



**REVISTA DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DA
UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO
SUL (UFMS)**

ISSN 2359-2842 Volume 15, número 38 – 2022 DOI: 10.46312/pem.v15i38.14603

**Reconhecimento de Funções Afim em seus Registros
Gráfico e Algébrico: Falsidades e ausências no Processo
de Conversão**

**Recognition of Affine Functions in Your Graphic and
Algebraic Records: falsehoods and absences in the
conversion process**

José Robson de Araújo¹

Rosinalda Aurora de Melo Teles²

RESUMO

O presente artigo faz um recorte da pesquisa intitulada "Conversão entre os registros de representação gráfico e algébrico da função afim: análise a partir da interpretação global de propriedades figurais", desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco. Com aporte da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, discute especificamente o reconhecimento da função afim em seu registro gráfico a partir de seu registro algébrico, e vice-versa, realizado por estudantes do Ensino Médio de duas escolas da rede pública de ensino. O método da pesquisa consistiu na análise de conteúdo de Bardin (2016), onde os dados passaram por uma pré-análise, selecionados de acordo com suas características comuns e em seguida codificados. Os resultados apontam que os estudantes apresentam dificuldades em identificar as variáveis visuais dos registros gráficos tais como, sentido da inclinação da reta e o ângulo formado com o eixo das abscissas e os seus respectivos valores. Também foi observado o desconhecimento dos estudantes no que diz respeito à relação existente entre a intersecção do traçado com o eixo das ordenadas e o valor do coeficiente linear presente no registro algébrico, como também

¹ Universidade Federal de Pernambuco. E-mail: jrobsonaraujo@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8479-2249>.

² Universidade Federal de Pernambuco. E-mail: rosinaldateles@yahoo.com.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7289-3501>.



utilizam como principal estratégia de conversão a abordagem ponto a ponto com tratamento na expressão algébrica.

PALAVRAS-CHAVE: Função Afim. Conversão. Registros de Representação. Abordagem de Interpretação Global.

ABSTRACT

This article is an excerpt from the research entitled "Conversion between graphic and algebraic representation records of the affine function: analysis from the global interpretation of figural properties", developed in the Graduate Program in Mathematics and Technological Education of the Federal University of Pernambuco. Based on the Theory of Semiotic Representation Records, it specifically discusses the recognition of the affine function in its graphic record from its algebraic record, and vice versa, performed by students of Secondary Education in two public schools. The research method consisted of Bardin's (2016) content analysis, where the data underwent a pre-analysis, selected according to their common characteristics and then coded. The results show that students have difficulties in identifying the visual variables of the graphic records such as the direction of the slope of the straight line and the angle formed with the axis of the abscissa and their respective values. The students' lack of knowledge regarding the relationship between the intersection of the path and the ordinate axis and the value of the linear coefficient present in the algebraic record was also observed, as they also use the point-to-point approach with treatment as their main conversion strategy. in algebraic expression.

KEYWORDS: Affine function. Conversion. Representation Records. Global Interpretation Approach.

Introdução

Pesquisadores em Educação Matemática destacam a relevância do conceito de função para a aprendizagem da Matemática, principalmente por ter como cerne a ideia de relação, pois mesmo noções mais elementares como números, em significado de contagem têm por base essência a relação funcional (GITIRANA, 2009). Essa relevância também se evidencia ao se afirmar que "a ideia de função ultrapassa os domínios da Matemática há um bom tempo, estendendo-se à Física, à Química, à Biologia, Economia, à Medicina, à Engenharia e etc., particularmente em virtude da explosão tecnológica iniciada na segunda metade do século XX" (ZUFFI, 2004, p. 3).

Nesse sentido, recomenda-se que o objeto de conhecimento "função" seja amplamente abordado no ensino da Matemática, especialmente por permitir a modelização de objetos de estudo presentes em diversas áreas, além da Matemática, e auxiliar na resolução de problemas reais do cotidiano.

No entanto, do ponto de vista do ensino e da aprendizagem de função na Educação Básica, várias pesquisas, tais como Delgado (2010), Reis (2011), Almeida (2013), Meneses (2014) e Lago (2018) têm apontado dificuldades dos estudantes do Ensino Médio na compreensão desse objeto de estudo, especialmente as relacionadas à mobilização e articulação de suas representações tais como: língua

natural, expressão algébrica, tabela de valores e representação gráfica. Essas pesquisas têm como principal ponto de convergência como a aqui apresentada, o objeto de conhecimento investigado e como divergências, temos o contexto no qual realizamos a pesquisa e algumas particularidades diagnosticadas, relacionadas às dificuldades enfrentadas pelos estudantes ao realizarem o processo de conversão entre os registros de representação gráfico e algébrico da função afim que não foram apontadas pelas pesquisas citadas.

De acordo com Duval (2012), para se ter acesso aos objetos matemáticos se faz necessária a utilização de representantes, já que tais objetos não são acessíveis por meio da percepção ou por meio da experiência intuitiva imediata. Nesse contexto, podemos incluir o objeto de conhecimento função afim. Para acessarmos esses objetos se faz necessário mobilizar os registros de representação semiótica pois, a originalidade da atividade matemática passa pela mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação e pela possibilidade de transitar entre os registros a todo momento, para que não ocorra confusão entre um objeto e sua representação (DUVAL, 2003).

No que se refere às dificuldades na apreensão do conceito de função afim, Duval (2011a) afirma que “a razão profunda dessas dificuldades não se deve procurar nos conceitos matemáticos ligados à função afim, mas na falta de conhecimento das regras de correspondência semiótica entre o registro da representação gráfica e o registro da expressão algébrica” (DUVAL, 2011a, p. 97).

O contexto de dificuldades relacionadas ao ensino e à aprendizagem de função afim na Educação Básica também foi observado na prática profissional do primeiro autor deste artigo, especialmente ao analisar o desempenho dos estudantes concluintes do Ensino Médio nos testes de Matemática do Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco (SAEPE), nos itens que requerem o reconhecimento da função afim em seu registro algébrico a partir do registro gráfico e vice-versa.

Ao ser realizado um levantamento, junto à Secretaria de Educação e Esportes de Pernambuco (SEE), dos resultados obtidos por esses estudantes nos itens supracitados no período de 2015 a 2018, constatou-se um rendimento inferior 50% de acertos, instigando alguns questionamentos iniciais que resultaram no planejamento de uma pesquisa de mestrado acadêmico. Quais as possíveis dificuldades dos estudantes do Ensino Médio em reconhecerem a função afim através da articulação de seus registros de gráfico e algébrico? Quais as possíveis estratégias utilizadas

pelos estudantes ao realizarem a conversão da representação da função afim de seu registro gráfico para o algébrico e vice-versa?

Neste artigo discute-se um recorte da pesquisa de Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica que teve origem a partir dessas reflexões. Tendo como base a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, o objetivo geral da pesquisa foi analisar a conversão entre os registros de representação gráfico e algébrico da função afim realizada por estudantes do Ensino Médio, a partir da abordagem de interpretação global de propriedades figurais. Neste recorte discutimos especificamente o reconhecimento da função afim em seu registro gráfico a partir de seu registro algébrico, e vice-versa, realizado pelos estudantes.

Referencial Teórico

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) desenvolvida pelo filósofo e psicólogo francês Raymond Duval propõe uma abordagem cognitiva para que se possa compreender as dificuldades, e a natureza das mesmas, apresentadas pelos estudantes na compreensão da Matemática.

Para que possamos descrever o funcionamento cognitivo do pensamento matemático e considerando-se que do ponto de vista epistemológico as produções matemáticas são inteiramente de ordem semiótica, assim como a descrição das atividades matemáticas evidenciam que seus processos de exploração, de prova e de aplicação à realidade consistem na transformação de representações semióticas, devemos introduzir a noção de registros de representação semiótica (DUVAL, 2011).

Os registros são definidos por Duval (2011) como as ferramentas utilizadas para analisar todas as produções matemáticas, em especial aquelas construídas com o objetivo de ensino ou de aprendizagem. Já as representações semióticas,

são produções constituídas pelo emprego de signos (sinais) pertencentes a um sistema de representação que têm suas dificuldades próprias de significância e de funcionamento. Uma figura geométrica, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico, são representações semióticas que salientam sistemas semióticos diferentes (DUVAL, 2012, p.269).

Considerando que os objetos matemáticos, devido ao caráter de abstração que a Matemática possui, não são acessíveis por meio de instrumentos ou empiricamente, se faz necessário a utilização de sistemas de representação que viabilizem o acesso a tais objetos de conhecimento proporcionando a sua compreensão (DUVAL, 2009). A diversidade de tipos e o modo de funcionamento de cada representação se

constituem como características importantes para a análise cognitiva da atividade Matemática (DUVAL, 2011b).

Ao fazer referência aos diferentes tipos de representações semióticas que são utilizados em Matemática Duval (2003) se utiliza do termo “registros” de representação, manifestando e classificando quatro tipos diferentes de registros que são mobilizáveis no funcionamento cognitivo matemático, conforme apresentamos no quadro que segue.

Quadro 1 - Classificação dos diferentes registros

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO DISCURSIVA
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: Os tratamentos não são algoritmizáveis	Língua natural Associações verbais (conceituais), Forma de raciocinar: •argumentação a partir de observações, de crenças...; •dedução válida a partir de definição ou teorema	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3). •apresentação operatória e somente perceptivas; •construção com instrumentos
REGISTROS MONOFUNCIONAIS: Os tratamentos são principalmente algoritmos	Sistemas de escritas: •numéricas (binária, decimal, fracionária...); •algébricas; •simbólicas (línguas formais), cálculo.	Gráficos cartesianos: •mudanças de sistemas de coordenadas; •interpolação, extrapolação

Fonte: Duval (2003, p.14)

Para Duval (2003), a coordenação de ao menos dois desses registros se apresenta como condição necessária à compreensão em Matemática e tal coordenação se efetiva através de duas transformações a serem realizadas: os tratamentos e as conversões.

As operações de tratamento se efetivam de maneira interna a cada registro utilizado em uma representação, ou seja, em tais operações não ocorre mudança de sistema de representação. “O tratamento de uma representação é a transformação desta representação no mesmo registro onde ela foi formada. O tratamento é uma transformação interna a um registro” (DUVAL, 2012, p. 272). Temos como exemplo de uma operação de tratamento a resolução de equação do 1º grau com uma variável.

Há, naturalmente, regras de tratamento próprio a cada registro. Sua natureza e seu número variam consideravelmente de um registro a outro: regras de derivação, de coerência temática, associativas de contiguidade e de similitude. No registro da língua natural há, paradoxalmente, um número elevado de regras de conformidade e poucas regras de tratamento para a expansão discursiva de um enunciado completo (DUVAL, 2012, p. 272).

Já o processo de conversão consiste em se realizar a transformação de uma representação, dada em um registro, em uma interpretação desta em outro registro, “conservando a totalidade ou uma parte do conteúdo da representação inicial. A conversão é uma transformação externa ao registro de início (o registro da representação a converter)” (DUVAL, 2012, p. 272).

Podemos exemplificar o processo de conversão com a transformação da representação da função afim dada em seu registro gráfico para o algébrico. No entanto, passagem de um registro de representação a outro não consiste na mudança de tratamento, se faz necessário explicar as propriedades ou os aspectos distintos do objeto representado, pois podemos perceber que em duas representações de um mesmo objeto produzidas em dois registros distintos não são encontrados os mesmos conteúdos (DUVAL, 2003).

Em se tratando das representações gráficas, para que os estudantes realizem a sua leitura é necessário discriminar as diferentes variáveis visuais pertinentes que constituem esse tipo de representação, como também, tenham consciência das correspondências entre tais variáveis e as alterações significativas que ocorrem na escrita algébrica da relação (DUVAL, 2011a).

No tocante a função afim observamos, em nossa prática como professor de Matemática do Ensino Médio, dificuldades dos estudantes na leitura e interpretação da representação gráfica dessa função, como também em determinar a representação algébrica da mesma, partindo de seu gráfico. No entanto, conforme preconiza Duval (2011a),

a razão profunda dessas dificuldades não se deve procurar nos conceitos matemáticos ligados à função afim, mas na falta de conhecimento das regras de correspondência semiótica entre o registro de representação gráfica e o registro da expressão algébrica. De fato, o ensino e mesmo certos estudos didáticos, atém-se a passagem da equação para sua representação gráfica com a construção ponto a ponto, esquece-se que é a passagem inversa que traz problema (DUVAL, 2011a, p. 97).

Na Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), são especificados os três tipos de tratamentos heterogêneos das representações gráficas,

a abordagem ponto a ponto, a abordagem de extensão do traçado efetuado e a abordagem de interpretação global das propriedades figurais, também chamados de abordagens para as representações gráfica, "elas não levam em conta os mesmos dados visuais do gráfico e não são guiadas pelo mesmo tipo de questão" (DUVAL, 2011a, p. 98).

Entre os três tipos de tratamentos possíveis para a representação gráfica, citadas por Duval (2011), exporemos aqui apenas a abordagem ponto a ponto, que segundo a TRRS, é a abordagem utilizada para se realizar a introdução e definição das representações gráficas e a abordagem de interpretação global das propriedades figurais por ser justamente a que guiou nosso estudo.

Na abordagem ponto a ponto tem-se como referência dois eixos graduados, um par de números que permite identificar um ponto e vice-versa. Nesta abordagem, segundo Duval (2011a), a realização do processo de conversão entre os registros gráfico e algébrico não leva em consideração as variáveis visuais dos registros mobilizados.

A interpretação global das propriedades figurais, diferentemente da abordagem supracitada, se apresenta como o procedimento fundamental no processo de conversão da representação gráfica para a algébrica. Este procedimento consiste em fazer corresponder às variáveis visuais pertinentes à representação gráfica as unidades significativas da representação algébrica.

Quando se trata de partir da representação gráfica para encontrar, por exemplo, a equação correspondente ou para utilizar o conceito de inclinação ou de direção, é esta abordagem de interpretação global que se torna necessária. A razão disto se deve ao fato de que o recurso a abordagem ponto a ponto é totalmente inoperante uma vez que tira a atenção das variáveis visuais (DUVAL, 2011a, p. 99).

Levando em consideração a compreensão integrativa definida por Duval (2012), segundo a qual o estudante objetiva o conhecimento quando consegue estabelecer a correspondência entre dois registros de representação semiótica, a abordagem de interpretação global vem favorecer essa objetivação a partir do momento da identificação das unidades significantes simbólicas próprias de uma expressão algébrica e as unidades significantes cartesianas (variáveis visuais), que são pertinentes ao registro gráfico, e o estabelecimento de uma correspondência entre essas unidades.

Na pesquisa foram priorizadas as três variáveis particulares definidas por Duval (2011a) para o traçado da reta no plano cartesiano: o sentido da inclinação do traçado,

os ângulos formados entre traçado e os eixos cartesianos e a posição do traçado em relação à origem do eixo vertical. No quadro que segue apresentamos essas variáveis e o seus respectivos valores.

Quadro 2 - Valores e variáveis visuais para reta no plano cartesiano

Variáveis visuais	Valores das variáveis visuais
- o sentido da inclinação do traçado:	- a linha sobe da esquerda para a direita; - a linha desce da esquerda para a direita. OBSERVAÇÃO: a referência esquerda/direita é o sentido normal do percurso visual de uma página escrita em caracteres latinos.
- os ângulos do traçado com os eixos:	Há uma repartição simétrica do quadrante percorrido. - o ângulo formado com o eixo horizontal é menor que o ângulo formado com o eixo vertical; - o ângulo formado com o eixo horizontal é maior que o ângulo formado com o eixo vertical; OBSERVAÇÃO: no caso em que o traçado não passa pela origem, basta deslocar o eixo vertical, por exemplo, até o ponto de intersecção da reta com o eixo horizontal.
- a posição do traçado em relação à origem do eixo vertical:	- o traçado passa abaixo da origem; - o traçado passa acima da origem; - o traçado passa pela origem.

Fonte: Duval (2011a, p.101)

Para que se possa realizar uma interpretação global envolvendo a conversão da representação da função afim de seu registro gráfico para o algébrico, o estudante deve estar atento à correspondência entre as variáveis visuais, com seus respectivos valores e as unidades simbólicas correspondentes.

Na figura que segue, apresentamos as variáveis visuais particulares do registro gráfico (com seus valores) e suas correspondências sistemáticas com as unidades simbólicas no registro algébrico, de acordo com TRRS, para $y = ax + b$.

Figura 1 - Valores e variáveis visuais para $y = ax + b$ no plano cartesiano

Variáveis visuais	Valores	Unidades simbólicas correspondentes	
Sentido da inclinação	ascendente descendente	coeficiente > 0 coeficiente < 0	ausência de sinal presença do sinal –
Ângulo com os eixos	partição simétrica ângulo menor ângulo maior	coefic. variável = 1 coefic. variável < 1 coefic. variável > 1	não há coefic. escrito há coefic. escrito há coefic. escrito
Posição sobre o eixo	corta acima corta abaixo corta na origem	acresc. constante subtrai-se constante sem correção aditiva	sinal + sinal – ausência de sinal

Fonte: Duval (2011a, p.101)

O estabelecimento de uma correspondência sistemática ente os valores das variáveis visuais pertinentes do registro gráfico e as unidades significativas do registro algébrico, através da abordagem de interpretação global, concorrem para uma leitura e interpretação correta das representações gráficas, isso porque "com esta abordagem não estamos mais na presença da associação 'um ponto - um par de números', mas na presença da associação "variável visual de representação - unidade significativa da expressão algébrica" (DUVAL, 2011a, p.99).

Portanto, levando-se em consideração o até aqui apresentado sobre a abordagem de interpretação do global e sua importância no processo de conversão e reconhecimento da função afim em suas representações gráfica e algébrica, nos propusemos à realização da pesquisa, cujo recorte de seus resultados apresentamos neste artigo.

Método da pesquisa

A proposta metodológica adotada na pesquisa se apresenta como qualitativa por se tratar de um trabalho desenvolvido no contexto em que o fenômeno pesquisado ocorre sendo analisado numa perspectiva integrada, indo o pesquisador a campo buscando evidências para o estudo e levando em consideração as perspectivas dos sujeitos nele envolvidos (GODOY, 1995).

A partir do caráter qualitativo da pesquisa, os dados foram interpretados e analisados tendo como referencial os pressupostos da análise de conteúdo (BARDIN, 2016). A análise de conteúdo configura-se não apenas como com um instrumento e sim como "um leque de apetrechos; ou, com maior rigor, será um único instrumento, mas marcado por uma grande disparidade de formas e adaptável a um campo de aplicação muito vasto: as comunicações" (BARDIN, 2016, p. 37).

A análise de conteúdo (AC) trata a informação a partir de um roteiro específico, segundo Bardin (2016), que consiste em três fases: 1) a pré-análise, 2) exploração do material, 3) tratamento dos resultados, inferência e interpretações. As fases desse roteiro são constituídas por regras específicas podendo ser utilizado em pesquisas de cunho tanto quantitativo como qualitativo.

Em nossa pesquisa a pré-análise se constituiu na leitura flutuante dos dados coletados, escuta das entrevistas realizadas e organização do *corpus* que se trata do conjunto de todos os documentos tidos em conta para serem submetidos aos procedimentos analíticos. Na exploração do material procedemos à seleção dos dados de acordo com suas características em comum e posterior codificação.

A codificação consistiu na transformação sistemática dos dados e sua agregação em unidades "as quais permitem uma descrição exata das características pertinentes ao conteúdo" (BARDIN, 2016, p. 133).

O *corpus* da pesquisa é composto pelas respostas dadas ao instrumento de coleta de dados constituído de quatro questões, por 45 estudantes que compõem uma amostra de cinco turmas de 3º ano do EM de duas escolas estaduais da cidade de Garanhuns - PE, e por 16 entrevistas semiestruturadas realizadas com estudantes escolhidos dentro desta amostra, a partir das informações deixadas por eles no instrumento de coleta de dados.

Resultados

Ressaltamos que não serão apresentados, neste artigo, os resultados da pesquisa em sua totalidade e sim um recorte evidenciando os que contribuíram para responder a um dos objetivos específicos da pesquisa, ou seja, analisar o reconhecimento da função afim em seu registro gráfico a partir de seu registro algébrico, e vice-versa, realizado pelos estudantes. Portanto, apresentamos as análises das questões 1 e 2, que se prestaram a esse fim.

Os resultados da pesquisa foram analisados levando-se em consideração unidades de registros (UR), que segundo Bardin (2016), podem ser de natureza variada como, por exemplo, afirmações sobre determinado assunto.

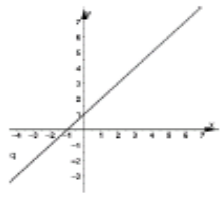
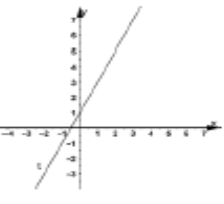
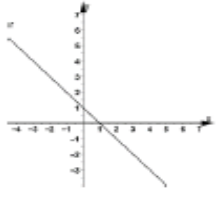

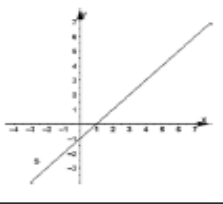
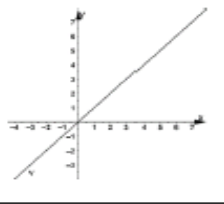
A questão 1 do instrumento é caracterizada como tarefa de reconhecimento, ou seja, nesse tipo de tarefa, segundo Duval (2011a), os estudantes são solicitados a escolher uma resposta entre várias possíveis, e essas escolhas não implicam trabalho que demande tempo, apresentou uma sequência de seis itens.

Cada item fornecia um registro gráfico (RG) e seis registros algébricos (RA) de funções afins, e foi solicitado aos estudantes que relacionassem cada um dos RG ao seu respectivo RA, ou seja, realizassem a conversão entre os registros.

Os resultados diagnosticados nessa questão, como na questão 2, foram categorizados de acordo com a UR assim definida: relacionou as intersecções entre o traçado do RG e os eixos cartesianos com as unidades simbólicas do RA.

Apresentamos, na figura que segue, as conversões realizadas pelos estudantes na questão 1, tendo o RG e o RA como registro de partida e de chegada, respectivamente

Figura 2 - Conversões realizadas na questão 1

RG	RA / Conversões	RG	RA / Conversões
	$y = x + 1$ 7		$y = x + 1$ 4
	$y = x - 1$ 9		$y = x - 1$ 7
	$y = -x + 1$ 17		$y = -x + 1$ 3
	$y = 2x + 1$ 5		$y = 2x + 1$ 11
	$y = x$ 1		$y = x$ 3
	$y = \frac{1}{2}x + 1$ 2		$y = \frac{1}{2}x + 1$ 11
RG	RA / Conversões	RG	RA / Conversões
	$y = x + 1$ 24		$y = x + 1$ 1
	$y = x - 1$ 5		$y = x - 1$ 2
	$y = -x + 1$ 3		$y = -x + 1$ 2
	$y = 2x + 1$ 2		$y = 2x + 1$ 18
	$y = x$ 4		$y = x$ 3
	$y = \frac{1}{2}x + 1$ 2		$y = \frac{1}{2}x + 1$ 13
RG	RA / Conversões	RG	RA / Conversões
	$y = x + 1$ 2		$y = x + 1$ 2
	$y = x - 1$ 17		$y = x - 1$ 2
	$y = -x + 1$ 14		$y = -x + 1$ 1
	$y = 2x + 1$ 2		$y = 2x + 1$ 1
	$y = x$ 0		$y = x$ 29
	$y = \frac{1}{2}x + 1$ 4		$y = \frac{1}{2}x + 1$ 4

Fonte: Dados da pesquisa (2021)

Nesses itens, em cada registro gráfico apresentado é explicitado o valor da intersecção do traçado da função afim com o eixo das ordenadas, fato que pode ser facilmente reconhecido pelo estudante e por conseguinte relacionado com unidade simbólica correspondente no registro algébrico, ou seja, o coeficiente linear, mesmo que ele não tenha conhecimento ou lembre deste conceito, esse dado possivelmente leva a este reconhecimento.

O que podemos observar é que mesmo “de posse” do valor em que o traçado do RG intercepta o eixo das ordenadas, os estudantes apresentaram dificuldades no reconhecimento das outras variáveis visuais, sentido da inclinação da reta e ângulo formado com os eixos, e os seus respectivos valores, o que possivelmente os impediu de relacioná-las com as unidades simbólicas correspondentes e realizar a conversão de forma exitosa, tendo como consequência o não reconhecimento da função afim em seu RA a partir de seu RG.

As dificuldades supracitadas constatadas na pesquisa podem ser observadas na conversão da função afim, representada no RG “q” para o RA $y = -x + 1$, por meio da qual 17 estudantes, no universo de 45, associaram a intersecção do traçado com o eixo horizontal, no ponto de valor igual a menos um, com a informação referente ao sinal negativo da taxa de variação apresentada na expressão algébrica.

Nos itens 2, onde consta o RG “r” e 3, que traz o RG “s”, inferimos que as conversões realizadas evidenciam dificuldades dos estudantes relacionadas aos seguintes desconhecimentos:

- No item 2, da relação existente entre o valor descendente da variável visual “sentido da inclinação” e o sinal da taxa de variação (< 0), fato que levou 24 estudantes a relacionarem o valor positivo do ponto de intersecção do traçado com o eixo horizontal ao caráter positivo do valor da variação presente na expressão algébrica para realizarem a conversão da representação da função afim de seu RG “r” para o RA $y = x + 1$.

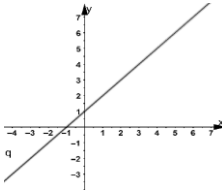
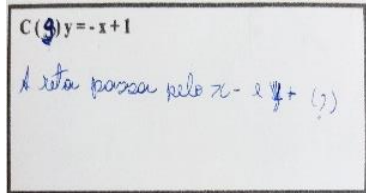
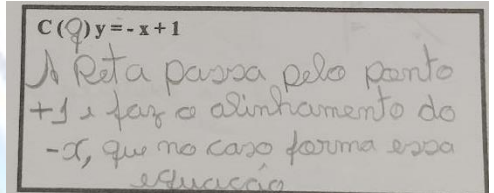
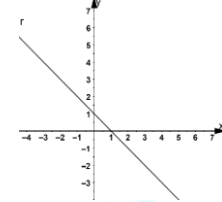
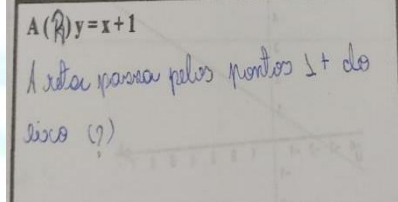
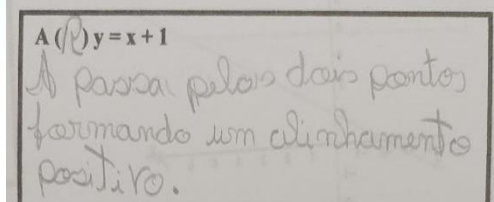
- No item 3, da correspondência entre o valor ascendente da variável visual “sentido da inclinação” e o valor “ausência de sinal” da unidade simbólica “coeficiente > 0 ”, 14 estudantes relacionaram o valor negativo do ponto de intersecção do traçado com o eixo vertical ao caráter negativo da taxa de variação presente na expressão algébrica, para converterem a representação da função afim de seu RG “r” para o RA $y = -x + 1$.

As conversões efetuadas nesse item 3, ratificam o desconhecimento dos 14 estudantes da relação existente entre a intersecção do traçado com o eixo das ordenadas e o valor positivo do coeficiente linear presente na expressão algébrica.

Destacamos, na sequência, os protocolos de alguns estudantes que ratificam a nossa análise das conversões não exitosas na questão 1. Em seus apontamentos os participantes da pesquisa evidenciam as correspondências, por eles estabelecidas, entre as intersecções do traçado RG e as unidades simbólicas do RA. Chamamos

atenção para a utilização das expressões ReE34 e ReE36 para se fazer referência ao registro escrito das respostas e comentários deixados pelos estudantes no protocolo da pesquisa.

Quadro 3 - Exemplos de conversões não exitosas

RG	ReE34	ReE16
		
		

Fonte: Dados da pesquisa (2021)

Apesar dos dados até aqui apresentados sugerirem que os estudantes não realizam uma interpretação global das situações de conversão solicitadas, ou seja, não reconhecem as funções afim através da articulação entre seus RG e RA, realizamos uma entrevista semiestruturada com alguns estudantes escolhidos de acordo com os apontamentos por eles deixados nos protocolos.

Com a entrevista, buscamos explorar os possíveis entendimentos dos estudantes em relação as correspondências existentes entre as variáveis visuais do RG e as unidades simbólicas do RA.

Observemos na sequência a entrevista realizada com o E34, onde ele explicita o seu raciocínio ao realizar a conversão solicitada na questão. Aqui também se faz necessária a observação de "P" para identificar a participação do professor investigador durante a entrevista.

P: na primeira questão você tem alguns gráficos e as leis de formação, ou fórmulas, da função afim e foi pedido para relacionar cada gráfico com a lei de formação correspondente. Você poderia me falar como fez essas relações?

Por exemplo o gráfico "q" você relacionou ele com quem (fazendo referência a lei formação)?

E34: o primeiro?

P: sim.

E34: Deixa eu ver (pausa) com a terceira.

P: com a "c" ($y = -x + 1$)

E34: isso

P: o que você observou no gráfico que ajudou você a fazer essa escolha?

E34: bom eu coloquei aqui né (fazendo referência ao registro escrito) a reta passa pelo x menos aí por que ela passa pelo menos um e pelo y mais que seria o y positivo ai eu coloquei isso a reta passa pelo x menos e pelo y mais.

P: se você observar esse gráfico "q" que representa uma função afim, você classificaria essa função como crescente ou decrescente?

E34: crescente

P: por quê?

E34: humm por que ela vai do menos um ao um.

P: se tivesse só a lei de formação teria como você dizer se ela (a função) é crescente ou decrescente?

E34: humm não sei mas aqui vai do negativo ao positivo também (fazendo referência ao $-x$ e ao $+1$).

P: você acha que a reta do gráfico "q" está mais próxima do eixo x ou do eixo y? Ou está a mesma distância dos dois?

E34: eu acho que tá a mesma distância (pausa) não acho que ela está mais próxima do y.

P: se você olhar para fórmula (lei de formação), tem alguma informação que te ajude a justificar essa afirmação?

E34: não

A partir dos trechos apresentados temos que o estudante não realiza o reconhecimento das variáveis visuais do RG e os seus respectivos valores, assim como não o faz com as unidades simbólicas do RA, o que impede a devida correspondência entre as unidades significativas das duas representações, não permitindo uma interpretação global da situação de conversão.

Em relação aos acertos nesses dois itens, e nos demais da questão, podemos inferir que eles se deram em virtude do valor explícito do coeficiente linear tanto no registro de partida (gráfico) como no de chegada (algébrico). Para o gráfico "q" temos como expressão correspondente $y = x + 1$, que figurou com 7 conversões, para o "r"

temos $y = -x + 1$, com 3 conversões. Nesse universo de acertos também foram identificados dois estudantes que realizaram o processo de conversão entre os registros, se utilizando da abordagem ponto a ponto com tratamento na expressão algébrica. Esses dois estudantes obtiveram êxito nas conversões realizadas, no entanto, durante a entrevista não conseguiram evidenciar entendimento sobre a abordagem de interpretação global considerada por Duval (2011a) essencial quando, se deseja partir do registro gráfico para o algébrico.

O objetivo da questão 2 se traduz em realizar o reconhecimento da função afim representada em seu RG a partir de seu RA, ou seja, apresenta o sentido inverso da conversão requerida na questão 1.

Nessa questão, os estudantes dispunham de quatro RA, cada um seguido por dois RG para que escolhessem qual gráfico correspondia a expressão dada. Para efeito de análise, cada uma das conversões solicitadas foi por nós chamadas de situação sendo assim, a questão era constituída das situações 1, 2, 3 e 4.

Na sequência, temos os resultados apresentados pelos estudantes na situação 2 seguidos por nossas análises. As demais situações não foram aqui evidenciadas para que não ultrapassássemos o limite de páginas exigidos para o artigo. No entanto, salientamos que os resultados seguem o mesmo padrão dos aqui expostos.

Quadro 4 - Resultados das conversões - Situação 2

Situação 2: $y = -2x + 2$	
<p>Gráfico 1</p>	<p>Gráfico 2</p>
Número de conversões: 16	Número de conversões: 26

Fonte: Dados da pesquisa (2021)

No Quadro 5, temos o RA $y = -2x + 2$ dado na situação, e os dois RG para que os estudantes reconhecessem, através do processo de conversão, qual deles corresponde à expressão. Identificamos 16 conversões corretas e 26 incorretas.

No grupo dos 16 estudantes que realizam a conversão correta foi predominante como justificativa a relação entre sentido da inclinação do RG (decrecente) e o sinal negativo da taxa de variação. No entanto, alguns desses estudantes que participaram da entrevista, ao serem questionados a respeito das correspondências existentes o valor do coeficiente linear e a posição do traçado em relação ao eixo das ordenadas, assim como o módulo da taxa de variação e o ângulo formado com os eixos, não souberam fazer as devidas correspondências, evidenciando ausência da interpretação global da situação de conversão.

Para o grupo dos 26 estudantes que não obtiveram êxito nas conversões percebemos uma interpretação incorreta da unidade simbólica “coeficiente < 0 ” que foi relacionada à intersecção da reta com o terço negativo do eixo das abscissas e não com o valor da variável visual “sentido da inclinação” que é igual a “descendente”, o que acarretaria a conversão exitosa, ou seja, para o gráfico 1. Isso pode ser observado na resposta dada pelo E34, quando perguntado o porquê de sua escolha ter sido o gráfico 2: “Eu acho que eu coloquei o dois (se referindo ao gráfico 2) por que o dois da fórmula tá negativo e nesse aqui (se referindo ao gráfico 1) não tem nenhum negativo”.

O diálogo com o estudante evidencia a falsa correspondência estabelecida pelo estudante entre a intersecção do traçado do RG com o eixo das abscissas e o caráter negativo da taxa de variação.

Não apresentamos aqui as conversões corretas em virtude das mesmas, de acordo como nossas inferências, terem ocorrido de modo análogo à questão 1, ou seja, a influência da presença explícita do coeficiente linear nos dois registros mobilizados e a utilização da abordagem ponto a ponto com tratamento na expressão algébrica como estratégia de conversão.

Conclusões

Podemos constatar que os estudantes, em sua maioria, em relação ao reconhecimento da função afim em seu registro algébrico, dado o seu registro gráfico e vice-versa, o fazem de maneira inadequada através do estabelecimento de uma correspondência entre as intersecções do traçado do RG com os eixos coordenados

e as unidades simbólicas do RA, o que podemos caracterizar como um falso reconhecimento, segundo a TRRS, das unidades significativas a serem postas em correspondência e, portanto, ausência de uma interpretação global das propriedades figurais por partes dos estudantes.

Esse falso reconhecimento, segundo Duval (2018) contribui para que a conversão entre as representações semióticas se apresente como o obstáculo maior e primordial a ser superado e contribua para a compreensão e aprendizagem da matemática. Esse obstáculo, segundo o autor, se manifesta em duas situações diversas, quais sejam: a falta de habilidade em reconhecer as unidades a serem postas em correspondência entre os registros mobilizados e "o falso reconhecimento das unidades discursivas, figurais ou simbólicas a serem postas em correspondência" (DUVAL, 2108, p. 10).

Para Duval (2018), os falsos reconhecimentos ao se tornarem persistentes tornam inviável toda explicação matemática, acentuando as dificuldades no desenvolvimento da aprendizagem em matemática.

Finalmente, os resultados obtidos no estudo mais amplo e nesse recorte específico, evidenciam a importância do desenvolvimento de estudos na área da Educação Matemática que busquem identificar outras possíveis dificuldades dos estudantes do Ensino Médio para realizarem o reconhecimento da função afim em ao menos dois de seus registros de representação de forma simultânea, pois, só assim, podemos falar em efetiva objetivação desse objeto de conhecimento matemático conforme preconiza a TRRS.

Referências

- ALMEIDA, Dionara Freire de. **Representações Matemáticas nos Processos de Ensino e de Aprendizagem da Função Afim com o uso do Software Geogebra. 2013.** 111f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas) - Centro universitário Univates, Lajeado, 2013.
- BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo.** Tradução: L. de A. Rego & A. Pinheiro. 1ª ed. São Paulo: Edições 70, 2016. 277 p.
- DELGADO, Carlos José Borges. **O Ensino da Função Afim a partir dos Registros de Representação Semiótica.** 2010. 152f. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências na Educação Básica) - Universidade do Grande Rio Professor José de Souza Herdy, Duque de Caxias, 2010.
- DUVAL, Raymond. **Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática.** In: MACHADO, S. D. A.

Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica. São Paulo: Papirus Editora, 2003, p.11-33.

DUVAL, Raymond. **Gráficos e Equações: a articulação de dois registros.** **Revista Eletrônica de Educação Matemática.** Tradução Méricles T. Moretti, REVEMAT. Florianópolis, Santa Catarina, v.6, n.2, p. 96-112 (2011a). Disponível em: <http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/revemat> . Acesso em: 7 out. 2019.

DUVAL, Raymond. **Ver e ensinar a matemática de outra forma: Entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas.** In: Tânia M. M. Campos (org). Tradução: Marlene Alves Dias. –1. ed. –São Paulo: PROEM, 2011b.

DUVAL, Raymond. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento, 1993.** Tradução: Méricles Thadeu Moretti. REVEMAT. Florianópolis, Santa Catarina, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012.

DUVAL, Raymond. **Como analisar a questão crucial da compreensão em matemática?** Tradução: Méricles Thadeu Moretti. REVEMAT, Florianópolis, Santa Catarina, v. 13, n. 2, p. 1-27, 2018.

GODOY, Arilda Schmidt. **Pesquisa Qualitativa Tipos Fundamentais.** **Revista de Administração de Empresas**, São Paulo v.35 n.3, p. 20-29, mai/jun.1995. Disponível em: < <https://www.scielo.br/pdf/rae/v35n3/a04v35n3.pdf> > . Acesso em: 3 de dez. 2020.

LAGO, Willanickson Jacksemuller Santos. **As Contribuições dos Registros de Representação Semiótica no Processo de Ensino e Aprendizagem da Função Afim: um experimento com alunos do 1º ano do Ensino Médio do Instituto Federal do Maranhão/IFM.**2018.83f. Dissertação (Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede PROFMAT) - Universidade Estadual do Maranhão, São Luís, 2018.

MENESES, Leonel Ricardo Machado. **Representações mobilizadas nas turmas de 1º ano do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Sergipe no ensino de função afim e quadrática.** 2014. 132f. Dissertação (Mestrado em Ciências e Matemática) - Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2014.

REIS, Adinilson Marques. **Uma proposta dinâmica para o ensino de função afim a partir de erros dos alunos do primeiro ano do ensino médio.**2011. 171 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.

ZUFFI, Edna Maura. **Uma Sequência Didática sobre “Funções” para a Formação de Professores do Ensino Médio.** In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8, 2004, Recife-PE.

Submetido em outubro de 2021.

Aceito em abril de 2022.