

## Livros Didáticos do PNLD e a BNCC: Análise da Organização do Ensino de Equações de 2º Grau

### PNLD Textbooks and the BNCC: an Analysis About the Organization of Teaching 2nd Degree Equations

*Fernando Francisco Pereira<sup>1</sup>*

*Iara Souza Doneze<sup>2</sup>*

*Marcelo Carlos de Proença<sup>3</sup>*

#### RESUMO

Este artigo objetivou analisar a organização do ensino de Equações de 2º grau no 9º ano em livros didáticos. Para isso, recorreu-se a uma pesquisa exploratória de caráter bibliográfico em que o corpus de investigação constituiu-se das obras aprovadas no Plano Nacional do Livro Didático para o atual quadriênio (2020 - 2023) e que deveria ter como base a BNCC (2018). O corpus da investigação é constituído dos 11 livros didáticos. A categorização e análise dos dados baseou-se em três eixos: Abordagem introdutiva do estudo de Equações de 2º grau; Sequência evolutiva do estudo de Equações de 2º grau; Apresentação das atividades de aprendizagem de Equações de 2º grau. Como resultados, houve mudanças significativas quanto à introdução do conteúdo por meio de situações-problema e de contexto extra-matemático. Entretanto, constatou-se uma estagnação referente à estruturação dos tópicos e características dos exercícios, com similaridade ao período do Movimento Matemática Moderna.

**PALAVRAS-CHAVE:** Anos Finais do Ensino Fundamental. Educação Matemática. Ensino de Matemática. Pesquisa Bibliográfica.

#### ABSTRACT

This paper aimed to analyze the organization of teaching 2nd degree Equations in textbooks of the 9th grade. For this, an exploratory bibliographic research was used in which the research corpus consisted of the works approved in the National Textbook Plan for the current four-year period (2020 - 2023) and

<sup>1</sup> Doutorando em Educação para Ciência e a Matemática - Universidade Estadual de Maringá (UEM). E-mail: [fermatpereira@gmail.com](mailto:fermatpereira@gmail.com). ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2082-5416>.

<sup>2</sup> Doutoranda em Educação para Ciência e a Matemática - Universidade Estadual de Maringá (UEM). E-mail: [iaradoneze@gmail.com](mailto:iaradoneze@gmail.com). ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2766-5072>.

<sup>3</sup> Professor do Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Maringá (UEM). Doutor pela UNESP – Campus Bauru. E-mail: [mcproenca@uem.br](mailto:mcproenca@uem.br). ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6496-4912>.



which should be based on the BNCC (2018). The research corpus consists of 11 textbooks. The categorization and analysis of data was based on three axes: Introductory approach to the study of 2nd degree Equations; Evolutionary sequence of the study of 2nd degree Equations; Presentation of 2nd degree Equations learning activities. As a result, there were significant changes regarding the introduction of content through problem situations and extra-mathematical context. However, there was a stagnation regarding the structuring of topics and characteristics of the exercises, similar to the period of the Modern Mathematics Movement.

**KEYWORDS:** Final Years of Elementary School. Mathematics Education. Teaching Mathematics. Bibliographic research.

## Introdução

Na Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018), apresenta-se oito competências específicas para o ensino de Matemática, as quais tem a finalidade de nortear o trabalho docente, ao passo que incentivam um ensino que preze pelo pleno desenvolvimento do educando e a promoção de ambientes que propiciem o desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo dos alunos, direcionando-os para uma aplicabilidade em contextos extra-matemáticos dos conhecimentos adquiridos.

A produção atual de material didático acaba por basear-se nas indicações da BNCC, sendo o livro didático um desses materiais. Como o livro didático é um dos principais aliados do professor para o planejamento e organização das aulas, a cada nova edição do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), esperasse que as atividades propostas para tratar dos conteúdos matemáticos não seguissem o tradicionalismo: definição-exemplo-lista de exercícios-algumas situações contextualizadas.

Deste modo, lançou-se um olhar para os livros do PNLD, vigentes nos 9º anos do Ensino Fundamental, na busca por compreender como se dá a abordagem introdutiva do conteúdo de Equações de 2º grau, bem como a estruturação do conteúdo e em quais circunstâncias/momentos surgem as atividades de aprendizagem. Construído todo esse cenário, temos ao centro a apresentação de tal artigo que objetiva *analisar a organização do ensino de equações de 2º grau no 9º ano em livros didáticos aprovados no PNLD*, a partir da análise e discussão de 11 livros, os quais foram aprovados pelo PNLD para serem empregados nas escolas públicas brasileiras no quadriênio 2020/2021/2022/2023.

## A configuração e influência do livro didático de matemática no campo da álgebra

O livro didático, embora tenha acompanhado a sociedade, apresenta diversas definições funcionais, seja como produto mercadológico de caráter econômico ou como produto acabado, prático, de acesso e suporte conceitual e metodológico, local

em que professores podem buscar orientação para o planejamento, condução e avaliação de suas aulas, e os alunos encontram complementação teórica ao que lhes foi apresentado pelos professores em sala (BITTENCOURT, 2004; ROMANATTO, 2004; COSTA; ALLEVATO, 2010).

Tratando-se especificamente do ensino da Matemática escolar, há a utilização do livro didático no trabalho professor centrado em abordá-lo de ponta a ponta, de modo que conteúdos e temas apresentados em suas páginas são diretamente explorados a partir de exercícios ou listas de exercícios que requerem respostas padronizadas e pré-determinadas, sem que professores e alunos possam estabelecer um debate e a uma construção dialogada (DANTE, 1996; ROMANATTO, 2004).

No estudo de Santos e Silva (2019), ao entrevistarem avaliadores, editores e autores de livros didáticos atuais, mostraram que ao serem questionados sobre como seria o livro de Matemática desejável apontaram que seria aquele que conseguisse atender os diferentes públicos e que ainda pudesse contribuir para a formação do professor que o utiliza. Entretanto, revelaram que o que é apresentado e entregue ao mercado editorial é um livro que apresenta muitas vezes uma praticidade, de modo a se distanciar de análises, reflexões e associações entre conteúdos/conceitos, configurando-se como uma coletânea de exercícios de repetição.

Não tão recente, destaca-se, dentre diversas correntes internacionais de educação escolar que decorreram ao longo do século XX, o Movimento Matemática Moderna (MMM) (déc. de 60 no Brasil) e sua influência nos livros e práticas docentes que se assemelham às atuais. Evidentemente, o ensino da Álgebra durante a MMM revelou um cenário desafiador para pesquisadores e professores que buscavam melhorar o ensino. Para Lins e Gimenez (1997), havia uma tendência letrista presente nos livros didáticos, em que creditava ao ensino da Álgebra o cálculo envolvendo letras, desvinculado de prática investigativa e reflexiva, resumindo em apresentar a teoria e os processos algorítmicos necessários para a aplicação em exercícios de repetição que visavam a fixação, traduzindo em teoria/prática. A popularidade dessa tendência na elaboração e editoração de livros didáticos de Matemática, anos depois, ainda influenciou na falta de conhecimento dos professores sobre possibilidades de ensino mais eficazes, visto prontidão de se ter em mãos um material teórico, prático e com uma sequência organizada de tópicos (LINS; GIMENEZ, 1997; ROMANATTO, 2004).

A preocupação com a falta quantitativa e qualitativa de materiais instrucionais, que servissem de orientação ao trabalho dos professores em sala de aula, tornou-se

um dos pilares para edificar a elaboração de documentos institucionais que orientavam para um movimento de desvincular a prática docente unicamente ao estabelecido pelos livros didáticos. Um desses documentos foram Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1998) e subsequente a BNCC (BRASIL, 2018). No primeiro, reconhecia-se a forte influência do livro didático nas práticas de ensino e destacava-se a necessidade de os professores estarem atentos à qualidade e coerência que os materiais apresentam em relação aos objetivos de ensino e a proposta pedagógica da escola. No segundo, não se teceu referências claras sobre o uso do livro didático e ao seu propósito na educação escolar, mas se apresentou como uma influência para ser seguida na produção dos livros didáticos que por sua vez, junto a outros materiais didáticos, devem ser empregados em articulação com situações que conduzam a reflexão, sistematização e formalização dos objetos/conceitos de cada disciplina.

Atualmente, com a consistência instrucional de ambos os documentos norteadores, o PNLD, cujo objetivo foi proporcionar aos professores a autonomia na avaliação e escolha dos livros didáticos a serem implementados, tem por base a adequação as requisições tecidas pela BNCC (BRASIL, 2018). Intrínseco à Matemática escolar, a recente investigação de Kuhn e Lima (2021) apresentou reflexões a partir dos PCN (BRASIL, 1998) e da BNCC (BRASIL, 2018) sobre a Álgebra dos Anos Finais do Ensino Fundamental. Para os pesquisadores, especificamente sobre a BNCC (BRASIL, 2018), está contribui com a Álgebra dando destaque ao seu ensino, definindo-a como uma unidade temática, com objetos de conhecimento e habilidades específicas que são construídos gradativamente, além da tentativa de promoção do desenvolvimento do pensamento algébrico. Entretanto, ao tomarem como referência o desempenho de alunos em avaliações externas, revelando dificuldades relacionados a conhecimentos matemáticos elementares, concluem que o ensino da Álgebra ainda ocorre de forma memorística, em que os conhecimentos mecanicamente adquiridos não articulam com os conhecimentos prévios dos alunos.

O que se tinha e o que se tem hoje ainda é algo exclusivamente tecnicista. Sendo o livro didático um instrumento que deve se revestir das dimensões sociais e culturais que a realidade reside, faz-se necessário a criação competente de materiais que extrapolem as tendências tecnicistas/tradicionalistas e ofereça alternativas de ensino-aprendizagem baseados na construção reflexiva de conhecimentos a partir do desenvolvimento de competências e habilidades. Por limitante, o foco da exploração teórica subsequente será o conteúdo algébrico de Equação de 2º grau e a discussão

acerca do desenvolvimento de seu processo de ensino, visto a exiguidade com que é mencionado na BNCC (BRASIL, 2018) e possuir capítulo próprio nos livros didáticos do 9º ano.

### **Equação de 2º grau na BNCC: indicações, limites e o uso da resolução de problemas**

Não é possível estabelecer com precisão qual seria o primeiro livro didático a conceituar e estruturar o ensino de Matemática no Brasil. Certamente um forte reconhecimento deva ser feito a primeira coleção de livros didáticos, Matemática – curso moderno, de Osvaldo Sangiorgi, que organizava a disciplina de matemática com foco na corrente modernista do ensino (VALENTE, 2008). Nessa coleção, o ensino de conteúdos algébricos como os de Equações de 2º grau eram marcados pelo rigor exacerbado ao uso de termos e expressões matemáticas, baseando-se em fundamentar logicamente a passagem de um tópico para outro, revelando uma estrutura postulacional por trás dessa transição (FIORENTINI, MIORIM, MIGUEL, 1993).

Tanto em obras de Sangiorgi (1967), quanto nas de Averbuch et al. (1976), o capítulo relacionado às Equações de 2º grau eram estruturalmente fundamentadas a partir de tópicos como: definir equação de 2º grau, coeficientes e incógnitas; definir o conceito de raiz e estabelecer suas verificações; apresentar métodos resolutivos – princípio aditivo/multiplicativo e fatoração; deduz - Soma e produto e fórmula resolutive (Bhaskara); estudo do discriminante – quantidade de raízes; diferentes tipos de recorrência - equações biquadradas, equações irracionais e sistemas de equações; findando com listas de aplicação/fixação denominados por problema.

No início dos anos 90, antecedendo a publicação dos PCN (BRASIL, 1998), pesquisadores como Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) e Lins e Gimenez (1997) destacavam um ‘abandono’ da Álgebra, referindo-se à ausência de reflexão crítica sobre o ensino, a estagnação pela falta de interesse em renovações que possibilitassem atribuir novas direções e significações à prática de ensino para além da memorização e manipulação mecanizada dissociada de significado social.

Frente aos apontamentos supramencionados, destaca-se a implementação dos PCN (BRASIL, 1998) que, no âmbito da Matemática, tinham por foco a reforma de práticas associadas ao período modernista, que ainda perdurava na concepção de professores. Tratando-se das Equações de 2º grau, o ensino-aprendizagem resumido a lista de exercícios, cuja solução é pautada na determinação e implementação de fórmulas e técnicas memorizadas, deveria dar lugar às situações-problema em que

“as raízes sejam obtidas pela fatoração, discutindo o significado dessas raízes em confronto com a situação proposta” (BRASIL, 1998, p. 87).

Recentemente, com as reformas trazidas pela BNCC (BRASIL, 2018), no que se refere ao ensino de Equações de 2º grau e às situações-problemas, assume que o processo de ensino-aprendizagem deve basear-se no desenvolvimento das habilidades de: “ (EF08MA09) - Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo  $ax^2 = b$ ” (BRASIL, 2018, p. 313); “ (EF09MA09) - Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau” (BRASIL, 2018, p. 317).

Ambos os documentos evidenciam o uso de situações-problema no ensino de Equação de 2º grau. Nos PCN, indica-se abordar o problema como ponto de partida da atividade matemática, enquanto na BNCC verifica-se apenas que se deve resolver e elaborar problemas. Nesse sentido, a constituição de livros didáticos pelo PNLD, sustentado na BNCC, documento atual, poderia adotar formas de conduzir o ensino desse conteúdo e de outros com foco na resolução de problemas, evitando levar os alunos a aprendizagens memorísticas.

Estudos como os de Brito R., Branco e Brito E. (2019) e Gonçalves e Proença (2020), envolvendo alunos do primeiro ano do Ensino Médio, mostraram que há dificuldades em reconhecer equações de 2º grau no seu aspecto conceitual, dificuldades no uso de formas resolutivas, bem como dificuldades ao resolverem situações contextualizadas com uso desse conteúdo. Segundo os estudos, isso pode ter ocorrido devido a um ensino que se ateve na memorização de fórmulas sem a devida compreensão.

Como possibilidades de superação, Ponte, Branco e Matos (2009) acenam para uma proposta de ensino com atividades que englobem o estudo de relações, regularidades, variações e modelação, de modo a abranger três vertentes indissociáveis de ensino, a saber: (i) representar, atrelada a capacidade de utilização de diferentes sistemas de representação – gráfico da parábola, figuras retangulares e fórmulas/expressões técnico-científicas associadas a Física; (ii) raciocinar, relacionado ao pensamento dedutivo e intuitivo na busca por generalizações de determinadas situações e (iii) resolver problemas, a qual inclui a capacidade de manipular objetos algébricos a fim de interpretar e resolver problemas.

Essas três vertentes podem ser abordadas justamente em um ensino que envolva os alunos na resolução de problemas. Para tal, um autor que apresenta uma proposta de organização de ensino com resolução de problemas para a formação de conceitos matemáticos é Proença (2021). Este autor sugere que o ensino seja organizado a partir de quatro etapas, a saber: 1) Uso do problema como ponto de partida: etapa em que o conteúdo é introduzido a partir de uma situação de matemática, a fim de relacionar as estratégias apresentadas pelos alunos ao conteúdo a ser ensinado, dando significado aos conhecimentos prévios dos alunos, o que pode seguir as cinco ações de ensino de Proença (2018): escolha do problema, introdução do problema, auxílio aos alunos durante a resolução, discussão das estratégias dos alunos e articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo; 2) Formação do conceito: nesta etapa, os alunos devem ser conduzidos a compreender o conceito abordado, no que tange às equações de 2º grau, o que consiste na compreensão de suas representações simbólicas, a partir de atividades que auxiliem os alunos no entendimento das propriedades do conceito, de modo a diferenciá-los de outros conceitos matemáticos; 3) Definição do conteúdo: nesse momento o foco de trabalho centra-se tanto na compreensão da definição matemática do conceito quanto nos procedimentos algorítmicos de resolução; e 4) Aplicação em novos problemas: por fim, a última etapa tem como objetivo que os alunos utilizem os conceitos matemáticos aprendidos nas etapas anteriores para resolver situações de matemática contextualizadas, de modo a abranger as diferentes áreas do conhecimento (PROENÇA, 2021).

## **Metodologia**

A pesquisa é de caráter bibliográfico e exploratório. Bibliográfica, pois debruçou-se sobre materiais já elaborados constituídos por livros didáticos, e exploratória, pois busca-se investigar a estrutura do conteúdo de Equações de 2º grau do 9º ano e o caráter atribuído às atividades de aprendizagem, atentando para o desenvolver de novas concepções que apresentem possibilidades outras do ensino-aprendizagem deste conteúdo (GIL, 2008).

Por consequência, o corpus da investigação é constituído dos 11 livros didáticos aprovados pelo PNLD para serem empregados nas escolas públicas brasileiras no quadriênio 2020/2021/2022/2023. O Quadro 1 apresenta, a partir do título da obra, a ordem alfabética dos livros junto das suas codificações para esta pesquisa, sendo atrelado a numeração em ordem crescente, acrescido da letra L representando a expressão livro.

Quadro 1 - Livros didáticos do 9º ano constituintes do corpus de investigação.

Livros PNLD – Matemática	
L1	GIOVANNI JÚNIOR, J. R. CASTRUCCI, B. A conquista da matemática. 9º ano, 4. ed. São Paulo: FTD, 2018.
L2	LONGEN, A. Apoema: Matemática. 9º Ano, 1. ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2018.
L3	GAY, M. R. G.; SILVA, W. R. Araribá mais: matemática. 9º Ano, 1. ed. São Paulo: Moderna, 2018.
L4	CHAVANTE, E. R. Convergências matemática. 9º Ano, 2. ed. São Paulo: Edições SM, 2018.
L5	OLIVEIRA, C. N. C de; FUGITA, F. Geração alpha matemática. 9º Ano, 2. ed. São Paulo: Edições SM, 2018.
L6	BIANCHINI, E. Matemática Bianchini. 9º Ano, 9. ed. São Paulo: Moderna, 2018.
L7	SILVEIRA, Ê. Matemática: compreensão e prática. 9º Ano, 5. ed. São Paulo: Moderna, 2018.
L8	PATARO, P. M.; BALESTRI, R. Matemática essencial. 9º Ano, 1. ed. São Paulo: Scipione, 2018.
L9	SOUZA, J. R. de. Matemática: realidade & tecnologia. 9º Ano, 1. ed. São Paulo: FTD, 2018.
L10	DANTE, L. R. Teláris matemática. 9º Ano, 3. ed. São Paulo: Ática, 2018
L11	SAMPAIO, F. A. Trilhas da matemática. 9º Ano, 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2018.

Fonte: dados da pesquisa

A leitura e análise textual do material bibliográfico foi sustentada nas diretrizes proposta por Severino (2017) que prevê: delimitação da unidade de leitura (unidade/capítulo/tópicos); Análise Textual (leitura completa da unidade e levantamento dos elementos básicos para compreensão do texto – conceitos/conteúdos/procedimentos matemáticos); Análise Temática (relação dos elementos básicos com o explorado/abordado no texto – compreensão das problematizações e ideias apresentadas); Análise Interpretativa (interpretar e confrontar as ideias e problematizações apresentadas com o referencial teórico – situar e estabelecer a crítica/debate sobre o exposto); Problematização (problemas relevantes para a reflexão pessoal e discussão); Síntese pessoal (construção lógica de uma redação com discussões e reflexões pessoais).

No sentido supramencionado, após localizar no sumário as unidades de leitura correspondentes ao conteúdo de Equação de 2º grau, realizamos a análise textual,

em que elencamos três eixos de investigação: (1) Abordagem introdutiva do estudo de Equações de 2º grau; (2) Sequência evolutiva do estudo das Equações de 2º grau; (3) Apresentação das atividades de aprendizagem de Equações de 2º grau. Durante a análise temática, em cada eixo são apresentadas três categorias de sequencias de ideias centrais e secundárias que evidenciam a estrutura lógica exposta nas obras. A análise interpretativa possibilitou alocar e (re)alocar as obras de forma quantificada em relação a uma amostra  $n = 11$ . Por fim, após cada eixo foi levantado problematizações com objetivo de levantar e debater questões explícitas ou implícitas que conduziram a uma síntese pessoal.

### **Análise e Discussão dos dados**

No Quadro 2, são apresentadas as três categorias de ideias centrais que remetem ao primeiro eixo de investigação que tratou da abordagem introdutiva do estudo de Equações de 2º grau.

Quadro 2 - Categorização do eixo Abordagem introdutiva do estudo de Equações de 2º grau

Abordagem Introdutiva	Livros didáticos											%
	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9	L10	L11	
Intepretação de uma imagem que remete a uma situação de contexto extra-matemático conduzida por questionamentos a fim de determinar uma Equação de 2º grau	✓				✓	✓		✓				36,36%
Uma situação de matemática que conduz à tradução para linguagem algébrica e/ou a determinação de um modelo envolvendo conceitos de polígonos ou princípio multiplicativo		✓	✓	✓					✓	✓	✓	54,55%
Uma Equação de 2º grau incompleta em que é conduzida a aplicação de algoritmo matemático resolutivo							✓					9,09%

Fonte: dados da pesquisa

Na primeira abordagem introdutiva, entende-se que a imagem acompanhada de questionamentos tem o objetivo de levantar ideias, opiniões e sugestões de como solucioná-la sem que seja mencionado o conteúdo que a envolve. Em L1 e L5, a

situação abordada refere-se ao conceito de queda livre, relacionando-a a Galileu Galilei e experimentos em que a velocidade inicial é nula, como o salto de paraquedas. Já L6 e L8 abordam situações recorrentes ao conceito de área de regiões retangulares, como áreas fotografadas via satélite, fazendo referência à lei da gravitação de Isaac Newton e a ringues de luta. Essas situações demonstram-se importantes ferramentas de contextualização e aplicação dos conceitos de Equações de 2º Grau. A Figura 1 exemplifica esses resultados.

Figura 1 - Exemplificação da categorização extraída de L1.

**3 EQUAÇÕES DO 2º GRAU**

Galileu Galilei foi um dos responsáveis pelos estudos que envolvem a queda livre de corpos; ele descobriu que todo corpo em queda livre, ou seja, abandonado sem que seja aplicada uma velocidade inicial, pode ser modelado da seguinte forma:  $\left(\frac{1}{2}\right)gt^2 = d$ , em que  $d$  é a altura da queda,  $g$  é o valor da aceleração da gravidade no local da queda (uma boa aproximação é  $9,8 \text{ m/s}^2$  na Terra) e  $t$  é o tempo de queda. Dessa forma, conhecendo a altura da queda, podemos fazer uma equação que determine o tempo de queda de um corpo. Por exemplo, para uma altura de 35 metros, temos:

$$\left(\frac{1}{2}\right) \cdot 9,8t^2 = 35$$

\*Em uma equação do 1º grau o expoente da incógnita é 1 e na equação apresentada é 2. Agora, responda às questões no caderno.

- A equação dada anteriormente possui alguma incógnita? Se sim, qual é ela e qual é o expoente? *Sim, a incógnita é  $t$  e seu expoente é 2.*
- Comparando a equação dada com uma equação do 1º grau, qual diferença você consegue notar entre elas?\*
- Seguindo a equação, aproximadamente quanto tempo levará para um corpo cair de uma altura de 35 metros?  
*Pela equação se calcula o tempo em segundos. Aproximadamente 2,67 s.*

Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci (2018, p. 86)

Esse fato vai ao encontro do que era intentado pelos PCN (BRASIL, 1998) e, atualmente, converge para apontamentos tecidos por Proença (2021) em que a atividade Matemática deve iniciar a partir de uma situação (possível problema) como ponto de partida para depois articular as resoluções dos alunos ao conteúdo (novo conteúdo/conceito) que se queira ensinar. Quanto ao contexto extra-matemático utilizado nesses quatro livros didáticos, verificamos que isso corrobora com as observações de Ponte, Branco e Matos (2009) e Anjos Filho (2017) frente a diversificação de situações que se articulam por diferentes áreas como a Geometria e as leis da Física e a capacidade de manipular objetos algébricos (fórmula da queda livre) como uma das vertentes para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

A segunda abordagem introdutiva, com um percentual de 54,55%, trata-se de situações de matemática envolvendo a tradução da linguagem verbal para a linguagem algébrica. Há com frequência a introdução do conteúdo utilizando-se da

resolução de situações-problema como forma de aplicar ou definir as Equações de 2º grau, identificado nos livros didáticos L3, L4, L9 e L10, os quais relacionam o objeto de estudo por meio de regiões retangulares em que se sabe o valor da área e busca-se descobrir as dimensões. Por sua vez, nos livros L2 e L11, respectivamente, apresenta-se situações de contagem, recorrendo a descoberta de um polígono por meio da quantidade de diagonais e do número de equipes esportivas, conhecendo o total de partidas disputadas em um campeonato. A Figura 2 exemplifica esses resultados, apresentando uma situação envolvendo área retangular, cujo conceito remete a uma equação em sua forma fatorada.

Figura 2 - Exemplificação da categorização extraída de L9.

### Equação do 2º grau com uma incógnita

A bandeira do Brasil tem formato de retângulo e suas dimensões – comprimento e largura – possuem uma proporção oficial, regulamentada pela legislação.  
Utilizando essas dimensões oficiais, Bruno desenhou uma representação da bandeira do Brasil com 70 cm<sup>2</sup> de área e escreveu as dimensões como polinômios. Observe.



Consulte este livro, que apresenta informações sobre equações do 2º grau com uma incógnita por meio das aventuras vivenciadas pelos personagens.

- ROSA, E. **As mil e uma equações**. São Paulo: Ática, 2001. (A Descoberta da Matemática).

Para determinar as medidas das dimensões dessa bandeira, podemos utilizar a fórmula do cálculo da área do retângulo e escrever a seguinte **equação**:

área da bandeira (cm<sup>2</sup>)

$$2x \cdot (x + 2) = 70$$

medida do comprimento      medida da largura

Desenvolvendo essa equação, temos:

$$2x \cdot (x + 2) = 70$$

$$2x \cdot x + 2x \cdot 2 = 70$$

$$2x^2 + 4x = 70$$

$$2x^2 + 4x - 70 = 0$$

A equação  $2x^2 + 4x - 70 = 0$  tem apenas uma incógnita, indicada pela letra **x**, que possui somente expoentes naturais, dos quais o maior deles é o número 2. Equações com essas características são chamadas **equações do 2º grau com uma incógnita**.

**!** Em anos anteriores, estudamos que uma equação é uma sentença matemática expressa por uma igualdade cujas letras, que representam números desconhecidos, são chamadas **incógnitas**.

Fonte: Souza (2018, p. 92)

Tais situações revelam a articulação do conteúdo de Equação de 2º grau a outras conceituações como áreas de regiões retangulares, promovendo representações que resultem em uma equação capaz de solucionar o que fora proposto. A ação por traz da tradução à linguagem algébrica corresponde a algo importante, conforme apontam Ponte, Branco e Matos (2009), pois mostra como o pensamento dedutivo e intuitivo dos alunos se relacionam na busca por generalizações. Tal abordagem introdutiva é propícia para compreender o processo de ensino frente a organização proposta por Proença (2021). O problema como marco inicial do ensino possibilita explorar o conceito, antes da definição do conteúdo. A Figura 2 revela o problema como marco inicial do ensino e uma possível resolução do problema que possibilita a exploração conceitual, embora o livro não demonstre ao professor tal possibilidade.

A terceira abordagem introdutiva, com menor percentual, apenas L7 introduziu o conteúdo através da explicação do processo resolutivo de uma Equação de 2º grau incompleta via princípio aditivo/multiplicativo e algoritmo da fatoração. A Figura 3 exemplifica esse resultado.

Figura 3 - Exemplificação da categorização extraída de L7.

### 4 Resolução de equações do 2º grau

Resolver uma equação do 2º grau significa encontrar suas raízes, isto é, encontrar números que tornam a sentença verdadeira. Esses números devem pertencer a algum conjunto universo ( $U$ ) de valores possíveis para as raízes da equação.

Você já deve ter estudado que uma equação do 2º grau pode ser completa ou incompleta:

- ▶ Uma equação completa é da forma  $ax^2 + bx + c = 0$ , sendo  $a$ ,  $b$  e  $c$  números reais não nulos.
- ▶ Uma equação é incompleta quando  $b$  ou  $c$  (ou ambos) são iguais a zero.

**Resolução de equações do 2º grau incompletas**

Acompanhe a resolução de algumas equações de 2º grau incompletas.

▶ Vamos determinar as raízes reais da equação  $4x^2 - 36 = 0$

$$4x^2 - 36 = 0$$

$$4x^2 - 36 + 36 = 0 + 36 \quad \leftarrow \text{Adicionamos 36 a ambos os membros da equação.}$$

$$4x^2 = 36$$

$$\frac{4x^2}{4} = \frac{36}{4} \quad \leftarrow \text{Dividimos os dois lados por 4.}$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \sqrt{9} = 3 \text{ ou } x = -\sqrt{9} = -3$$

Portanto, as raízes reais da equação são 3 e -3.

▶ Em  $\mathbb{R}$ , vamos resolver  $2x^2 - 32x = 0$ .

Uma forma de resolver essa equação é colocar o fator comum  $2x$  em evidência:

$$2x(x - 16) = 0$$

Como o produto dos fatores  $2x$  e  $(x - 16)$  é zero, então pelo menos um deles é zero. Assim:

- $2x = 0$  ou  $(x - 16) = 0$
- $x = 0$  ou  $x - 16 = 0$
- $x = 16$

Portanto, as raízes reais da equação são 0 e 16.

1. a)  $x = -9$  ou  $x = 9$

b)  $x = -\sqrt{3}$  ou  $x = \sqrt{3}$

c) Não tem raízes reais.

d)  $x = -\frac{5}{4}$  ou  $x = \frac{5}{4}$

e)  $x = 0$

f)  $x = 0$  ou  $x = 5$

g)  $x = 0$  ou  $x = -5$

h)  $x = 0$  ou  $x = \frac{20}{3}$

i)  $x = 0$  ou  $x = \frac{16}{3}$

j)  $x = 0$  ou  $x = -4$

Fonte: Silveira (2018, p. 110)

Essa abordagem está em conformidade com a habilidade (EF09MA09) proposta pela BNCC (BRASIL, 2018), referente à compreensão do método de fatoração de expressões algébricas. No entanto, uma primeira inferência baseia-se em resultados obtidos por Brito R., Branco e Brito E. (2019) e Gonçalves e Proença (2020) que acenam para a importância de apresentar uma diversidade de procedimentos de resolução. Outra inferência é sustentada por Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) e Lins e Gimenez (1997) que denunciava a prática de ensino da Álgebra dissociada da reflexão e pautada na manipulação mecanizada de algoritmos na resolução de exercícios. Quando observado a proposta de Proença (2021), nota-se que não há uma recorrência ao uso do problema como ponto de partida, como sugere que aconteça o ensino de Matemática.

No Quadro 3, são apresentadas as três categorias que emergiram do segundo eixo, referente a sequência evolutiva do estudo de Equações de 2º grau nos livros didáticos.

Quadro 3 - Categorização do eixo Sequência evolutiva do estudo das Equações de 2º grau.

Sequência evolutiva	Livros didáticos											%
	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9	L10	L11	
Retoma as equações do tipo $ax^2 + c = 0$ ; apresenta equações recorrentes e lista de revisão.	✓		✓	✓	✓		✓	✓				54,55%
Retoma as equações do tipo $ax^2 + c = 0$ , não apresenta equações recorrentes e apresenta lista de revisão.		✓				✓						18,18%
Não Retoma as equações do tipo $ax^2 + c = 0$ ; não apresenta equações recorrentes e apresenta lista de revisão									✓	✓	✓	27,27%

Fonte: dados da pesquisa

No que se refere à sequência evolutiva do estudo das Equações de 2º grau, destaca-se que todas as categorias definem equação completa e incompleta, define o conceito de raiz e verifica as soluções, apresenta e deduz métodos resolutivos para equações incompletas e completas e estuda o sinal do discriminante. As categorizações se diferem apenas pela ausência de processos distintos, a saber: não retoma as equações do tipo  $ax^2 + c = 0$ , abordadas nos livros no ano anterior, 8º ano (EF08MA09); não apresentam situações e/ou representações algébricas que recorrem às Equações de 2º grau; ou apresentou a ausência de ambos os processos anteriores.

Nota-se que cerca de 54,55% dos livros iniciam os estudos do conteúdo a partir da retomada do conceito e o processo resolutivo das equações do tipo  $ax^2 + c = 0$  estudadas no 8º ano. Essa ação é apresentada como subterfúgio para definir as equações incompletas e completas, evidenciado a determinação dos coeficientes.

Após definir e explorar a classificação das equações e a identificação dos coeficientes, verificamos que, em todas as obras analisadas, é realizado detalhadamente a manipulação algébrica que permite a dedução dos métodos resolutivos das Equações de 2º grau, especificamente a da fórmula resolvente (Bhaskara) e de soma e produto. Para as incompletas, é empregado nos 11 livros didáticos, o método de isolamento, utilizando-se dos princípios aditivo e multiplicativo e da fatoração. Já para as completas, os métodos empregados são determinação por trinômio quadrado perfeito, por completar quadrados e pela fórmula resolvente (Bhaskara), respectivamente. Nestes dois primeiros, não há unanimidade quanto ao

fato de explorar ambas as interpretações, seja a algébrica ou a geométrica. Após cada exploração, é apresentada uma lista de situações tanto de aplicação algorítmica quanto de tradução para a linguagem matemática com objetivo de fixar os conceitos vistos anteriormente.

Quanto às equações recorrentes, trata-se de conceitos que, diretamente, não apresentam as características terminológicas de uma Equação de 2º grau. Entretanto, fica implícito o seu emprego durante o processo resolutivo. Cerca de 45,45% das obras analisadas não demonstram atenção para as Equações Biquadradas, Irracionais e/ou Sistemas de Equações, as quais envolvem as conceituações de potenciação, radiciação e soma e produto.

De modo geral, a sequência apresentada em todas as categorizações do segundo eixo determina uma concepção de educação algébrica baseada no que Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) definem como fundamentalista-estrutural, recorrente ao MMM. Fica evidente a similaridade ao confrontar os dados supra-analisados com a estrutura apresentada nas obras de Sangiorgi (1967) e Averbuch et al. (1976). Esse fato faz com que a estagnação da Álgebra reflita um apagão do interesse em propor renovações que dessem novos horizontes e significações a seu ensino, indo além da ação de memorizações e manipulações letristas dissociadas de significação que soe sentido lógico (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993).

No Quadro 4, são apresentadas as três categorias de análise quanto ao terceiro eixo, o de Apresentação das atividades de aprendizagem de Equações de 2º grau.

Quadro 4 - Categorização do eixo Apresentação das atividades de Equações de 2º grau.

Apresentação das atividades	Livros didáticos											%
	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9	L10	L11	
Propõe que os alunos elaborem problemas/exercícios; ao final do capítulo propõe uma atividade investigativa e listas de exercícios de retomada geral.		✓		✓						✓		27,27%
Propõe que os alunos elaborem problemas/exercícios; ao final do capítulo propõe listas de exercícios de retomada geral e não propõe uma atividade investigativa					✓	✓	✓	✓		✓	✓	54,55%
Ao final do capítulo, propõe uma atividade investigativa e listas de exercícios de retomada geral; não propõe que os alunos elaborem problemas/exercícios.	✓		✓									18,18%

Fonte: dados da pesquisa.

Essa categorização apresenta detalhes consideráveis quanto à significação atribuída as atividades de aprendizagem, compreendidas como resolução de exercícios de aplicação ou de tradução para a linguagem algébrica, atividades práticas investigativas, lista de revisão e proposição de exercícios/situações matemáticas a serem compartilhadas pelos alunos.

Todos os livros abordam blocos de exercícios ao fim do estudo de cada conceituação como estratégia de exercitação da aplicação de algoritmos resolutivos e de tradução da linguagem materna para a algébrica, os quais envolvem as equações em suas diferentes representações simbólicas, área de regiões retangulares e adivinhações de números. Essas mesmas características de atividades são apresentadas ao final do capítulo como revisão geral de todos os conceitos abordados. A Figura 4 apresenta a exemplificação do que é compreendido com exercício de aplicação de algoritmos presente nos livros.

Figura 4 - Exemplificação de exercício de aplicação algorítmica extraída de L9.

1. Determine as raízes de cada equação utilizando fatoração.

a)  $x^2 + 14x + 49 = 0$   $-7$

b)  $\frac{x^2}{4} - 5x + 25 = 121$   $32$  e  $-12$ .

c)  $4x^2 - 12x + 9 = 36$   $\frac{9}{2}$  e  $-\frac{3}{2}$ .

d)  $9x^2 + 6x + 1 = 0$   $-\frac{1}{3}$

Fonte: Souza (2018, p. 102)

A Figura 5 apresenta a exemplificação do que é compreendido como exercício de tradução para a linguagem algébrica presente nos livros.

Figura 5 - Exemplificação de exercício de tradução para a linguagem algébrica extraída de L6.

9 Sendo  $x$  um número desconhecido, vamos representar com símbolos a sentença:

"o quadrado de um número adicionado a seu triplo é igual a dezoito"

$$x^2 + 3x = 18$$

Na forma reduzida, escrevemos  $x^2 + 3x - 18 = 0$ .

Seguindo o modelo acima, represente o número desconhecido por  $x$  e escreva a equação do 2º grau na forma reduzida que traduz cada sentença abaixo.

a) O quadrado de um número adicionado ao dobro desse número é igual a 99.  $x^2 + 2x - 99 = 0$

b) O triplo do quadrado de um número menos o próprio número é igual a 30.  $3x^2 - x - 30 = 0$

c) Um número é igual ao quadrado desse próprio número menos 42.  $x^2 - x - 42 = 0$

d) Três quintos do quadrado de um número é igual a esse número menos 40.  $\frac{3}{5}x^2 - x + 40 = 0$

Fonte: Bianchini (2018, p. 146)

A Figura 6 apresenta a exemplificação do que é compreendido como exercício envolvendo área de regiões retangulares presente nos livros.

Figura 6 - Exemplificação de exercício envolvendo área de regiões retangulares extraído de L11.

29. A área do terreno retangular representado abaixo mede  $14 \text{ m}^2$ . Determine, em metro, a medida do comprimento de cada lado. Considere que as medidas estão indicadas em metro.  $2 \text{ m}$ ,  $7 \text{ m}$

Banco de imagens/ Arquivo do editor

Fonte: Sampaio (2018, p. 70)

Os blocos consideráveis de exercícios após o estudo de cada tópico conceitual é uma característica dos livros didáticos há anos. Obras como Sangiorgi (1967) e Averbuch et al. (1976) já demonstravam essa prática. Para Lins e Gimenez (1997), essa prática, particularmente no ensino de conteúdos algébricos, é vista como uma concepção letrista, de que as atividades de aprendizagem da Álgebra, resumem-se ao cálculo com letras a partir da sequência estudo da técnica e aplicação na prática como fixação da teoria aprendida.

Unanimemente, ao fim do capítulo de Equações de 2º grau, todos os livros analisados replicam listas de exercícios, semelhantes aos caracterizados nos blocos, com o objetivo de revisar de modo geral todas as conceituações apresentadas anteriormente. Essa visão corrobora com os apontamentos de Santos e Silva (2019), quanto ao livro didático transmutar-se em uma coletânea prática de exercícios. Uma das possibilidades de contornar tal fato, é substituir grandes quantidades de exercícios por atividades envolvendo situações de matemática contextualizadas que poderiam vir a configurar-se como problemas em que os alunos poderão aplicar os conhecimentos construídos anteriormente em suas resoluções, conforme é proposto por Proença (2021) em sua quarta etapa.

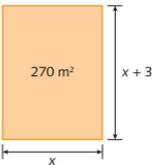
Tratando-se da proposição de problemas por parte dos alunos, a Figura 7 exemplifica o que é solicitado pelos livros.

Figura 7 - Exemplificação da solicitação de proposições de problemas pelos alunos, extraído de L7

**Elaborando**

**1** Com base na imagem ao lado, elabore um problema sobre áreas no qual seja necessário encontrar o valor da incógnita  $x$ . Troque de problema com um amigo. Conversem a respeito da resolução e verifiquem se os procedimentos efetuados foram adequados para encontrar a resposta. Caso tenham dúvidas, conversem com o professor.

*Resposta pessoal. As raízes da equação são  $x_1 = -18$  e  $x_2 = 15$ . Os alunos devem perceber que apenas a raiz positiva convém para a resposta.*



**2** Elabore um problema envolvendo a idade de duas pessoas. A equação que resolve o problema deve ser uma equação do 2º grau que pode ser resolvida por algum método de fatoração. Troque de problema com um amigo. Em seguida, conversem a respeito da resolução e verifiquem se os procedimentos efetuados estavam corretos. *Resposta pessoal.*

Fonte: Silveira (2018, p. 125)

Cerca de 81,82% dos livros analisados propõem aos alunos a elaboração de situações, denominadas de problemas, para que possam desenvolver soluções, partilhá-las com seus pares e discutirem acerca das resoluções. Nota-se conformidade com o proposto pela BNCC (BRASIL, 2018), referindo-se ao desenvolvimento da habilidade de compreender os processos de fatoração de expressões algébricas para não apenas resolver problemas que possam ser representados por Equações de 2º grau, mas paralelamente serem capazes de elaborá-los. Essa proposta passou a ser contemplada nos livros didáticos de forma considerável a partir das reformas instituídas pela BNCC (BRASIL, 2018).

## Considerações

Esta pesquisa teve por objetivo analisar a organização do ensino de equações de 2º grau no 9º ano em livros didáticos aprovados no PNLD. Consideramos que o objetivo foi atingido ao passo que os eixos de análise definidos a posteriori abarcaram

as principais características que fazem compor um livro didático. Salientamos de antemão que as pontuais recomendações tecidas pela BNCC (BRASIL, 2018), quanto à habilidades e competências para o conteúdo em destaque, são levemente abarcadas nos livros didáticos, visto a proporcionalidade na correspondência com os dados analisados.

Nota-se que houve mudanças expressivas quanto à abordagem introdutiva do conteúdo de Equações de 2º grau. Evidenciou-se que parte considerável dos livros analisados inicia o estudo partindo de situações de contexto extra-matemático associados as leis da Física e de situações de matemática atreladas a conceitos da Geometria, como área de figuras retangulares. Situações as quais requisitam a interpretação e tradução da linguagem verbal para a linguagem algébrica com objetivo de introduzir exemplificações conceituais ou retomar métodos resolutivos de equações incompletas a partir de conhecimentos prévios de estudos em anos anteriores. Esse fato mostra que, a passos lentos, estão ocorrendo mudanças necessárias e significativas para o ensino introdutivo de conteúdos matemáticos, especificamente os algébricos, aproximando-se das sugestões feitas por Proença (2021). Diferentemente do que acontecia em períodos que antecederam reformas curriculares recentes, conforme já fora relatado por Lins e Gimenez (1997), antes do lançamento dos PCN (BRASIL, 1998).

Em relação à estruturação do conteúdo de Equações de 2º grau nos livros didáticos, embora parte considerável das obras tenham apresentado interesse em iniciar os estudos a partir de situações contextualizadas, concordamos com Fiorentini, Miorim e Miguem (1993) e continuamos por denunciar o apagão que se encontra o ensino de Álgebra nos Anos Finais do Ensino Fundamental, em que os livros didáticos têm se mantido estagnados em estruturas pré-fixadas por celebres obras do período abarcado pelo MMM. Nota-se que há poucas distinções estruturais entre os livros analisados; e tal nível de distinção é similar ao fundamentalismo-estrutural que compunha obras como a de Sangiorgi (1967) e Averbuch et al. (1967).

Quanto às atividades de aprendizagem de Equações de 2º grau, de modo geral, estas tendem a surgir em três momentos: na introdução do capítulo/unidade; em blocos após o término de cada tópico conceitual; e ao final do capítulo/unidade, em forma de listas de exercícios para retomada geral ou em atividades investigativas. Destacamos que tanto na disposição em blocos quanto em listas de retomada geral há um número considerável e demasiadamente exaustivo de exercícios que requisitam apenas a aplicação de procedimentos mecanizados. No entanto,

consideramos que as situações de matemática e de contexto extra-matemático deveriam passar por reformulações que atribuíssem potenciais para serem implementados em diferentes momentos do processo de ensino e aprendizagem. Salientamos ainda que a fundamentação estrutural com que os tópicos são abordados nos livros didáticos passe por novas reestruturações que atribuam tanto uma significação social e lógica às passagens de um para o outro quanto possibilitem que os alunos construam ligações entre os conceitos matemáticos a serem estudados com os já aprendidos ou com novos que ainda serão estudados.

Por fim, destacamos que o livro didático tem sofrido pouca mudança frente as requisições reformistas e da sociedade. O que tem chegado ao ambiente escolar é a visão de um material enciclopédico de caráter prático, repleto de exercícios, já apontado por Romanatto (2004). Atentamos para que haja um levante de pesquisas que demonstrem interesse em reorganizações curriculares da Matemática escolar, que assumam uma perspectiva de construção de conceitos em contrapartida a memorização de procedimentos. Sugerimos o olhar para a Resolução de Problemas, seja com uso do problema como ponto de partida para a atividade Matemática, seja ao findar do conteúdo como possibilidade de aplicação dos conhecimentos, mas sob a perspectiva do processo de resolução de problemas (PROENÇA, 2021). Portanto, acenamos para que haja uma parceria entre pesquisadores e professores, voltada a esse uso da Resolução de Problemas, de modo a evitar o uso do livro didático como a representação do currículo de Matemática, conforme Dante (1996) já denunciava.

## Referências

ANJOS FILHO, Orencio Capestrano dos. **Propostas de aulas na educação básica de alguns conceitos matemáticos visando seu contexto histórico e aplicações nos dias atuais**. 2017. 119 f Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2017.

Disponível em: <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/2995>. Acesso em: 01 mai. 2022.

AVERBUCH, Anna; GOTTLIEB, Franca; SANCHEZ, Lucilia Bechara; LIBERMAN, Manhúcia Perelberg. **Curso moderno de matemática para o Ensino de 1º grau**, 8ª série, 3ª edição, 8º v. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1976.

BITTENCOURT, Circe Maria Fernandes. Apresentação da seção Em foco: História, produção e memória do livro didático. **Educação e Pesquisa**, set./dez. 2004, v.30, n.3, p.471-473. Doi: 10.1590/S1517-97022004000300007

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília, 1998.

BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRITO, Ramon Gabriel Santos de; BRANCO, Maurício Neves; BRITO, Estela Márcia Santos de. Dificuldade de estudante em resolver equação quadrática no ensino médio: uma pesquisa quantitativa. **Science and Knowledge in Focus**, v. 2, n. 1, p. 05-17, 2019. Doi: 10.18468/sc.knowl.focus.2019v2n1. p.05-17

COSTA, Manuel do Santos; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Livro didático de matemática: Análise de professoras polivalentes em relação ao ensino de geometria. **Vidya**, v. 30, n. 2, p. 71-80, jul./dez., 2010. Disponível em: [https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/312\\_A](https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/312_A). Acesso em: 15 abr. 2022.

DANTE, Luíz Roberto. **Livro didático de matemática**: uso ou abuso? Em aberto, v. 16, n. 69, 1996. Doi: 10.24109/2176-6673.emaberto.16i69.%25p

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela; MIGUEL, Antonio. A contribuição para repensar... a educação algébrica elementar. **Pro-Posições**, v. 4, n. 1, p. 78-91, 1993. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/proposic/article/view/8644384>. Acesso em: 25 abr. 2022.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GONÇALVES, Barbara Mussiato; PROENÇA, Marcelo Carlos de. Análise dos conhecimentos conceitual e procedimental de alunos do primeiro ano do Ensino Médio sobre equação do 2º grau. **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática**, v. 5, n. 2, p. 209-228, 2020. Doi: 10.34179/revisem.v5i2.12626

KUHN, Malcus Cassiano; LIMA, Eveline de. Álgebra nos Anos Finais do Ensino Fundamental: reflexões a partir dos PCN e da BNCC para construção do pensamento algébrico significativo. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 12, n. 3, p. 1-23, 2021. Doi: 10.26843/rencima.v12n3a10

LINS, Rômulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 1997.

MIGUEL, Antonio; FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela. Álgebra ou geometria: para onde pende o pêndulo? **Pro-Posições**, v. 3, n. 1, p. 39-54, 1992. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/proposic/article/view/8644424>. Acesso em: 25 abr. 2022.

PONTE, João Pedro; BRANCO, Neusa; MATOS, Ana. **Álgebra no ensino básico**. Lisboa: DGIDC, 2009.

PROENÇA, Marcelo Carlos de. Resolução de Problemas: uma proposta de organização do ensino para a aprendizagem de conceitos matemáticos. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 18, n. 1, p. 1-14, 2021. Doi: 10.37001/remat25269062v17id359

PROENÇA, Marcelo Carlos de. **Resolução de Problemas**: encaminhamentos para o ensino e a aprendizagem de Matemática em sala de aula. Maringá: EdUEM, 2018.

ROMANATTO, Mauro Carlos. O livro didático: alcances e limites. In: VII ENCONTRO PAULISTA DE MATEMÁTICA, 7., 2004, São Paulo. **Anais...** São Paulo: Faculdade de Educação - Universidade de São Paulo – USP. Disponível em:

<[www.sbempaulista.org.br/epem/anais/mesas.../mr19-Mauro.doc](http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/mesas.../mr19-Mauro.doc)>. Acesso em: 02 abr. 2022.

SANGIORGI, Osvaldo. **Matemática**: curso moderno para os ginásios. v. 4. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1967.

SANTOS, José Wilson; SILVA, Marcio Antonio da. Relações de poder na idealização de livros didáticos de matemática. **Práxis Educativa**, v.14, n.1, p.250-272, jan./abr. 2019. Doi: 10.5212/PraxEduc.V14n1.014

SEVERINO, Antonio Joaquim. **Metodologia do trabalho científico**. 24a ed. São Paulo: Cortez, 2017.

VALENTE, Wagner Rodrigues. **Osvaldo Sangiorgi**: um professor moderno. São Paulo: Annablume, 2008.

Submetido em agosto de 2022.

Aceito em março de 2023.

