

## Qual a Medida dessa Grandeza? Uma Revisão da Literatura sobre Grandezas e Medidas

## What is the measure of this magnitude? A literature review on Quantities and Measures

*Daniel Maués da Cunha*<sup>1</sup>

*Joubert Lima Ferreira*<sup>2</sup>

*André Pereira da Costa*<sup>3</sup>

### RESUMO

O objetivo deste estudo é compreender como a literatura mais recente, publicada em periódicos da área de Educação Matemática, apresenta o tema Grandezas e Medidas. A necessidade em se investigar tal temática se justifica, pois é um campo da Matemática Escolar reconhecido nos últimos 30 anos tanto pela produção científica como pelos currículos escolares, não devendo ser mais confundido como um conteúdo ou anexo da Geometria. Com uma abordagem qualitativa, fez-se o uso da pesquisa bibliográfica utilizando o método de revisão sistemática de literatura ao analisar os artigos publicados entre 2009 e 2019 que compuseram o corpus de análise. Observou-se que o foco das pesquisas tem sido considerando a abordagem das grandezas geométricas comprimento, área e volume. As pesquisas mostraram que atividades que propõem a utilização de materiais manipulativos e softwares, através de uma abordagem diferenciada e lúdica, propiciam resultados melhores na compreensão das propriedades das Grandezas e Medidas. Por fim, verificou-se que, em geral, os trabalhos apresentam comprimento, área e volume como atributos de objetos geométricos, enfocando atividades de comparação, produção, composição e decomposição, possibilitando de forma subjetiva a dissociação entre o quadro das grandezas, o quadro geométrico e o quadro numérico. Tal abordagem é importante pois pode contribuir com a aprendizagem dos estudantes da Educação Básica ao estudarem esse tópico na escola, em especial, no reconhecimento de grandeza não como um número ou uma medida, mas como propriedade de um objeto geométrico ou de um fenômeno natural que pode ser comparada ou medida.

**PALAVRAS-CHAVE:** Grandezas. Medidas. Revisão. Sistemática. Literatura

---

<sup>1</sup> Universidade Federal do Oeste da Bahia. E-mail: [daniel.jp.cunha@hotmail.com](mailto:daniel.jp.cunha@hotmail.com). Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-5984-4545>

<sup>2</sup> Universidade Federal do Oeste da Bahia. E-mail: [joubert.ferreira@ufob.edu.br](mailto:joubert.ferreira@ufob.edu.br). Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-4610-4740>

<sup>3</sup> Universidade Federal do Oeste da Bahia. E-mail: [andre.pcosta@outlook.com](mailto:andre.pcosta@outlook.com). Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-0303-8656>.



## ABSTRACT

The aim of this study is to understand how the most recent literature, published in journals in the field of Mathematics Education, presents the topic of Quantities and Measures. The need to investigate this theme is justified because it is a field of School Mathematics recognized in the last 30 years both by scientific production and by school curricula, and should no longer be confused as a content or annex of Geometry. With a qualitative approach, it made use of bibliographical research, using the method of systematic literature review to analyze the articles published between 2009 and 2019 that made up the corpus of analysis. It was observed that the focus of research has been on the approach of length, area and volume geometrical quantities. Research has shown that activities that propose the use of manipulative materials and software, through a differentiated and playful approach, provide better results in understanding the properties of Quantities and Measures. Finally, it was found that, in general, the works present length, area and volume as attributes of geometric objects, focusing on activities of comparison, production, composition and decomposition, subjectively enabling the dissociation between the frame of quantities, the frame geometric and numerical frame. Such an approach is important because it can contribute to the learning of Basic Education students when studying this topic at school, especially in the recognition of magnitude not as a number or a measure, but as a property of a geometric object or a natural phenomenon that can be compared or measured.

**KEYWORDS:** Quantities. Measures. Review. Systematic. Literature.

## Introdução

A Matemática é tida como uma das ciências mais importantes do mundo moderno, aquela que possibilita a compreensão da realidade pelo ser humano. Mas esta não é o estudo dos cálculos complexos e chatos, temidos por crianças e adultos. Ela é a ciência de padrões e ordem, aquela que permite descobrir e explorar a regularidade das coisas do mundo real (WALLE, 2009). E a compreensão do mundo pode se tornar mais fácil quando se entende que os vários objetos, fenômenos e representações gráficas de objetos podem ser contados, comparados e medidos. Para isso, torna-se necessário que o estudo das Grandezas e Medidas seja vivenciado e valorizado na escola, de forma que os estudantes superem, por exemplo, o equívoco em se considerar grandeza como uma medida ou um número, ou ainda como "tudo aquilo que mede".

O interesse nas Grandezas e Medidas vem da sua presença marcante na vida cotidiana; como, por exemplo, nas situações de compra e venda que envolvem valor monetário, massa, capacidade e comprimento. A sua aplicação pode ser observada na culinária, quando medimos massa, tempo, temperatura relativa ao preparo dos alimentos, etc. Também estão presentes nas mais diversas práticas profissionais, como: pedreiros, marceneiros, costureiras, enfermeiros, agricultores, arquitetos, engenheiros, etc. (LIMA; BELLEMAIN, 2010). Esses são alguns das profissões que lidam constantemente com as Grandezas e Medidas.

Mas a utilização desse tópico não é algo novo, pelo contrário, com o surgimento das primeiras civilizações humanas, as Grandezas e Medidas nascem

epistemologicamente no campo da Geometria<sup>4</sup> (PEREIRA DA COSTA; VILAÇA; MELO, 2020), quando, por exemplo, o ser humano sentiu a necessidade de construir moradias para abrigar-se das chuvas e esconder-se dos perigos (ROQUE; CARVALHO, 2012; BOYER, 1974). Assim, a necessidade de medir e controlar quantidades foi evoluindo ao longo da história a partir de inúmeras necessidades cotidianas, dando origem a diversos tipos de grandezas e inúmeras unidades de medidas (CREASE, 2013).

Dada sua importância, e tendo por base a recomendação da literatura nacional e internacional em Educação Matemática (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989; PERRIN-GLORIAN, 1992; BALTAR, 1996, BELLEMAIN; LIMA, 2002; BARBOSA, 2007, BRONNER, 2007; LARGUIER, 2009; BELLEMAIN, 2013; etc.) as Grandezas e Medidas foram oficializadas como um campo da Matemática Escolar nos currículos oficiais, inicialmente por meio dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e, recentemente, na Base Nacional Comum Curricular<sup>5</sup> (BNCC). Apesar deste reconhecimento institucional, nem sempre essa perspectiva é compreendida e discutida na formação inicial de professores, o que ainda faz com que as Grandezas e Medidas equivocadamente sejam consideradas como um conteúdo ou anexo da Geometria, o que demanda a realização de estudos sobre o tema, como é o caso deste.

Ao voltar o olhar para a literatura, percebe-se que o tema das medidas foi tratado por Caraça (1951), que conceituou o que é medir e discutiu o processo de medição de uma grandeza. Walle (2009) também refletiu sobre o conceito de medida, sua relação com conceitos matemáticos, como números, valor posicional, álgebra, raciocínio proposicional, frações, geometria e dados. Além disso, esse último autor traz orientações para o ensino de Grandezas e Medidas no Ensino Fundamental, sobretudo acerca dos processos de medição de grandezas como comprimento, área, volume, massa, tempo, etc. Igualmente, Bellemain, Bibiano e Souza (2018, p.4) discutem os resultados de avaliações em larga escala e enfatizam para a importância da pesquisa nessa área ao dizer que:

---

<sup>4</sup> As Grandezas e Medidas constituem um campo da Matemática Escolar, não sendo considerado mais como um conteúdo da Geometria conforme recomendações da literatura nacional e internacional e de documentos curriculares oficiais do Brasil (PEREIRA DA COSTA; VILAÇA; MELO, 2020).

<sup>5</sup> Atualmente, a BNCC organiza o Ensino Fundamental em cinco áreas do conhecimento: Linguagens, Matemática, Ciências da Natureza, Ciências Humanas e Ensino Religioso (BRASIL, 2018). Além disso, as áreas do conhecimento estão divididas em componentes curriculares que por sua vez são formados por unidades temáticas. A Matemática enquanto componente curricular está dividida em cinco unidades temáticas, sendo as Grandezas e Medidas uma destas unidades e foco de interesse neste trabalho.

os resultados de avaliações em larga escala (nos âmbitos Federal, Estadual e Municipal) evidenciam desempenho insatisfatório e pesquisas brasileiras e estrangeiras mostram erros persistentes na aprendizagem de conteúdos do campo das Grandezas e Medidas. É o caso das confusões entre grandezas (área e perímetro, massa e capacidade etc.), do uso inadequado ou da omissão de unidades de medida (expressar uma área usando centímetros, um perímetro em centímetros quadrados, entre outros), ou ainda da utilização de fórmulas inadequadas (como, por exemplo, multiplicar os comprimentos dos lados de um paralelogramo não retângulo) (BELLEMAIN; BIBIANO; SOUZA, 2018, p.4).

Outros autores também têm abordado o tema, como por exemplo, Araújo, Silva e Bellemain (2020). Nesse trabalho, os autores analisaram como estudantes de licenciatura em Matemática lidam com as situações que dão sentido à área de paralelogramos. Como resultados, os participantes do estudo apresentaram em geral um bom desempenho nas questões propostas. Contudo, percebeu-se alguns aspectos não plenamente dominados por eles. Na questão de identificação, os autores observaram alguns equívocos, como considerar que “todo losango também é quadrado”. Apesar de não haver consenso entre os grupos em algumas respostas, os pesquisadores perceberam aspectos relevantes da formação docente, cuja identificação permite ao professor intervir de maneira a contribuir para a superação de concepções errôneas.

Resultados semelhantes foram percebidos por Righi, Santarosa e Mathias (2019), que analisaram os esquemas em ação da grandeza volume no contexto da formação inicial de professores de Matemática por meio da elaboração e aplicação de um teste. Os autores constataram que os estudantes de licenciatura dão ênfase no quadro geométrico e/ou numérico, resultando em dificuldades de compreensão de tal grandeza.

Pereira *et al.* (2019) realizaram um estudo comparativo entre as respostas produzidas por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental utilizando uma avaliação realizada em sala de aula e os resultados do 5º ano da Prova Brasil de 2015 no que diz respeito à compreensão leitora de problemas matemáticos no eixo Grandezas e Medidas. Os resultados mostraram falha na compreensão em leitura, ocasionando resultados bastante insatisfatórios para o nível de ensino investigado.

Buscando superar dificuldades de estudantes em relação às Grandezas e Medidas, Freire *et al* (2018) pesquisaram o ensino do cálculo de área e perímetro de figuras geométricas planas por meio do uso do Geoplano em uma turma do 8º ano do ensino fundamental. Os autores constataram que as atividades propostas na oficina contribuíram para a superação de algumas dificuldades conceituais de aprendizagem

apresentadas pelos alunos, entre elas o entrave na distinção das grandezas área e perímetro.

Resultados análogos foram verificados por Leivas e Gobbi (2014), que investigaram o modo como alunos do 7º ano constroem o conhecimento sobre o cálculo de perímetro e área de figuras planas utilizando o GeoGebra. Os pesquisadores constataram que a utilização do software contribuiu para aprendizagem dos estudantes participantes do estudo, sobretudo, na diferenciação entre área e perímetro.

Desse modo, percebe-se que o tema das Grandezas e Medidas tem sido abordado nas pesquisas educacionais que geralmente buscam compreender dificuldades conceituais de aprendizagem apresentadas por parte dos alunos da educação básica e por professores de Matemática em formação inicial, propondo meios para superá-las. Tal fato tem ventilado a necessidade de aprofundar a discussão sobre o ensino e a aprendizagem das Grandezas e Medidas na formação de professores, sobretudo, acerca das didáticas e metodologias de ensino voltadas para este campo da Matemática Escolar.

Diante da importância das Grandezas e Medidas nas mais variadas áreas da vida humana, das relações de trabalho à sala de aula, cabe questionar: Como as publicações brasileiras mais recentes apresentam esse campo? Assim, elaborou-se o seguinte objetivo de pesquisa: compreender como a literatura mais recente, publicada em periódicos da área de Educação Matemática, apresentam o tema Grandezas e Medidas. Este objetivo surge da constatação da importância que essa temática tem para a vida em sociedade e para a formação dos alunos.

Em função dessa perspectiva, a literatura produzida é foco de análise nesse artigo. Na próxima seção é apresentada a revisão teórica, seguida dos aspectos metodológicos da pesquisa. Posteriormente, os dados serão apresentados e discutidos, possibilitando, logo após, as considerações finais.

### **Grandezas e Medidas: uma breve fundamentação teórica**

Tendo por base o estudo de Bellemain e Lima (2002), pode-se considerar que grandezas são propriedades de um objeto ou de fenômenos que podem ser medidos e comparados a outros semelhantes do ponto de vista da igualdade ou desigualdade. No caso do objeto, este pode ser geométrico. Daí surgem as grandezas geométricas (comprimento, área, volume e abertura de ângulo), enquanto os fenômenos podem ser naturais (físicos, químicos, biológicos, etc.). Assim, tem-se as grandezas físicas (tempo, massa, velocidade, aceleração, densidade, empuxo etc.).

Então, considerando que uma grandeza é uma propriedade que pode ser medida, o que vem a ser uma medida? Com esse objetivo, Breda *et al.* (2011) sinaliza que medir significa comparar grandezas de mesma natureza, sendo o resultado de cada medição expresso por um número real positivo e por uma unidade de medida. Para Caraça (1951, p. 29), medir consiste em “comparar duas grandezas da mesma espécie – dois comprimentos, dois pesos, dois volumes, etc.”. Ademais, o autor português esclarece a realização de uma comparação entre grandezas de mesma natureza, tomando uma delas como unidade de medida, ao verificar quantas vezes a grandeza tomada como unidade cabe na outra. Este número é chamado de medida na unidade escolhida.

Como ilustração disso, ao medir o comprimento de uma mesa e encontrar, por exemplo 1,8m. A ação realizada foi medir um atributo da mesa chamado de comprimento e expressar essa medida por meio de um número real positivo acrescido de uma unidade de medida, no caso o metro (m).

Então, uma grandeza é um atributo de objetos, fenômenos ou representações gráficas de objetos que pode ser medido por meio de uma comparação entre grandezas de mesma natureza, e o resultado da medição é expresso por meio de um número real positivo acrescido de um símbolo que representa a unidade escolhida. Porém, por mais que esses conceitos sejam familiares, eles não surgiram por acaso. Pelo contrário, a necessidade de medir remonta os primórdios das civilizações (BOYER, 1974; CREASE, 2013; CALEGARI; RODRIGUES, 2018). O ser humano começou a criar animais e a plantar, então surgiram as primeiras necessidades de controlar quantidades, determinar a medida da duração do tempo e as distâncias percorridas (BOYER, 1974; ROQUE; CARVALHO, 2012).

Mesmo em antigas civilizações, diferentes formas de medir e contar foram sendo criadas e aperfeiçoadas (CREASE, 2013). Inicialmente, as medidas tinham um caráter antropométrico, pois as unidades de medidas tinham como referência as partes do corpo humano (BOYER, 1974). Nesse sentido, Crease (2013, p. 7) afirma que “O corpo humano foi o primeiro e mais antigo instrumento de medida”. Medidas como o côvado, o cúbito, a polegada e a jarda foram criadas tendo partes do corpo como referência. Dessa forma, tornou-se possível a medida de grandezas ligadas à agricultura e ao comércio, como comprimento, área, volume e massa. O emprego das medidas permitiu as antigas civilizações desenvolverem atividades agrícolas, comerciais e de engenharia. Assim, conforme Roque e Carvalho (2012, p. 5) nos dizem que “tanto os mesopotâmicos quanto os egípcios realizavam uma espécie de

cálculo de grandezas, ou seja, efetuavam procedimentos de cálculo sobre coisas que podem ser medidas (grandezas), e essa era uma das principais características de sua prática matemática”.

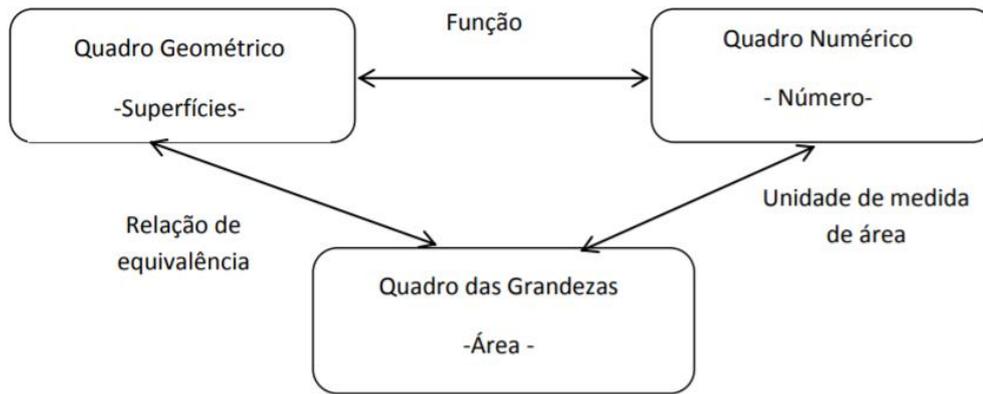
Com o desenvolvimento das civilizações e das ciências, as técnicas de medição evoluíram e tivemos o surgimento de inúmeras outras grandezas físicas, como peso, força, potência, energia etc. (CREASE, 2013). Atualmente é possível constatar que as Grandezas e Medidas estão presentes em todas as atividades humanas, na construção civil, na culinária, nas relações de compra e venda, na medicina, na agricultura, nas ciências físicas, químicas, biológicas, sociais, etc. (LIMA; BELLEMAIN, 2010).

Diante de tantas transformações possíveis graças ao desenvolvimento das Grandezas e Medidas, esse conhecimento é importante para a formação do cidadão, conforme salientam Lima e Bellemain (2010, p. 168): “a relevância social das grandezas e medidas [...] mostram que conhecimentos limitados nesse campo da Matemática restringem a capacidade das pessoas de exercerem plenamente sua cidadania”. Nesse sentido, esses conhecimentos estão presentes na formação básica das pessoas e fazem parte dos currículos escolares.

Acerca do ensino das Grandezas e Medidas na escola básica, sobretudo o que diz respeito às grandezas geométricas, Douady e Perrin-Glorian (1989) chamam atenção para a necessidade da distinção e articulação entre três domínios elementares: o geométrico, o das grandezas e o das medidas (ou numérico).

Tomando como exemplo área de figuras planas, em relação aos três domínios, o trabalho em sala de aula deve distinguir: geométrico, formado pelas superfícies planas (triângulo, quadrado, paralelogramo, entre outros); numérico, composto pelas medidas das superfícies planas, vinculadas ao conjunto  $\mathbb{R}^+$  (3; 9; 13; 4,5; 9,1, etc.); e o das grandezas, organizado por classes de equivalência de superfícies de mesma medida. Nessa direção, expressões matemáticas formadas por um número e por uma unidade de medida (por exemplo,  $5\text{cm}^2$ ;  $8,1\text{m}^2$ ;  $123\text{mm}^2$ ) constituem um modo de considerar área como grandeza (BELLEMAIN, 2000). A conexão entre os três domínios encontra-se ilustrado a seguir:

Figura 1 – Articulação entre os domínios/quadros



Fonte: Rosa dos Santos (2015, p. 82)

Apesar desses domínios apresentarem distinção, são articulados entre si, tendo alguns dos principais componentes de sustentação para a realização de estudos sobre o conceito de área. Desse modo, a relação de equivalência, isto é, possuir a mesma área, é a base que possibilita passar do domínio geométrico ao das grandezas. Igualmente, as unidades de medida de área que permitem passar do domínio das grandezas para o das medidas, e as funções que admitem sair do domínio geométrico e ir ao numérico (ROSA DOS SANTOS, 2015).

Como dito anteriormente, os conceitos vinculados às Grandezas e Medidas são mobilizados em várias situações de nossas vidas, entre elas, nas relações de compra e venda, nas atividades profissionais, etc. Além disso, a importância desse campo é indiscutível na vida em sociedade, no mundo do trabalho e na formação do cidadão. Mas como esse conteúdo se apresenta nos documentos oficiais que orientam o currículo brasileiro?

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática, os conteúdos estão organizados em quatro blocos: Números e operações, espaço e forma, grandezas e medidas e tratamento da informação (BRASIL, 1998). Os PCN trazem também orientações para o bloco Grandezas e Medidas enfatizando sua relevância social e conexão com outras áreas do conhecimento. Neste sentido, os PCN mencionam que:

este bloco caracteriza-se por sua forte relevância social devido a seu caráter prático e utilitário, e pela possibilidade de variadas conexões com outras áreas do conhecimento. Na vida em sociedade, as grandezas e as medidas estão presentes em quase todas as atividades realizadas. Desse modo, desempenham papel importante no currículo, pois mostram claramente ao aluno a utilidade do conhecimento matemático no cotidiano (BRASIL, 1998, p. 51).

Além disso, os PCN nos esclarecem que as Grandezas e Medidas proporcionam oportunidade para melhor compreensão dos conceitos relacionados ao

espaço e à forma, e permitem dar significado aos números e operações. Sobre esse tema, os PCN recomendam que sejam tratadas diferentes grandezas, como: comprimento, massa, tempo, capacidade, temperatura, etc., além de outras grandezas que são resultados da razão ou produtos de grandezas (BRASIL, 1998). As grandezas e medidas são contempladas pelos PCN como um conjunto de conteúdos importantes para a educação e que devem fazer parte dos currículos.

Em dezembro de 2017, tivemos a publicação de um novo documento normativo que substituiu os PCN, é a BNCC. Este documento consolida o tema das Grandezas e Medidas. Assim, a BNCC assinala que os alunos devem reconhecer grandezas, como comprimento, área, volume e abertura de ângulo como grandezas associadas às figuras geométricas, além de resolver problemas que envolvam grandezas (BRASIL, 2018). Consoante ao que previam os PCN, a BNCC também reconhece a importância do tema, pois afirma que:

as medidas quantificam grandezas do mundo físico e são fundamentais para a compreensão da realidade. Assim, a unidade temática Grandezas e medidas, ao propor o estudo das medidas e das relações entre elas – ou seja, das relações métricas –, favorece a integração da Matemática a outras áreas de conhecimento, como Ciências (densidade, grandezas e escalas do Sistema Solar, energia elétrica etc.) ou Geografia (coordenadas geográficas, densidade demográfica, escalas de mapas e guias etc.). Essa unidade temática contribui ainda para a consolidação e ampliação da noção de número, a aplicação de noções geométricas e a construção do pensamento algébrico (BRASIL, 2018, p. 273).

A unidade temática Grandezas e Medidas apresentada na BNCC traz em sua estrutura uma relação de objetos do conhecimento “entendidos como conteúdos, conceitos e processos” (BRASIL, 2018, p. 28), que devem ser ensinados ao longo de toda a educação básica. Esses objetos do conhecimento apresentam vários tipos de grandezas e habilidades que os alunos devem desenvolver ao trabalhar com elas.

Assim, os dois principais documentos nacionais que orientam os currículos em todo o Brasil abordam amplamente o ensino das Grandezas e Medidas e reservam um espaço importante para esse tema. Além disso, enfatizam a importância das grandezas e medidas para a formação dos alunos visando o pleno exercício da cidadania e para o mundo do trabalho.

### **Aspectos metodológicos**

Esta pesquisa caracteriza-se como uma pesquisa bibliográfica (FIORENTINI; LORENZATO, 2012) e estrutura-se dentro de uma abordagem qualitativa (ALVES-MAZZOTTI; GEWANDSZNAJDER, 2002). E como método de análise é usada a

revisão sistemática de literatura (KITCHENHAM, 2004; DONATO; DONATO, 2019). A revisão sistemática é um método que emprega como fonte de dados uma literatura já publicada sobre um determinado tema, em outras palavras, estudos primários que descrevem os resultados de uma pesquisa em primeira mão. Nesse sentido, Kitchenham (2004, p. iv<sup>6</sup>, tradução nossa) afirma que

uma revisão sistemática da literatura é um meio de identificar, avaliar e interpretar toda a pesquisa disponível relevante para uma questão de pesquisa específica, área de tópico ou fenômeno de interesse. Estudos individuais que contribuem para uma revisão sistemática são chamados estudos primários; uma revisão sistemática é uma forma de estudo secundário.

Foi realizada uma aproximação da revisão sistemática de literatura baseada nos trabalhos de Kitchenham (2004) e Donato e Donato (2019) para analisar periódicos já publicados, reunindo um corpus confiável de trabalhos que permitiram formar o corpus desta pesquisa e a partir deles realizar inferências, criando novos conhecimentos que não seriam possíveis de construção através dos trabalhos isoladamente. A condução da revisão foi realizada por meio das seguintes fases: 1. Formulação da questão de investigação; 2. Seleção de estudos primários; 3. Avaliação da qualidade do estudo; 4. Extração dos dados; e 5. Síntese dos dados (KITCHENHAM, 2004; DONATO; DONATO, 2019). Assim, passou-se a realizar as etapas para a elaboração da presente pesquisa.

Na primeira etapa, formulação da questão da pesquisa, como já exposto neste trabalho, a questão de pesquisa é “como as publicações mais recentes apresentam o tema grandezas e medidas?”. Já na segunda etapa, seleção de estudos primários, realizou-se uma busca em periódicos com base em critérios específicos delineados a seguir.

Os artigos que compuseram o corpus desse trabalho foram pesquisados apenas em revistas da área de Ensino que tiveram avaliação entre A1 e B2 no Qualis provisório, publicação prévia de julho de 2019, da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), com escopo na área de Educação Matemática, publicados de 2014 a 2019. Contudo, durante as buscas, verificou-se que a quantidade de trabalhos encontrados era insuficiente para formar uma amostra que pudesse fornecer dados adequados para atender o objetivo desta pesquisa. O recorte temporal foi aumentado para um intervalo de tempo de 2009 a 2019. É importante

---

<sup>6</sup> A autora utiliza essa numeração (algarismos romanos) para as páginas que antecedem a introdução do artigo.

destacar que a busca pelos artigos foi realizada no primeiro semestre de 2020, o que justifica a exclusão dos trabalhos publicados em 2020 e 2021. Além disso, a escolha pelo recorte temporal (2009 a 2019) se justifica pelo intervalo entre o primeiro qualis da CAPES (2010-2012) e o qualis provisório de 2019.

Foram selecionados os seguintes periódicos: Boletim de Educação Matemática (BOLEMA); Boletim do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (GEPEM); Educação Matemática Pesquisa (EMP); Zetetiké; Boletim Online de Educação Matemática (BOEM); Educação Matemática Debate (EMD); Educação Matemática em Revista (EMR-SP); Educação Matemática em Revista (EMR-RS); Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana (Em Teia); Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática (JIEEM); Perspectivas da Educação Matemática (PEM); Revista Eletrônica de Educação Matemática (REVEMAT); Revista de Educação Matemática (REMAT); Revista de Investigação e Divulgação em Educação Matemática (RIDEMA); e Revista Paranaense de Educação Matemática (RPEM).

Em uma revisão sistemática de literatura segundo Kitchenham (2004, p. 2, tradução nossa) podemos verificar as seguintes características:

revisões sistemáticas são baseadas em uma estratégia de pesquisa definida que visa detectar grande parte da possível literatura relevante. [...]Revisões sistemáticas documentam sua estratégia de busca para que os leitores possam verificar seu rigor e integridade. [...] Revisões sistemáticas requerem critérios explícitos de inclusão e exclusão para avaliar cada potencial estudo primário.

Tendo definido as plataformas das revistas, utilizou-se para a realização da busca os termos que possuem relação com o tema: grandeza, medida, comprimento, área, volume, temperatura, massa, ângulo, capacidade, perímetro, tempo, medir e medição.

Assim, após a busca nas plataformas das revistas utilizando um dos termos selecionados, foram encontrados 617 artigos. Desse modo, foi realizada a leitura dos resumos a fim de verificar se o artigo realmente tratava sobre ensino e aprendizagem de grandezas e medidas ou se apresentava alguma relação com esse tema. Assim, na seleção considerou-se isso como critério de exclusão, ou seja, os trabalhos que abordavam direta e indiretamente o tema proposto foram selecionados e os manuscritos que não tinham nenhuma afinidade com a temática foram descartados. Foram encontrados 40 artigos que atenderam o parâmetro de inclusão adotado, sendo excluídos um total de 577 artigos.

Na etapa de avaliação, realizou-se a leitura integral dos artigos selecionadas a fim de verificar se os conteúdos presentes nos trabalhos eram fiéis aos seus resumos e apresentavam temas e abordagens relacionadas com as grandezas e medidas. Essa etapa foi bastante extensa, pois exigiu a leitura minuciosa dos trabalhos encontrados. Ao final foram selecionados 40 artigos para compor o corpus dessa pesquisa. A seguir, foi realizada a etapa de extração dos dados que consistiu em verificar em cada artigo os autores, o ano de publicação, os objetivos, as conclusões, as grandezas abordadas, a referência ao PCN e a BNCC e a abordagem feita das grandezas e medidas.

## Apresentação e discussão dos dados

### Caracterização dos dados

Foram selecionados 40 artigos que abordam a unidade temática Grandeza e Medidas sob vários enfoques. No quadro 01, abaixo, a tabulação dos artigos encontrados discriminados por periódico, autor, ano de publicação e as respectivas quantidades.

Quadro 1 - Apresentação dos artigos selecionados por periódico

Periódico	Artigos (Código)	QTD
BOLEMA	Fernandes e Healy, 2010 (A01); Manechine e Caldeira, 2010 (A02); Silva, 2009 (A03); Araújo e Santos, 2009 (A04); Figueiredo, Bellemain e Teles, 2014 (A05); Carvalho e Bellemain, 2015 (A06); Henriques, 2013 (A07)	07
EMP	Morais, Bellemain e Lima, 2014 (A08); Vece, Curi e Santos, 2017 (A09); Souza, Esteves e Silva, 2014 (A10);	03
Zetetiké	Andrade Filho e Rauen, 2017 (A11);	01
BOEM	Silva e Nunes, 2018 (A12); Ferreira e Scortegagna, 2018 (A13); Ballejo e Viali, 2018 (A14); Lopes, Oliveira, Costa e Leão, 2017 (A15);	04
EMR-SP	Fernandes e Piedade, 2018 (A16); Nogueira, Andrade e Zanqueta, 2011 (A17); Teles e Bellemain, 2010 (A18); Sampaio, Medeiros e Costa, 2016 (A19); Trevisan, 2017 (A20); Abrahão, 2012 (A21);	06
Em Teia	Rosa dos Santos e Câmara dos Santos, 2015 (A22); Rodrigues e Bellemain, 2016 (A23); Bellemain, Bibiano e Souza, 2018 (A24);	03
JIEEM	Silva, Nascimento, Carvalho, Carvalho, A. e Pietropaolo, 2016 (A25); Gomes, Galvão e Silva, 2018 (A26);	02
PEM	Silva, Bellemain e Borba, 2016 (A27); Borowsky, Marafiga, Lopes e Tomazzetti, 2016 (A28);	02
REVEMAT	Teles e Sá, 2010 (A29); Liell e Bayer, 2018 (A30); Viseu, Menezes e Almeida, 2013 (A31); Santos, 2014 (A32); Silva e Lopes, 2013 (A33); Santos, 2018 (A34); Vargas, 2012 (A35);	07
REMAT	Pachêco e Pachêco, 2017 (A36);	01
RPEM	Liell e Bayer, 2018 (A37); Stefani e Proença, 2019 (A38);	02

EMR-RS	Vieira, Trevisan, Baldini e Rocha, 2018 (A39); Onuchic e Allevato, 2009 (A40);	02
TOTAL		40

Fonte: Elaboração dos autores (2019)

Os trabalhos foram organizados em categorias tendo por base semelhanças inferidas a partir dos objetivos de cada trabalho.

### **Categorias de análise**

Os trabalhos a partir de seus objetivos, foram agrupados em: (a) trabalhos que buscaram elaborar/utilizar materiais e/ou atividades para favorecer o ensino e a aprendizagem das grandezas e medidas; (b) trabalhos que analisaram as dificuldades apresentadas por alunos e professores em relação à abordagem das grandezas e medidas; (c) trabalhos que analisaram a abordagem das grandezas e medidas em currículos, livros didáticos e avaliações externas; (d) trabalhos que abordaram as grandezas e medidas em uma perspectiva interdisciplinar; (e) trabalhos que analisaram a presença de grandezas e medidas no cotidiano, na cultura e na sociedade.

### **Trabalhos que buscaram elaborar/utilizar materiais e/ou atividades para favorecer o ensino e a aprendizagem das grandezas e medidas**

Foram encontrados um total de 15 trabalhos (A01; A02; A07, A12; A13; A14; A15; A20; A28; A33; A34; A35; A36; A39; A40). As grandezas abordadas são comprimento, área e volume. Não sendo encontrados trabalhos que abordem outras grandezas que compõem a unidade temática grandezas e medidas. Além disso, a principal linha de pesquisa abordada constitui-se pela investigação da relação entre área e perímetro, pois oito trabalhos (A01; A07; A13; A14; A33; A34; A35; A39) analisaram, sob diferentes enfoques, o tema perímetro e área.

Essa predominância de estudos com foco em comprimento, área e volume pode ser explicada pela importância atribuída a essas grandezas pelos documentos oficiais que norteiam os currículos, pela existência de dificuldades por parte dos alunos em trabalhar com esses conceitos, como diferenciar área e perímetro e pela relevância social destas grandezas nas mais variadas profissões. Além disso, a ideia de medida está relacionada com outros conteúdos matemáticos, como números, valor posicional, álgebra, raciocínio proporcional, frações, geometria e dados (WALLE, 2009, p. 404). Assim, estas grandezas geométricas são importantes em outros campos da Matemática e, por isso, tem recebido a atenção de pesquisadores.

Quanto aos resultados encontrados nessas pesquisas, a utilização de materiais manipulativos e/ou softwares apresentam resultados significativos no ensino dos conceitos de comprimento, perímetro, área e volume. Em virtude disso, dos quinze artigos que compõem esta categoria, treze apresentam materiais manipulativos e/ou softwares como apoio em seus trabalhos (A01; A02; A12; A13; A14; A15; A20; A28; A33; A35; A36; A39; A40).

Sem entrar no mérito dos vários suportes teóricos utilizados nas pesquisas aqui analisadas, a utilização de materiais manipulativos tem se mostrado importante na construção do conceito de grandeza. Douady e Perrin-Glorian (1989), Bellemain e Lima (2002), Walle (2009) e Lima e Bellemain (2010) parecem convergir no sentido de que compreender comprimento, área e volume como grandezas autônomas perpassa por atividades que permitam dissociar o quadro das grandezas, o quadro geométrico e o quadro das medidas. Neste contexto, os materiais manipulativos e softwares possibilitam a realização de atividades de comparação, decomposição, criação e conservação, permitindo explorar todos os aspectos relacionados à grandeza, não enfatizando apenas o aspecto numérico como é característico no ensino das grandezas. Desta forma, é compreensivo que tantos trabalhos tenham se apropriado de materiais manipulativos e softwares para apoio em suas pesquisas.

Outro aspecto verificado diz respeito à forma de apropriação dos conceitos de comprimento, área e volume. Os trabalhos dessa categoria evidenciam que as atividades propostas para a aprendizagem das grandezas devem se basear em tarefas de comparação, produção e na utilização de medidas não padronizadas, deixando para o último momento atividades que envolvam os aspectos numéricos das grandezas (A01; A02; A12; A13; A14; A15; A20; A28; A33; A35; A36).

Nesse sentido, Douady e Perrin-Glorian (1989) construíram a hipótese de que uma associação precoce da superfície a um número favorece a amálgama entre diferentes grandezas. Como esse modelo didático proposto pode ser aplicado a outras grandezas geométricas como comprimento e volume, percebe-se que associar precocemente números às representações geométricas de comprimento, área e volume pode gerar a concepção de que uma grandeza é apenas um número. Logo, os trabalhos em questão têm evitado enfatizar o aspecto numérico em suas atividades (A01; A02; A12; A13; A14; A15; A20; A28; A33; A35; A36; A39; A40).

Quanto à abordagem das grandezas geométricas tratadas nessa categoria, verificou-se que A01, A12 e A34 utilizaram como aporte teórico o modelo didático de grandeza proposto por Douady e Perrin-Glorian (1989). Nos demais trabalhos, são

apresentados outros suportes teóricos para abordar grandezas e medidas, porém o tratamento dado a comprimento, área e volume é compatível com o modelo de grandezas independentes, bem como o que é sinalizado em documentos de orientação curricular, entre eles os PCN (BRASIL, 1998) e a BNCC (BRASIL, 2018).

### **Trabalhos que analisaram as dificuldades apresentadas por alunos e professores em relação à abordagem das grandezas e medidas**

Nesta categoria são treze artigos (A03; A04; A05; A10; A11; A17; A18; A21; A23; A26; A31; A32; A38), e as grandezas abordadas são comprimento, perímetro, área, volume e massa. Conforme mostrado na categoria anterior, as grandezas geométricas comprimento, área e volume são necessárias à compreensão de outras grandezas e estão relacionadas a outros campos da matemática (BELLEMAIN; LIMA, 2002; BRASIL, 2018).

O interesse por pesquisar as dificuldades que alunos apresentam ao estudar comprimento e área não é novo. Douady e Perrin- Glorian (1989) pesquisaram esse problema e constataram que a dissociação entre os quadros geométrico, das medidas e das grandezas possibilita a diferenciação entre comprimento e área. Lima e Bellemain (2010), ao abordar o entrave em distinguir perímetro e área, enfatizam que uma das suas causas é a utilização exaustiva de expressões matemáticas de cálculo em listas de problemas, isto é, o foco em apenas um dos quadros (o numérico) e não na dissociação entre esse e os demais. Bellemain e Lima (2002), Souza (2017) e Araújo (2018) discutem a problemática acerca do ensino de área e perímetro e mostram que essa dificuldade entre os alunos é persistente e que também é verificada entre professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Em A03, verificou-se que mesmo que o sujeito domine o cálculo com área e perímetro, isso não é garantia que compreenda ou possa vir a compreender as relações entre essas grandezas. Em A21, concluiu-se que os conceitos de perímetro e área precisam ser apresentados simultaneamente desde o início para que as crianças possam fazer a diferenciação. Em A32 foi constatado que os professores pesquisados apresentam lacunas na sua formação quanto a conhecimentos geométricos e pautam suas aulas na apresentação de definições e memorização de expressões matemáticas de cálculo de área e perímetro. Em A38, os autores verificaram que dentre outros resultados, as dificuldades apresentadas pelos alunos ao resolverem problemas relacionados com área e perímetro se devem a não interpretação dos enunciados e domínio sobre os conceitos de perímetro e área.

Esses trabalhos perpassam pela falta de compreensão acerca das grandezas comprimento e área. Nesse sentido, Bellemain e Lima (2002, p. 26) afirmam que “a construção das relações pertinentes entre área e comprimento é um processo complexo e de longa duração” e salientam que várias pesquisas têm mostrado que existem erros variados relacionados à dificuldade de aprendizagem de tais grandezas geométricas. Entre tais erros, destaca-se a complexidade em diferenciar as duas grandezas, isto é, muitos estudantes da educação básica pensam que área e perímetro são o mesmo atributo, e não reconhecem, por exemplo, que duas figuras geométricas com mesma área podem apresentar perímetros diferentes (e vice-versa).

Entre as pesquisas que analisaram dificuldades relacionadas com área, destaca-se A18, na qual as autoras analisaram procedimentos de resolução utilizados por alunos do 2º ano do Ensino Médio submetidos a um teste diagnóstico e verificaram entre outros resultados que os alunos confundem comprimento e área. Em A23, investigou-se como alunos do 6º ano lidam com uma tarefa de comparação de áreas de figuras planas em ambientes com características distintas: papel e lápis, materiais manipulativos e no software de geometria *Apprenti Géomètre 2*. Verificou-se que os alunos participantes do estudo apresentavam dificuldades em identificar figuras geométricas planas com perímetros diferentes, mas tendo a mesma área. Em A26, analisou-se o conceito de área num processo de formação continuada de professores dos anos iniciais e constatou-se que os participantes do estudo apresentam lacunas no domínio desse conteúdo específico e que isso pode implicar nos conhecimentos para o seu ensino.

As dificuldades em trabalhar com a grandeza área estão presentes em todos os níveis de escolaridade. Bellemain e Lima (2002) mostram que em pesquisas realizadas na França os próprios professores em formação utilizam "teoremas-em-ação" errôneos e que resultados como esse apontam para o reforço desses erros devido aos conhecimentos limitados dos professores. Nesse sentido, as dificuldades ao lidar com grandezas geométricas por parte dos alunos do Ensino Fundamental, do Ensino Médio e futuros professores nos parece um processo cíclico de perpetuação dos erros.

Em A04, analisou-se o comportamento de alunos do Programa Projovem na resolução dos itens do Exame Nacional Externo e percebeu-se que a estratégia privilegiada dos alunos consiste em realizar uma operação com os dados do problema. Isso evidencia que muitos desses estudantes apresentam dificuldades em construir sentido para o enunciado dos problemas.

Em A05, os autores analisaram de que modo os alunos do Ensino Médio lidam com situações de comparação relativas ao volume e constataram que a maioria dos alunos não compreendem volume como uma grandeza. Em A31, investigou-se o conhecimento de geometria de professores do 1º ciclo do ensino básico português e as suas perspectivas sobre o ensino deste tema nos primeiros anos de escolaridade. Nesse último estudo, notou-se que os alunos têm dificuldades com a determinação dos valores das grandezas área e volume.

Esses resultados se comunicam com os resultados de outros trabalhos (A18 e A26) anteriormente analisados no que diz respeito a compreensão de comprimento, área e volume como grandezas e a diferenciação entre os quadros das grandezas, geométrico e numérico, acarretando preferências pelo quadro numérico, dificuldades em atividades de comparação e lacunas na formação de professores.

Em A11, os pesquisadores analisaram a resolução equivocada de um problema de cálculo de volume de um prisma representando uma barra de ouro por estudantes do terceiro ano do ensino médio e constataram que não está claro para os alunos o conceito de “altura” como a distância que é perpendicular ou que forma  $90^\circ$  em relação às bases da figura, mas um conceito de altura mais intuitivo que está relacionado com aquilo que é vertical.

Em A17, investigou-se a aprendizagem de alunos cegos que já haviam sido apresentados às medidas de comprimento e constatou-se que antes da intervenção proposta, os alunos apresentavam um conhecimento insuficiente da medida de comprimento. Em A10, investigou-se “o potencial de integração curricular e possibilidades de troca de conhecimentos entre licenciandos em Pedagogia e Matemática” (p. 189). Para isso, foram coletados dados durante seções de elaboração de aulas para o ensino de grandezas e medidas, em especial para a abordagem de comprimento, massa, área e perímetro. Assim, verificou-se que os futuros professores apresentam dificuldades em abordar essas grandezas, sobretudo pela ausência de conhecimento pedagógico geral ou de conhecimento específico, impedido que “os professores construam representações mais eficazes do conteúdo, a utilização adequada de materiais didáticos e sua escolha, dentro do processo de ensino e de aprendizagem de Matemática” (p. 206).

Portanto, existe um fio condutor que passa por todos esses trabalhos analisados e consiste na dificuldade apresentada por alunos do Ensino Fundamental, do Ensino Médio, do Ensino Superior e professores da educação básica em trabalhar com as grandezas e medidas. Por outro lado, esses trabalhos analisados abordam

comprimento, área e volume como grandezas geométricas e algumas pesquisas (A05; A18; A23; A32) utilizam o modelo didático de área proposto por Douady e Perrin-Glorian (1989). Os demais trabalhos apesar de não explicitarem o suporte teórico de Douady e Perrin-Glorian (1989), abordam comprimento, área e volume como grandezas.

### **Pesquisas que analisaram a abordagem das grandezas e medidas em currículos, livros didáticos e avaliações externas**

Essa categoria se dedica a análise de estudos sobre grandezas e medidas em currículos, livros didáticos e avaliações externas, sendo composta por seis artigos (A06, A08, A09, A22, A27 e A29). Dentre estes, temos dois artigos (A06; A09) que analisaram a abordagem das grandezas em currículos. Em A06, investigou-se o modo como é proposto o estudo da área de figuras geométricas planas no currículo de Matemática do Programa Projovem Urbano e a relação entre esse estudo e os princípios que regem o Programa. Assim, constatou-se que a organização matemática predominante é o cálculo da área de retângulos, por meio do uso de expressões matemáticas e justificada pela contagem de quadrinhos. Em A09, realizou-se um mapeamento nos currículos de matemática do Ciclo de Alfabetização de Estados e Municípios brasileiros, para analisar as orientações didáticas sobre a unidade temática Grandezas e Medidas e evidenciou-se que “o desfalque de orientações didáticas que contribuam para a compreensão dos processos cognitivos na construção dos conceitos de grandeza e medida” (p. 324).

Em A06, é informado que o currículo analisado foi elaborado para atender jovens entre dezoito e vinte e quatro anos que estavam fora do mercado de trabalho e que haviam cursado pelo menos até a antiga quarta série (atual quinto ano). O enfoque no cálculo da área de retângulos está relacionado com a qualificação para o trabalho. Ao passo que em A09, foram observadas lacunas nos currículos de matemática do ciclo da alfabetização. Um ponto de tangência nesses trabalhos, conforme Lima e Bellemain (2010), é o fato de os conhecimentos acerca das Grandezas e Medidas serem indispensáveis ao exercício da cidadania. Todavia, nota-se uma contradição: ao passo em que se tem um currículo focado na inclusão social e que emprega esse conteúdo, por outro lado têm-se outros currículos que não oportunizam de forma explícita o acesso ao tema supracitado.

Com relação à abordagem das Grandezas e Medidas, há indícios nos trabalhos dos quais os autores compreendem e abordam grandeza como um atributo, logo dissociando o quadro das grandezas, o quadro geométrico e das medidas. Neste

sentido, A09 (p. 307), ao tratar sobre grandezas, relata que “as contínuas quantificam suas qualidades (massa, temperatura, comprimento, capacidade, valor, volume e tempo)”. Ao passo que A06, afirma que o conteúdo área de figuras planas “vive no domínio das grandezas e medidas (com ênfase nítido no aspecto medida)”.

Três artigos (A08; A22; A29) se dedicaram a análise de livros didáticos de Matemática, sendo que as grandezas abordadas foram área e volume. No trabalho A08, analisou-se coleções de livros de Matemática do Ensino Médio e constatou-se que apesar das coleções oportunizarem distinguir o sólido e a grandeza, bem como a grandeza e o número, a abordagem nas obras é caracterizada pela ênfase evidente nas situações de medição, sendo que as situações apresentadas não são suficientes para construir o conceito de volume como uma grandeza.

Em A22, investigou-se o conceito de área de figuras geométricas em livros do 6º ano do Ensino Fundamental e notou-se que a ênfase dada está em determinar a medida da área de uma figura ou região, valorizando o aspecto numérico do conceito de área. Os autores do trabalho grifam que o realce no aspecto numérico pode contribuir para que o aluno associe a superfície a um número e confunda área e perímetro. Em A29, analisou-se as situações que envolvem área do retângulo em livros didáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental e constatou que o cálculo da área do retângulo é frequentemente usado para dar sentido à multiplicação e que na maioria das vezes não fica notório que se trata do cálculo de área.

Os trabalhos parecem convergir no sentido de que tanto os livros de Matemática do Ensino Fundamental anos iniciais e finais quanto os livros do Ensino Médio analisados têm dado ênfase ao aspecto numérico no tratamento dos conceitos de área e volume. Apesar das noções de medidas estarem relacionadas a vários campos da matemática (WALLE, 2009; LIMA; BELLEMAIN, 2010), é preciso que seja dada atenção aos outros aspectos relacionados às grandezas, como o aspecto geométrico e da grandeza (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989).

Verificou-se que os três trabalhos (A08; A22; A29) utilizaram como suporte teórico para o conceito de grandeza o modelo didático de área como grandeza proposto por Douady e Perrin-Glorian (1989). Além disso, no caso de A08, o modelo proposto pelas pesquisadoras francesas foi adaptado para a grandeza volume.

No artigo A27, discutiu-se o campo das grandezas e medidas nos itens apresentados pela Provinha Brasil de Matemática (PBM) e percebeu-se que “há um empobrecimento da avaliação no campo das Grandezas e Medidas, tanto na diversidade das grandezas quanto na relevância das escolhas” (p. 740). Verificou-se

por exemplo que a PBM aplicada no período de 2011 a 2014 apresentou um total de 140 questões, sendo 27 sobre Grandezas e Medidas. Nos itens que compõem tal prova, foram exploradas apenas as grandezas comprimento, valor monetário e duração de intervalos de tempo. Não sendo abordada outras grandezas previstas no currículo, tais como capacidade, massa e temperatura.

Por outro lado, a pesquisa evidencia que a PBM tem como principal função assessorar o trabalho docente em sala de aula, contudo o processo de avaliação apresenta falhas e pode levar o professor a uma avaliação superficial do desempenho de seus alunos. Bellemain e Lima (2002) refletem sobre pesquisas que indicam a existência de uma contradição entre a concepção de professores acerca das grandezas e medidas e o resultado de pesquisas. Isso se justifica, pois, professores alegam que não há dificuldades no ensino das grandezas e as pesquisas mostram que os alunos possuem dificuldades diversas em lidar com grandezas. Logo, a PBM pode contribuir para manutenção desta contradição.

Como verificado em outras categorias, as deficiências na abordagem das grandezas e medidas não se restringem apenas aos processos de ensino e de aprendizagem e/ou as abordagens em livros didáticos, mas também aparecem, como foi sinalizado pelo trabalho A27, em avaliações externas.

### **Pesquisas que abordaram as grandezas e medidas em uma perspectiva interdisciplinar**

São três artigos (A24; A30; A37) que compõem esta categoria. Nestes são abordadas as grandezas perímetro, área, comprimento, massa e volume. Nessa categoria o número de grandezas abordadas é maior que nas categorias anteriores e o motivo decorre do fato das grandezas e medidas serem abordadas em outras áreas do conhecimento e permitirem uma variedade de situações que contemplam tanto grandezas físicas como geométricas. Assim, os contextos físicos, químicos e sociais permitem mais facilmente a utilização de um espectro maior de grandezas.

Em A30, investigou-se, em um contexto de formação continuada de professores, a abordagem de situações-problemas envolvendo temas ambientais com alunos dos anos finais do Ensino Fundamental. Dentre os conteúdos mobilizados estão grandezas como perímetro, comprimento, área, massa e volume. Verificou-se ainda que a combinação entre matemática e questões ambientais mostrou ser promissora ao instigar os alunos a aprenderem matemática, tornando-os cidadãos críticos e conscientes da problemática que os rodeia.

Em A37, considerando um contexto da formação continuada de professores, constatou-se que a utilização de jogos matemáticos envolvendo temas ambientais possibilitou aos alunos se tornarem ativos e participantes na construção do conhecimento. Assim, percebeu-se que “as aulas se tornaram mais atraentes e que principalmente, provocou a possibilidade da formação de uma consciência ambiental nos estudantes” (p. 352).

Em A24, problematizou-se o ensino das grandezas e medidas na matemática da Educação Básica e a interface entre Matemática e Física. Concluiu-se que o campo das grandezas e medidas é importante para a formação do aluno e necessita ser estudado e investigado para propiciar melhores condições de ensino e que a interface com a física é um caminho rico a ser trilhado.

Os trabalhos analisados mostraram que as grandezas e medidas podem ser mediadoras de vários processos de ensino e de aprendizagem devido a sua grande importância nas práticas educacionais, sociais e culturais em uma perspectiva interdisciplinar (LIMA; BELLEMAIN, 2010; BELLEMAIN; LIMA, 2002). Quanto a abordagem das grandezas nos trabalhos não foi possível verificar a concepção abordada, pois o foco dos artigos não recaía sobre este tema.

### **Pesquisas que analisaram a presença de grandezas e medidas no cotidiano, na cultura e na sociedade**

Nessa categoria há três artigos (A16; A19; A25). Verificou-se neles trabalhos que as grandezas e medidas estão fortemente enraizadas na cultura popular, sendo possível constatar sua presença em comunidades diversas. Os trabalhos citados analisaram a presença de conceitos matemáticos presentes em comunidades quilombolas (A16; A25), em uma atividade prática de medição em uma pedreira (A19) e em uma atividade de delineamento de tarefas (A39).

Verificou-se a presença de conceitos matemáticos nas comunidades quilombolas. Desta forma, esses conceitos podem ser utilizados como um contexto propício ao ensino das grandezas e medidas para alunos dessas comunidades, possibilitando um diálogo entre conceitos matemáticos culturalmente construídos e conhecimentos cientificamente elaborados (A16; A25). Além disso, verificou-se a utilização do conceito de densidade, volume e massa empregados na aula de física como suporte para uma atividade prática em campo, na qual percebe-se a utilização diversa das grandezas em outras áreas do conhecimento (A19).

Nesse sentido, Bellemain e Lima (2002) defendem que a matemática escolar deve abordar de forma explícita e direta o ensino das grandezas e medidas para

estabelecer articulações com o campo mais amplo das grandezas que ocorre com outros domínios disciplinares. No tocante a forma de abordagem das grandezas, não foi possível verificar, pois os trabalhos tinham outro foco.

### **Considerações finais**

A presente pesquisa é relevante por trazer a discussão sobre essa unidade temática importante para a formação do aluno, as Grandezas e Medidas. Assim, por meio de uma revisão sistemática de literatura, reuniu-se trabalhos publicados acerca desse tema com o objetivo de compreender o que já se publicou sobre o assunto e construir uma visão geral sobre o tema.

Verificou-se que o foco das pesquisas tem sido abordar predominantemente as grandezas geométricas de comprimento, área e volume. Acredita-se que esse fato pode ser explicado pela importância atribuída a essas grandezas pelos documentos oficiais que norteiam os currículos, pela existência de dificuldades por parte dos alunos em trabalhar com esses conceitos, como diferenciar área e perímetro, e pela relevância social destas grandezas nas mais variadas profissões. As pesquisas também apontam que a utilização de materiais manipulativos e softwares em aulas que propiciam uma abordagem mais lúdica e diversificada têm mostrado bons resultados no ensino das grandezas e medidas.

Observou-se também que as atividades de composição, decomposição, comparação e construção de figuras geométricas têm melhores resultados no ensino das Grandezas e Medidas do que tarefas que dão ênfase ao cálculo numérico, pois enfatizam as propriedades e não o aspecto numérico. Essas atividades permitem de forma subjetiva dissociar a grandeza de sua dimensão geométrica e numérica. Nesse sentido, Douady e Perrin Glorian (1989, p. 396, tradução nossa) constataram que “uma associação precoce da superfície a um número favorece a amálgama entre diferentes grandezas”, como comprimento e área.

Apesar dos trabalhos que compõem o corpus desta pesquisa terem sido elaborados há mais de dez anos após a publicação dos PCNs, a maioria dos trabalhos não faz referência a esse documento e não identifica a grandeza abordada no trabalho como parte integrante da unidade temática Grandezas e Medidas que até a publicação da BNCC era conhecida como bloco temático. Poucos trabalhos citaram a BNCC, o que pode ser facilmente explicado devido a publicação desse documento ter sido feita no ano de 2017. Assim, currículos, livros e professores ainda estão se adequando às novas exigências propostas por este documento.

Quanto a abordagem das Grandezas e Medidas nos trabalhos, verificamos que onze trabalhos utilizaram a abordagem da teoria dos quadros propostas por Douady e Perrin-Glorian (1989), citando estas autoras em sua fundamentação teórica. E de maneira geral, os artigos apresentam comprimento, área e volume como grandezas e as abordam com ênfase em suas propriedades, permitindo de forma subjetiva, dissociar o quadro das grandezas, o quadro geométrico e o quadro das medidas.

Dada a importância do tema tratado e as limitações desta pesquisa, vemos que algumas lacunas foram deixadas em aberto, por exemplo, a necessidade de: investigar como os livros didáticos de Matemática apresentam o campo das Grandezas e Medidas; analisar a abordagem feita pelo professor de Matemática em sala de aula e as tarefas que ele escolhe para ensinar em sala de aula esse tópico. Outra implicação que nos parece necessária à investigação é compreender como as licenciaturas em Matemática abordam as Grandezas e Medidas, seja como um campo da Matemática Escolar ou como um conteúdo ou anexo da Geometria. Isso se faz necessário, pois há implicações diretas na forma como esse tópico é (ou será) ensinado pelos atuais (e futuros) professores de Matemática.

## Referências

ALVES–MAZZOTTI, Alda Judith.; GEWANDSZNAJDER, Fernando. **O método nas Ciências Naturais e Sociais**. 2. ed. São Paulo: Pioneira, 2002.

ARAÚJO, Jailson Cavalcante. **Como os alunos de 8º ano lidam com situações relativas à área de paralelogramos?: um estudo sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2018.

ARAÚJO, Jailson Cavalcante; SILVA, Anderson Douglas Pereira da; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. Situações que envolvem paralelogramos e suas áreas: um estudo com licenciandos em matemática. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 9, p. 796-820, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.33871/22385800.2020.9.19.796-820>. Acesso em 22 set 2021.

BALTAR, Paula Moreira. **Enseignement et apprentissage de la notion d'aire de surface planes: une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au collège**. 1996. 358 f. Thèse de doctorat (Doctorat en Didactique des Mathématiques) – Université Joseph Fourier, Grenoble, 1996

BARBOSA, Pedro Ribeiro. **Efeitos de Visualização em Atividades de Comparação de Comprimentos de Linhas Abertas**. 2007. 316 f. Tese (Doutorado em Educação) – UFPE, Recife, Pernambuco, 2007.

BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. Estudo de Situações-problema relativas ao conceito de área. **Anais...** In: Encontro de Didática e Prática de Ensino, 10, 2000, Rio de Janeiro, p.1-12

BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. **Análise comparativa da relação institucional às grandezas geométricas no ensino fundamental, no Brasil e na França.** Relatório das atividades desenvolvidas no âmbito do projeto de estágio pós-doutoral no exterior financiado pelo CNPq. Recife, 2013.

BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar; BIBIANO, Marta Fernanda de Araújo; SOUZA, Cristiane Fernandes de. Estudar grandezas e medidas na Educação Básica. **Em Teia – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Recife, v. 9, n. 1, p. 1-16, 2018. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/234920>. Acesso em: 15 out. 2019.

BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar; LIMA, Paulo Figueiredo. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no Ensino Fundamental.** Natal: Editora da SBHMat, 2002.

BOYER, Carl Benjamin. **História da matemática.** Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blucher, 1974.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular: Educação é a base.** 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 27 jun. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental).** Brasília: MEC, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 16 jun. 2019.

BREDA, Ana; SERRAZINA, Lurdes; MENEZES, Luíz. **Geometria e medida no ensino básico.** [S. l. / s. n.], 2011.

BRONNER, Alain. **La question du numérique: le numérique em question?** Habilitation à diriger des recherches, Université de Montpellier II, 2007.

CALEGARI, Jean Franco Mendes; RODRIGUES, Marilda Merênciã. As histórias dos sistemas de medidas de comprimento: contribuições para a contextualização no ensino de matemática. **Perspectiva**, Florianópolis, v. 36, n. 2, p. 761-982, abr/jun. 2018. <https://doi.org/10.5007/2175-795X.2018v36n2p761>

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos e Fundamentos da Matemática.** Lisboa: Tipografia Matemática, 1951.

CREASE, Robert. **A medida do mundo: a busca por um sistema universal de pesos e medidas.** Tradução: George Schlesinger. Rio de Janeiro: Zahar, 2013. 326 p.

DONATO, Helena; DONATO, Mariana. Etapas na Condução de uma Revisão Sistemática. **Acta Médica Portuguesa**, Lisboa, v. 32, n. 3, p. 227-235, 2019. Disponível em: <https://www.actamedicaportuguesa.com/revista/index.php/amp/article/view/11923/5635>. Acesso em: 12 out. 2019.

DOUADY, Regine; PERRIN-GLORIAN, Marie-Jeanne. **Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane.** Educational Studies in Mathematics. n. 4. vol.20, p. 387- 424. 1989.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2012.

FREIRE, Amanda Freitas; RODRIGUES, Fabiana Soares; AQUINO, Maria Rosane Souza; SOARES, Maria Vanessa; GOIS, David Denis Pires de; VIANA, José Damião. O Uso do Geoplano no Ensino de Geometria: Cálculo de Área e Perímetro. **Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento**, São Paulo, v. 3, p. 119-135, jun. 2018. Disponível em: <https://www.nucleodoconhecimento.com.br/matematica/calculo-de-area-e-perimetro>. Acesso em: 20 abr. 2020.

KITCHENHAM, Barbara. **Procedures for Performing Systematic Reviews**. Keele UK Keele University- Publisher: Citesser, 33(TR/SE-0401), 28, 2004.

LARGUIER, Mirène. **La construction de l'espace numérique et le rôle des reprises en classe de seconde: un problème de la profession**. Thèse de doctorat (Thèse em Sciences et Techniques du Languedoc). Université de Montpellier II, Montpellier, 2009.

LEIVAS, José Carlos Pinto; GOBBI, Juliana Aparecida. O software GeoGebra e a Engenharia Didática no estudo de áreas e perímetros de figuras planas. **R. Bras. de Ensino de C&T**, Ponta Grossa, v. 7, n. 1, p. 182-199, jan. 2014. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/1521>. Acesso em: 20 abr. 2020.

LIMA, Paulo Figueiredo; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar;. **Coleção explorando o ensino: grandezas e medidas**. v. 17, p. 167-200, 2010.

PEREIRA DA COSTA, André; VILAÇA, Marcel Muniz; MELO, Larisse Vieira de. O ensino de Grandezas e Medidas em um documento curricular oficial para o ensino básico. **Ensino em Re-Vista**, [S. l.], v. 27, n. 3, p. 934–955, 2020. DOI: 10.14393/ER-v27n3a2020-7. Disponível em: <https://seer.ufu.br/index.php/emrevista/article/view/54586>. Acesso em: 13 mar. 2022.

PEREIRA, *Francine Baranoski et al.*

PEREIRA, Francine Baranoski; PEREIRA, Ana Lúcia; KLEIN, Ângela Inês; SANTANA, Ângela Maria; MIZUNUMA, Samanta; DUARTE, Sanny Carla. Compreensão Leitora de Problemas Matemáticos no Eixo “Grandezas” e “Medidas”: Um Estudo Comparativo entre respostas de alunos e o resultado da Prova Brasil. **Revista de Produtos Educacionais e Pesquisa em Ensino**, Cornélio Procópio, v. 3, n. 1, p. 148-163, 2019. Disponível em: <http://seer.uenp.edu.br/index.php/reppe/article/view/1587>. Acesso em: 22 abr. 2020.

PERRIN-GLORIAN, Marie-Jeanne. **Aires de surfaces planes et nombres décimaux. Questions didactiques liées aux élèves en difficulté aux niveaux CM-6e**. Thèse de doctorat d'État, Université de Paris-VII, 1992.

RIGHI, Fabiane Lima; SANTAROSA, Maria Cecília Pereira; MATHIAS, Carmen Vieira. Análise dos Esquemas em ação da Grandeza Volume no Ensino Superior. **VIDYA**, Santa Maria, v. 39, n. 1, p. 179-194, 2019. Disponível em: <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/2479>. Acesso em: 20 abr. 2020.

ROQUE, Tatiana; CARVALHO, João Bosco Pitombeira. **Tópicos de história da matemática**. [S. l.], SBM, 2012.

ROSA DOS SANTOS, Marilene. **A transposição didática do conceito de área de figuras planas no 6º ano do ensino fundamental**: um olhar sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático. 2015. Tese (Doutorado em Ensino das Ciências e Matemática) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2015.

SOUZA, Luciana Silva dos Santos. **Relação ao saber matemático de professores que atuam nos anos iniciais do ensino fundamental**: estudo exploratório no Cabo de Santo Agostinho (Pernambuco - Brasil). 2017. 380 f. Tese (Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife.

WALLE, Jonh Van de. **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

Submetido em novembro de 2021.

Aceito em março de 2022.