

## Uma Abordagem com o Tema Criptografia no Currículo de Matemática

### An Approach to Cryptography in the Mathematics Curriculum

*Bárbara Elisa Kranz<sup>1</sup>*

*Clarissa de Assis Olgin<sup>2</sup>*

#### RESUMO

Este trabalho apresenta o tema criptografia para o desenvolvimento do conteúdo de matrizes, do Ensino Médio, pois a abordagem dessa temática no Currículo de Matemática pode promover o ensino dos conteúdos de forma contextualizada, por meio de diferentes metodologias de ensino e recursos. Deste modo, tem-se como objetivo apresentar as potencialidades do tema Criptografia aliado ao conteúdo matrizes quando se desenvolve uma sequência didática voltada para estudantes do Ensino Médio, explorando as planilhas eletrônicas do *Excel*. A pesquisa teve uma abordagem metodológica qualitativa, que buscou descrever e interpretar a aplicação do experimento realizado. Este estudo permitiu concluir que a sequência didática pode contribuir para o entendimento, aprofundamento e/ou revisão do conteúdo de matrizes, conhecer a história e aplicações da temática, bem como ter a oportunidade de aprender os comandos das planilhas eletrônicas do *Excel*, que foi um recurso auxiliar para os cálculos matemáticos.

**PALAVRAS-CHAVE:** Currículo de Matemática. Criptografia. Matrizes. Planilhas Eletrônicas do *Excel*. Temáticas.

#### ABSTRACT

This presents the cryptography theme for the development of matrices content, in High School, since the approach of this theme in the Mathematics Curriculum, can promote the teaching of the contents in a contextualized way, through different methodologies and resources. Therefore, the objective of this work is to present the potential of the theme cryptography allied to the matrices content developing a didactic sequence for High School students, exploring Excel spreadsheet. The research had a qualitative methodological approach, aiming to describe and interpret the application of the experiment carried out. This study allowed us to conclude that the didactic sequence can contribute if the understanding. Deepening and/or review of the content of matrices, to know the history and

---

<sup>1</sup> Universidade Luterana do Brasil. E-mail: [barbaraelisa13@hotmail.com](mailto:barbaraelisa13@hotmail.com) ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5686-0005>.

<sup>2</sup> Universidade Luterana do Brasil. E-mail: [clarissa\\_olgin@yahoo.com.br](mailto:clarissa_olgin@yahoo.com.br) ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5560-9276>.



applications of the theme, as well as having the opportunity to learn the commands of Excel spreadsheet, an auxiliary resource for mathematical.

**KEYWORDS:** Mathematics Curriculum. Cryptography. Matrices. Excel Spreadsheets. Themes.

## Introdução

O emprego de temáticas relevantes para a formação dos estudantes é uma alternativa válida para o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos do Ensino Médio, pois permite a contextualização do ensino por meio de situações da vida real. Dessa forma, percebe-se que os documentos curriculares brasileiros vêm recomendando o ensino com temáticas, por meio dos Temas Transversais (BRASIL, 1997) e dos Temas Contemporâneos Transversais (BRASIL, 2019), como também indicando a relevância de apresentar a aplicabilidade dos conteúdos em contextos do cotidiano dos estudantes a fim de contribuir para a formação cidadã dos mesmos (BRASIL, 1998, 2000, 2013, 2018; KRANZ; OLGIN, 2021).

Para Azcárete (1997, p. 83) o Currículo de Matemática pode ser organizado/pensado a partir de uma rede de assuntos que visam promover aos estudantes a aprendizagem e a interação com diferentes realidades, de modo que envolvam situações que “[...] interessam, preocupam ou são obstáculos para o estudante e estão relacionados a diferentes aspectos da vida”.

A partir dessa perspectiva, Olgin (2015) apresenta assuntos relevantes para relacionar a vida contemporânea com os conteúdos matemáticos, por meio das Temáticas de Interesse para o Currículo de Matemática do Ensino Médio. Para tanto, Olgin (2015) classificou esses assuntos em oito temáticas que englobam diferentes características e relações com os conteúdos matemáticos. Na presente investigação, utilizou-se as temáticas Conhecimento Tecnológico e Contemporaneidade, uma vez que abrangem a utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) e questões oriundas da vida em sociedade.

Assim, um tema que contempla estas temáticas é a criptografia, pois viabiliza o ensino contextualizado de conteúdos matemáticos, como de aritmética, análise combinatória, estatísticas, funções, matrizes, entre outros (GROENWALD; OLGIN, 2011; OLGIN, 2011; SANTOS, 2013; LITOLDO, 2016; SOUSA; PIRES, 2018). Do mesmo modo que oportuniza utilizar as TIC como recurso facilitador no processo de resolução de problemas relacionados com cifras e códigos. Dessa maneira, os conteúdos matemáticos podem ser explorados por meio de atividades didáticas de codificação e decodificação, com o intuito de aprimorar os conceitos estudados e

atribuir significados para a aprendizagem dos estudantes do Ensino Médio (OLGIN, 2011; ROSSETO, 2018).

Este estudo trata-se de um recorte da dissertação de Mestrado intitulada "Caminhos para o Currículo de Matemática do Ensino Médio: contextualizando o conteúdo de matrizes com o tema criptografia" e visa apresentar as contribuições de uma sequência didática envolvendo o tema criptografia e o conteúdo de matrizes, explorando os recursos das planilhas eletrônicas do *Excel*, no Ensino Médio. A sequência didática desenvolvida para a dissertação foi aplicada remotamente no 2º semestre de 2020, com estudantes do 3º ano do Ensino Médio, de uma escola pública do município de Montenegro/RS.

### **Os documentos curriculares brasileiros e o trabalho com temáticas**

Nas últimas décadas, observa-se que os documentos curriculares brasileiros trazem, em suas discussões, o trabalho por meio de temáticas e a aplicabilidade dos conteúdos ministrados em sala de aula. Para tanto, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) apresentavam os Temas Transversais a fim de abordar assuntos relacionados a questões sociais, promover a interdisciplinaridade e contextualizar as teorias desenvolvidas nas disciplinas escolares (BRASIL, 1997; BARBOSA, 2013).

Do mesmo modo, os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) apontavam sobre a importância de uma abordagem contextualizada e interdisciplinar dos conhecimentos escolares, com o intuito de tirar o estudante da sua condição de espectador passivo e estimular a sua percepção quanto as relações entre os conteúdos nas disciplinas e mobilizar as competências cognitivas assimiladas anteriormente (BRASIL, 2000; ÁLVAREZ *et al.*, 2002).

Ao encontro dos PCN e PCNEM, as Orientações Curriculares do Ensino Médio (OCEM) e as Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) destacavam a relevância do trabalho com temáticas, como forma de contextualizar os conhecimentos escolares, de modo que permitisse significar, relacionar e mostrar a aplicabilidade dos conteúdos em atividades cotidianas dos estudantes (BRASIL, 2006, 2013).

Por sua vez, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) segue em consonância com os documentos curriculares brasileiros citados (BRASIL, 1997, 2000, 2006, 2013), ao destacar a necessidade de as instituições de ensino desenvolverem um trabalho com temas contemporâneos em seus currículos (BRASIL, 2018). Para tanto, aponta que para o trabalho com temáticas devem ser

consideradas “[...] as necessidades, possibilidades e os interesses dos estudantes, assim como suas identidades linguísticas, étnicas e culturais” (BRASIL, 2018, p. 15).

Com este propósito são apresentados os Temas Contemporâneos Transversais (TCT) que “[...] buscam uma contextualização do que é ensinado, trazendo temas que sejam de interesse dos estudantes e de relevância para seu desenvolvimento como cidadão” (BRASIL, 2019, p. 7). Assim, os TCT são assuntos que abordam as questões das vivências da comunidade escolar, da contemporaneidade e que podem ser trabalhados de forma transversal e integradora nas disciplinas escolares (BRASIL, 2019; VIÇOSA *et al.*, 2020).

Cordeiro (2019, p. 72) indica que os TCT contribuem para “[...] instrumentalizar os alunos para um maior entendimento da sociedade em que vivem além de garantir que os conteúdos científicos (essenciais) se integrem aos conteúdos sociais, políticos e contemporâneo (também essenciais)”. De modo que, esses temas estão relacionados com diversas situações do cotidiano dos estudantes, como a utilização do dinheiro, a saúde, ao meio ambiente, as tecnologias digitais, a sustentabilidade, o respeito a diversidade, entre outros (BRASIL, 2019).

À vista disso, nota-se que há uma preocupação em se trabalhar com temáticas que sejam de interesse dos estudantes e relevantes para a sua formação, relacionando-as com os conhecimentos escolares e buscando a sua aplicabilidade na sociedade (BRASIL, 1997; 2000; 2006; 2013; 2018; 2019). Portanto, é necessário produzir pesquisas acadêmicas que busquem contextualizar os conteúdos matemáticos com a utilização de temáticas, sendo este um forte potencial para o ensino de Matemática.

### **O trabalho com temáticas no Currículo de Matemática**

Morais (2008, p. 33) ressalta a importância de contextualizar os conteúdos matemáticos, pois proporciona aos estudantes o contato com um “[...] maior número de relações e conexões que se pode fazer ao ensinar um novo conteúdo. Quanto maiores forem essas relações e mais forte as conexões, sejam elas de dentro da Matemática ou fora dela, mais significativa será a aprendizagem”. Deste modo, o trabalho com temáticas permite ao(a) professor(a) e aos estudantes abordarem assuntos cruciais da sociedade e relacioná-los com os conteúdos escolares, possibilitando um ensino no qual teorias e aplicações se conectam, a fim de potencializar o processo de ensino (SOUZA, 2009).



Com este intuito, Olgin (2015) traz suas contribuições com relação ao trabalho com temáticas no ensino de conteúdos matemáticos, por meio das Temáticas de Interesse para o Currículo de Matemática do Ensino Médio. Assim, estas temáticas tratam-se de

“assuntos relevantes para a formação do estudante, temas modernos e que possam potencializar o Currículo de Matemática do Ensino Médio, permitindo o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos. Possibilitando proporcionar, aos estudantes, valores sociais, culturais, políticos, econômicos, de forma a atender as necessidades e objetivos dos sujeitos envolvidos nessa relação, que permitam a formação de um cidadão atuante e comprometido” (OLGIN, 2015, p. 65).

Para a seleção destes assuntos, Olgin (2015) indica um conjunto de critérios que relacionam diferentes características e relações com os conteúdos matemáticos do Ensino Médio. Tais critérios abarcam: o desenvolvimento de uma visão sociocrítica, baseada em aspectos socioculturais que podem emergir das temáticas a serem desenvolvidas; um currículo construtivo, no qual o professor e os estudantes conversem sobre os encaminhamentos do trabalho com temáticas, havendo a participação ativa do estudante nas atividades e na construção de conceitos matemáticos; a possibilidade de desenvolver diversas atividades contextualizadas que permitam construir, revisar ou ampliar conceitos matemáticos; a seleção de temas que propiciem ao estudante a reflexão sobre o fazer, buscando pensar e repensar sobre as estratégias e os procedimentos de resolução; a escolha de temas que evidenciem as possíveis conexões entre as temáticas e os conteúdos matemáticos; a escolha de temas que permitam a utilização de diferentes metodologias (resolução de problemas, projetos de trabalho, etnomatemática, história da Matemática, etc.); e a seleção de temas que permitam refletir sobre assuntos importantes que envolvam questões como economia familiar e saneamento básico.

A partir destes critérios é apresentado um conjunto de assuntos que podem ser utilizados pelos professores de Matemática para o desenvolvimento dos conteúdos de forma a contemplar “uma Educação Crítica, transformadora, reflexiva, rica em contextos, permitindo ao estudante envolver-se em cada assunto de forma a revisar, aprofundar, exercitar e estudar os conteúdos dessa área do saber” (OLGIN, 2015, p. 130). Para tanto, os assuntos são classificados em oito temáticas, sendo elas: Contemporaneidade, Político-Social, Cultura, Meio Ambiente, Conhecimento Tecnológico, Saúde, Temáticas Locais e Intramatemática (OLGIN, 2015).

Para embasamento desta investigação utilizou-se as temáticas Conhecimento Tecnológico e Contemporaneidade, pois possibilitam que os estudantes utilizem as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) e relacionem uma rede de assuntos com os conteúdos matemáticos, mostrando a aplicabilidade dos mesmos na vida em sociedade. Olgin (2015, p. 133) indica que o Conhecimento Tecnológico é uma temática importante para ser desenvolvida no Currículo de Matemática, uma vez que “[...] as tecnologias podem auxiliar e enriquecer o processo de ensino e aprendizagem, visto que facilitam as pesquisas, as trocas de informações, permitem fazer simulações de ambientes reais, etc.”. Para a autora, por meio desta temática pode-se explorar assuntos, como a computação gráfica, as ondas sísmicas e o *GPS*, de forma que relacionem com os conteúdos matemáticos de matrizes, função logarítmica, função linear, entre outros (OLGIN, 2015). Por sua vez, a temática Contemporaneidade enriquece o Currículo de Matemática, ao viabilizar o enfoque de temas, como a criptografia, os meios de comunicação (*internet*) e a Teoria dos Grafos que podem explorar os conteúdos matemáticos de aritmética e aritmética modular, funções, polinômios, matrizes, e conceito e elementos de Grafo (OLGIN, 2015).

Entre os temas que podem ser desenvolvidos a partir das temáticas citadas tem-se a criptografia, que permite explorar os conteúdos matemáticos de aritmética, aritmética modular, análise combinatória, estatísticas, funções, matrizes, polinômios, entre outros (GROENWALD; OLGIN, 2011; OLGIN, 2011; SANTOS, 2013; LITOLDO, 2016; SOUSA; PIRES, 2018). Isto é, a criptografia possibilita a contextualização desses conteúdos que podem ser desenvolvidos por meio de atividades didáticas buscando o aprimoramento, a atribuição de significados e provocações para a aprendizagem dos estudantes do Ensino Médio (OLGIN, 2011; ROSSETO, 2018).

Por definição, a criptografia refere-se à arte ou ciência de escrever em código e emergiu da necessidade de transmitir mensagens de forma eficientes e seguras sem que o seu conteúdo fosse interceptado por estranhos (TERADA, 1988; URGELLÉS, 2018). Desta maneira, existem vestígios da utilização de uma escrita secreta no sistema de escrita hieroglífica dos egípcios e dos romanos, que a aplicavam para transmitir seus planos de batalha (TAMAROZZI, 2001). Aliás, as guerras foram uma das principais impulsionadoras do desenvolvimento de métodos de criptografia, devido a exigência de comunicações seguras entre os aliados. Todavia, a criptografia continua sendo um assunto atual, uma vez que, com o

crescente avanço das tecnologias, torna-se indispensável garantir a privacidade e segurança nas trocas de informações por meios tecnológicos (URGÉLLES, 2018).

Mediante o exposto, percebe-se que o trabalho com temáticas é próprio para o Currículo de Matemática do Ensino Médio, porque desenvolve “[...] valores sociais, culturais, políticos, econômicos, de forma a atender as necessidades e objetivos dos sujeitos envolvidos [...]” (OLGIN, 2015, p. 65), bem como contribui para a formação de cidadãos atuantes e comprometidos com a sociedade. Portanto, a criptografia é um tema que pode ser aplicado, por meio de uma sequência de atividades que elucide seu apanhado histórico e as tecnologias digitais, para desenvolver o conteúdo de matrizes.

### **Metodologia de pesquisa**

A investigação possui uma abordagem de pesquisa qualitativa, buscando compreender e descrever o resultado das informações obtidas por meio de questionários, registros escritos e arquivos das atividades desenvolvidas pelos estudantes durante a aplicação da sequência didática. Assim, realizou-se uma análise descritiva dos dados obtidos para compreender e dar significado ao estudo realizado (BOGDAN; BIKLEN, 1994). Para tanto, buscou-se elaborar uma sequência didática que empregasse, como recurso digital, as planilhas eletrônicas do *Excel* e junto ao tema criptografia, viesse a potencializar o processo de ensino do conteúdo matemático de matrizes do Ensino Médio.

A pesquisa foi dividida em quatro momentos descritos a seguir: no primeiro momento realizou-se um levantamento sobre os documentos curriculares brasileiros e o trabalho com temáticas, bem como estudos que empregam as temáticas no Ensino de Matemática e as relações do conteúdo de matrizes e a criptografia; no segundo momento elaborou-se a sequência didática, que contemplou a história em quadrinhos “Aurora e a criptografia”, as atividades com cifras históricas e envolvendo o conteúdo de matrizes, e os questionários; no terceiro momento realizou-se a aplicação da sequência didática com estudantes do 3º ano do Ensino Médio, de forma remota por meio da plataforma *Moodle*; por fim, no quarto momento analisou-se os dados obtidos durante a aplicação da sequência didática com os estudantes.

### **Apresentação e análise dos dados**

A sequência didática foi aplicada com 23 estudantes do 3º ano do Ensino Médio, da Escola Estadual Técnica São João Batista, em Montenegro, no Rio

Grande do Sul. Devido a pandemia de Covid-19<sup>3</sup>, as atividades foram desenvolvidas de forma remota, por meio do ambiente virtual de aprendizagem *Moodle*, do PPGECIM<sup>4</sup>. Assim, a aplicação ocorreu entre os meses de setembro e outubro de 2020, no decorrer de seis encontros buscando contemplar a aplicação dos questionários, a história em quadrinhos desenvolvida para a pesquisa e as cinco atividades que exploraram cifras históricas e o conteúdo de matrizes, conforme apresentado na Figura 1.

Figura 1 – Encontros para aplicação da sequência didática.

Semana	Recurso utilizado para os encontros	Atividade
1	Videoconferência	Apresentação, cadastramento na plataforma Moodle e aplicação do questionário inicial.
2	Plataforma Moodle	Apresentação em PPT da história em quadrinhos envolvendo o tema criptografia e atividade da Cifra de Vigenère.
3	Plataforma Moodle	Atividades das Cifras Playfair e ADFGVX.
4	Plataforma Moodle	Atividades da Cifra de Hill.
5	Plataforma Moodle	Atividades da Cifra MKO.
6	Videoconferência	Aplicação do questionário final e encerramento.

Fonte: adaptado de Kranz (2021, p. 97).

Devido a aplicação da sequência ter ocorrido de forma *online* e em decorrência da pandemia, ao final dos encontros apenas 6 estudantes haviam completado as atividades propostas, de modo que os dados analisados contemplam estes participantes. Para a análise dos resultados os participantes foram denominados: Estudante A1, Estudante A2, Estudante A3, Estudante A4, Estudante A5 e Estudante A6.

Para essa investigação, apresenta-se a resolução e análise das atividades da Cifra de Playfair, da Cifra de Hill e da Cifra MKO<sup>5</sup> realizadas pelos estudantes durante a aplicação da sequência didática. Ressalta-se que todas as atividades foram elaboradas nas planilhas eletrônicas do *Excel*, para que os estudantes tivessem contato com os recursos do *software* desde o início da aplicação.

Dentre as competências gerais da BNCC (BRASIL, 2018), destaca-se que os estudantes devem utilizar os conhecimentos historicamente construídos, com o intuito de entender e explicar a realidade e continuar aprendendo. Assim, a história

<sup>3</sup> A Covid-19 trata-se de uma doença infecciosa causada pelo vírus SARS-CoV-2 e, devido sua grande contaminação, obrigou os países a determinarem uma quarentena em março de 2020, objetivando conter altos índices de indivíduos infectados/doentes.

<sup>4</sup> Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática.

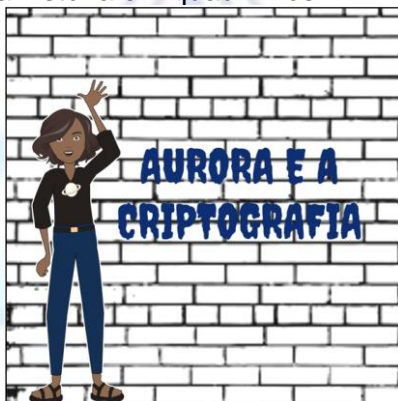
<sup>5</sup> A Cifra MKO foi desenvolvida pelas autoras deste trabalho para a sequência didática envolvendo o tema criptografia aliado ao conteúdo de matrizes.



em quadrinhos “Aurora e a criptografia” e as atividades envolvendo as cifras históricas, desenvolvidas para a sequência didática, tinham como objetivo mostrar a importância desses conhecimentos ao longo dos séculos, como também exemplificar a evolução dos métodos criptográficos.

A Figura 2 apresenta a capa da história em quadrinhos produzida para a sequência didática, que teve o intuito de apresentar o tema escolhido, explorando sua função, seu apanhado histórico, cifras e sua finalidade atualmente.

Figura 2 – Capa da história em quadrinhos “Aurora e a criptografia”.



Fonte: retirado de Kranz (2021, p. 74).

Para exemplificar as cifras históricas serão apresentadas as atividade envolvendo as Cifras de Playfair e de Hill.

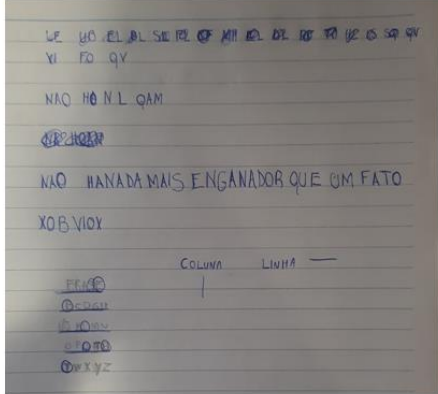
A Cifra de Playfair trata-se de uma criptografia de substituição, criada pelo barão britânico Lyron Playfair e Sir Charles Wheatstone. É constituída por um quadrado de 5 colunas por 5 linhas, no qual está distribuído o alfabeto iniciando por uma palavra-chave, que não possui letras repetidas, e combinando duas letras, a critério (SINGH, 2003; URGELLÉS, 2018). A Figura 3 apresenta uma atividade criada com a cifra e a forma como o Estudante A1 a solucionou, utilizou como recurso papel e caneta para escrever a mensagem codificada e realizar a decodificação da mesma.

Figura 3 – Resolução da atividade de Cifra de Playfair, pelo Estudante A1.

Estou enviando uma mensagem secreta para você. Esta frase foi extraída de um livro que eu gosto muito. Para descobri-la você terá que utilizar a Cifra de Playfair, utilizando a palavra-chave **FRASE**. A mensagem é:  
**"LE-UB-EL-DL-SL-FL-EF-MH-EL-DL-PF-TO-HZ-IS-SQ-QV-VI-FO-QV"**

Utilize o Quadrado da Cifra de Playfair abaixo para descobrir a mensagem secreta da Aurora.

F	R	A	S	E
B	C	D	G	H
I/J	K	L	M	N
O	P	Q	T	U
V	W	X	Y	Z



Fonte: adaptado de Kranz (2021, p. 103-104).


Por sua vez, o Estudante A2 utilizou as planilhas eletrônicas do *Excel* para encontrar a mensagem decodificada, em outra atividade com a Cifra de Playfair (Figura 4).

Figura 4 – Resolução da atividade da Cifra de Playfair, pelo Estudante A2.

Estou enviando uma mensagem secreta para você. Esta frase foi extraída de um livro que eu gosto muito. Para descobri-la você terá que utilizar a Cifra de Playfair, utilizando a palavra-chave **FRASE**. A mensagem é:  
**"UR-ME-SL-HU-UP-ER-AN-NV-FE-US-RS-EH-IV-QF-AW"**

Utilize o Quadrado da Cifra de Playfair abaixo para descobrir a mensagem secreta da Aurora.

F	R	A	S	E
B	C	D	G	H
I/J	K	L	M	N
O	P	Q	T	U
V	W	X	Y	Z



Fonte: retirado de Kranz (2021, p. 104).

As atividades da Cifra de Playfair permitiu aos estudantes explorarem os conceitos de matrizes, como linha, coluna e localização de elementos, pois o Quadrado da Cifra de Playfair remete a ideia de uma matriz de ordem 5x5. Assim como, ao utilizar os recursos das planilhas eletrônicas do *Excel* para solucionar a atividade, foi possível organizar os elementos descobertos em cédulas individuais, remetendo a ideia de matrizes. As atividades com as cifras objetivavam mostrar a



Figura 6 – Resolução da atividade da Cifra de Hill, pelo Estudante A3.

**CIFRA DE HILL**

Estou enviando uma mensagem secreta para você. Esta mensagem é um desenho que eu gosto muito. Para descobri-la você terá que utilizar a Cifra de Hill, utilizando a matriz-chave:

7	2
3	1

A mensagem é: "KMYR@R"

Utilize o alfabeto codificador/decodificar para descobrir a mensagem secreta da Aurora.

A	B	C	D	E	F	G	H	I
0	1	2	3	4	5	6	7	8
J	K	L	M	N	O	P	Q	R
9	10	11	12	13	14	15	16	17
S	T	U	V	W	X	Y	Z	@
18	19	20	21	22	23	24	25	26

**Matriz inversa** **Módulo 27**

-1	3
3	-7

 $\times$ 

10	12
26	-54

 $=$ 

26	0
----	---

**Matriz-chave**

7	1
3	2

 $\times$ 

24	17
27	47

 $=$ 

0	20
---	----

 $\times$ 

26	17
25	-41

 $=$ 

25	13
----	----

26	0	25
0	20	13

**Mensagem:**    A            AU            ZN

Fonte: retirado de Kranz (2021, p. 112).

As atividades com a Cifra de Hill possibilitaram aos estudantes utilizarem os recursos das planilhas eletrônicas do *Excel*, organizando o desenvolvimento de suas atividades de diferentes formas, com a aplicação de cores nas letras ou células e de bordas. Como também, o desenvolvimento dos cálculos de matriz inversa e multiplicação entre matriz, por meio dos comandos, de maneira que foi necessário a aplicação correta dos conceitos envolvendo estas operações. Percebe-se a importância da utilização das TIC nas atividades propostas em sala de aula, com o propósito de estimular os estudantes e lhes proporcionar novas experiências ((KAIBER; GROENWALD, 2008; VALENTE, 2014; CASTRO, 2016), de modo que o *software* proporcionou, nesta atividade, explorar tanto a sua criatividade, para destacar os elementos das matrizes, quanto ser uma ferramenta facilitadora para resolução dos cálculos de operações com matrizes (DELLINGHAUSEN; GALLE; OLGIN, 2017; FLORES, 2021).

Conforme Olgin (2015), a criptografia pode ser utilizada para contextualizar o conteúdo de matrizes, visto que possibilita criar atividades que relacionam as



operações de matrizes com cifras e códigos. Rodrigues e Sá (2019) afirmam que utilizar abordagens que remetem a temas que estão envolvidos com tecnologias é uma estratégia para aproximar os estudantes aos conceitos matemáticos. Dessa maneira, as atividades elaboradas a partir da Cifra MKO envolvem o conteúdo de matrizes junto ao tema criptografia e explora os recursos das planilhas eletrônicas do *Excel*, por meio dos comandos para a resolução das operações com matrizes.

A Cifra MKO foi elaborada para a sequência didática com o intuito de explorar a ordem das matrizes, a matriz identidade, a matriz transposta, a matriz inversa e as operações de adição, subtração, multiplicação da matriz por um escalar e multiplicações entre matrizes, a partir da codificação de decodificação de mensagens (KRANZ, 2021).

A Figura 7 apresenta uma atividade com a Cifra MKO envolvendo a matriz transposta, a multiplicação da matriz por um escalar e a subtração entre matrizes. Assim, o Estudante A4 manipulou o *software* para calcular a matriz transposta<sup>6</sup> da matriz-chave informada na atividade. Contudo, nas operações de multiplicação da matriz por um escalar e na subtração entre matrizes as realizou de forma manual, sem empregar os comandos das planilhas eletrônicas<sup>7</sup>.

---

<sup>6</sup> Para determinar a matriz transposta com as planilhas eletrônicas do *Excel*, inicialmente é preciso selecionar a quantidade de células na planilha correspondente a matriz transposta que será obtida. Em seguida, inserir os comandos “= TRANSPOR (seleciona a matriz) + ENTER” e obtém-se a matriz transposta desejada.

<sup>7</sup> Todos os comandos do *software Excel* para calcular as matrizes foram apresentados em vídeos disponibilizados junto aos materiais da sequência didática.

Figura 7 – Resolução da atividade da Cifra MKO, pelo Estudante A4.

**CIFRA MKO**

Estou enviando uma mensagem secreta para você. Para descobrir, você terá que utilizar a Cifra MKO, seguindo os passos indicados. A mensagem codificada é:

| 21 | 19 | 30 | 15 | 45 | 37 | 34 | 43 | 9 | 23 |

A matriz-chave para essa mensagem é:

2	7	4	3	14
16	6	15	1	9

A matriz-mensagem codificada tem seus elementos distribuídos **em coluna**. Para decodificar essa mensagem, você deverá **subtrair a matriz mensagem do dobro da transposta da matriz-chave**.

Para você descobrir a mensagem secreta enviada, siga os seguintes passos:

**ENCONTRE A MATRIZ TRANSPOSTA**

Comece a matriz transposta da matriz-chave pela célula P7. Após, determine o dobro dessa matriz.

=TRANSPOR(G10:K11)

4	15
3	1
14	9

**MOSTRE A MATRIZ MENSAGEM**

Comece a matriz mensagem pela célula P16

21	37
19	34
30	43
15	9
45	23

---

**ENCONTRE A MATRIZ TRANSPOSTA**

Comece a matriz transposta da matriz-chave pela célula P7. Após, determine o dobro dessa matriz.

2	16
7	6
4	15
3	1
14	9

**MOSTRE A MATRIZ MENSAGEM**

Comece a matriz mensagem pela célula P16

21	37
19	34
30	43
15	9
45	23

**REVELE A MATRIZ ORIGINAL**

Comece a matriz original pela célula Y7

17	5
5	22
22	13
9	7
17	5

**QUAL É A MENSAGEM?**

Utilize o alfabeto codificar/decodificar ao lado para descobrir a mensagem

<b>MATEMÁTICA</b>	
-------------------	--

**ALFABETO**

**CODIFICADOR / DECODIFICADOR**

A	B	C	D	E	F	G
5	4	7	6	9	8	11
H	I	J	K	L	M	N
10	13	12	15	14	17	16
O	P	Q	R	S	T	U
19	18	21	20	23	22	25
V	W	X	Y	Z	C	*
24	27	26	29	28	31	30

Fonte: retirado de Kranz (2021, p. 119).

A Figura 8 traz a resolução de outra atividade da Cifra MKO que envolvia a matriz inversa e a multiplicação entre matrizes, pelo Estudante A6. Para a realização da atividade, o participante empregou os comandos das planilhas eletrônicas do *Excel* tanto para a determinação da matriz inversa<sup>8</sup> da matriz-chave informada, quanto para a multiplicação<sup>9</sup> entre a matriz-mensagem e a inversa da matriz-chave.

8 Para determinar a matriz inversa com as planilhas eletrônicas do Excel, inicialmente é preciso selecionar a quantidade de células no software que corresponde a matriz resultante da inversa. Em seguida, insere-se os comandos "MATRIZ.INVERSO (seleciona a matriz) + (CTRL+ SHIF + ENTER)" e obtém-se a matriz inversa.

9 Para realizar a multiplicação entre matriz nas planilhas eletrônicas do Excel, inicialmente é preciso selecionar a quantidade de células no programa correspondente a matriz resultante da multiplicação. Em seguida, insere-se os comandos "= MATRIZ.MULTI (seleciona a primeira matriz); (seleciona a segunda matriz) +(CTRL + SHIFT + ENTER)" e obtém-se o produto das matrizes.

Figura 8 – Resolução da atividade da Cifra MKO, pelo Estudante A6.

**CIFRA MKO**

Estou enviando uma mensagem secreta para você. Para descobrir, você terá que utilizar a Cifra MKO, seguindo os passos indicados. A mensagem codificada é:

22	19	6	5	23	30	5	23	30	-37	-19	1
13	-41	-37	20	-23	-55	101	49	-6	-42		
112	67	-75	42	153							

A matriz-chave para essa mensagem é:

1	-2	5
0	1	-4
0	0	1

A matriz mensagem codificada tem seus elementos distribuídos em **coluna**. Para decodificar essa mensagem, você deverá **multiplicar a matriz mensagem pela inversa da matriz-chave**.

Para você descobrir a mensagem secreta enviada, siga os seguintes passos:

**ENCONTRE A MATRIZ INVERSA**

Comece a matriz inversa da matriz-chave pela célula T7

`=MATRIZ.INVERSO(H12:J14)`

MATRIZ.INVERSO(matriz) 4  
0 0 1

**MOSTRE A MATRIZ MENSAGEM**

Comece a matriz mensagem pela célula Q14

22	-37	101
19	-19	49
6	1	-6
5	13	-42
23	-41	112
30	-37	67
5	20	-75
23	-23	42
30	-55	153

**REVELE A MATRIZ ORIGINAL**

Comece a matriz inversa da matriz-chave pela célula T7

1	2	3
0	1	4
0	0	1

`=MATRIZ.MULT(N4:P22;Q7:S9)`

MATRIZ.MULT(matriz1; matriz2)

6	13	16
5	23	25
23	5	17
30	23	9
5	30	20
23	23	19
30	5	23

**MOSTRE A MATRIZ MENSAGEM**

Comece a matriz mensagem pela célula Q14

22	-37	101
19	-19	49
6	1	-6
5	13	-42
23	-41	112
30	-37	67
5	20	-75
23	-23	42
30	-55	153

**ALFABETO CODIFICADOR / DECODIFICADOR**

A	B	C	D	E	F	G
5	4	7	6	9	8	11
H	I	J	K	L	M	N
10	13	12	15	14	17	16
O	P	Q	R	S	T	U
19	18	21	20	23	22	25
V	W	X	Y	Z	Ç	*
24	27	26	29	28	31	30

**QUAL É A MENSAGEM?**

Utilize o alfabeto codificar/decodificar ao lado para descobrir a mensagem

**TODAS AS COISAS SÃO NÚMEROS**

Fonte: retirado de Kranz (2021, p. 123).

As atividades da Cifra MKO propiciaram aos estudantes manipularem os comandos do *software Excel* a fim de explorar os conceitos de matrizes e realizar os cálculos de matriz transposta, matriz, inversa, adição de matrizes, subtração de matrizes, multiplicação de matriz por um escalar e multiplicação entre matrizes por meio de comandos (FLORES, 2021; KRANZ, 2021). Como também, propicia-se (re)organizar os dados inseridos (destacando e descolando) as matrizes, usufruindo da criatividade. Para Conceição (2013) e Dellinghausen, Galle e Olgin (2017), as planilhas eletrônicas têm potencial para serem utilizadas em sala de aula, já que permitem ao estudante aplicar comandos e fórmulas para o desenvolvimento de diversos cálculos, verificar os resultados obtidos no desenvolvimento de suas atividades, realizar transformações geométricas no plano, entre outras.

Conforme os estudantes<sup>10</sup>, tanto as atividades com as cifras históricas e a Cifra MKO, quanto o tema criptografia contribuíram para o entendimento do conteúdo de matrizes, o que vai ao encontro da proposta de contextualização de um conteúdo mediante o emprego de temáticas, com o intuito de exemplificar a aplicabilidade da Matemática na vida em sociedade (BRASIL, 2006; 2018; 2019; OLGIN, 2015; RODRIGUES; SÁ, 2019).

Do mesmo modo, os estudantes consideram que a utilização das planilhas eletrônicas do *Excel* auxiliou no desenvolvimento das atividades, como relata o Estudante A1: “Elas nos trazem uma forma mais fácil de resolver algumas das situações em que precisamos multiplicar, ou somar matrizes por exemplo”. Percebe-se o papel que as tecnologias digitais têm ao serem utilizadas para fomentar o ensino, de forma que os estudantes as empregam para produzirem seus conhecimentos e solucionar os problemas oriundos de situações escolares ou sociais (BRASIL, 2018).

Ainda, os estudantes indicam que a criptografia e as planilhas eletrônicas do *Excel* contribuíram para compreensão do conteúdo de matrizes, como afirma o Estudante A6: “Sim, pois, percebi que as matrizes podem ser representadas por tabelas, e que, quando usamos o *Excel*, podemos realizar operações com matrizes de forma muito mais fácil”. Assim, observa-se que a aplicação do tema criptografia, que está diretamente relacionado com a seguridade e privacidade das informações transmitidas por meio das tecnologias digitais, junto com as planilhas eletrônicas do *Excel* proporcionou aos participantes estabelecerem conexões com o conteúdo matemático abordado (OLGIN, 2015; RODRIGUES; SÁ, 2019).

Logo, considera-se importante explorar recursos tecnológicos nas atividades em sala de aula, assim como também diferentes temas que visam potencializar o ensino dos conteúdos matemáticos do Ensino Médio (OLGIN; 2015; BRASIL; 2018). As atividades apresentadas na sequência exemplificam possibilidades didáticas para o trabalho com o conteúdo de matrizes por meio da temática criptografia, junto a utilização do *software Excel*.

### **Considerações finais**

A pesquisa realizada corrobora com as pesquisas em Educação Matemática que indicam a necessidade de uma abordagem contextualizada dos conteúdos

---

<sup>10</sup> De acordo com os dados obtidos no questionário final aplicado após a realização das atividades da sequência didática.



matemáticos. Assim, acredita-se que desenvolver os conteúdos por meio de temas pode oportunizar a compreensão dos conteúdos e aproximar os estudantes de assuntos importantes da vida em sociedade, contribuindo para a sua formação cidadã.

Entende-se que, ao propor uma sequência didática que explore toda a potencialidade do tema e os conteúdos matemáticos, é preciso utilizar diferentes estratégias que possibilitem trabalhar para contribuir com o entendimento da aplicabilidade dos assuntos relacionadas a Matemática no dia a dia dos estudantes.

Os resultados obtidos durante a aplicação da sequência permitiram observar que o apanhado histórico realizado em conjunto entre a história em quadrinhos “Aurora e a criptografia” e as atividades de cifras históricas, as cifras relacionadas com as matrizes e o uso da tecnologia digital, mediante o *software*, contribuíram para promover um ensino significativo e reflexivo para os estudantes.

Assim, identifica-se que a elaboração de atividades contextualizadas em relação ao conteúdo de matrizes pode contribuir para o seu entendimento, como também a utilização das planilhas eletrônicas pode auxiliar no processo de ensino dos estudantes e colocá-los em contato com as tecnologias digitais, evidenciando suas potencialidades.

Salienta-se que, como as demais estratégias propostas no cotidiano escolar, é de suma importância o planejamento das atividades que serão propostas em uma sequência didática para que se atinja os objetivos didáticos, do mesmo modo que pensar nas diferentes metodologias e nos recursos que podem ser disponibilizados ao explorar temáticas aliadas aos conteúdos matemáticos.

Portanto, nessa investigação pode-se elaborar um conjunto de atividades que permitiu aos estudantes trabalhar o conteúdo de matrizes por meio do tema criptografia. Assim, os estudantes puderam ser ativos no processo de resolução das atividades, utilizar as planilhas eletrônicas do *Excel* para pensar e repensar suas estratégias e procedimentos para solucionar as atividades, e estabelecer possíveis conexões entre o tema e os conteúdos matemáticos.

## Referências

ÁLVAREZ, Maria. N. *et al.* **Valores e temas transversais no currículo**. Porto Alegre: Editora Artmed, 2002. Traduzido Daisy Vaz de Moraes.

AZCÁRATE, Pilar. ¿Qué matemáticas necesitamos para comprender el mundo actual? **Investigación em I Escuela**, 32, 77-85, 1997.

- BARBOSA, Laura. M. S. **Temas transversais: como utilizá-los na prática educativa?** Curitiba: Editora InterSaberes, 2013.
- BOGDAN, Robert.; BIKLEN, Sari. **Investigação qualitativa em educação.** Portugal: Porto Editora, 1994.
- BRASIL. Conselho Nacional de Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio.** Brasília: MEC, 1998.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: MEC, 2018.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Temas Contemporâneos Transversais na BNCC: contexto histórico e pressupostos pedagógicos.** Brasília: MEC, 2019.
- BRASIL. Secretária da Educação Básica. **Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica.** Brasília: MEC/SEB, 2013.
- BRASIL. Secretária da Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio.** Brasília: MEC/SEB, 2006.
- BRASIL. Secretária de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: apresentação dos temas transversais, ética.** Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BRASIL. Secretária de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio.** Brasília: MEC/SEMTEC, 2000.
- CASTRO, Anna. L. A formação de professores de matemática para uso das tecnologias digitais e o currículo da era digital. In: **ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, n. 12, 2016, São Paulo. Anais eletrônicos... São Paulo: SBEM, 2016. p. 1-12. Disponível em: [http://www.sbemrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/6796\\_3527\\_ID.pdf](http://www.sbemrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/6796_3527_ID.pdf). Acesso em: 17 fev. 2021.
- CONCEIÇÃO, Marcos. R. F. Transformações no plano e morfismo: aplicações de matrizes com o uso do *Excel*. In: **VI CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA**, 7., 2013, Canoas. Anais eletrônicos... Canoas: Universidade Luterana do Brasil, 2013. p. 1-15. Disponível em: <http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vi/paper/viewFile/985/436>. Acesso em: 17 fev. 2021.
- CORDEIRO, Natália de V. **Temas Contemporâneos e Transversais na BNCC: as contribuições da Transdisciplinaridade.** 2019. 111 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Católica de Brasília, Programa de Pós-graduação Stricto Sensu em Educação. Brasília, 2019. Disponível em: <https://bdtd.ucb.br:8443/jspui/handle/tede/2661>. Acesso em: 20 fev. 2020.
- DELLINGHAUSEN, Fernanda; GALLE, Vanessa M.; OLGIN, Clarissa A. Utilização de planilha eletrônica no processo de ensino e aprendizagem de matrizes e sistemas. In: **Congresso Internacional de Ensino da Matemática**, n. 7, 2017, Canoas. Anais eletrônico... Canoas: Universidade Luterana do Brasil, 2017. p. 1-9. Disponível em: <http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vii/paper/viewFile/7843/4273>. Acesso em: 17 fev. 2021.

FLORES, Jerônimo B. Mapeamento de pesquisas sobre o ensino de Matemática com planilhas eletrônicas no Ensino Fundamental e Médio. **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática**, Sergipe, n. 1, p 49-65, 2021. Disponível em: <https://seer.ufs.br/index.php/ReviSe/article/view/14108>. Acesso em: 25 maio 2021.

GROENWALD, Claudia L. O., OLGIN, Clarissa A. Criptografia e o Currículo de Matemática no Ensino Médio. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 13, n. 15, p. 70-78, 2011. Disponível em: <http://www.revistasbemsp.sbempaulista.org.br/index.php/REMat-SP/article/view/68/pdf>. Acesso em: 3 de out. 2020.

KAIBER, Carmen T.; GROENWALD, Claudia L. O. **Educação Matemática**. Canoas: Editora da Ulbra, 2008.

KRANZ, Bárbara Elisa. OLGIN, Clarissa de Assis. Construção de conhecimentos matemáticos utilizando a temática criptografia para o Ensino Médio. **REnCiMa**, São Paulo, v. 12, n. 3, p. 1-21, abr./jun. 2021.

KRANZ, Bárbara Elisa. **Caminhos para o Currículo de Matemática do Ensino Médio**: contextualizando o conteúdo de matrizes por meio do tema criptografia. 155f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2021.

LITOLDO, Beatriz F. **As potencialidades de atividades pedagógicas envolvendo problemas criptográficos na exploração das ideias associadas à função afim**. 2016. 198 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2016. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/141470>. Acesso em: 15 mar. 2019.

MORAIS, Rosilda S. **A aprendizagem de polinômios através da resolução de problemas por meio de um ensino contextualizado**. Dissertação de Mestrado, São Carlos, Universidade Federal de São Carlos, 2008. Disponível em: <https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/2442>. Acesso em: 9 de maio 2020.

OLGIN, Clarissa A. **Crítérios, possibilidades e desafios para o desenvolvimento de temáticas no Currículo de matemática do Ensino Médio**. 2015. 265 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática), Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Luterana do Brasil. Rio Grande do Sul, Canoas, 2015.

OLGIN, Clarissa A. **Currículo no Ensino Médio**: uma experiência com o tema criptografia. 2011. 136 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2011.

RODRIGUES, Lalesca P. O.; SÁ, Lauro C. Matrizes e criptografia: contribuições de uma atividade sobre o whatsapp no Ensino Médio. **REnCiMa**, v. 10, n. 6, p. 255-273, 2019. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/2240/1204>. Acesso em: 21 jun. 2020.

ROSSETO, Cintia K. **Criptografia como recurso didático**: uma proposta metodológica aos professores de matemática. 2018. 84 f. Dissertação (Mestrado

Profissional em Matemática em Rede Nacional), Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, São José do Rio Preto, 2018.

SANTOS, José. L. **A arte de cifrar, criptografar, esconder e salvaguardar como fontes motivadoras para atividades de matemática básica**. 2013. 81 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), Programa de Mestrado em Matemática em Rede Nacional do Instituto de Matemática, Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2013. Disponível em: <https://repositorio.ufba.br/bitstream/ri/22928/1/Disserta%20Jos%20Luiz.pdf>. Acesso em: 15 mar. 2019.

SINGH, Simon. **O Livro dos Códigos: A Ciências do Sigilo - do Antigo Egito à Criptografia Quântica**. Rio de Janeiro: Editora Record, 2003.

SOUSA, Deivison P. de; PIRES, Jandresson D. Criptoanálise como proposta didática para o ensino de estatística. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 9, n. 2, p. 1-11, 2018. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/1639/956>. Acesso em: 12 abr. 2021.

SOUZA, Jaibis F. de. **Construindo uma aprendizagem significativa com história e contextualização da matemática**. Dissertação de Mestrado, Rio de Janeiro, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, 2009. Disponível em: <https://tede.ufrj.br/jspui/handle/tede/131>. Acesso em: 12 jan. 2021.

TAMAROZZI, Antonio C. Codificando e decifrando mensagens. **Revista do Professor de Matemática**, Rio de Janeiro, n. 45, p. 41-43, 2001.

TERADA, Routo. Criptografia e a importância das suas aplicações. **Revista do Professor de Matemática**, Rio de Janeiro, n. 12, p. 1-7, 1988.

URGELLÉS, Joan G. **Matemática y códigos secretos**. Barcelona: Editora RBA Libros, 2018.

VALENTE, José A. A Comunicação e a Educação baseada no uso das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação. **Revista UNIFESO – Humanas e Sociais**, Alto Teresópolis, v. 1, n. 1, p. 141-166, 2014.

VIÇOSA, Cátia S. C. L. et al. Concepções de licenciados acerca de abordagens transversais no ensino de Ciências. **REnCiMa**, São Paulo, v. 11, n. 7, p. 180-197, nov. 2020. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/2324/1421>. Acesso em: 12 abr. 2021.

Submetido em agosto de 2022.

Aceito em novembro de 2022.