma concepção dos critérios de significação. De acordo com Azize (2004), Wittgenstein parte da univocidade para a vagueza, da ideia de uma proposição, como figura (imagem, espelho) da realidade, para uma ideia de uma gramática autônoma, na qual as regras começam a se destacar mais em um uso, na linguagem ordinária, do que apoiada em uma linguagem ideal lógica, quando veremos a pragmática linguística se revelando como fonte de significados na filosofia wittgensteiniana, enfim, na obra *Investigações Filosóficas*.

De acordo com esta nova concepção, a tarefa da filosofia não consiste em corrigir o uso ordinário da linguagem, mas em compreender seu funcionamento de forma correta, o que chamamos de terapia filosófica ou até de autoterapia, pois já no prefácio das *Investigações Filosóficas*, o segundo Wittgenstein reconhece que há "graves erros" no "*Tractatus*", e muda o modo de análise dos problemas da linguagem, tomando como base sua primeira obra, seu velho modo de pensar, como pano de fundo para redigir as *Investigações Filosóficas*, ou seja, só se pode compreender essa obra tendo o "*Tractatus*" como ponto de partida.

Conforme Schmitz (2004), Wittgenstein se afasta do "*Tractatus*" ao mudar duas concepções. Primeiramente quanto à independência das proposições elementares, pois ele passa a admitir que existem relações lógicas entre elas e, assim, não haveria uma correspondência biunívoca entre as proposições e os fatos, mas a relação se dá entre os sistemas da linguagem e os sistemas do mundo, não tendo mais uma lógica

limitada como pano de fundo, ou seja, ela não se resume às funções de verdade apresentadas na tabela do aforismo 5.101 do "*Tractatus*".

Wittgenstein, assim, abandona a concepção referencial da linguagem. Esta concepção é representada pela concepção agostiniana da linguagem, que Wittgenstein considera que dominou a filosofia desde os tempos antigos até a modernidade, chegando ao "*Tractatus*". Essa concepção é apresentada já no primeiro aforismo das Investigações Filosóficas, quando Wittgenstein cita uma passagem do capítulo 8 das Confissões de Santo Agostinho.

De acordo com Wittgenstein, para Agostinho, as palavras denominam objetos, e cada palavra tem um significado, assim, primeiro viriam a designação dos nomes, os substantivos, e depois a designação de atividades, numa espécie de etiquetagem, ou de correspondência biunívoca entre as proposições da linguagem e os fatos do mundo. Wittgenstein se baseia em uma crítica à concepção referencialista de Agostinho por dois motivos: o primeiro diz respeito ao fato de Wittgenstein ter percebido na concepção agostiniana um retrato daquilo que ele mesmo havia feito no "*Tractatus*" e, assim, notou que ele também tinha estado preso a uma concepção que dominava toda a filosofia, mas que agora, percebia como um erro.

O segundo motivo se refere ao seu próprio novo projeto filosófico. Wittgenstein viu na concepção agostiniana a relação entre a linguagem e seu uso, isto é, Agostinho acreditava que aprendemos a linguagem, e assim expressamos nossas ideias, descrevemos fatos, a partir deste uso referencial da linguagem, que é o de etiquetar objetos e fatos. Para o filósofo medieval, aprendemos a linguagem quando crianças ao apontarem para um objeto e dizerem: "isto é uma cadeira", "isto é um abajur", "isto é uma porta" etc., ao verem uma situação, diziam-nos: "isto é uma guerra", "isto é o amor de um pai pelo filho", e, assim, íamos aprendendo. Wittgenstein reconhece que aprendemos pelo uso, mas que tal processo não se dá somente de modo referencial, ou seja, a linguagem não é apenas uma referência aos fatos do mundo.

A segunda mudança efetuada por Wittgenstein foi quanto ao sentido das proposições. No "*Tractatus*", a condição de verdade das proposições depende das funções de verdade das proposições elementares. Wittgenstein percebe que, para compreendermos uma proposição, não recorremos às verdades últimas. O sentido de uma proposição não depende de suas condições de verdade, mas do "contexto no qual ela é enunciada e do uso que dela se faz nesse contexto" (SCHMITZ, 2004, p. 140). De acordo com Moreno (2006), a concepção de proposição deixa de ser um modelo exato da realidade e passa a ser compreendida como uma hipótese, que se

adequa à realidade, que pode ser reformulada a depender das circunstâncias em que é usada.

O primeiro Wittgenstein compreendia que o sentido apenas se mostra, mas não pode ser dito, logo, os problemas filosóficos só surgem porque não compreenderíamos a lógica de nossa linguagem. E é, paradoxalmente, a partir dessa ideia, que Wittgenstein começa a compreender que ele estava enganado. Não é a lógica que está no fundo, mas a própria linguagem (MORENO, 2004, p. 292) e podemos compreender uma proposição ao simplesmente usá-la.

Nas Investigações Filosóficas, Wittgenstein trata da linguagem não mais sob um ponto de vista da lógica, ou melhor, considera-a sob outra perspectiva, não sendo mais ela, pura e simplesmente - em uma perspectiva única -, que daria conta de tudo, mas ainda se encontra existente nas relações internas da linguagem. De acordo com Moreno (2005, p. 246), “as condições de significação serão situadas, após o *'Tractatus'*, nos usos da linguagem e não mais em sua forma lógica; a própria forma lógica será considerada um dos usos possíveis, vindo a perder seu antigo privilégio”.

Wittgenstein passa a entender que a busca de uma essência na linguagem está fadada ao fracasso, já que não há uma essência a ser descoberta. O segundo Wittgenstein se opõe ao essencialismo, ou melhor, ao tipo de essencialismo que praticava, pois, de certa forma, ele ainda continua a crer na existência de uma essência, porém, não mais a priori e não mais externa à linguagem, mas uma essência que é construída na linguagem.

Wittgenstein não abandona a concepção fundamental do "*Tractatus*", que “o que dizemos tem sentido em função de um certo número de restrições” (SCHMITZ, 2004, p. 146), todavia, a restrição a qual Wittgenstein se referia era a lógica, desse modo, só haveria sentido dentro de uma delimitação lógica. Wittgenstein, no entanto, passa a acreditar que tal delimitação é o próprio contexto da prática humana, e é assim que ele deixa de entender a existência de apenas uma única linguagem, mas a existência de diversas linguagens, que têm sua compreensão dependente do contexto e das regras, que ele considera agora como o que regula nosso fazer e pensar, isto é, tomam plenamente o lugar antes reservado à lógica, mas agora, não se pressupõe uma essência que esteja na base de toda e qualquer atividade. Wittgenstein, então, substitui a lógica pelo que ele chama agora de gramática.

Eis um resultado terapêutico que só será inteiramente assimilado pelo pensamento do próprio Wittgenstein bem depois de sua formulação no início dos anos 30 – quando ele finalmente puder dizer da gramática aquilo que ele dizia outrora acerca da lógica: que ela não tem contas

a prestar com a realidade e, especialmente, que as relações entre a linguagem e a realidade são definidas no interior da linguagem (MORENO, 2009, p. 161).

Para Wittgenstein, há a gramática superficial e a profunda. A primeira é sistemática ou formal (WITTGENSTEIN, 1999, §572², §573, §664), é a que fornece regras formais, isto é, que se referem aos fatos, que se detêm nas características imediatamente evidentes das expressões, em detrimento de seu uso geral. A gramática profunda (WITTGENSTEIN, 1999, §464) é seu uso prático em uma determinada linguagem, é a que fornece as regras do uso da linguagem em seu funcionamento interno, diz respeito às regras de uso que não podem revelar-se imediatamente na forma superficial da nossa gramática. De acordo com Silva (1996, p. 120), “quando Wittgenstein fala de gramática profunda, não fala de um sistema gramatical (que comportaria regras a transformar, etc.) [...] o uso linguístico reenvia sempre a uma práxis”. Wittgenstein sabia bem que a nossa gramática tem falta de clareza, e que daí procedem os problemas filosóficos (SILVA, 1996).

No contexto da filosofia de Wittgenstein, pode-se entender a gramática como o conjunto de regras dos jogos de linguagem. Por isso, Wittgenstein decide usar o termo jogo, pois jogos são caracterizados pela existência de regras. Assim, o filósofo se afasta de uma concepção única de linguagem e passa a falar em linguagens ou jogos de linguagem, uma variedade de usos, que são técnicas que desenvolvemos para manipular a linguagem, em diferentes situações. Wittgenstein decide chamar de jogo de linguagem “a totalidade formada pela linguagem e pelas atividades com as quais ela vem entrelaçada” (WITTGENSTEIN, 1999, §7). Essas outras atividades seriam um contexto maior, as formas de vida, que condicionam os modos de jogar os jogos de maneira mais ampla. Wittgenstein ainda acrescenta que, entre os jogos de linguagem, não há uma essência, como entendia no "*Tractatus*", mas semelhanças de família, quando faz analogia com as semelhanças entre membros de uma mesma família, que não são iguais, entretanto possuem algumas semelhanças que não são características fundamentais em todos os jogos, mas uma percepção a posteriori realizada por um usuário inserido em diversos jogos de linguagem.

Wittgenstein compreende que o significado fica determinado pelo uso. No entanto, Moreno (2006) alerta que a noção de uso não tem a função de fundamento

² Ao citar as obras de Wittgenstein, uso o número do aforismo do qual a citação foi retirada, já que esse filósofo escreveu a maior parte de suas obras nesse formato. O aforismo será indicado pelo símbolo “§”, mas, algumas obras são divididas em partes, então, nestas, indicarei tais partes, com números romanos, antes do aforismo.

do mesmo modo que a noção de razão tem na filosofia tradicional, pois o uso é um fundamento instável. As regras definem os usos e usamos as palavras de acordo com as regras, e é nesse uso que o significado vai se expandindo.

Os jogos de linguagem contêm gramáticas que fornecem as regras para o seu uso, do que depreendemos que a linguagem se torna em algum instante liberta da necessidade de justificativas externas a ela. Isto nos mostra que a gramática é autônoma. O segundo Wittgenstein passa a não ver mais a linguagem apenas como função de referência a um significado externo a ela, mas como a própria fonte de significados. Além de autônoma, a gramática é arbitrária, pois, como aponta Schmitz (2004) escolhemos regras (assim como poderíamos ter escolhido outras). Por exemplo, Wittgenstein compara uma regra a uma unidade de medida, pois é escolhida arbitrariamente e a usamos. Contudo, o autor deixa claro que as formas de vida indicam possibilidades.

A partir destas discussões advindas da terapia wittgensteiniana, o filósofo brasileiro Arley Moreno formulou uma Epistemologia do uso, em que defende que a gramática é autônoma e arbitrária e seus significados não são exteriores, ou seja, nega qualquer exterioridade à linguagem, seja ideal, mental ou empírica, como fundamento da significação.

A natureza linguística da álgebra

A matemática seria uma linguagem, um jogo de linguagem, uma gramática ou uma forma de vida? Para Bouveresse (1987), Wittgenstein não compreendia a matemática como uma linguagem, mas como preparação de uma, e um simples sistema de regras não pode ser considerado uma linguagem, só o pode em sua aplicação. A matemática, então, seria o oposto de uma linguagem, que não trata de nada, e que pode, na verdade, aplicar-se a tudo. Portanto, para Bouveresse (1987), a matemática é um sistema de regras, que se torna linguagem apenas em sua aplicação.

Gottschalk (2004a) já compreende a matemática como um jogo de linguagem, ou mesmo uma linguagem, e ainda diz, referindo-se mais detidamente à matemática escolar, que esta “pode ser vista como mais uma imagem do mundo, no sentido de que nos dá condições de sentido para a nossa experiência de um determinado ponto de vista” (GOTTSCHALK, 2004a, p. 5). Em outro artigo, Gottschalk (2004b, p. 323) compreende que a “matemática também é uma de nossas ‘Gramáticas’” e ainda revela que as proposições matemáticas constituem uma imagem do mundo. Ao se referir ao episódio do escravo Mênon, Gottschalk (2007, p. 27) entende que este teve

acesso a uma outra gramática. Quanto à álgebra, a mesma autora compreende como um jogo de linguagem.

Já Glock (1998) compreende a aritmética e a geometria como sistemas de regras, mas não cita a álgebra.

Não vejo nestas diferentes definições de autores que se apoiam em Wittgenstein uma contradição, pois o filósofo não quis que seus conceitos definissem, mas os jogos de linguagem são critérios de comparação, isto é, olhamos para a matemática e percebermos nas diversas atividades ligadas a ela os conceitos wittgensteinianos.

Pode-se pensar a matemática como um conjunto de jogos de linguagem aparentados entre si. Em termos de atividade matemática, pode-se pensar, como jogos de linguagem, as atividades de substituir valores numa equação, resolver um algoritmo, interpretar um problema, encontrar um ponto no plano cartesiano, dadas suas coordenadas, etc., e outros citados no aforismo 23 das Investigações Filosóficas por Wittgenstein.

Então, pode-se dizer que há jogos de linguagem matemáticos ou que a própria matemática é um jogo de linguagem. A matemática é um jogo, que possui jogos, como a álgebra, a aritmética ou mesmo quaisquer atividades matemáticas poderiam ser consideradas jogos de linguagem. Mas, ao fazer uma definição deste tipo, corre-se o risco de dogmatização, buscando um fundamento último. Não há limites pré-definidos sobre o que seja jogo de linguagem, pois pode-se considerar a matemática um jogo de linguagem, com a álgebra em seu interior, bem como dentro da própria álgebra considerar diferentes jogos de linguagem, como jogos que envolvam equação ou função, por exemplo.

Wittgenstein esclarece essa questão ao deixar bem claro que realiza uma terapia e, por isso, não são necessárias definições dogmáticas, mas esclarecimentos gramaticais.

Para que a matemática necessita de uma fundamentação? Necessita de uma, tão pouco, creio eu, do que as proposições que tratam de objetos físicos ou as que tratam das impressões dos sentidos necessitam de uma análise. Ainda que se precisam, tanto as proposições matemáticas como as outras, de uma clarificação de sua gramática³ (WITTGENSTEIN, 1987, VII, §16, tradução do autor).

³ “¿Para qué necesita la matemática una fundamentación?! La necesita tan poco, creo, como las proposiciones que tratan de objetos físicos o las que tratan de impresiones de los sentidos, necessitan un análisis. Aunque si precisan, tanto las proposiciones matemáticas como las otras, de una clarificación de su gramática”.

Porém, escolho falar em uma gramática da álgebra, pois, no sentido wittgensteiniano, gramática é o conjunto de regras de usos que se faz de uma palavra no interior de um jogo de linguagem ou mesmo em diferentes jogos de linguagem. É necessário esclarecer a gramática da álgebra, isto é, suas regras de aplicação. Wittgenstein (WITTGENSTEIN, 2014, §108) nos diz que a aritmética não é um jogo, mas fala que há jogos aritméticos. Ele parece dar argumentos para dizer que a álgebra possui uma gramática, quando diz que a aritmética não é um jogo da mesma forma que o deslocamento das peças do xadrez não é um jogo, ou seja, as regras é que fazem um jogo, jogo. Se considerarmos a aritmética como um conjunto de regras, ao se falar no jogo aritmético, já estamos falando de sua gramática.

Como já dito, há gramáticas que regem os jogos de linguagem, que são autônomas e arbitrárias. É nesse sentido que compreendo a questão da essência, ou seja, não mais como dependente de fatores externos à linguagem, mas dependentes da gramática, que passa a ser considerada como a priori. “A essência está expressa na gramática” (WITTGENSTEIN, 1999, §371). No entanto, tal necessidade se dá no uso da linguagem, negando a possibilidade de compreensão antes do contato com determinadas regras da gramática, por parte de indivíduos em processo de aprendizagem.

Nossa tese é que a álgebra possui uma gramática, um conjunto de regras sobre como se realizar o cálculo com outros símbolos, que muitas vezes apresentam semelhanças com as regras da aritmética, geometria e situações do cotidiano, mas que apresenta uma arbitrariedade e autonomia própria, além de hoje ter uma significação em si mesma, a partir do desenvolvimento das estruturas algébricas. Com os diversos usos, vai se ampliando o conceito de álgebra e agregando atividades ao seu conceito. Nesse sentido, qualquer definição de álgebra é a posteriori. Assim, ao se compreender a álgebra como um jogo de linguagem, e que, por consequência, possui uma gramática, estamos tomando um critério de referência, como na terapia de Wittgenstein, isto é, para mostrar que ela possui natureza e fundamentos convencionais.

Compreendo que há uma gramática da álgebra, pois, sua construção se fez a partir da arbitrariedade e tornou-se autônoma, ou seja, tornou-se potencialmente uma linguagem com regras definidas. Quanto à sua transmissão/ensino, ela se dá por regras, pela inserção nos usos, nos jogos de linguagens algébricas.

A álgebra pode ter nascido de um desenvolvimento da aritmética, mas ela ganhou características próprias de uma gramática, que se autodesenvolveu e permitiu

então que se pudesse, hoje, ver nas regras algébricas suportes para compreensões em outras áreas da matemática, assim como na própria experiência prática.

Para Wittgenstein, as proposições matemáticas são de natureza gramatical. Esta compreensão é fundamental para entender o posicionamento da filosofia da linguagem de Wittgenstein sobre todos os aspectos da matemática, já que isto vai desde sua natureza até seus aspectos pedagógicos. A álgebra não seria generalização, mas formalização, ou seja, muito mais do que um desenvolvimento natural em que letras passaram a representar números e símbolos representar operações mais complexas, a álgebra faz parte de um desenvolvimento de formalização de conceitos, e é a partir disso que ela pode ser entendida como tendo uma autonomia. Normalmente, considera-se que este é o desenvolvimento no conteúdo algébrico da matemática, pois é considerado como aquele que lida com a abstração e a generalização, mas que, de fato, é a formalização mais desenvolvida da matemática, que já traz uma gama de outros desenvolvimentos, tanto da prática quanto de seu autodesenvolvimento.

Pela Epistemologia do uso, apoiada na filosofia da linguagem do segundo Wittgenstein, pode-se compreender que não há uma essência para a álgebra, pois seu significado está no seu uso, no entanto, é válido dizer que há jogos de linguagem algébricos, que possuem uma gramática, ou seja, um conjunto de regras que rege os jogos de linguagem algébricos, e estes possuem semelhanças de família com outros jogos de linguagem (da matemática, da lógica, do cotidiano etc.) e não uma essência. No aforismo 23 das Investigações Filosóficas, Wittgenstein antes de citar alguns jogos de linguagem diz:

Quantas espécies de frases existem? Afirmação, pergunta e comando, talvez? – Há inúmeras de tais espécies diferentes de emprego daquilo que chamamos de “signo”, “palavras”, “frases”. E essa pluralidade não é nada fixo, um dado para sempre; mas novos tipos de linguagem, novos jogos de linguagem, como poderíamos dizer, nascem e outros envelhecem e são esquecidos. (Uma imagem disto pode nos dar as modificações da matemática.) (WITTGENSTEIN, 1999, §23).

A álgebra possibilita tais “novos jogos de linguagem”, pois ela permitiu a existência de alguns novos a partir de diversas modificações que a matemática vivenciou ao longo da história. Wittgenstein continua no aforismo 23: “O termo ‘jogo de linguagem’ deve aqui salientar que o falar da linguagem é uma parte de uma atividade ou de uma forma de vida”. A forma de viver humana, a cultura ocidental ou oriental, o modo de se fazer matemática, a necessidade de usar símbolos para abreviar conceitos, para facilitar cálculos, promoveram jogos de linguagem algébricos.

A expressão “jogo de linguagem” enfatiza o papel que nossas formas de vida têm na utilização de nossas palavras. Todo jogo de linguagem envolve uma gramática dos usos, as quais estão ancoradas em uma práxis, em uma forma de vida. Nesse sentido, o elo semântico entre a linguagem e a realidade não é dado apenas pelas regras que governam a linguagem, mas pelos próprios jogos de linguagem, pois as regras só têm sentido contra o pano de fundo de um determinado jogo de linguagem. Por conseguinte, os jogos de linguagem têm primazia sobre as regras. Com o conceito de “jogo de linguagem” Wittgenstein esclarece como atribuímos significado às nossas palavras. Segundo ele, estas só adquirem significados quando operamos com elas, portanto, dentro de um jogo de linguagem, que seria para Wittgenstein, a totalidade formada pela linguagem e pelas atividades com as quais vem entrelaçada (GOTTSCHALK, 2004b, 317-318).

Não são somente as regras algébricas que determinam o que significa, mas o uso em um jogo de linguagem que pode ser, por exemplo, resolver uma equação. Há diversos jogos de linguagens matemáticos e particularmente algébricos, em que regras da aritmética não valem para álgebra, então, é nesse ponto que o jogo de linguagem oferece uma delimitação.

Ao repetir alguns jogos de linguagem listados por Wittgenstein no aforismo 23, como comandar e agir, segundo comandos, relatar um acontecimento, expor uma hipótese e prová-la, ler, cantar uma cantiga de roda, resolver enigmas, contar, resolver um exemplo de cálculo aplicado, traduzir de uma língua para outra, saudar, orar (e acrescento) “e tantos outros”. Entre esses “tantos outros” pode estar: calcular com letras, resolver equações algébricas, modelar situações, perceber relações funcionais etc. Ou pode-se mesmo usar alguns dos já citados por Wittgenstein, pois, em problemas algébricos, tem-se que agir segundo comandos, que poderiam ser fórmulas ou traduzir de uma língua para outra, se entendermos que compreender expressões e fórmulas com letras ou alguns tipos de exercícios demandam uma tradução para a língua natural ou simplesmente resolver um exemplo de cálculo aplicado.

Gramática da álgebra no ensino

A gramática da álgebra, como qualquer gramática, é arbitrária, por isso, é precipitado pensá-la como uma referência de algum conhecimento suprassensível e/ou que tal existiria na mente do aluno. A noção de arbitrariedade, destacada por Moreno em sua Epistemologia do uso, enfatiza que a descrição gramatical é realizada pela exemplificação e pela relação com a atividade simbólica. Baseados em Moreno (2005), entendo que a descrição gramatical ou a descrição das regras da álgebra, a partir da exemplificação é uma possibilidade, no entanto, que sejam das relações

internas de sentido, pois, nesse caso, a exemplificação forneceria o contexto ideal para que transições de sentido se apresentem.

Wittgenstein afirma que “Todo signo por si só parece morto. O que lhe dá vida? No uso ele vive” (WITTGENSTEIN, 1999, §432), ou seja, o símbolo por si só não tem significado, ele passa a ter no uso. A linguagem algébrica passa a ter significado quando usada em exemplos, aplicações, comparações e, por isso, não se pode dizer que ela exista anteriormente ao seu uso, na mente, na realidade etc. Para Moreno (2005), o uso de exemplos amplia a prática linguística, uma vez que estes se utilizarão de instrumentos variados, como analogias e situações. Assim, compreendo que, na tentativa de soluções das dificuldades de aprendizagem, deve-se buscar um caminho pautado no conteúdo algébrico e em como tal pode ser transmitido para o aluno.

O aspecto da atividade simbólica deve ser compreendido como reflexão sobre o sentido, interno ao simbolismo gramatical e como ritual simbólico. As ligações internas de sentido da linguagem não têm explicações causais, mas se realizam no uso simbólico que fazemos em variadas situações. Moreno (2005) entende que o objeto simbólico é autônomo e, a partir de sua criação e aceitação, torna-se independente. O símbolo ganha significado devido ao seu uso e o seu uso passa a definir o seu significado e, assim, passa-se a usar os símbolos para explicar fatos do mundo, como as fórmulas, as equações e as funções algébricas fazem com relação a muitas situações.

A álgebra, considerada como um jogo de linguagem formal, seria tão arbitrária e autônoma quanto um jogo de linguagem não-formalizável, como um dialeto não escrito ou algumas atitudes humanas, como gestos, que são compreendidos em algum contexto. Há em qualquer jogo de linguagem relações internas de sentido, que só são compreendidas quando se está imerso no sistema simbólico, ou seja, no caso da álgebra, não haveria como esperar compreensões, sem a apresentação das regras, sem o uso, sem a imersão na sintaxe algébrica e em seus consequentes usos.

As chamadas áreas que formam a matemática, como a aritmética, a álgebra e a geometria, pode-se considerar como contendo uma gramática, pois possuem um conjunto de regras próprias, que possibilitam jogos de linguagem e que, por ter conteúdos convencionais, poderiam até ser aprendidas separadamente, mas que fazem parte de uma gramática mais ampla que é a da matemática. Quando um aluno começa a aprender aritmética na educação básica, ele está sendo inserido nessa gramática que, para ele, é toda a matemática que existe. Em seguida, ele é apresentado à geometria e depois à álgebra, que são jogos diferentes. São gramáticas

diferentes, com semelhanças de família entre seus jogos de linguagem, mas que precisam ter seus limites de comparação, devido às particularidades de cada conteúdo. Com o tempo, o conceito em si de matemática será ampliado e as semelhanças e conexões realizadas permitirão que se construa mais relações entre as áreas, aparentando que tudo faz parte de uma mesma gramática, de um mesmo jogo – como se houvesse uma essência por trás de todo conteúdo matemático.

De fato, a própria dimensão do jogo muda, ele passa a abarcar novas regras. Não teria problema em se ver assim a matemática, como um único jogo – pois entendo essas áreas como parte de uma gramática denominada matemática –, mas é problemático pensar que um aluno que ainda não teve contato com outras áreas possa, por exemplo, a partir apenas da aritmética intuir noções algébricas. Concepções filosóficas realistas e idealistas apontam nesse sentido. O conceito de matemática para um aluno que está no 3º ano do ensino fundamental I é diferente de um aluno que está no 9º ano. No 3º ano, ele poderia resumir a matemática a números, mas, no 9º ano, ele poderá falar em muito mais objetos. Com o tempo, ele poderá ver os conteúdos já dominados como pertencentes a uma só gramática. A essência é expressa na gramática.

Geralmente, causa surpresa aos professores quando percebem que o aluno não realiza generalizações ou abstrações do modo esperado. O problema é que o peso disso recai sobre o aluno e não sobre o método de ensino do professor, ou quando isto ocorre, recorre-se às teorias cognitivas e não à linguagem. O trabalho do professor deve ser sobre a linguagem algébrica e sua estrutura própria de um jogo com regras próprias, que possui sim semelhanças com outras áreas, mas que não depende delas para compreensão.

A álgebra é pública, é um consenso social, e possui técnicas de emprego dos signos que, geralmente, são letras, variáveis, incógnitas, em operações, equações, funções etc. A álgebra demanda habilidades próprias de uma linguagem que devemos conhecer para dominar esta área, e isso não envolve um processo mental privado, mas linguístico. Hebeche (2002) esclarece que as ilusões gramaticais surgem, quando se concebe a palavra representação ou imagem como objetos, que é a posição da metafísica tradicional, que se origina na concepção agostiniana da linguagem. Assim, a linguagem seria apenas um meio que transporta informações sobre algo que originalmente não se encontra nela. Para Hacker (1990 *apud* HEBECHE, 2002, p. 199), o único critério é a exteriorização e assim, “uma representação mental não é uma amostra interna que possa ser comparada com a realidade”.

Assim, como é possível usar certas regras que não tenham uma aplicação empírica? Aprende-se a seguir a nova regra, do mesmo modo que aprendemos a efetuar novas somas, que não tínhamos ainda aprendido. Entendo que para um aluno que nunca viu um cálculo com letras, uma soma simples do tipo " $a + a$ " lhe parece algo estranho e sobre o qual não podemos esperar ou exigir do aluno uma intuição, pois operar com letras necessita de novas regras, de um novo conjunto de regras, portanto, de uma nova gramática.

Não há uma essência de jogo de linguagem, assim, é a variedade de usos que favorece o significado. Desse modo, é necessário apresentar ao aluno as várias possibilidades de uso das letras em conteúdos matemáticos, por exemplo, e não se esperar que ele possa compreender por alguma "racionalidade natural" que o uso de uma letra como variável é diferente do uso como incógnita ou que o uso que se faz de uma soma aritmética é diferente da soma algébrica. Não há uma essência por trás das atividades que podem ser consideradas algébricas e aritméticas, mas apenas semelhanças de família.

Alguém que conhece somente a aritmética verá equações e expressões algébricas como um emaranhado de letras escritas no quadro ou no papel, por isso, ele precisa ser ensinado a ver de outro modo, ver uma equação do 2º grau que tem determinadas raízes como solução, por exemplo. Essa nova forma de ver depende do domínio das regras do novo jogo apresentado, que não são óbvias, nem dedutíveis, nem descobertas, em geral, mas devem ser aprendidas, como mostra Gottschalk (2008, p. 81):

Não se trata de descobrir algo que já exista de alguma maneira: não há nada a ser descoberto antes que disponhamos de um método que nos permita procurar. As proposições da matemática não se referem a algo a ser descoberto, não têm uma função descritiva, mas sim paradigmática, ou seja, são vistas por Wittgenstein como regras de como proceder.

Não é possível construir significados por meio de apenas explicações, mas a partir do uso, ou seja, não adianta apenas explicar como se resolve uma equação ou não se pode esperar que um aluno faça relações abstratas ou generalize conceitos aritméticos, em um âmbito algébrico, se ainda não lhe foram dadas oportunidades de uso dessa nova linguagem. É no uso que um aluno começa a construir significados e é nele que um professor consegue transmitir conteúdos.

Considerações finais

O professor precisa estar preparado para ensinar matemática dando ênfase à linguagem. É necessário aprender a ensinar, enfatizando as diferentes linguagens que interagem na sala de aula, a saber, a linguagem natural, a linguagem matemática, a linguagem do professor e a do aluno. Cada uma dessas linguagens tem características próprias que podem influenciar umas nas outras e colaborar com a interação necessária para que o aluno aprenda matemática na escola. O ensino de matemática com ênfase na linguagem propicia a comunicação entre aluno e professor, nesse sentido, é preciso que a linguagem do professor esclareça os significados dos símbolos matemáticos, bem como as regras que governam os textos em que esses símbolos se inserem.

Grande parte dos problemas de aprendizagem de conteúdos da matemática está relacionada à compreensão da escrita de seus enunciados em que os significados dos símbolos devem ser interpretados. Compreendo que não temos acesso ao pensamento do aluno, temos acesso apenas àquilo que é expresso em suas palavras, faladas e escritas, por isso uma atenção maior à linguagem é tão necessária.

O sentido pode – e deve – ser construído, por meio do uso de semelhanças com outros conteúdos, mas contra uma concepção essencialista, não se pode esperar que um aluno aprenda regras algébricas pelo fato de já conhecer regras da aritmética ou a partir de quaisquer outras áreas da matemática ou do conhecimento. As diferentes áreas da matemática podem ser vistas como jogos autônomos de linguagem se considerarmos que cada jogo possui sua gramática. É sua relação com o mundo e suas aplicações que fazem com que tenha tanta importância em nossas formas de vida. Aprendemos pelo uso e com a prática vamos ampliando os limites do emprego de nossos conceitos. Compreender uma palavra é simplesmente ser capaz de seguir uma ou mais regras da gramática, ou seja, ao usarmos um símbolo linguístico já estamos atribuindo um significado a ele.

Busco apresentar, neste texto, uma reflexão sobre a gramática da álgebra, como compreensão a respeito desta disciplina, que indica uma visão não dogmática, não essencialista e não referencial, ou seja, não se pretende como uma definição única, mas que está suscetível a mudanças; não possui uma essência a priori, mas é autônoma, e sua linguagem não é referência a algo extralinguístico. Isso amplia o leque de possibilidades pedagógicas, colocando na linguagem a perspectiva de uma construção e transmissão do conhecimento algébrico, como algo que deve ser realizado, por este ser um conteúdo historicamente construído e que nós, professores,

temos o dever de transmitir aos nossos alunos, entendendo que ela é de fato um conteúdo novo, que deve ter sua gramática apresentada, usando todos os recursos possíveis para facilitar a aprendizagem.

Referências

AZIZE, Rafael Lopes. Os inícios da abertura pragmática de Wittgenstein: o princípio do contexto. **Cognitio/Estudos: Revista Eletrônica de Filosofia**. Centro de Estudos do Pragmatismo – Programa de Estudos Pós-Graduados em Filosofia. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, n. 1, 2004.

BOUVERESSE, Jacques. **La force de la règle**: Wittgenstein et l'invention de la nécessité. Paris: Les Éditions de Minuit, 1987.

GLOCK, Hans-Johann. **Dicionário de Wittgenstein**. Rio de Janeiro: Zahar, 1998.

GOTTSCHALK, Cristiane. A Natureza do Conhecimento Matemático sob a Perspectiva de Wittgenstein: algumas implicações educacionais. **Cadernos de História e Filosofia da Ciência** (UNICAMP), v. 14, p. 305-334, 2004a.

GOTTSCHALK, Cristiane. Reflexões sobre contexto e significado na educação matemática. **VII Encontro Paulista de Educação Matemática**. São Carlos: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2004b.

GOTTSCHALK, Cristiane. Uma concepção pragmática de ensino e aprendizagem. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 33, n. 3, p. 459-470, set./dez. 2007.

GOTTSCHALK, Cristiane. A construção e transmissão do conhecimento matemático sob uma perspectiva wittgensteiniana. **Cad. cedes**, campinas, vol. 28, n. 74, p. 75-96, jan./abr. 2008.

HEBECHE, Luiz. **O mundo da consciência**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2002.

KNIJNIK, Gelsa. Juegos de lenguaje matemáticos de distintas formas de vida: contribuciones de Wittgenstein y Foucault para pensar la educación matemática. **Educación Matemática**, v. 25, p. 146-161, 2014.

MIGUEL, Antônio. Historiografia e Terapia na Cidade da Linguagem de Wittgenstein. **Bolema** (Rio Claro), v. 30, p. 368-389, 2016.

MORENO, Arley Ramos. Uma concepção de Atividade Filosófica. **Cadernos de História e Filosofia da Ciência** (UNICAMP), CLE / UNICAMP, v. 14, n. 2, p. 275-302, 2004.

MORENO, Arley Ramos. **Introdução a uma pragmática filosófica**: de uma concepção de filosofia como atividade terapêutica a uma filosofia da linguagem. Campinas, São Paulo. Editora da UNICAMP, 2005.

MORENO, Arley Ramos. **Wittgenstein**: os labirintos da linguagem. Campinas: Editora Moderna, 2006.

MORENO, Arley Ramos. Pragmática da relação/propriedade interna. **Dois pontos**, Curitiba, São Carlos, vol. 6, n. 1, p.145-166, abril, 2009.

SCHMITZ, François. **Wittgenstein**. São Paulo: Liberdade, 2004.

SILVA, José Moreira da. Linguagem, metalinguagem e gramática em Ludwig Wittgenstein. **Philosophica** 7, Lisboa, Edições Colibri, 1996, pp. 105-123.

SILVEIRA, Marisa. R. A. A ênfase da linguagem na educação matemática: das palavras incertas às palavras com sentido. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática (REnCiMa)**, v. 11, p. 1-12, 2020.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Observaciones sobre los fundamentos de la matemática**. Edición de G. Henrik von Wright, R. Rhees y G. E. M. Anscombe. Versión española de Isidoro Reguera. Alianza Editorial, Madrid, 1987.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Investigações filosóficas**. Tradução de José Carlos Bruni. São Paulo: Nova cultural, 1999.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **The Big Typescript** - Escrito a máquina. Madrid: Editorial Trotta, 2014.

Submetido em julho de 2021.

Aceito em março de 2022.

