



Pesquisas em Educação Matemática com Tecnologias Digitais: algumas faces da interação

Research in Mathematics Education with Digital Technologies: some aspects of interaction

“Quanto menos densa a matéria, mais afastadas estão as partículas que a constituem, ou ainda, menor a força de interação entre elas. Quanto mais densa, mais próximas estão as partículas e maior a força de interação entre elas”. Lidiane B. de Campos¹

Marcelo Almeida Bairral²

Resumo

Interação e comunicação são âmbitos discursivos que se inter-relacionam. Com o avanço das tecnologias digitais, esses domínios têm sido um dos focos de interesse na pesquisa educacional, pelo seu potencial comunicativo, pelo rompimento de barreiras físico-temporais e pelos múltiplos formatos com que uma comunicação pode ser estabelecida. A partir de reflexões provenientes de resultados de investigações desenvolvidas com tecnologias digitais e da adoção de perspectivas educacionais com (ou sobre) tecnologias, indica-se a interação como atividade cultural e cognitivamente situada, atividade discursiva, atividade colaborativa e em negociação constante, e atividade cognitivamente corporificada, dimensões que demandam maior potencialização e análise na investigação em educação matemática no Brasil.

Palavras-chave: Interação. Atividade discursiva. Ambientes virtuais. *Tablets*. VMTcG. Pesquisa contemporânea.

Abstract

Interaction and communication are intertwining discursive realms. With the advance of digital technologies, these domains have been a focus of interest for educational research due to their communicative potential, the breaking of physics-time barriers and the multiple formats in which communication can occur. From reflections coming from research findings that I am developing with digital technologies, and prompted by educational research with or about digital technologies, I point out some dimensions that require a greater fostering and analysis in mathematics education in Brazil, such as interaction as a cultural and cognitively situated activity, as discursive activity, as collaborative activity constantly being negotiated, and as embody activity.

Keywords: Interaction. Discursive activity. Virtual learning environment. *Tablets*. VMTwG. Current research.

¹ Parte da resposta escrita de uma professora de Física em uma aula de mestrado (PPGEduCIMAT), refletindo sobre a noção de densidade, em junho de 2015.

² Professor, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, UFRRJ. PPGEduc e PPGEduCIMAT. www.gepeticem.ufrj.br. E-mail: mbairral@ufrj.br.

Uma conversa inicial

Diferentes são os focos (interação, colaboração, produção de materiais didáticos, formas de uso de tecnologias em aula, tipos de *softwares*, avaliação do aprendizado etc.) dos estudos em educação matemática com as tecnologias digitais, seja na formação inicial ou na continuada. Particularmente, relativos à produção de conhecimentos, sabemos que o mundo atual tem privilegiado três domínios (POWELL, 2014): a interação interpessoal e social, a resolução de problemas e a comunicação.

Embora não seja recente e possa ser usado para explicar conceitos em diferentes áreas da educação científica³, o conceito de interação tem sido valorizado com o avanço das tecnologias digitais, pelo seu potencial comunicativo, pelo rompimento de barreiras físico-temporais e pelos múltiplos formatos com que uma comunicação pode ser estabelecida. Neste artigo centrar-me-ei na interação e destacarei algumas de suas vertentes que estão circunscritas aos projetos de pesquisa⁴ que desenvolvo.

Na tentativa de elucidar lacunas e agendas, ainda abertas, de pesquisa em educação matemática com tecnologias digitais, começarei dialogando com investigações que situam a relação homem-tecnologia-mídia (BORBA; VILLARREAL, 2005) e diferentes formas de olhar a presença da tecnologia em situações de ensino e de aprendizagem (BOLITE FRANT; CASTRO, 2009).

Posteriormente, situo um modelo que dá atenção à tecnologia na formação de professores (MISHRA; KOEHLER, 2006) e um com foco na integração dessa na prática docente (BITTAR, 2011). Reitero minha sintonia com Sfard (2008), para o olhar da aprendizagem como mudança de discurso, e coloco a interação como o construto principal para analisar essa transformação, levando em consideração as singularidades discursivas de cada contexto de aprendizagem (BAIRRAL, 2007).

Continuando o diálogo com investigações educacionais, apresento quatro dimensões que a interação pode assumir na pesquisa contemporânea com tecnologias digitais da informação e comunicação em educação matemática. Utilizarei como exemplos: uma reflexão sobre conceituação em uma aula presencial, postagens em um fórum de discussão, interações síncronas em um *chat* com inserção do GeoGebra (o VMTcG) e manipulações em telas de dispositivos móveis.

³ Veja o exemplo ilustrado com a epígrafe.

⁴ Agradeço ao CNPq, à Capes e à Faperj pelo apoio a projetos que têm alguns de seus resultados aqui socializados.

Pesquisas educacionais com/sobre tecnologias: algumas reflexões

Reafirmo a importância de as investigações explicitarem como entendem a relação indivíduo-tecnologia-aprendizagem e como os aspectos cognitivo-discursivos são considerados em um cenário formativo (BAIRRAL, 2007). Acredito que, ao ter clareza desse entendimento, o leitor poderá entender com mais propriedade a atividade formativa constituída. Com isso, não se incorre em inconsistências epistemológicas, ao analisar determinado modelo formativo com lentes teóricas divergentes. Além de não considerar essa prática adequada, penso que os resultados que dela emergem podem ser tendenciosos e não contribuir com avanços realmente promissores na produção do conhecimento.

A perspectiva dos seres-humanos-com-mídia (BORBA; VILLARREAL, 2005), ao ressaltar os aspectos humanos e não humanos de forma articulada, permite-nos um olhar diferente e não dicotômico do lugar da tecnologia na construção do conhecimento. Todavia, esse modelo não problematiza a dimensão contextual na qual os processos de apropriação estão sendo configurados. O aprendizado matemático, nesse modelo, fica predominantemente circunscrito à reorganização do pensamento mediante a visualização e a experimentação, e com uma aparente observação de estruturas cognitivas já existentes, sem um foco pormenorizado na geração de conhecimento novo (BORBA; MALHEIROS; ZULATTO, 2007).

O referencial de Bolite Frant e Castro (2009) é relevante por nos alertar e fornecer três diferentes olhares (ferramenta, meio de expressão e prótese), não necessariamente excludentes, para o uso de tecnologias em processos de ensino e de aprendizagem. Cada uma dessas lentes tem implicações epistemológicas no modo de olhar a construção do conhecimento e, sublinham as autoras, a tecnologia oferece-nos possibilidades de olharmos para diferentes aspectos das interações humanas, principalmente para aqueles para os quais ela proporciona novas possibilidades de produção de significados.

Na formação de professores, em particular, o modelo do TPACK⁵ (MISHRA; KOEHLER, 2006) resalta a importância da tecnologia em diferentes domínios (tecnológico, pedagógico e do conteúdo) do conhecimento profissional do professor. Embora esse referencial inclua a tecnologia em cada um desses domínios e ressalte a complexidade da atividade de ensino e o desafio da transformação pedagógica do conteúdo a ser ensinado, ele não problematiza a sua apropriação e o seu imbricamento em todos os três âmbitos do conteúdo do conhecimento docente. No meu entendimento, seria importante olhar o desenvolvimento profissional na interseção dos três conjuntos. Também, cabe diferenciar o uso desse modelo na formação inicial e na continuada. Ainda que o tempo de experiência docente e a familiaridade com a tecnologia tenham sido ressaltados pelos autores no processo de apropriação dessa, há um isolamento dos três conjuntos, por exemplo, quando podemos observar a tecnologia do âmbito do conteúdo curricular, isolado do aspecto do conteúdo⁶.

Posteriormente, Harris e colaboradores (2009) apresentam descritores de possíveis situações de aprendizagem e ressaltam que a contínua evolução da tecnologia, dos conteúdos e da pedagogia traz novos *insights* e tipos de tarefas. Os autores destacam que, devido à natureza, à emergência e à interdependência desse tipo particular e aplicado de conhecimento profissional, isso pode ser mais bem realizado com um investimento colaborativo entre especialistas em conteúdo, desenvolvedores de currículo e de tecnologia educacional, pesquisadores em educação e professores. Embora os estudiosos tenham sugerido um conjunto de descritores, não os considero elucidativos em termos de aprendizagem e de apropriação pelo professor.

Considero, ainda, que necessitamos de mais análises sobre o aprendizado de professores de matemática e sobre as diferentes formas de apropriação de tecnologias digitais em sua prática. Compreender o uso que o docente faz da tecnologia no ensino e analisar mudanças em sua prática a partir do momento em que esse educador passa a usar tecnologia com seus alunos tem sido um dos propósitos de Bittar (2011). A autora distingue entre inserção e integração. Enquanto inserção⁷ implica um uso casual e geralmente desconectado das ações usuais de um professor, a integração deve ser a forma potencializada no desenvolvimento profissional, pois ela contribui para que o docente se torne autônomo nesse uso, um vez que, ao

⁵ Do inglês *Technological, Pedagogical, Content, Knowledge*.

⁶ Estudos recentes em educação matemática trabalham com um olhar articulado para esses três domínios (POWELL, 2014).

⁷ A pesquisa de Guimarães (2015) mostra que, mesmo a inserção, ainda é complexa de ocorrer em escolas públicas devido, sobretudo, a fatores infraestruturais (espaço físico, equipamentos e conectividade).

compor o cenário cotidiano do profissional, lhe possibilita elaborar e explorar criticamente situações diversas para o ensino de um conteúdo.

Consoante com Sfard (2008), sublinho que aprender matemática com tecnologias implica mudar de discurso. Sfard (2008), ao apresentar as quatro características do discurso matemático (uso de palavras, de mediadores visuais, de narrativas e de rotinas), traz uma grande contribuição, pois amplia as formas de percebermos esse discurso que, muitas vezes, fica restrito ao uso de rotinas (fórmulas, por exemplo). Embora essa perspectiva teórica não esteja muito embasada na tecnologia digital e tenha sido mais voltada ao campo algébrico, ela é relevante para as pesquisas que desenvolvo, por ampliar as características do discurso matemático, valorizar a sua transformação e ressaltar a unidade entre pensamento e comunicação.

Analiso a mudança de discurso mediante a interpretação sistemática de interações (BAIRRAL, 2007), acreditando que essas potencializam a dinâmica constante de observações sobre objetos, sobre relações e sobre relações entre relações (GATTEGNO, 1987), mediante as diferentes formas de manifestação do discurso (BAIRRAL; POWELL, 2015), por meio de um ato educativo presente (BAIRRAL, 2015a), concreto, e que permita ao sujeito experienciar e incorporar o novo (SKLIAR, 2014), sempre como aprendiz e considerando as características discursivas do contexto de aprendizagem de que participa (BAIRRAL, 2013b).

Comunicar interativamente em um ambiente de aprendizagem com tecnologias digitais, um desafio constante!

Interação e comunicação nem sempre caminham juntas. Interação é uma forma de comunicação (escrita, oral, gestual, pictórica, icônica etc.) estabelecida entre sujeito(s)-sujeito(s) ou entre indivíduo(s) e tecnologia(s). Apesar de não ser recente, o construto interação pode ajudar a entender o aprendizado e o desenvolvimento pessoal-profissional dos implicados em determinados cenários, incluindo o virtual. Conforme a perspectiva histórico-cultural com a qual me oriento, as mudanças que ocorrem ao longo da trajetória do sujeito estão relacionadas às interações entre o indivíduo, a sociedade, a sua história de vida e o contexto cultural na qual está imerso.

Interação é qualquer intercâmbio comunicativo estabelecido entre os atuantes de um ambiente virtual, seja a partir da dinâmica de trabalho proposta nas tarefas de formação, seja de outro interesse do interlocutor (BAIRRAL, 2013a). Portanto, a interação não é uma cena comunicativa estática, mas dinâmica. Ela não é acidental, isto é, que ocorre ao acaso. Tampouco, um intercâmbio unilateral de mensagens. Os envolvidos no processo interativo possuem intencionalidades e modificam – colaborativamente ou não – constantemente as relações que se estabelecem no ambiente. Sendo assim, ressalto que pesquisas educacionais que objetivem potencializar e estudar essa transformação precisam assumir a interação em, pelo menos, quatro dimensões interligadas, a saber:

Interação como atividade cultural e cognitivamente situada

A interação em ambientes de aprendizagem que valorizam os relatos dos participantes a partir de suas experiências profissionais e de vida pode levar à compreensão dos conceitos propostos e vivenciados durante o trabalho. Conceitos e conhecimentos profissionais vão sendo articulados e aprimorados a partir das relações estabelecidas durante uma reflexão interativa. Portanto, a situação na qual o indivíduo se desenvolve é parte fundamental de como ele constrói, continuamente, um conjunto particular de conhecimentos e habilidades. Por exemplo, em uma de minhas aulas sobre o conceito de medir, alguns de meus alunos, futuros professores de matemática cursando o 7º ou o 8º período da Licenciatura, responderam por escrito:

Graduando(a) 1: “verificar tamanho”

Graduando(a) 2: “atribuir um número a alguma característica de um objeto físico de maneira sistemática”

Graduando(a) 3: “ter dimensão. É necessário usar uma unidade de medida para medir”

Graduando(a) 4: “descobrir comprimento, volume etc.”

Graduando(a) 5: “ter dimensão de um espaço”

Graduando(a) 6: “contar”

O que cada resposta traz de diferente e instigante para a formação matemática desses futuros educadores? O que foi surpresa para o professor? Como estabelecer uma dinâmica (presencial ou *online*) interativa que não despreze nenhuma dessas ideias?

Em trabalho anterior (BAIRRAL, 2007), ressaltei que, no desenvolvimento profissional docente, as tarefas formativas devem possuir um duplo enfoque, ou seja, possibilitar que os profissionais aprofundem e ampliem o seu conhecimento pessoal relativo a conteúdos curriculares específicos e desenvolvam suas capacidades de gerar criticamente processos interpretativos, síntese, análise e transformação – individual e coletiva – de informação com a comunidade profissional da qual fazem parte.

Portanto, uma dinâmica interativa mediante a análise crítica de respostas como as supracitadas não pode ser a mesma na formação continuada e não inicial. A interação deve promover nos educadores a estruturação de ações profissionais comprometidas com modificações nos processos de ensino e aprendizagem. Assim, além da reflexão crítica, a interação deve influenciar mudanças qualitativas em sua prática pedagógica, cuja dimensão experiencial (com ou sem tecnologia) deve ser considerada.

Nesta perspectiva, Barberà e colaboradores (2001) complementam, dizendo que, para que a compreensão se efetive, é importante considerar também que interação está sendo produzida, além de verificar que conhecimentos estão sendo ativados e que processos cognitivos os participantes estão realizando em suas ações no espaço formativo. Os autores propõem ter em conta também todas as interações estabelecidas com os outros elementos contextuais – textos, imagens, vídeos etc. Sendo assim, o conhecimento profissional do professor, em particular, se desenvolverá a partir de momentos concretos de aprendizagem. Esse conhecimento será constituído com a integração das singularidades discursivas e do processo interativo estabelecido em cada espaço discursivo (sala de aula, *chat*, fórum de discussão, mural de mensagens etc.) de um cenário de aprendizagem (BAIRRAL, 2007).

Interação como atividade discursiva

Nos ambientes de aprendizagem que pratico, a aprendizagem é analisada pelas diferentes formas de participação e não apenas pela realização de tarefas formativas. (BAIRRAL, 2011). O processo, multidirecional, de publicização de ideias e de participação está embebido de reflexões provenientes de diferentes contextos⁸ da prática dos envolvidos. Além do mais, ao possuir espaços comunicativos variados (*e-mail*, *chat*, fórum, Facebook etc.), cada um cenário assume uma dimensão discursiva própria no aprendizado. Essas singularidades irão compor o mapeamento sociocomunicativo da aprendizagem e deverão ser levadas em consideração na análise do processo formativo (BAIRRAL, 2009).

⁸ Elementos curriculares (livro didático, plano de aula, material curricular educativo etc.) explícitos na própria atividade formativa ou aqueles que emergem da reflexão com a tarefa e de seus desdobramentos.

Acredito que, sabendo da natureza discursiva, o formador não atuará para direcionar de ideias (como acontece em muitas aulas de matemática), mas como um potencializador de novas formas de descoberta e de linhas de raciocínio e de convencimento. Além do mais, a literatura de formação de professores ressalta que aspectos atitudinais, motivacionais e o conhecimento prévio dos educadores devem ser levados em consideração em um contexto formativo, seja ele *online* ou não.

Um fórum de discussão, por exemplo, é uma ferramenta comunicativa que permite a todos acessar, ver o que está sendo debatido e participar da discussão. Dessa forma, os fóruns constituem sequências, não necessariamente lineares, de ações profissionais que favorecem o estabelecimento de uma rica e complexa relação semântica entre os interlocutores (BAIRRAL, 2007).

É possível estudar a aprendizagem matemática e perceber que os indivíduos podem interagir e aprender diferentemente. Analisar interações possibilita aos participantes, além da troca de conhecimentos e experiências, a discussão de outras vivências, criação e (re)criação de suas estruturas cognitivas por meio de suas próprias experiências com o coletivo. Portanto, é importante que o formador atue identificando e antevendo possíveis tipos de intervenção, para que a discussão *online* não se restrinja a postagens de cunho meramente informativo ou que forneçam poucos subsídios sobre o aprendizado dos interlocutores (BAIRRAL, 2013b).

Identificar a tipologia de uma interação é relevante para que o formador pense em estratégias de respostas que possam dar continuidade ao debate e ao aprendizado. Não acredito que apenas categorizações (MORAIS; MIRANDA; DIAS, 2007) sejam importantes, pois será necessário analisar o ambiente (suas características, organização didáticas, intencionalidade dos participantes etc.) em que elas são produzidas. Por exemplo, uma postagem em um fórum de discussão, embora possa permanecer estável por um certo tempo – devido ao seu caráter assíncrono –, ao ser lida, interpretada e respondida por um interlocutor, essa reação pode gerar uma sequência interativa.

Em um fórum de discussão tenho observado três tipos de interação: informativa, argumentativa ou com potencial argumentativo. Enquanto uma reflexão argumentativa é mais promissora em termos de aprendizado, uma interação informativa (sugestão de uma atividade, de um livro, de um *site* etc.) apenas promove intercâmbios de informação em um certo espaço de tempo. As mensagens são informativas, meramente sugestivas, sem um posicionamento mais reflexivo de quem as posta. Nas análises que realizo, elas, por longo tempo, não são referenciadas no debate e, quando são, os interlocutores tendem a expressar opiniões do tipo: *gostei, verei, aplicarei na minha turma*.

Sendo assim, a interação, particularmente a de cunho argumentativo, se constitui como uma oportunidade para o coletivo aprofundar o assunto discutido, à medida que vai compartilhando informações, e não somente pelo ato de se comunicar. Todavia, como uma intervenção de cunho argumentativo pode levar tempo para ser produzida e pode demandar uma maior familiaridade do interlocutor com o contexto formativo, é possível observar interações que tenham um potencial argumentativo. O quadro a seguir ilustra os três tipos de interação que tenho observado em um fórum de discussão.

Argumentativa	Em potencial argumentativo	Informativa
<p>“Olá, colega ‘xxxx’, interessante o que disse, mas discordo de você, penso que vivemos em um mundo em constantes transformações de formas, em transformações sociais, políticas, econômicas... Basta olhar à nossa volta e observar. Quantas construções diferentes surgem, quanta modificação o meio ambiente vem sofrendo, e se olharmos mais, as matas... Onde elas estão? E as favelas? O que são? Como as cidades estão se expandindo? Há planejamento? Quantos prédios feios surgem... Há harmonia em nossas cidades? O nosso aluno tem esse olhar para o seu mundo? Estamos questionando isso com ele? Vendo como vivemos, as causas e consequências de tantas transformações?</p> <p>Nas escolas, não sei se estamos em mudanças reais e significativas... Me parece que a escola é que se sente pronta e acabada com seus saberes... O que acha?”</p>	<p>“Olá! Em minhas turmas, quando proponho a montagem de poliedros, a partir de planificações que distribuo entre os alunos, gera uma boa motivação entre eles. A participação é bem grande. E isso acontece em turmas do Fundamental e, também, em turmas do Médio. Realizo um trabalho com as turmas no qual proponho que eles criem um objeto (real ou imaginário) utilizando os poliedros, e o resultado são trabalhos bem criativos (já fiz esse trabalho com turma de 7º ano – Fund. e com turma de 3º ano – Médio)”.</p>	<p>“Concordo, as utilizações de vários materiais e técnicas auxiliam muito no aprendizado dos alunos. Eu utilizo particularmente as planificações e também a observação dos objetos no entorno da sala de aula e da escola toda em si”.</p>

Quadro 1 - Tipos de interação observadas em um fórum de discussão
Fonte: Bairral (2013a)

Tenho visto práticas frequentes em ambientes virtuais que estimulam a quantidade de acesso, e o estudante é avaliado em função da quantidade de postagem⁹. No entanto, não é o número de intervenções que implica a construção do conhecimento e, sim, a disponibilidade e a abertura dos interlocutores para adentrar-se na discussão a partir da problemática proposta. O compromisso e a colaboração com que os sujeitos se envolvem no debate – quando percebem seus interesses profissionais respeitados e valorizados – são fatores que interferem significativamente na qualidade da discussão e em sua continuidade. Vejamos agora como promover a negociação de significados matemáticos em um ambiente virtual síncrono.

Interação como atividade colaborativa e em negociação constante

A interação é um elemento potencializador e pode contribuir para o amadurecimento e o desenvolvimento da reflexão em um ambiente de aprendizagem. O posicionamento dos envolvidos deve favorecer a construção não linear e constante de uma ideia em aprofundamento. Ao contrário de um fórum, onde há um tempo maior para reação, no ambiente *Virtual Math Team* com GeoGebra (VMTcG)¹⁰, exemplificado a seguir, veremos uma possibilidade mais imersiva e mais imediata na participação.

Apesar dessa possibilidade de reação mais rápida, característica da sincronidade de um *chat*, é possível perceber que, considerando as características constitutivas do VMTcG (ferramentas disponíveis para construção, possibilidades variadas de explicitação do raciocínio, tipo de tarefa proposta, número reduzido de interlocutores¹¹, aba do GeoGebra etc.), os interlocutores também negociam¹² significados diversos sobre a tarefa¹³ e constroem seu conhecimento como grupo.

Vejamos a seguir parte de uma análise no VMTcG, na qual propus a futuros professores de matemática um problema de análise dos pontos notáveis (circuncentro, ortocentro e baricentro) de um triângulo (BAIRRAL, 2015b). O enunciado da atividade pode ser visto no Quadro 2.

Na sala já estava construído um triângulo qualquer com os pontos notáveis; desse modo, cabia aos integrantes trabalhar com a figura fornecida.

⁹ Na verdade, neste tipo de prática, a participação é vista como a mera entrada no ambiente.

¹⁰ Agradeço a Felipe de Jesus Ribeiro Marques pela parceria nessa pesquisa.

¹¹ No VMTcG formamos grupos de quatro participantes. O quinto geralmente é o pesquisador.

¹² Interações argumentativas são sinônimas de interlocuções negociativas de Powell (2003).

¹³ Para uma análise pormenorizada dessas interações, veja Bairral (2015b).

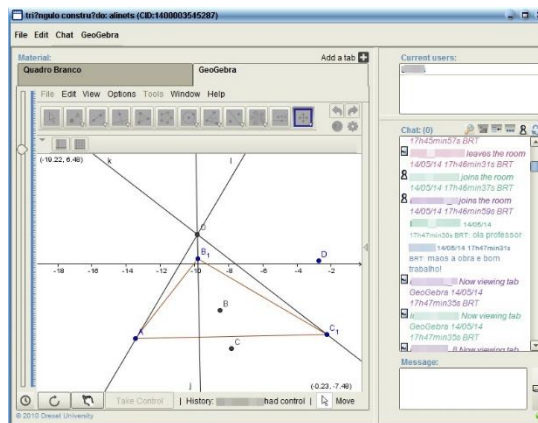


Figura 1 - Sala do VMTcG com a construção inicial (feita pelos autores) no quadro branco
 Fonte: *Printscreen* da sala, triângulo construído do VMTcG

Na sala, sem a construção, os interlocutores começaram a movimentar a construção e a observar o que acontecia com os pontos notáveis e também com o triângulo. Os integrantes trataram de construir um triângulo qualquer e tentaram localizar seus pontos notáveis, como ilustra a Figura 2.

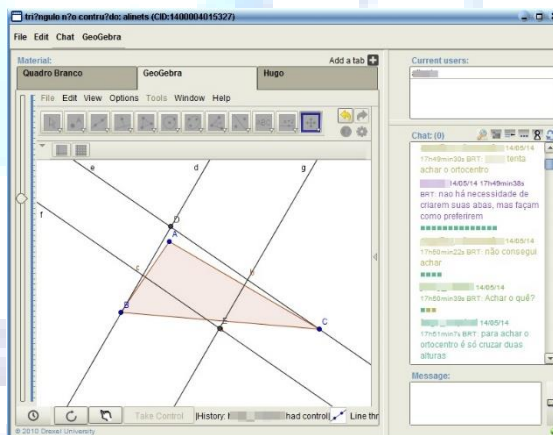


Figura 2 - Ilustração da sala do VMTcG, com construção feita pelos graduandos
 Fonte: *Printscreen* da sala, triângulo não construído do VMTcG

As interações dos licenciandos ocorriam natural e simultaneamente, com inserções e justificativas, ora no quadro branco, ora no *chat* e nas construções no GeoGebra. Em ambas as salas analisadas os participantes trabalharam em uma mesma figura. Quando um licenciando mexia nela, todos tinham a visualização simultânea do que acontecia. Quando um(a) estudante queria realizar alguma construção ou manipulação no GeoGebra, ele(a) solicitava o *mouse*, usando o comando *passe o controle*. Todo o processo de movimentação e exploração era observado – na tela – por todos os integrantes da sala.

Embora a dinâmica de trabalho (manipulação, observação, construção, justificação) dos graduandos tenha sido a mesma em ambas as salas do VMTcG, as suas explorações e descobertas matemáticas, conforme espera, foram bem diferentes, como pode ser visto no Quadro 2.

Objetivo: analisar o posicionamento do ortocentro, do circuncentro e do baricentro em um triângulo qualquer	Sala com construções iniciais e licenciandos sem experiência prévia com o GeoGebra	Sala sem construções e licenciandos com experiência com o GeoGebra
Enunciado da atividade	Observem o triângulo construído no GeoGebra e os três pontos notáveis (ortocentro/O, circuncentro/C e baricentro/B). Agora movam os pontos livres e façam três observações. Lembrem-se de justificar cada uma das vossas observações.	Construam um triângulo qualquer no GeoGebra. Agora localizem o seu ortocentro (O), o seu circuncentro (C) e o seu baricentro (B). Movam os pontos livres e façam três observações. Lembrem-se de justificar cada uma das vossas observações.
Propriedades geométricas emergentes nas interações	-Os pontos B, O e C são colineares. - B sempre está entre O e C.	-A posição dos pontos muda, de acordo com tipo de triângulo. -O ortocentro e o circuncentro são externos ao triângulo. Se for obtusângulo, por exemplo, o ortocentro é exterior a ele. Se for acutângulo, é interior. Se for equilátero, os três pontos se sobrepõem.
Algumas justificativas	-“A gente viu que o C realmente é o circuncentro, pois a partir do lados fiz as mediatrizes” (Quadro 7, índice 160) -“O Jonatas mostrou isso com a reta vermelha que passa pelos 3 pontos” (Quadro 7, índice 161)	-“No triângulo equilátero, já que todos os lados são iguais, a mediana é também, perpendicular, como a altura (Quadro ... índice 211)
Marcas interativas de reflexões colaborativas	- “tah certo o que eu falei?” (Quadro 2, índice 96) - “A gente viu que ...” (Quadro 7, índice 160) - “o que dizem a Flávia e a Rose?” (Quadro 2, índice 98)	- “Me perdi galera ...” (Quadro 8, índice 86) - “Viu, tá fora ainda” (Quadro 9, índice 142) - “Pessoal o que vcs podem dizer sobre ...” (Quadro 10, índice 200)
Sobre as interações e as explorações dos licenciandos no VMTcG	Os licenciandos tiveram mais tempo para realizar novas construções e detiveram-se na observação da colinearidade dos três pontos e na posição do ponto B em relação aos outros dois (O e C).	Os licenciandos tiveram menos tempo para realizar novas construções, mas também atenderam ao propósito da atividade. Suas descobertas ficaram circunscritas à localização de cada ponto e à natureza do triângulo (acutângulo, obtusângulo e equilátero).

Quadro 2 - Singularidades nas interações em cada sala
Fonte: Bairral (2015b)

As descobertas matemáticas dos dois grupos de futuros professores estavam adequadas à resolução da atividade. Enquanto em uma sala os graduandos analisaram a colinearidade dos três pontos, as observações dos licenciandos da outra estiveram circunscritas à localização de cada ponto e à natureza do triângulo.

O fato de ter a figura previamente construída possibilitou aos participantes realizar mais movimentações, enquanto na outra sala os graduandos tiveram que dedicar um tempo maior fazendo construções e movimentaram menos. Outro fato que também nos chamou a atenção foi que, na sala que possuía a figura construída, os graduandos utilizaram mais ferramentas do GeoGebra (medir ângulos, mover, observar eixos e ponto médio) para verificar a validade de suas conjecturas.

Com o exemplo ilustrado, sublinho que interação é uma ação comunicativa materializada em modos discursivos diversos entre humanos e humanos ou entre humanos e não humanos. No caso do VMTcG, temos humanos (licenciandos) imersos em um ambiente virtual (VMTcG) e com vários mediadores (o VMTcG como um todo, ícones de desenho, ferramentas de construção no GeoGebra, forma de proposição de tarefa etc.) e singularidades discursivas (*chat* escrito, quadro branco, construção e representação no GeoGebra etc.).

A interação, na maioria das pesquisas que desenvolvo, é analisada mediante diferentes formas de manifestação e registros predominantemente escritos. Recentemente estou ampliando o espectro de análise e trazendo um olhar sobre a dimensão corporificada nessa/dessa interação. Esse estímulo vem de estudos sobre as manipulações em telas de dispositivos móveis (ARZARELLO; BAIRRAL; DANÉ, 2014; BAIRRAL; ASSIS; SILVA, 2015).

Interação como atividade sociocognitivamente corporificada

No Brasil, a cognição corporificada em cenários mediados por tecnologias tem sido objeto de atenção de Bolite Frant (2011) e Scheffer (2002). Essas educadoras matemáticas analisam, fundamentalmente, os gestos mais relacionados a movimentos e gráficos com o uso de sensores acoplados em calculadoras gráficas.

O uso de dispositivos com tecnologia *touchscreen* está demandando investigações, particularmente, devido ao fato de que a interação nessas interfaces constitui um novo campo de produção corporificada de conhecimento. Estudos brasileiros atuais estão focados na apropriação que professores fazem dos *tablets*, particularmente, no Projeto UCA¹⁴ (PRADO; COSTA; CAMPOS, 2015; SCHERER; SILVA, 2014). Há uma ênfase na dimensão pedagógica e ainda não há um olhar pormenorizado em mudanças de natureza cognitiva.

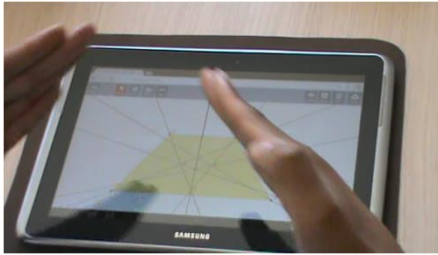
Os estudos em andamento em nosso grupo de pesquisa abrem uma agenda de investigação no âmbito da educação geométrica com dispositivos dinâmicos e que possuem manipulação *touchscreen* (BAIRRAL; ASSIS; SILVA, 2015). Não observamos apenas os movimentos matemáticos mais conhecidos (girar, transladar etc.). Estamos também interessados nos modos de manipulação *touchscreen* e na identificação de estratégias de raciocínio dos discentes que podem estar associadas aos diferentes modos de tocar em uma tela (BAIRRAL, 2013c). Temos concebido a manipulação *touchscreen* como uma ação humana, corporificada, cultural e multimodal, que também pode revelar o pensamento dos aprendizes quando eles trabalham nas tarefas matemáticas (ARZARELLO; ROBUTTI, 2010; RADFORD, 2014).

Manipulação *touchscreen* é interpretada como um conjunto de *inputs* e *outputs* (entradas e saídas) com os dedos e que resultam em *feedbacks* imediatos na tela dos dispositivos (ARZARELLO; BAIRRAL; DANÉ, 2014). A possibilidade de manuseio com mais de um dedo tem nos instigado, pois acreditamos que o movimento simultâneo de vários elementos (ângulos, lados etc.) de uma figura – mediante toques isolados ou combinados – pode trazer mudanças na construção do conhecimento matemático. Além do mais, a manipulação em interfaces *touchscreen* implica em continuidade de ação, na espacialidade e na simultaneidade de *inputs* na tela, na combinação de movimentos, e, muitas vezes, ações na tela dependem da rapidez do *feedback* do dispositivo.

Nossas implementações¹⁵ com a utilização de dispositivos *touchscreen* oportuniza ao sujeito a interação constante, seja com o *tablet*, seja com outro colega. Essas interações constituem um campo de significação e produção do conhecimento com o uso de outro artefato mediador: o dispositivo com *touchscreen*. A seguir apresento dois exemplos vivenciados em nossos experimentos, nos quais os participantes utilizam gestos para expressar suas ideias matemáticas (BAIRRAL, 2014) em fase de organização e convencimento.

¹⁴ Um computador por aluno.

¹⁵ Agradeço a Alexandre Rodrigues de Assis e Bárbara Caroline da Silva pela parceria nesta pesquisa.



Na tentativa de explicar uma das propriedades do trapézio isósceles, o licenciando utiliza as mãos para representar os lados não paralelos.

Quadro 3 - Gestos sendo produzidos com dispositivos touchscreen
Fonte: Bairral (2014)

Note que, na tabela anterior, os movimentos não estão dissociados da produção de significado matemático e que, com suas mãos, o licenciando está indicando os lados não paralelos do trapézio que construiu. Um outro exemplo¹⁶ ocorre quando queremos ampliar (ou reduzir) uma figura em algum editor de imagem (*Paintbrush*, por exemplo) ou quando a realizamos mediante manipulação *touchscreen*.

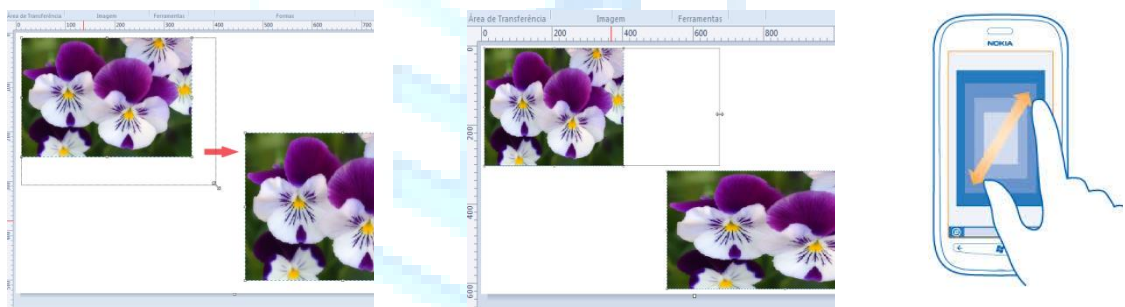


Figura 3, da esquerda para a direita - (a) Ilustração de ampliação em um programa de desenho; (b) distorção em um programa de desenho; (c) ampliação mediante deslize na tela
Fonte: (a e b) Elaboração dos autores; (c) *Google picture*

Nesses casos, “puxamos” a imagem pela diagonal, para cima ou para baixo, ou “clicamos” em um dos vértices, pois assim as duas dimensões (largura e altura) são reduzidas ou ampliadas proporcionalmente. Se não realizarmos esse tipo de movimento, ou seja, se manipularmos apenas uma dimensão da imagem, ela ficará deformada. Todavia, embora essas manipulações estejam embasadas em um conceito matemático (o método da diagonal como uma forma de gerar figuras semelhantes), elas não necessariamente são as mesmas em termos cognitivos (a ação de ampliar sem deformar) e de espacialidade (área de trabalho e de manuseio na tela).

¹⁶ Agradeço a Soraya Barcellos Izar pelo desafio aceito de elaborar e implementar atividades desse tipo em sua prática docente.

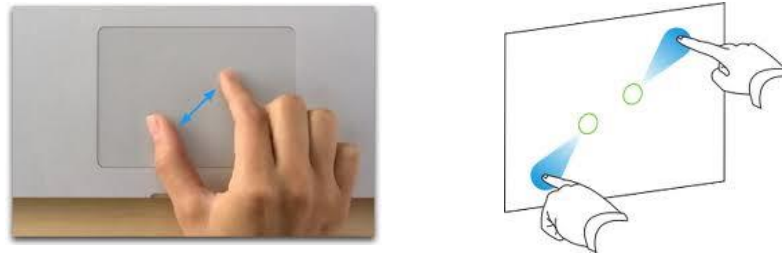


Figura 4 - (a e b) Deslizando na tela para ampliar com dois dedos
 Fonte: *Google picture*

Como nosso cérebro vai se ajustando ao que lhe é oferecido, poderíamos dizer que o cérebro mapeou (DAMÁSIO, 2010) que o “peteleco” vai ampliar a figura ou que um toque lateral suave e rápido fará com que a tela deslize lateralmente. O tamanho da tela ou a familiaridade do usuário podem influenciar na sua forma de manipular. Essa é a dimensão da espacialidade, ou seja, da região de manuseio e interação na tela (TANG et al., 2010).

No caso da ampliação de uma imagem utilizando cliques, temos que a forma ilustrada nas Figuras 3 (a e b) envolve ações de selecionar, clicar e arrastar em um ponto. Quando realizamos um toque usando apenas uma mão (Figuras 3c, 4a) ou as duas (Figura 4b) na tela, mapeamos ali uma determinada região. Ainda que o manuseio seja para ver detalhes de algo muito específico, pontual, na tela, o movimento nessa segunda ação envolve uma manipulação simultânea de pontos.

Ainda, no tocante à ampliação de uma imagem, embora a manipulação simultânea com os dois dedos (Figura 4a) seja mais usual, a segunda estratégia de ampliação (Figura 4b) também tem como orientação cognitiva a estrutura da movimentação em diagonal. Sendo assim, embora algumas manipulações *touchscreen* aparentem movimentos de clicar e arrastar (como fazemos em um *software* de geometria dinâmica como o *GeoGebra*), elas possuem diferenças em termos de ação e reação, de interação. A possibilidade de manuseio com mais de um dedo favorece a transformação simultânea de diferentes elementos (ângulos, lados, formas etc.) de uma figura, além de permitir novos modos de girar os objetos de uma construção e de efetuar transformações nela (BAIRRAL; ASSIS; SILVA, 2015).

Uma conversa para concluir

Como nas demais áreas da educação científica, realizar pesquisa em educação matemática não é uma atividade simples. Essa complexidade não será minimizada com a

geração de produtos de ensino. Embora a elaboração e a proposição de situações variadas de aprendizagem (sequências didáticas, objetos de aprendizagem etc.) sejam importantes no âmbito da inovação, a investigação com tecnologias digitais precisa colocar em xeque outras necessidades de mudanças, como, por exemplo, as de cunho epistemológico. Inclusive, devemos inserir nesse foco rupturas com avaliações de larga escala e lutar para que novos investimentos em educação também venham para novas configurações estruturais das escolas.

Nenhum modelo teórico dá conta de todas as questões inerentes ao ensino e ao aprendizado matemático. Decisões e aproximações teóricas, muita leitura e discussão coletiva e muita pesquisa científica são necessárias para a emergência de novos matizes conceituais e de produção de conhecimento. Todavia, não podemos incorrer no erro de aproximar perspectivas teóricas que são incoerentes epistemologicamente. Tampouco, usar um referencial teórico para analisar uma perspectiva com outra visão de mundo. Teoria e método caminham juntos no ato de pesquisar. A característica multifocal, política e interdisciplinar da Educação Matemática torna-a singular, complexa e cada vez mais relevante em nossos dias.

Mais uma vez cabe lembrar que, seja qual for cenário de aprendizagem, a análise deve ser diferenciada de acordo com a sua utilização, pois a intencionalidade, o propósito e a sua dimensão discursiva, por exemplo, serão diferentes. Se os ambientes forem distintos, as formas de participação também o serão. Desse modo, os meios de obter e analisar dados serão, naturalmente, diversos e variados (BAIRRAL, 2011).

Minha prática – de ensino e de pesquisa – não está pautada no que o meu interlocutor não faz ou não sabe, mas no que ele explicita no e com o coletivo constituído (BAIRRAL, 2013a). Nessa publicização vou conhecendo as dificuldades conceituais do(s) sujeito(s) e procuro saná-las. Estou denominando este caminhar de “reflexões a partir de interações positivas”, ou seja, as que publiciza o interlocutor em seu coletivo. Portanto, mais uma vez cabe destacar que a interação tem sido importante para o desenvolvimento da cognição matemática, por:

- contribuir com a constituição da atividade formativa, mediada ou não por tecnologia digital;
- promover a constituição e o senso de pertencimento no coletivo de aprendizagem;
- permitir ao professor olhar o tempo formativo presente, de modo a elaborar ações futuras potencializadoras do aprendizado;
- auxiliar a todos na deflagração ou no entendimento de uma dinâmica colaborativa de trabalho e aprendizado;

- caminhar conjuntamente com motivação (individual ou coletiva) e avaliação de práticas formativas;
- fornecer pistas ao formador, para construir estratégias para a manutenção da sedução tecnológica dos envolvidos;
- materializar mediante várias formas de comunicação (escrita, pictórica, gestual, na tela de um dispositivo móvel etc.);
- potencializar o estudo de dinâmica sobre objetos, sobre relações e sobre relações entre relações.

Particularmente em cenários virtuais, o formador tem que interpretar globalmente as intervenções e respondê-las ora de forma individual, ora coletivamente. Esse processo interpretativo necessita de tempo e envolvimento constante com o coletivo. Ele é um exemplo característico de que os processos de formação a distância mediados pelos ambientes virtuais de aprendizagem exigem tempo de dedicação pela equipe proponente. Por isso, a construção de procedimentos analíticos variados também é importante.

Considero que as pesquisas nacionais em educação matemática com tecnologias digitais ainda estão pouco ousadas nessa criação de procedimentos de coleta de dados com suporte da própria tecnologia e na emergência de estratégias de análise inovadoras. Realizar uma pesquisa focada na apropriação de tecnologias digitais distribuindo questionário convencional a professores não faz sentido, em meu ponto de vista. Ou verificar o resultado do aprendizado de um aluno em um curso oferecido no Moodle, mediante a mera resolução individual de listas convencionais de exercícios, tampouco será promissor para o que almejamos como novas formas de avaliar o aprendizado e de produzir conhecimento.

Referências

ARZARELLO, F.; BAIRRAL, M.; DANÉ, C. Moving from dragging to touchscreen: geometrical learning with geometric dynamic software. **Teaching Mathematics and its Applications**, Oxford, v. 33, n. 1, p. 39-51, 2014. doi: 10.1093/teamat/hru002.

ARZARELLO, F.; ROBUTTI, O. Multimodality in multi-representational environments. **ZDM - The International Journal on Mathematics Education**, Berlin, 42(7), 715-731, 2010.

BAIRRAL, M. A. **Discurso, interação e aprendizagem matemática em ambientes virtuais a distância**. Rio de Janeiro: Edur, 2007.

BAIRRAL, M. A. **Tecnologias da informação e comunicação na formação e Educação Matemática**. Rio de Janeiro: Edur, 2009. v. 1.

BAIRRAL, M. A. Interagindo, ouvindo o silêncio e refletindo sobre o papel do formador em chat com professores de matemática. **Educar em Revista**, Número Especial - Dossiê Psicologia da Educação Matemática, Curitiba, v.1, p. 173-189, 2011.

BAIRRAL, M. A. Desatando nós em um fórum de discussão com futuros professores de matemática. In: BAIRRAL, M. A. (Ed.). **O uso de chat e de fórum de discussão em uma educação matemática inclusiva**. Rio de Janeiro: Edur, 2013a. v. 5, p. 37-64.

BAIRRAL, M. A. **O uso de chat e de fórum de discussão em uma educação matemática inclusiva**. Rio de Janeiro: Edur, 2013b. v. 5.

BAIRRAL, M. **Do clique ao touchscreen: Novas formas de interação e de aprendizado matemático**. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 36, 29 de setembro a 2 de outubro de 2013, Goiânia, 2013c.

BAIRRAL, M. **Educação e matemática em dispositivos móveis: construindo uma agenda de pesquisas educacionais focadas no aprendizado em tablets**. In: COLÓQUIO DE PESQUISAS EM EDUCAÇÃO E MÍDIA, 4, 2 a 4 de dezembro de 2014, Rio de Janeiro, 2014.

BAIRRAL, M. A. As tecnologias digitais potencializando a insubordinação criativa no currículo da formação inicial de professores de Matemática. In: D'AMBROSIO, B. S.; LOPES, C. E. (Ed.). **Vertentes da subversão na produção científica em Educação Matemática**. Campinas: Mercado de Letras, 2015a. p. 303-323.

BAIRRAL, M. A. Licenciandos em matemática analisando o comportamento de pontos notáveis de um triângulo em um ambiente virtual com GeoGebra. In: **REUNIÃO ANUAL DA ANPED**, 37, 4 a 8 de outubro de 2015, Florianópolis, 2015b.

BAIRRAL, M. A.; ARZARELLO, F.; ASSIS, A. High School students rotating shapes in GeoGebra with touchscreen. In: **CIEAEM67**, 20 a 24 de julho de 2015, Aosta, Itália.

BAIRRAL, M.; ASSIS, A. R.; SILVA, B. C. D. **Mãos em ação em dispositivos touchscreen na educação matemática**. Seropédica: Edur, 2015.

BAIRRAL, M. A.; POWELL, A. Identificação e análise de objetos e relações em VMT. In: POWELL, A. (Ed.). **Métodos de pesquisa em educação matemática usando escrita, vídeo e internet**. Campinas: Mercado de Letras, 2015.

BARBERÀ, E.; BADIA, A.; MOMINÓ, J. M. **La incógnita de la Educación a Distancia**. Barcelona: Editorial Horsori, 2001.

BITTAR, M. A abordagem instrumental para o estudo da integração da tecnologia na prática pedagógica do professor de matemática. **Educar em Revista**, Número Especial - Dossiê Psicologia da Educação Matemática, Curitiba, v.1, p. 157-171, 2011.

BOLITE FRANT, J. Linguagem, tecnologia e corporeidade: produção de significados para o tempo em gráficos cartesianos. **Educar em Revista**, Número Especial - Dossiê Psicologia da Educação Matemática, Curitiba, v.1, p. 211-226, 2011.

BOLITE FRANT, J.; CASTRO, M. R. Um modelo para analisar registros de professores em contextos interativos de aprendizagem. **Acta Scientiae**, Canoas, v.11, n. 1, p. 31-49, 2009.

BORBA, M. D. C.; MALHEIROS, A. P.; ZULATTO, R. B. **Educação a Distância online**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

BORBA, M. D. C.; VILLARREAL, M. E. **Humans-with-media and reorganization of mathematical thinking**: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization. New York: Springer, 2005.

DAMÁSIO, A. R. **O livro da consciência**: A construção do cérebro consciente. Tradução de L. O. Santos. Porto: Temas e Debates, 2010.

GATTEGNO, C. **The science of education**: Part 1: Theoretical considerations. New York: Educational Solutions, 1987.

GUIMARÃES, W. N. **Um estudo sobre a inserção tecnológica na formação continuada de docentes de matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação/PPGEduc) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro - UFRRJ, Seropédica, RJ, 2015.

HARRIS, J.; MISHRA, P.; KOEHLER, M. Teachers' technological pedagogical content knowledge and learning activity types: curriculum-based technology integration reframed. **Journal of Research on Technology in Education**, v. 41, n. 1, p. 393-416, 2009.

MISHRA, P.; KOEHLER, M. J. Technological pedagogical content knowledge: *A new framework for teacher knowledge*. **Teachers College Record**, v. 108, n. 6, p. 1017-1054, 2006.

MORAIS, C. M. M.; MIRANDA, L. A. V.; DIAS, P. M. B. Formas de interação em discussões online. **Revista da FAGED**, Salvador, n.12, p. 151-167, 2007.

POWELL, A. B. **“So let's prove it!” Emergent and elaborated mathematical ideas and reasoning in the discourse and inscriptions of learners engaged in a combinatorial task**. (Tese de Doutora em Educação Matemática). Rutgers, The State University of New Jersey, 2003.

POWELL, A. B. Construção colaborativa do conhecimento tecnológico, pedagógico e do conteúdo de professores de Matemática. **Boletim Gepem**, Rio de Janeiro, n. 64, 2014.

PRADO, M. E. B.; COSTA, N. M. L. da; CAMPOS, T. M. M. Pedagogical use of tablet in Mathematics teachers continued education. In: **CIEAEM67**, 20 a 24 de julho de 2015, Aosta, Itália, 2015.

RADFORD, L. Towards an embodied, cultural, and material conception of mathematics cognition. **ZDM – The international journal on Mathematics Education**, Berlin, 46(3), 349-361, 2014. doi:10.1007/s11858-014-0591-1

SCHEFFER, N. F. **Corpo-tecnologias-matemática: uma interação possível no Ensino Fundamental**. Erechim: EdiFAPES, 2002.

SCHERER, S.; SILVA, L. Q. D. Formação de professores para o uso de laptops educacionais: reflexões sobre o ensino de geometria. **RIE Digital**, v. 66, n. 2, 2014.


SFARD, A. **Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses and mathematizing**. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2008.

SKLIAR, C. **Desobedecer a linguagem: educar**. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

TANG, A. et al. VisTACO: Visualizing Tabletop Collaboration. In: **INTERNATIONAL CONFERENCE ON INTERACTIVE TABLETOPS AND SURFACES (ITS '10)**, 7 a 10 de novembro, Saarbrücken, Alemanha, 2010.

Submetido em maio de 2015

Aprovado em setembro de 2015



PERSPECTIVAS DA
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA