

Uma Pesquisa Qualitativa: regulação da aprendizagem um contexto de aulas de Cálculo

A Qualitative Research: learning regulation in a context Calculus classes

Regina Luzia Corio de Buriasco¹

Marcele Tavares Mendes²

Resumo

Este artigo apresenta os procedimentos metodológicos de uma pesquisa, de natureza qualitativa de cunho interpretativo, que investigou a utilização da Prova em Fases como recurso para a regulação da aprendizagem em aulas de Cálculo Diferencial e Integral. O trabalho apresenta também aspectos dos fundamentos que serviram para seu delineamento e desenvolvimento – a Educação Matemática Realística e a Avaliação como Prática de Investigação e Oportunidade de Aprendizagem, assim como trechos das análises realizadas que apontam reflexões acerca do processo de avaliação integrado ao processo de ensino e de aprendizagem na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. Essa pesquisa evidenciou que a Prova em Fases, aliada à análise da produção escrita, permite ao professor rever a sua ação e suas escolhas didáticas e aos alunos, repensar suas estratégias de estudo.

Palavras-chave: Educação Matemática. Pesquisa Qualitativa. Prova em Fases. Regulação da Aprendizagem.

Abstract

This article presents the methodological procedures of research in qualitative interpretative, that investigated the use of Stage Test as a resource for the regulation of learning Differential and Integral Calculus classes. This work also presents aspects of the foundations that have served to its design and development - Realistic Mathematics Education and Evaluation Practice as Research and Learning Opportunity, as well as excerpts from analyzes that link reflections on the integrated assessment process to the teaching process and learning the discipline of Differential and Integral Calculus. This research showed that the Stage Test together with the production of written analysis, allowed the teacher to review their action and their educational choices and students, study rethink their strategies and regulate their written productions.

Keywords: Mathematics Education. Qualitative Research. Stage Test. Regulation of Learning.

¹ Doutora em Educação pela Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP). Docente do Depto. de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL), Londrina-PR, Brasil. Bolsista do CNPq. E-mail: reginaburiasco@gmail.com.

² Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL). Docente do Depto. de Matemática da Universidade Federal Tecnológica do Paraná (UFTPR) campus de Londrina, Londrina-PR, Brasil. E-mail: marceletavares@yahoo.com.br.

Introdução

O ensino de matemática³, em especial de Cálculo Diferencial e Integral (CDI), no Ensino Superior ainda é comumente pautado em modelos tradicionais de ensino, nos quais os alunos, a partir das instruções expositivas do professor, resolvem “exercícios-tipo”. Nesse contexto, geralmente as competências desenvolvidas pelos alunos restringem-se às de reprodução e de memorização, que não raro, desaparecem logo após a realização das provas. Com isso, os altos índices de evasão e reprovação na disciplina de CDI se mantêm.

Ainda, de modo geral, apenas uma avaliação somativa é utilizada para avaliar as atividades dos alunos, de forma estanque, com a qual se pretende avaliar o desempenho, com o objetivo de classificá-los ou certificá-los. As respostas dos alunos são consideradas apenas como “corretas” ou “incorretas” e não se busca analisar as produções na expectativa de aproveitá-las para propor mudanças. Com isso perde-se a “oportunidade de compreender as habilidades já desenvolvidas pelos alunos ou a aprendizagem em cada etapa do processo de ensino” (CURY, 2005, p. 2).

Em vista disso e da necessidade de discutir estratégias para superar e/ou repensar o atual contexto para o ensino de Cálculo, este artigo apresenta o processo metodológico de uma pesquisa que buscou desenvolver uma prática avaliativa que favorecesse alguma mudança no modelo de avaliação comumente desenvolvido nas disciplinas de Cálculo, impactando o modelo de ensino e de aprendizagem e, consequentemente, e não por propósito, o grande número de repetências e evasões. Os procedimentos metodológicos aqui apresentados serviram a uma pesquisa qualitativa de cunho interpretativo, que investigou a utilização da Prova em Fases como recurso para a regulação da aprendizagem.

Esses procedimentos indicam estratégias/encaminhamentos que podem ser adotadas por professores/pesquisadores. No campo da educação, contudo, não existem receitas prontas. Sendo assim, cabe a cada professor/pesquisador planejar estratégias de intervenção que contribuam para desenvolver a autonomia do seu aluno e que favoreçam a aprendizagem.

Também neste artigo serão apresentadas algumas ideias dos fundamentos que serviram para o delineamento e desenvolvimento da pesquisa, assim como trechos das análises realizadas que apontam reflexões acerca do processo de avaliação integrado ao processo de ensino e de aprendizagem na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral.

³ Como matemática, neste artigo, entenda-se matemática escolar.

Demarcando o Terreno – Ensino, Aprendizagem e Avaliação

Os pressupostos de ensino e de aprendizagem de Matemática nos quais a pesquisa relatada foi desenvolvida fundamentam-se na Educação Matemática Realística – RME, abordagem de ensino cujo desenvolvimento foi inspirado, principalmente, nas ideias e contribuições de Hans Freudenthal (1905-1990) e que tem sido tomado como um referencial teórico para os estudos/pesquisas do GEPEMA⁴. De modo particular, nesta pesquisa, esses pressupostos estão intimamente ligados às atitudes das pesquisadoras de tal forma que não são apresentados diretamente com o intuito de serem fundamentos para a criação da pesquisa, mas para demarcar a perspectiva de ensino e de aprendizagem que foi considerada.

Os pressupostos da Educação Matemática Realística considerados são:

- matemática como atividade humana: a matemática como a atividade de organizar matematicamente a realidade, que evolui e transforma-se sob a influência das modificações sociais;
- matematização da realidade: a matemática torna-se um meio de organizar uma situação e não um fim;
- reinvenção-guiada de conteúdo: aos alunos deve ser dada a oportunidade “guiada” para “re-inventar” matemática;
- articulação da matemática com outros domínios;
- compreensão ao invés da reprodução de mecanismos.

Nessa perspectiva, a matemática deve estar conectada à realidade, ser pertinente à sociedade, e ao aluno a quem deve ser dada a oportunidade “guiada” para “re-inventá-la”, (FREUDENTHAL, 1979, 1983, 1991; TREFFERS, 1987; DE LANGE, 1987; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 1996; GRAVEMEIJER, 2005).

Por reinvenção-guiada, Freudenthal (1973) denomina a estratégia de ensino construída a partir da análise e da interpretação da matemática como uma atividade humana. Ainda destaca que, nessa estratégia, o aluno deve desenvolver algo novo para ele, mas bem conhecido para o professor (FREUDENTHAL, 1991). O foco do ensino passa da matemática (produto de um processo de matematização) para o processo de matematizar, de organizar a realidade usando ideias e conceitos matemáticos.

⁴ Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação – GEPEMA (<http://www.uel.br/grupoestudo/gepema/>) do programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina, coordenado por Dra. Regina Luzia Corio de Buriasco.

A autoridade do professor como aquele que valida conhecimento é trocada pela autoridade como guia, pela maneira com que seleciona as tarefas⁵, inicia e encaminha as discussões e as construções matemáticas dos alunos (GRAVEMEIJER, 1994). Nessa perspectiva, a da reinvenção-guiada, ao aluno cabe ser o “autor” do seu próprio conhecimento e ao professor se estabelece a responsabilidade de criar um ambiente que oportunize “essa autoria”.

É esperado que o ambiente de sala de aula oportunize ao aluno se colocar em um contexto em que seu compromisso com a aula transpasse o desenvolvimento fragmentado, mecânico e reproduutor de competências, para que possa tornar-se o condutor do próprio processo de aprendizagem, por meio de tarefas que suscitem e abranjam os níveis de conexão e de reflexão.

Para De Lange (1999), uma tarefa que envolve informações de linhas curriculares diferentes, que requer a decodificação e a interpretação de linguagem simbólica e formal, entendendo suas relações com a linguagem natural, ou, ainda, diferentes representações de um mesmo problema, enquadra-se no conjunto de tarefas ditas de “conexão”. Esse nível inclui, além de formulação e solução de problemas e situações, o desenvolvimento de estratégias, a previsão e a verificação de soluções. Para o mesmo autor, uma tarefa de reflexão, além do que é exigido no de conexão, requer que os alunos analisem, interpretem, desenvolvam seus próprios modelos e estratégias e apresentem argumentos matemáticos incluindo provas e generalizações. Com tarefas desse nível de competência, os alunos são convidados a matematizar.

A avaliação aqui apresentada é fundamentada na perspectiva de avaliação adotada pelo GEPEMA – uma Avaliação como Prática de Investigação e Oportunidade de Aprendizagem, uma prática complexa e integrada no âmbito escolar, de natureza didática. Essa natureza implica em exercê-la como processo, ao longo de toda a ação de formação, com o objetivo de contribuir para a aprendizagem em curso, informando o professor das condições em que essa aprendizagem está transcorrendo e o aluno da sua própria trajetória, dos seus êxitos e de suas dificuldades. Assim, a avaliação está a serviço da aprendizagem, oportunizando momentos de reflexão tanto para o aluno quanto para o professor; a este, para que regule seu processo de ensino e intervenha, àquele, para que regule seu próprio processo de aprendizagem.

⁵ Tarefa é o trabalho que o professor propõe na sala de aula e que constitui o ponto de partida para o desenvolvimento da atividade matemática do aluno. Nesta pesquisa, as tarefas dos alunos são as questões propostas na Prova em Fases.

No processo de regulação da aprendizagem, o aluno busca compreender a situação de aprendizagem, sendo, para isso, necessário compreender sua produção no que tange tanto ao que errou ou acertou quanto aos progressos para, respectivamente, corrigi-los e desenvolver o conhecimento envolvido. Para alcançar desse objetivo, cabe ao professor analisar a produção do aluno, formular hipóteses a respeito do raciocínio utilizado, não apontando erros, mas fazendo questionamentos ou dando pistas de orientação da ação a ser desenvolvida pelo aluno. Assim, a ação de regular cabe ao professor e ao aluno, o professor regula o processo de ensino, e o aluno, o da sua aprendizagem. Conforme Hadji (1994, p. 120), “só o aprendente é verdadeiramente capaz de regular a sua actividade de aprendizagem, porque só ele é capaz de conhecer os seus processos e de os corrigir”.

Elementos do Processo Metodológico

Os procedimentos metodológicos aqui apresentados serviram a uma pesquisa qualitativa de cunho interpretativo, em que **a problemática** foi investigar a utilização da Prova em Fases como recurso para a regulação da aprendizagem. No qual especificamente buscou-se discutir:

- a utilização da produção escrita dos alunos em uma Prova em Fases como recurso de ensino;
- a utilização da produção escrita dos alunos em uma Prova em Fases como propulsor da regulação da aprendizagem;
- a utilização da Prova em Fases como meio de repensar a prática letiva, em especial, na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral;
- algumas características de “boas” questões para uma prova, em particular, para uma Prova em Fases.

Os sujeitos da pesquisa foram a professora e 48 alunos matriculados na disciplina de CDI em um curso de Engenharia de Materiais de uma universidade federal no Paraná no segundo semestre de 2011. O desenvolvimento da pesquisa pode ser dividido em três momentos: Elaboração da Prova em Fases; Aplicação da Prova em Fases; Percepção dos alunos no processo. A partir da aplicação da Prova em Fases e do uso de um instrumento para recolha de informações a respeito da percepção dos alunos no processo, têm-se os elementos da pesquisa: produções escritas dos alunos; intervenções escritas da professora; resposta aos

questionamentos a respeito de suas percepções do uso do instrumento Prova em Fases e os reflexos em suas aprendizagens.

Alguns elementos da pesquisa foram selecionados para uma análise específica à luz dos pressupostos da Educação Matemática Realística e da avaliação da aprendizagem. Com isso, a partir das compreensões construídas, realizou-se uma análise geral, retomando algumas compreensões construídas ao longo do processo e apresentando contextos de possíveis outras pesquisas.

O fenômeno estudado, a Prova em Fases como recurso para regulação da aprendizagem, foi observado e teve seus dados recolhidos em situações de avaliação no cotidiano de uma sala de aula.

O número de alunos em sala nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral nos cursos de Engenharias dificulta a interação aluno-professor. Por conseguinte, é quase inviável que, com base na falta de oportunidade, todos os alunos se posicionem. Na prática, a comunicação individual é feita por meio da linguagem escrita, o que aponta para a necessidade de um olhar reflexivo para esse meio de comunicação a fim de fazê-lo um instrumento que não apenas comunica, mas oferece a oportunidade de regular e orientar o processo de ensino e de aprendizagem.

Nessa expectativa, a Prova em Fases foi elaborada com base nos conteúdos do Quadro 1. A intenção foi fazer dela um instrumento de comunicação, que oportunizasse identificar as dificuldades e potencialidades dos alunos nos conteúdos envolvidos para orientar as decisões relativas à aprendizagem e, de modo especial, instruir o aluno sobre seu próprio percurso para regular a aprendizagem. Também se buscou, por meio das questões da “prova”, gerar a oportunidade de o aluno reelaborar conteúdos considerados básicos para um curso de Cálculo Diferencial e Integral I. Os conteúdos contemplados na Prova em Fases são os primeiros três blocos do programa da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I.

C1	Sistematização dos Conjuntos Numéricos	Identificação dos conjuntos numéricos; o corpo dos números reais; a reta numerada real; valor absoluto, desigualdades reais e algumas propriedades algébricas dos números reais.
C2	Sistema Cartesiano Ortogonal	Representação de dados em sistemas de eixos coordenados: Sistema Cartesiano Ortogonal.
C3	Relações e Funções no Espaço Real Bidimensional	Definição de Relação e de Função; funções e representações gráficas de funções elementares; funções pares e ímpares; transformação de funções por meio de: translação, compressão e estiramento etc.; funções compostas; funções injetivas, sobrejetivas e bijetivas; funções inversas;

		funções exponenciais e logarítmicas; funções trigonométricas e suas inversas.
--	--	---

Quadro 1 - Conteúdos contemplados na Prova em Fases.

Fonte: MENDES (2014, p.63).

Ressalta-se que esse instrumento foi o meio com o qual a professora guiou o aluno a construir ou fazer uso de seus conhecimentos dos conteúdos contemplados. Conforme planejamento foi, também, o instrumento para a primeira avaliação parcial da disciplina. Não foram realizadas aulas específicas para tratar desses conteúdos, e os processos de ensino e de aprendizagem foram desenvolvidos exclusivamente por meio da análise da produção escrita de cada aluno feita pela professora.

A Prova em Fases configurou-se, em princípio, como um instrumento de avaliação da produção escrita do aluno, de caráter individual, realizada na sala de aula em momentos estabelecidos pela professora, não havendo consulta de materiais nesses momentos. A produção escrita foi feita exclusivamente com caneta, sendo utilizada uma cor diferente para cada fase, e os alunos foram informados que não rasurassem a produção de fases anteriores.

Na primeira fase, cada aluno conheceu o instrumento de pesquisa (um caderno de questões) e resolveu algumas das questões da prova. Com essa primeira produção, foi iniciada a análise da produção escrita como propulsora da regulação da aprendizagem. As produções foram analisadas e, com base nelas, foram feitos questionamentos e considerações por escrito, na prova de cada aluno a respeito da resolução completa ou parcial apresentada. Os questionamentos e considerações não foram correções, mas intervenções escritas, pois não houve menção a correto ou incorreto. O aluno interpretou e decidiu o caminho que devia seguir, tanto na produção escrita nessa prova, como em seus estudos. Ao final do tempo estabelecido, a prova foi recolhida e, com isso, foi encerrada a primeira fase.

Em momentos considerados oportunos, foram indicados livros, *sites*, sugeridos atendimentos individuais, uma vez que era esperado que esse instrumento favorecesse a aprendizagem. Com isso ampliou-se a função do instrumento, que passou a ser um instrumento de ensino e de aprendizagem.

A Figura 1 é um esquema que intenciona sintetizar a Prova em Fases no contexto da pesquisa como instrumento de ensino, de aprendizagem e de avaliação.

ENSINO	O professor guia o aluno a construir ou a fazer uso de seus conhecimentos relativos aos conteúdos necessários para resolver as questões da prova por meio das intervenções escritas.
APRENDIZAGEM	O aluno constrói ou faz uso de seus conhecimentos a partir do lidar com as questões, das intervenções do professor, das apreciações de sua produção escrita ao longo das fases, regula seu próprio percurso de aprendizagem.
AVALIAÇÃO	As fases favorecem uma avaliação integrada ao processo de ensino e de aprendizagem. A nota final surge a partir da correção das escolhas das estratégias ao longo da prova, dos procedimentos escolhidos para efetivação das estratégias, das respostas dadas aos problemas, assim como das intervenções escritas.

Figura 1 - Prova em Fases – no ensino, na aprendizagem, na avaliação.

Fonte: MENDES (2014, p.58)

A segunda fase foi iniciada no momento em que a prova com a intervenção escrita foi devolvida para o aluno ler, analisar os questionamentos e apontamentos, respondê-los se achasse necessário e, também, para resolver outras ou as mesmas questões. Na segunda fase do mesmo modo que na primeira fase, o lidar com as questões (produção escrita) foi de caráter individual, realizado na sala de aula em momentos pré-estabelecidos, sem consulta de materiais. Essa fase se encerrou após as produções escritas dos alunos terem sido analisadas e novas intervenções terem sido realizadas.

Na data agendada⁶, a prova foi novamente entregue aos alunos e iniciou-se a terceira fase, com as mesmas características das fases anteriores. Esse processo de vaivém continuou em cada fase até o encerramento do cronograma apresentado no Quadro 2.

Data	FASE	Número de aulas para realização
24/08/2011	1^a fase	3 aulas
14/09/2011	2^a fase	3 aulas
28/09/2011	3^a fase	3 aulas
04/10/2011	4^a fase	3 aulas
14/10/2011	5^a fase	3 aulas
18/10/2011	6^a fase	3 aulas
01/11/2011	7^a fase	3 aulas
16/11/2011	8^a fase	3 aulas
22/11/2011	9^a fase	3 aulas
07/12/2011	10^a fase	3 aulas

Quadro 2 - Datas de realização da Prova em Fases.

⁶ Foram destinadas 15 aulas do cronograma da disciplina para a realização da Prova em Fases de um universo de 102 aulas presenciais e outras 15 aulas foram agendadas em horário extraclasse.

Fonte: MENDES (2014, p.67).

O caminho que cada aluno seguiu a partir das intervenções escritas, durante cada fase, para regular a sua produção escrita, consequentemente sua aprendizagem, não foi passível de ser acompanhado. Entretanto, a análise da produção escrita das diferentes fases pôde revelar algumas das “pegadas” desse caminhar.

O resultado final (nota) dessa prova surgiu a partir da utilização de uma escala de classificação, na qual, para cada questão, foram consideradas as escolhas das estratégias, os procedimentos desenvolvidos para efetivação das estratégias, as respostas dadas tanto às questões quanto aos questionamentos levantados pelo professor ao longo da prova.

A Figura 2 é um esquema da dinâmica da Prova em Fases utilizada na pesquisa.

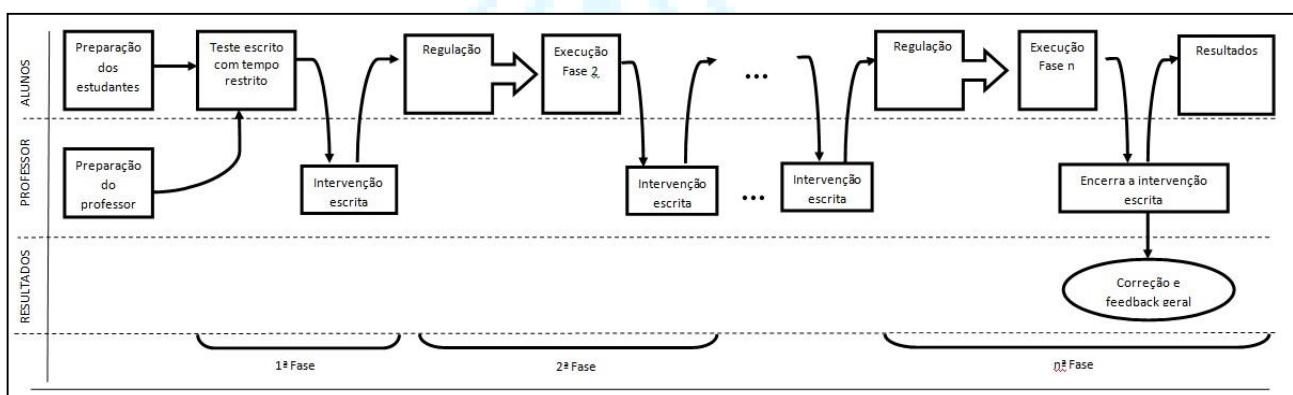


Figura 2 - Esquema para a Prova em Fases

Fonte: MENDES (2014, p.50)

A Prova em Fases utilizada como instrumento de coleta de informação foi composta por vinte e cinco (25) questões de matemática. Cada uma das questões foi selecionada levando-se em conta o conhecimento de conteúdos de matemática considerados básicos para a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, as competências apresentadas nos PCN+ e os níveis de competências discutidos por De Lange (1987).

A descrição do que é necessário o aluno saber para resolver a questão refere-se aos conteúdos, estratégias e procedimentos possivelmente aprendidos no Ensino Médio que poderão ser utilizados para lidar com a questão. Com isso, pressupõe-se uma comunicação escrita que formaliza o conhecimento do aluno a partir da sua própria regulação da aprendizagem.

Por buscar construir um instrumento de avaliação integrada ao processo de ensino e de aprendizagem, ou seja, uma avaliação como oportunidade de aprendizagem, fez-se uma adaptação do modelo de “Pirâmide de Avaliação” de De Lange (1999), modelo que organiza

uma prova escrita na perspectiva da Educação Matemática Realística. Do modelo, usaram-se as classificações com relação ao conteúdo abordado, ao nível de proficiência e ao de dificuldade.

Não se respeitou uma proporção que configura a representação piramidal por ser uma Prova em Fases que tem a intenção de tornar-se um recurso de ensino e de aprendizagem para retomar conteúdos que foram estudados na Educação Básica.

Uma possível representação⁷ da “Pirâmide de Avaliação” de De Lange (1999) para a Prova em Fases elaborada é⁸:

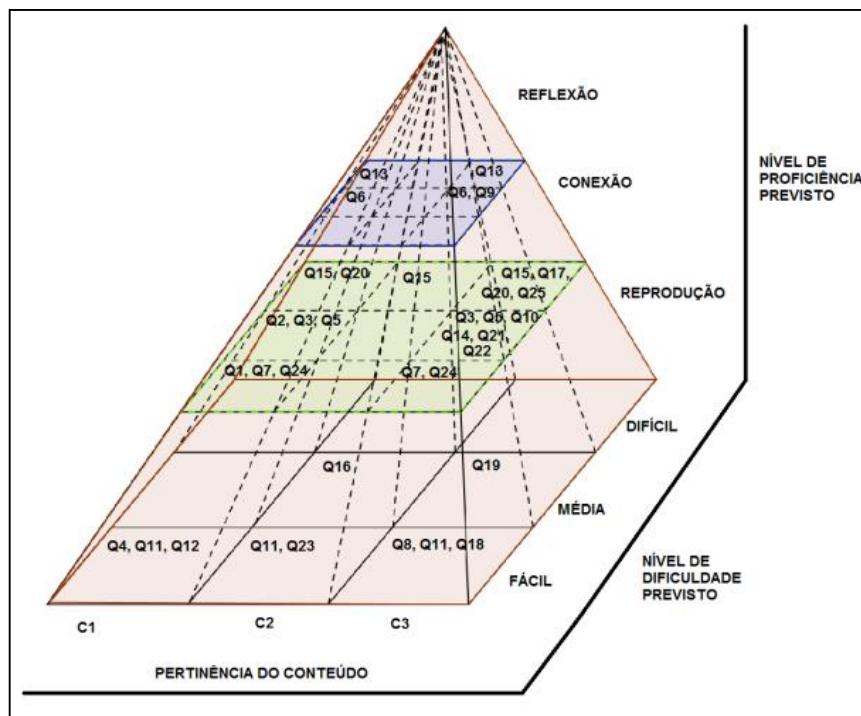


Figura 3 - As questões da Prova em Fases na Pirâmide de Avaliação
Fonte: MENDES (2014, p.64)

⁷ Observa-se um número maior de questões de conexão por considerá-las mais apropriadas para o alcance do objetivo do trabalho e considerar os assuntos abordados na prova como conteúdos do Ensino Médio.

⁸ Como forma de aumentar a credibilidade do potencial da Prova em Fases utilizada e de uma representação no modelo da “Pirâmide de Avaliação de De Lange”, realizou-se a validação das questões por quatro professores de Cálculo Diferencial e Integral I de duas instituições públicas de Ensino Superior de Londrina. Esses professores examinaram as questões, uma a uma, com relação a: pertinência de conteúdo, nível de dificuldade previsto e nível de competência previsto.

No Gráfico 1, é representado o número de alunos presentes em cada encontro agendado para a realização da Prova em Fases.

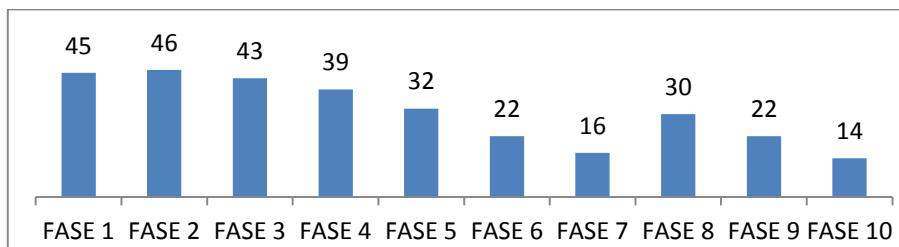


Gráfico 1 – Número de alunos em cada fase.

Fonte: MENDES (2014, p.69).

Assim, após a elaboração da Prova em Fases os dados recolhidos foram: o conjunto das resoluções de cada aluno matriculado na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, no 2º. semestre de 2011, para cada uma das 25 questões da prova, em todas as dez fases de aplicação, e pelo conjunto das intervenções escritas da professora.

A partir desse conjunto de dados, na direção de discutir os objetivos propostos no delineitar da pesquisa, fez uma seleção para analisar especificamente e, por fim, construir um quadro geral. A Figura 4 é um esquema que resume como foram conduzidas as escolhas e a análise realizada.

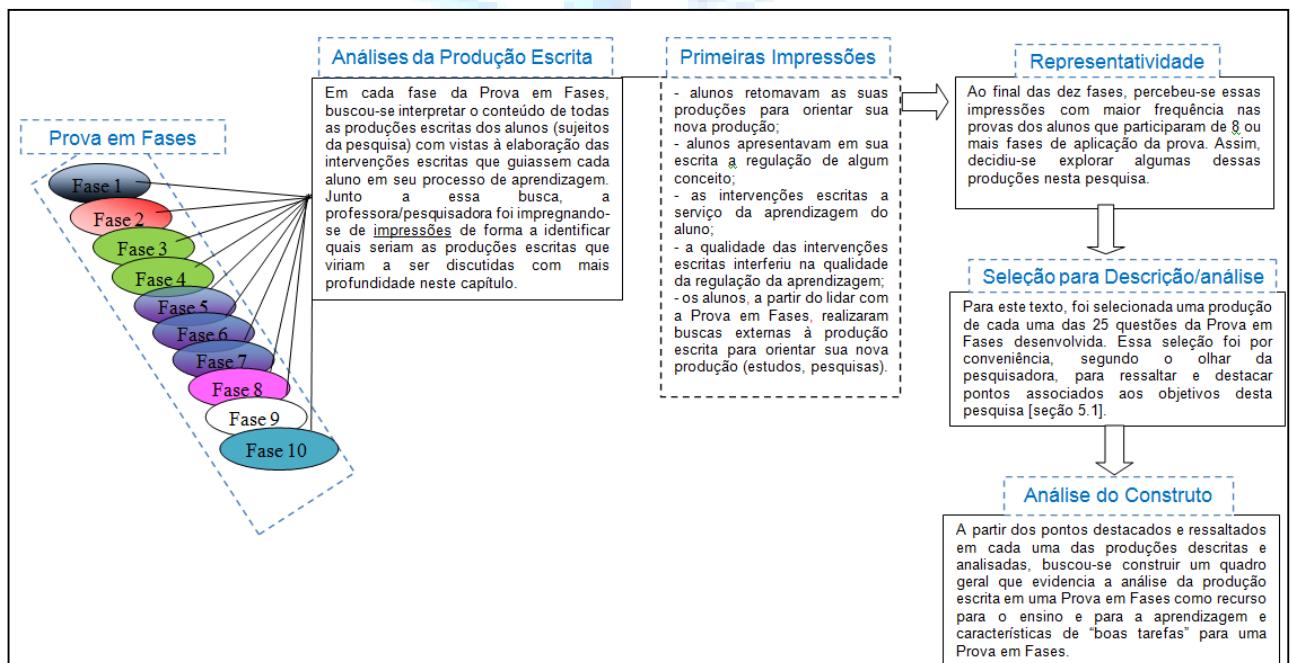


Figura 4 - O caminho das escolhas das produções para a análise.

Fonte: MENDES (2014, p.80)

Mais do que a utilização da Prova em Fases como instrumento de ensino e de aprendizagem em uma turma de Cálculo Diferencial e Integral I, da análise da produção escrita dos alunos em questões da prova e de suas percepções, o interesse principal foi estudar a Prova em Fases como um recurso para a regulação da aprendizagem, junto com a percepção em “constante construção”. Houve também a preocupação de caracterizar a percepção dos alunos a respeito desse processo, do instrumento e de possíveis impactos já sentidos por eles. Para isso, a partir da 6^a fase, os alunos foram convidados a responder a três perguntas (Quadro 3).

- Q1: O que você tem achado de fazer essa prova em várias fases?
- Q2: O processo de realização desse tipo de prova modificou sua atuação na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral? Argumente.
- Q3: O processo de realização desse tipo de prova modificou sua atuação nas outras disciplinas? Argumente.

Quadro 3 - Perguntas a respeito das percepções dos alunos.

Fonte: MENDES (2014, p. 72).

Fez-se pertinente conhecer essas percepções por entender que a ação de promover uma comunicação no dizer avaliativo não é sinônimo de regulação da ação pedagógica, mas um primeiro passo para ela. Conforme Santos L. e Dias S. (2006), isso corresponderá a um processo de regulação apenas quando o aluno usar esse dizer, esse *feedback*, para a sua aprendizagem.

Com a primeira questão, Q1, foram buscados indícios de um dos objetivos específicos da pesquisa - a utilização da produção escrita dos alunos em uma Prova em Fases como propulsora da regulação da aprendizagem em aulas de Cálculo. Conforme De Lange (1999), é preciso assegurar que cada avaliação realizada em sala de aula seja apropriada para a finalidade na qual é utilizada. Com isso, nesse caso, é preciso, para além da análise da produção escrita e da utilização da Prova em Fases como recurso de ensino, evidenciar o lidar com a Prova em Fases como um agente regulador da aprendizagem, uma vez que tinha esse fim.

Em relação às outras duas questões, Q2 e Q3, houve a expectativa de buscar indícios acerca dos reflexos que a utilização da produção escrita dos alunos em uma Prova em Fases gerou nas atitudes dos alunos quanto à regulação de suas aprendizagens, uma vez que qualquer intervenção externa⁹ no espaço pedagógico só poderá ter algum efeito se for percebida, interpretada e assimilada pelo próprio aluno (SANTOS L., 2002).

A Análise de uma produção escrita – Questão 18

⁹ Neste trabalho uma intervenção externa foi a comunicação escrita gerada a partir do recurso Prova em Fases. Perspectivas da Educação Matemática – UFMS – v. 8, número temática – 2015

A título de exemplo das análises específicas das 25 produções selecionadas que foram descritas na pesquisa, apresentam-se: o enunciado de uma das questões da Prova em Fases realizada; a descrição de uma resolução e da intervenção realizadas ao longo das fases da prova; apontamentos específicos levantados a partir dessa interação escrita. O aluno que resolveu a questão aqui apresentada, lidou com ela nas Fases 1, 2, 4, 5 e 8.

Seja f a função de domínio $[1, +\infty]$, definida por $f(x) = \sqrt{x - 1}$. Determine o valor de $f^{-1}(3)$.

Quadro 4 - Enunciado da Questão 18 da Prova em Fases realizada.

Fonte: MENDES (2014)

A Questão 18 foi considerada uma questão que requer um nível de proficiência de reprodução para resolvê-la, por ser necessário executar operações de rotina e considerar o conceito de função inversa, que é relativamente familiar aos alunos. A questão aborda conteúdos de funções elementares, injetivas, sobrejetivas, inversas e foi considerada uma questão fácil em relação ao conteúdo.

Fase 1

R – (primeira produção do Aluno)

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}} = \frac{1}{\sqrt{3-2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

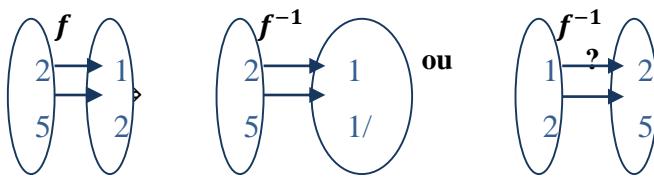
A professora considera que o aluno parece reconhecer a função inversa como a função inversa multiplicativa, ou seja, $f^{-1}(x) = \frac{1}{f(x)}$.

Fase 2

Na expectativa de reconhecer o que o aluno entende por função inversa a professora questiona (Q1 e Q2):

Q1 – O que significa encontrar a inversa de uma função?

Q2 –



R1 – (Resposta do aluno a Q1)

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}} = \frac{1}{\sqrt{3-2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

A professora considera que aluno não responde aos questionamentos e, apesar de não confirmar seu entendimento com relação a funções inversas, mantém indícios em sua produção que reconhece $f^{-1}(x) = \frac{1}{f(x)}$.

Fase 4

R2 – (Resposta do aluno a Q2)

$$f(x) = \sqrt{x-1}$$

$$(x)^2 = (\sqrt{x-1})^2$$

$$x^2 = x - 1$$

$$y = x^2 - 1$$

$$\begin{aligned} f^{-1}(3) &= x^2 - 1 \\ &= 3^2 - 1 = 9 - 1 \end{aligned}$$

$$f^{-1}(3) = 8$$

A professora considera que o aluno refaz a questão e apresenta uma lei de formação para a função inversa, que em sua produção não é possível observar o que ele entende por função inversa. Parece ter realizado a aplicação de um procedimento de rotina, sem reflexão do conceito envolvido, pois não valida a sua resposta.

Fase 5

Com a intenção de verificar se o aluno reconhece a relação entre f e f^{-1} a professora questiona (Q3):

Q3 – Você consegue tirar a prova real deste resultado?

RQ3 – (Resposta do aluno a Q3)

Não.

Fase 8

Diretamente a professora solicita que confira os seus cálculos (Q4), a partir disso e dos questionamentos anteriores espera que perceba que $f^{-1}(3) = 10$ e, consequentemente, é preciso ter $f(10) = 3$.

Q4 – Confira os “jogos” de sinais em [R2].

RQ4 –

$$x^2 = x - 1$$

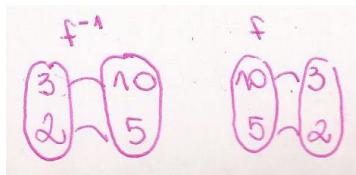
$$y = x^2 + 1$$

$$f^{-1}(3) = 3^2 - 1$$

$$f^{-1}(3) = 10$$

Na função inversa, o valor de $f^{-1}(3)$ é 10. Para comprovar se está certo, o resultado (imagem) tem que ser substituído na função original para retornar o valor do domínio.

Exemplo:



O professor observa que o aluno não só corrige sua produção como também retoma o conceito de função inversa.

Quadro 5 - Uma interação escrita da Prova em Fases realizada.

Fonte: MENDES (2014)

Essa produção escrita evidencia, ao comparar R e RQ4, que o aluno regulou o seu conceito de função inversa,. Não é possível afirmar que foram as intervenções escritas que favoreceram essa regulação, mas é provável que tenham apontado pistas para a necessidade de pesquisar a respeito do conceito de função inversa e de procedimentos de rotina no espaço de tempo entre uma fase e outra da prova.

As produções R, R1 e R2 evidenciam a busca do aluno por um procedimento de rotina que permitisse encontrar a resposta da questão, ou seja, competências do nível de reprodução. Entretanto, é possível ver nessa interação escrita, destaque em RQ4, que o aluno desenvolveu competências de conexão, pois não só executou um procedimento de rotina, mas também o conectou ao conceito relacionado e validou a sua resposta.

Algumas Considerações

A pesquisa desenvolvida evidenciou que a Prova em Fases, aliada à análise da produção escrita, pode ser um meio de superar um modelo tradicional classificatório de avaliação, proveniente de práticas baseadas na transmissão e verificação de conteúdos que buscam homogeneizar os resultados, na medida em que permite ao professor rever sua ação e escolhas didáticas e aos alunos, repensar suas estratégias de estudo e regular suas produções escritas.

Os procedimentos metodológicos da pesquisa apontam para a importância de manter uma perspectiva de trajetória de avaliação, assim como manter uma perspectiva da trajetória de ensino e de aprendizagem com base nos objetivos desejados. Conforme afirma Van den Heuvel-Panhuizen (2002), sem essa perspectiva não é possível orientar a aprendizagem dos alunos.

Por meio da análise da produção escrita de alunos houve a oportunidade de conhecer o fazer matemática dos alunos, respeitando idiossincrasias; de ampliar as possibilidades de guiar o processo de aprendizagem e, de modo especial, de ter os alunos como participantes ativos do processo educacional. Nesta perspectiva, a avaliação possibilita ao professor apreciar, bem como acompanhar e participar do processo de aprendizagem dos alunos.

O contexto da pesquisa também evidenciou que um processo de avaliação a serviço da aprendizagem não se configura plenamente em uma sala de aula sem um repensar de toda a

prática pedagógica, uma vez que não é possível pensar um aluno ativo e autônomo em momentos de avaliação e, passivo na condição de apenas observador e copista nos momentos de aula. Até porque a prática avaliativa, um elemento da prática pedagógica, realizada permanentemente, com tarefas que não se diferenciam das tarefas de sala de aula (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 1996; BARLOW; 2006).

A utilização de uma Prova em Fases (aliada à análise da produção escrita) como procedimento metodológico revelou-se também um recurso profícuo ao longo de toda a ação de formação que possibilitou a criação de um ambiente¹⁰ no qual os alunos se dispuseram a refletir a respeito do seu trabalho à medida que se envolviam com ele, ao construir e reconstruir suas próprias resoluções e respostas.

Referências

- BARLOW, M. **Avaliação escolar:** mitos e realidades. Porto Alegre: Artmed, 2006.
- CURY, H. N. Aprendizagem em cálculo: uma experiência com avaliação formativa. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, CNMAC, 28, 2005, Santo Amaro, SP. Anais ... Santo Amaro, SP: SBMAC, 2005.
- DE LANGE, J. **Mathematics, Insight and Meaning.** Utrecht: OW &OC, 1987.
- DE LANGE, J. **Framework for classroom assessment in mathematics.** Utrecht: Freudenthal Institute and National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science, 1999.
- FREUDENTHAL, H. **Mathematics as an Educational Task.** Dordrecht: Reidel Publishing Company, 1973.
- FREUDENTHAL, H. Matemática nova ou educação nova? **Perspectivas**, Portugal, v. 9, n.3, p. 317-328, 1979.
- FREUDENTHAL, H.. **Didactical phenomenology of mathematical structures.** Dordrecht: Reidel Publishing Company, 1983.
- FREUDENTHAL, H.. **Revisiting Mathematics Education.** Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1991.
- GRAVEMEIJER, K. P. E. **Developing realistic mathematics education.** Utrecht: Utrecht University, 1994.

¹⁰ Criador de ambientes era uma expressão muito utilizada pelo Prof. Dra. Mario Tourasse Teixeira ao se referir ao papel do professor.

GRAVEMEIJER, K. P. E. O que torna a Matemática tão difícil e o que podemos fazer para o alterar? **Educação matemática: caminhos e encruzilhadas.** Lisboa: APM, p. 83-101, 2005.

HADJI, C. **A avaliação, regras do jogo:** das intenções aos instrumentos. Tradução Júlia Lopes Ferreira e José Manuel Cláudio. 4. ed. Portugal: Porto, 1994.

MENDES, M. T. **Utilização da Prova em Fases como recurso para regulação da aprendizagem em aulas de cálculo.** 2014. Trabalho Tese de doutorado (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, 2014.

SANTOS, L. Auto-avaliação regulada. Porquê, o quê e como? In: ABRANTES, P.; ARAUJO, F. (coord.). **Reorganização Curricular do Ensino Básico. Avaliação das Aprendizagens - Das concepções às práticas.** Lisboa: Ministério da Educação, Departamento da Educação Básica, 2002.

SANTOS, L.; DIAS, S. Como entendem os alunos o que lhes dizem os professores? A complexidade do feedback. In: **Profmat2006** (CD-ROM). Lisboa: APM, 2006.

TREFFERS, A. **Three dimensions:** a model of goal and theory description in mathematics instruction – the wiskobas project. Dordrecht: Reidel Publishing Company, 1987.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. V. D. **Assessment and Realistic Mathematics Education.** Utrecht: CD-β Press/Freudenthal Institute, Utrecht University, 1996.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. V. D. Realistic Mathematics Education: work in progress. In: LIN, F. L. (ed.), **Common Sense in Mathematics Education.** Proceedings of The Netherlands and Taiwan Conference on Mathematics Education, Taipei, Taiwan, National Taiwan Normal University, Taipei, Taiwan, p. 1–42, 2002.

**PERSPECTIVAS DA
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

Submetido em maio de 2015

Aprovado em setembro de 2015