



Função: saberes manifestados por um grupo de professores

Function: knowledge manifested by a group of teachers

Rogério Fernando Pires¹

Resumo

Este estudo procurou investigar os saberes manifestados por um grupo de professores sobre o conceito de função. A pesquisa de cunho qualitativo, contou com a participação de quatro professores, dois que lecionavam Matemática no Ensino Médio e outros dois atuavam na licenciatura em Matemática. Os dados foram coletados por meio da criação de uma situação referente ao conceito de função e uma entrevista. Os resultados mostraram que parte dos professores apresentou dificuldade em dar exemplos que explicitassem uma relação funcional, assim como a presença do fenômeno de compartimentalização e a divergência entre a imagem do conceito e a sua definição estiveram presentes. Ainda, foi evidenciado que ensinar exige outros saberes que ultrapassam os limites dos saberes disciplinares.

Palavras-chave: Função. Saberes Docentes. Imagem do Conceito. Definição do Conceito.

Abstract

This study sought to investigate the knowledge expressed by a group of teachers about the concept of function. The qualitative research was attended by four teachers, two who taught Mathematics in high school and two others worked in the graduation in Mathematics. The data were collected through the creation of a situation related to the concept of function and an interview. The results showed that some of the teachers had difficulty in giving examples that explained a functional relationship, as well as the presence of the compartmentalization phenomenon and the divergence between the concept image and its definition were present. Furthermore, it was evidenced that teaching requires other knowledge that goes beyond the limits of disciplinary knowledge.

Keywords: Teachers knowledge. Concept image. Concept definition. Compartmentalization.

Introdução

As dificuldades apresentadas pelos estudantes tanto da Educação Básica, quanto do Ensino Superior com a noção de função é um assunto que vem sendo amplamente debatido no âmbito da Educação Matemática. Pesquisas que abordam a temática, como por exemplo, Sfar (1992), Sierpinska (1992), Grande (2013) e Pires (2014), evidenciam as dificuldades

¹ Universidade Federal de Uberlândia/Universidade Estadual de Santa Cruz. rfpires25@hotmail.com

apresentadas pelos estudantes do Ensino Médio e Superior. Tais dificuldades, que normalmente iniciam ainda no Ensino Médio, se não forem sanadas nesse nível de escolaridade, podem se constituir em entraves para a compreensão de conceitos que estão intimamente ligados com o de função.

Grande (2013), aponta que um dos principais fatores que levam os estudantes a não estabelecer uma relação entre as operações de derivada e integral, e conseqüentemente não compreenderem o Teorema Fundamental do Cálculo é a dificuldade que apresentam com o conceito de função, que eles carregam consigo mesmo antes de terem contato com as primeiras noções de Cálculo.

Esse fato, leva a induzir que muitos dos problemas de aprendizagem presentes no Ensino Superior, principalmente na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, podem ter origem na Educação Básica. Contudo, esse discurso parece mostrar de certa forma que os problemas com a aprendizagem do Cálculo, recaem sobre o ensino da Matemática no nível médio e sobre o professor que leciona essa disciplina na Educação Básica. Porém, a culpa do insucesso dos estudantes tanto do nível médio, quanto do nível superior, não é única e exclusiva daquele que leciona em um ou outro nível de ensino. Apesar de existir uma quantidade considerável de trabalhos que evidenciam os problemas na aprendizagem do conceito de função e das noções de Cálculo, tais como: Pires e Silva (2015), Pires (2014), Grande (2013), Beltrão e Iglioni (2010), Chacón e Prieto (2010), dentre outros; a formação do professor, seja ela inicial ou continuada, deve ser olhada com mais atenção e cuidado.

Assim, o presente artigo busca discutir os saberes relacionados ao conceito de função manifestados por professores que atuavam no Ensino Médio e no Superior, na tentativa de desvelar alguns aspectos que possam estar relacionadas com os problemas de aprendizagem apresentados pelos estudantes.

A pluralidade do saber docente

Ao falar de saberes docentes, deve-se ter em mente que eles não são provenientes somente da formação universitária. Não se pode vincular os saberes dos professores apenas à sua formação acadêmica; eles são constituídos de elementos provenientes de diferentes fontes. Na verdade, o saber docente é composto por diferentes saberes, tais como: os disciplinares, curriculares, profissionais (os educacionais e da pedagogia) e experienciais.

Tardif (2011), salienta que, ao questionar os professores sobre o seu saber, eles se referem a conhecimentos e a um saber fazer pessoal, falam sobre os saberes curriculares, dos programas e dos livros didáticos, apoiam-se nos conhecimentos disciplinares relativos à matéria que ensinam, recorrem à sua própria experiência e ainda apontam elementos de sua formação profissional. Nessa perspectiva, o saber docente é um saber plural, formado por uma mistura de saberes provenientes da formação profissional e dos saberes disciplinares, curriculares e experienciais.

Os saberes profissionais são constituídos pelo conjunto de saberes adquiridos nas instituições de formação de professores. São aqueles que o indivíduo adquire durante a sua formação, seja ela inicial ou continuada, nos cursos voltados para essa finalidade e estão relacionados aos conhecimentos educacionais e pedagógicos².

Os saberes disciplinares são aqueles saberes sociais que são definidos e selecionados pela instituição universitária. São incorporados à prática docente por meio conhecimentos adquiridos nas diversas disciplinas que compõem os cursos de formação inicial ou continuada de professores oferecidos pelas universidades. São os saberes que correspondem aos diversos campos do conhecimento e são reconhecidos socialmente. São exemplos de saberes disciplinares, a Matemática, a Física, a História etc., os conhecimentos transmitidos nos cursos e departamentos universitários, independentemente das faculdades de Educação e dos cursos de formação de professores.

Os saberes curriculares compreendem os discursos, objetivos, conteúdos e métodos a partir dos quais as instituições escolares organizam e apresentam os saberes sociais por elas definidos e selecionados como modelo de cultura erudita.

Por seu turno, os saberes experienciais são saberes específicos que os professores desenvolvem com base em seu trabalho cotidiano e conhecimento do meio em que atuam, eles emergem da experiência e por ela são validados. Segundo Tardif (2011, p. 39), “eles incorporam à experiência individual ou coletiva sob forma de *habitus*, habilidades de saber fazer e de ser”. Esse saber fazer depende dos saberes experienciais do professor, pois os saberes adquiridos por meio da experiência profissional constituem os fundamentos de sua competência, e é a partir dos saberes experienciais que os professores concebem os modelos de excelência profissional

² Segundo Tardif (2011), os saberes pedagógicos apresentam-se como doutrinas ou concepções provenientes de reflexões sobre a prática educativa no sentido amplo do termo, reflexões racionais e normativas que conduzem a sistemas mais ou menos coerentes de representação e de orientação da atividade educativa.

dentro de sua profissão. Dessa forma, os saberes experienciais permitem ao professor criar um estilo próprio de ensinar, que Tardif (2011) chama de “macetes” da profissão, emergindo os traços de personalidade profissional que se manifestam por meio de um saber fazer pessoal que é validado pelo trabalho cotidiano.

Os saberes docentes são compostos por saberes provenientes de diferentes fontes, sendo que muitas delas não estão diretamente relacionadas com o ambiente escolar, visto que muitas vezes no fazer da profissão o docente recorre a outros saberes distantes do ofício de ensinar, provenientes de lugares sociais anteriores à carreira docente. Por exemplo, alguns desses saberes o professor os adquire com a sua família, outros da escola em que formou a cultura pessoal, da universidade, dos pares com os quais convive diariamente, dos cursos de formação continuada, etc. Tardif (2011) afirma que: “o saber profissional está, de certo modo, na confluência entre várias fontes de saberes provenientes da história de vida individual, da sociedade, da instituição escolar, dos outros atores educativos, dos lugares de formação, etc”. (p. 64).

Quando esses saberes são utilizados na sala de aula, fica difícil identificar imediatamente a fonte de cada um deles, pois a confluência dessa diversidade de saberes converge para a intenção educativa do momento.

Outra questão que não se pode deixar de lado é o fato de os saberes dos professores receberem grande influência da temporalidade. Portanto, a história de vida do professor e a sua construção ao longo da carreira são fatores que influenciam em seus saberes. Para Tardif,

Essa inserção no tempo é particularmente importante para compreender a genealogia dos saberes docentes. De fato, as experiências formadoras vividas na família e na escola se dão antes mesmo que a pessoa tenha desenvolvido um aparelho cognitivo aprimorado para nomear e indicar o que ela retém dessas experiências. Além de marcadores afetivos globais conservados sob forma de preferências ou de repulsões, o indivíduo dispõe, antes de tudo, de referenciais de tempo e lugares para indexar e fixar essas experiências na memória (2011, p. 67).

Quem não se lembra de algum rígido professor de Matemática que propunha resolver complexas equações, cuja resolução exigia intermináveis cálculos e que muitas vezes não faziam sentido para quem estava ‘aprendendo’, ou então daquela doce professora de Literatura que declamava lindos poemas ao final das aulas? Esses são vestígios da socialização primária e escolar do professor; são, portanto, referenciais de ordem temporal que podem evocar qualidades desejáveis ou indesejáveis que o indivíduo quer encarnar ou evitar como professor.

A temporalidade, portanto, estrutura a memorização de experiências educativas que contribuem para a formação do “eu profissional”.

Nesse sentido, Tardif (2011, p. 68) afirma que “o desenvolvimento profissional é associado tanto às suas fontes e lugares de aquisição, quanto aos seus momentos e fases de construção”. Sendo assim, é possível evidenciar que muitos saberes evocados pelo professor no cotidiano de sua prática foram adquiridos até mesmo antes do exercício da profissão.

Aspectos envolvidos na compreensão de função

A compreensão do indivíduo acerca de determinados assuntos, também contribui para a composição de seus saberes, no caso do professor, a compreensão que possui sobre os conteúdos a serem ensinados ajuda a constituir os saberes curriculares do docente. Assim, como o foco desse relato de pesquisa são os saberes do professor referentes ao conceito de função, optou-se em focar na compreensão do docente acerca desse objeto matemático. Nesse contexto, entram em jogo dois aspectos muito importantes segundo Vinner (1992), a imagem do conceito *versus* definição do conceito e a compartimentalização do conceito.

De acordo com Vinner (1992), a imagem do conceito é uma entidade não verbal associada na mente com o nome de um conceito, e pode ser uma representação visual, caso o conceito tenha representações visuais, como também pode ser uma coleção de impressões e experiências.

As formas verbais surgem como uma espécie de fase posterior. Por exemplo, ao ouvirmos a palavra mesa, a imagem de certa mesa pode ser evocada por nossa mente; uma reunião que aconteceu ao redor dela, refeições realizadas em um móvel como esse, enfim, experiências vivenciadas ao estar sentado à mesa.

Quando ouvimos a palavra função, recordamos da expressão $y = f(x)$, e nossa mente poderá visualizar o gráfico de uma função, como também podemos recorrer a alguma função específica como $y = \text{sen}x$, $y = \text{log}x$, etc. Sendo assim, falar de um conceito significa relacionar uma imagem ao seu nome. Decorar a definição de um conceito não denota que o indivíduo tenha compreendido o seu significado. Para que a compreensão ocorra é necessário ter um conceito a respeito de tal conceito.

Durante a abordagem pedagógica, no processo de formação do conceito, a definição vai modelar a imagem do conceito de tal maneira que ele se encaixe perfeitamente na sua definição.

A imagem do conceito é modelada por experiências vivenciadas em sala de aula, situações de ensino apresentadas em livros-textos, como também por tarefas cognitivas realizadas pelo indivíduo, ou seja, diferentes conjunturas podem contribuir para que a imagem do conceito seja modelada de acordo com a definição.

Contudo, em alguns casos a compreensão pode ficar comprometida se o indivíduo não tiver contato com uma diversidade de situações referentes ao mesmo objeto matemático. Nessa direção, Norman (1992) comenta que os professores participantes de sua pesquisa apresentaram moderada dificuldade em determinar exemplos que evoluíam uma relação funcional. A maioria deles recorreu a situações presentes nos livros didáticos, tais como situações que envolvem alguma variável e seu respectivo tempo, a quantidade de combustível gasto por um automóvel durante uma viagem, o rendimento de um capital aplicado em um banco após alguns anos etc.

A compartimentalização consiste em dois itens do conhecimento incompatíveis com os outros que existem na mente do indivíduo, o qual não se dá conta disso. Por exemplo, se por um lado o sujeito define função como relação entre os elementos de dois conjuntos, por outro lado, ao se deparar com um gráfico que não apresente uma ‘regularidade’, (como por exemplo, aquele constituído por pontos isolados) ele não reconhece uma função nessa representação, embora afirme que isso pode ser uma correspondência arbitrária entre x e y .

Assim, a compreensão de um conceito está intimamente ligada aos saberes e as concepções daquele que ensina, pois de certa forma as convicções, concepções e saberes construídos ao longo da trajetória profissional ajudam a construir o alicerce do profissional.

Metodologia

O estudo de caráter qualitativo de acordo com Creswell (2010) e Bogdan e Blikien (1994), contou com participação de 4 professores, sendo que dois atuavam em uma escola de Ensino Médio localizada em uma cidade do interior de São Paulo; e os outros dois lecionavam em uma universidade pública também no interior de São Paulo.

Com o intuito de identificar os participantes da pesquisa e ao mesmo tempo preservar o anonimato desses sujeitos, cada um deles recebeu um nome fictício. Assim, Silva e Santos foram os nomes designados aos professores que atuavam no Ensino Médio; Maia e Fonseca foram os nomes que receberam os professores que lecionavam no Ensino Superior.

A coleta dos dados referentes a pesquisa, foi realizada por meio de dois instrumentos distintos, um deles foi a criação em um formulário específico de uma situação que julgavam pertinente para a introdução da noção de função para as turmas que lecionavam. Já o outro foi uma entrevista semiestruturada, na qual alguns questionamentos referentes a formação, tempo de experiência na profissão e sobre o objeto matemático função serviram para nortear o trabalho, contudo, durante as interpelações as questões surgiam de acordo com o que dizia cada um dos entrevistados.

A coleta das informações por meio dos dois instrumentos, ocorreu em um encontro individual marcado com cada um dos professores, no qual a princípio foi explicitado o objetivo da pesquisa, as intenções do pesquisador, e também, foi solicitado que cada um deles assinasse um termo de livre consentimento esclarecido que garantia o anonimato dos participantes e assegurava a participação voluntária dos docentes. Após essa primeira conversa que garantiu a participação voluntária do docente e o seu anonimato, foi dado início a coleta de dados que começou pela criação da situação introdutória a noção de função. A coleta iniciou pela criação da situação introdutória, pois se isso ocorresse em ordem inversa, corria-se o risco das questões realizadas na entrevista interferir na criação dos sujeitos, o que poderia prejudicar o confronto entre os dois tipos de informação que foram coletadas com cada um dos professores.

Análise e discussão dos resultados

A análise dos dados teve início pelas informações fornecidas pelo professor Silva, que tem 45 anos de idade, possui graduação em Ciências com habilitação em Matemática, além de especialização em ensino de Matemática. Atua há 20 anos no Ensino Fundamental e Médio na rede pública de ensino, e em quase toda a sua carreira no magistério ensinou função para seus alunos.

A princípio esse professor mostrou entender função como uma relação, em que há uma dependência entre os elementos envolvidos seguindo uma regra que estabelece tal relação. Esse entendimento foi explicitado na situação elaborada por ele para introduzir a noção de função, que pode ser observado na figura a seguir.

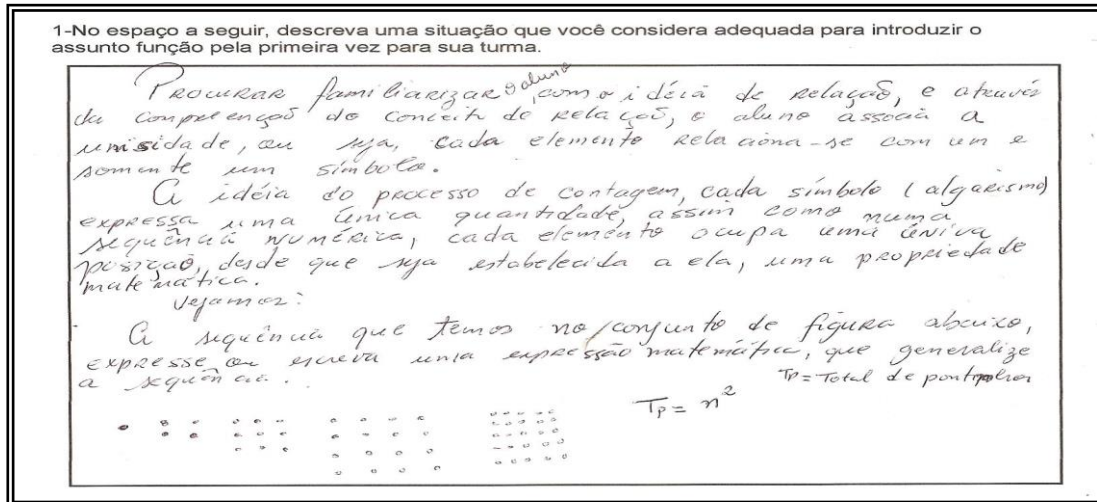


Figura 1: situação introdutória criada pelo professor Silva.

Fonte: arquivos do autor.

Pela figura, nota-se que esse professor introduz as noções de função enfatizando a ideia de relação, associação e correspondência, a princípio sem mencionar expressões algébricas, o que muito se aproxima da definição dada por Dirichlet, o que mostra que a imagem que esse sujeito tem do conceito de função é condizente com a sua definição.

Em seguida, ele coloca um exemplo de uma sequência de figuras e pede uma generalização, mostrando que uma relação pode ser escrita por meio de uma expressão algébrica. Vale destacar que, apesar de interessante a iniciativa de apresentar função como uma sequência, deve-se tomar o cuidado de deixar claro para o estudante que a noção de função não se restringe à de sequência, pois, se esse cuidado não for tomado, corre-se o risco de o aluno limitar a noção de função à de sequência, o que pode se constituir em um obstáculo para a compreensão do conceito de função.

Contudo, a situação introdutória apresentada pelo professor Silva foi bastante geral e consistente, pois ele enfatiza a ideia de relação e associação sem se prender às situações presentes no livro didático (contrariando os achados da pesquisa realizada por Norman (1992)) e às expressões algébricas, só posteriormente é que ele mostra que uma relação pode ser expressa algebricamente.

Ao observar a situação criada por esse professor, buscou-se na entrevista concedida por ele, elementos que ajudassem a desvelar as motivações que contribuíram para a apresentação de um entendimento de função bastante geral. Contudo, quando foi pedido para que descrevesse como seria uma aula, ele recorre a exemplos triviais encontrados no livro didático, conforme mostra o seguinte diálogo:

Pesquisador: Poderia descrever como é uma aula sua?

Silva: Poderia tentar, vamos lá, por exemplo, se eu for ensinar conceito de função, como eu utilizo a ideia do conceito de função? Primeiro eu faço eles entenderem que a função na verdade é uma relação binária, ele tem que compreender e pego normalmente a ideia do posto de gasolina que acho que é mais legal para eles entenderem que é uma coisa do dia a dia deles. Então quanto mais gasolina se põe, mais ele vai pagar, aí eu aproveito esse contexto para falar a questão da proporcionalidade, que a função na verdade é uma questão de proporcionalidade. Então o que é o abastecimento do carro? É o preço que ele paga em função da quantidade de gasolina que ele põe, aí depois eles mesmo vão generalizando e trazendo para o dia a dia deles (SILVA, 2011, entrevista).

O depoimento do professor mostra que ele recorre aos exemplos presentes nos materiais didáticos, conforme enfatiza Norman (1992) em seu estudo. Ainda, de maneira equivocada, ele diz que “função na verdade é uma questão de proporcionalidade”, e isso só é verdade para as funções que são representadas algebricamente por $y=kx$, em que para qualquer valor de x , $\frac{y}{x} = k$; com k constante; nesse caso a proporcionalidade é direta. Já para as funções em que o registro algébrico é do tipo $y = \frac{k}{x}$, com k constante, em que $xy = k$ para qualquer valor de x e de y , existe uma proporcionalidade inversa. Apenas nesses dois casos particulares é possível falar em proporcionalidade inerente ao conceito de função.

Esse fato mostra que apesar da consistência da situação introdutória, ele de acordo como Vinner (1992) apresenta uma imagem do conceito que ainda não foi totalmente modelada por sua definição e, também, é possível observar de certa forma a presença da compartimentalização do conhecimento, pois a ideia de proporcionalidade está presente em casos particulares de função, e não é a questão central do conceito.

A entrevista com o professor Silva também revelou que, para esse docente o conceito de função está presente em situações simples do cotidiano das pessoas e que pode ser introduzido desde a tenra idade da criança:

Pesquisador: Você acredita que o estudo de funções devem ser iniciado no Ensino Médio ou pode ter seu começo no Ensino Fundamental?

Silva: Isso é uma grande falha de nós professores, a gente também tem que assumir um pouco da culpa, porque na verdade quando você começa a ensinar a criança a praia de números, você está falando em uma sequência e uma sequência é uma função, já poderíamos estar inserindo na ideia da criança o conceito de função, só que de uma forma mais lúdica e a gente não faz isso.

Pesquisador: Sim, em que série isso poderia ser feito?

Silva: Qualquer série, logo no primeiro ano, logo lá no “prezinho” quando o aluno vai aprender a contar, ele vai aprender a fazer relações. Aliás eu aprendi isso quando eu vi a minha filha aprender a contar, o que ela fazia? Ela relacionava a quantidade com algum símbolo. Então eu perguntava para ela: “filha, quantos anos você tem?”, ela falava “dois” e relacionava com o símbolo de dois dedos. Então é uma relação de função... [...] É a relação, não tem jeito, engraçado, quando a minha filha começou a aprender é que eu percebi, falei “como eu poderia ter usado tantas coisas para ensinar função de uma forma diferente!”. E, no entanto, a gente não ensina (SILVA, 2011, entrevista).

O depoimento do professor mostra que ele entende função como uma relação, conforme já foi explicitado anteriormente, e isso pode ser desenvolvido em crianças pequenas, quando começam a relacionar os números à quantidade. Além de entender função como uma relação, esse professor também, de maneira implícita, mostra considerar que um objeto pode assumir diferentes representações. Quando ele fala que sua filha relacionava o número dois com dois dedinhos, ele mostra uma das maneiras de representar esse objeto matemático.

Mesmo explicitando que o conceito de função pode ser trabalhado com crianças pequenas, quando elas começam a fazer relações, e que isso poderia ajudar a desenvolver um trabalho diferente nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio, o professor deixa claro que não incorpora em seu fazer profissional esses saberes que, de acordo com Tardif (2011), são provenientes das experiências de cada indivíduo a sua prática docente.

Na sequência, foram interpretadas as informações coletadas junto ao professor Santos, que tem 29 anos de idade, possui licenciatura plena em Matemática e mestrado em Educação, tem 8 anos de experiência no magistério, atuando no Ensino Fundamental e Médio.

Analisando a criação do professor, é possível perceber que ele apresenta uma situação facilmente encontrada em livros didáticos, o que pode revelar certa dificuldade do docente em apresentar situações que expressem uma relação funcional. A figura a seguir ilustra a situação introdutória criada por Santos.

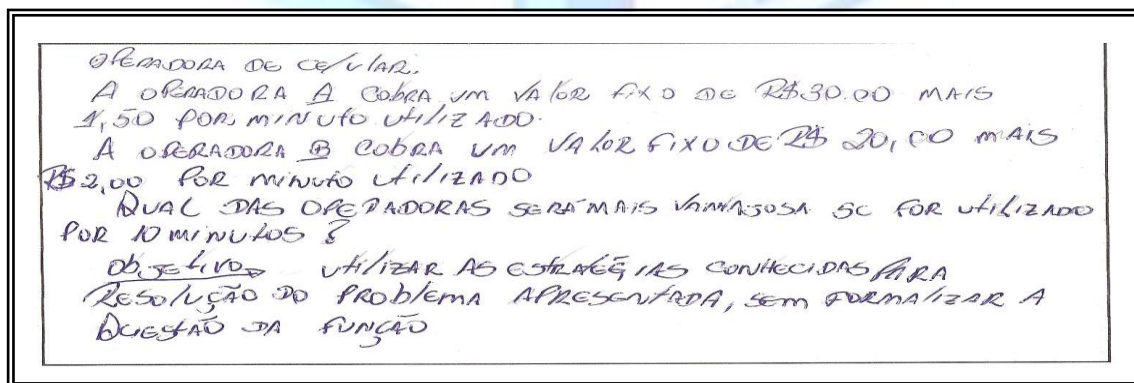


Figura 2: situação introdutória criada pelo professor Santos.

Fonte: arquivos do autor.

A comparação entre as situações introdutórias criadas por Silva e Santos, revelam diferenças entre os entendimentos inicialmente explicitados pelos professores, enquanto Silva cria uma situação que apresenta uma visão geral de função, enfatizando a ideia de relação. Santos traz uma situação mais limitada que normalmente é encontrada nos livros didáticos de Matemática, que da forma como foi apresentada pode ser resolvida facilmente pelo estudante utilizando procedimentos aritméticos simples, não considerando aspectos como a variação e generalização que estão presentes na noção de função. E ainda, a atividade proposta por ele, revela de certa forma a presença da compartimentalização ao apresentar um problema que privilegia algumas particularidades do conceito de função e não valoriza a ideia de relação que é o cerne desse conceito.

A entrevista concedida por Santos também permitiu evidenciar que às vezes o discurso do professor não condiz com a sua prática. O diálogo a seguir mostra o discurso do professor Santos durante sua entrevista:

Pesquisador: E você poderia explicar como faz para explorar pedagogicamente esse conteúdo?

Santos: Eu gosto mesmo de puxar, se for isso que eu estou entendendo, eu gosto sempre de puxar as coisas do cotidiano, aquilo que ele vá vivenciar, porque muitas questões que eles fazem para a gente são a seguinte: onde eu vou usar isso aqui? Onde eu vou ver? Eu vou usar isso aqui na rua, eu vou ver? Não, tem coisa que a gente não vê na rua, tem coisas que são estudos mais profundos e tal. Você tem que ir aguçando mais, uma matemática, coisas mais específicas então provavelmente você não vai ver isso no seu cotidiano, mas tem exemplos que eu posso estar mostrando tipo de função, de situação no seu cotidiano. Então eu procuro sempre pegar exercício, selecionar, seja em livro didático, seja na internet, seja do caderno que vem estipulado pelo governo, seja onde for eu procuro mesclar, pegar a parte teórica e juntar com a prática do cotidiano (SANTOS, 2011, entrevista).

O relato do professor dá a entender que ele procura trabalhar o conceito de função de forma a instigar os estudantes e trazer problemas do cotidiano, que servem como norteadores das discussões, as quais geram questionamentos que propiciam o aprofundamento dos estudos. Contudo, a situação introdutória é um exemplo facilmente encontrado nos livros didáticos, e pode ser que o contexto trazido por ele não faça parte do cotidiano dos estudantes.

Ao falar sobre o aprendizado de seus alunos, o professor Santos tece comentários acerca do currículo da rede estadual de ensino de São Paulo, que na época havia sido reestruturado. Tais comentários foram evidenciados no diálogo a seguir:

Pesquisador: E de forma geral você considera que o currículo oferecido pela escola na qual você trabalha propicia uma boa formação aos alunos quanto ao ensino de função?

Santos: Eu acredito que o currículo em si, a proposta é boa, o que falta é material, seja ele material de tecnologia, não um ensino de ponta, mas uma tecnologia que dê para você explorar mais os conteúdos. Excesso de trabalho do professor, o professor não tem tempo para socializar, para buscar novas maneiras. Então, eu vejo que o currículo que está ali no papel é muito bom, mas o que a gente aplica na prática, muitas vezes tem muita falha na prática. (SANTOS, 2011, entrevista).

Pelo relato do professor, é possível evidenciar que apesar de reconhecer que a proposta apresentada no currículo ser boa, faltam condições para o professor executar de maneira satisfatória a proposta presente no documento. Dentre as dificuldades apontadas, ele destaca o excesso de trabalho, a falta de tempo para socializar ideias e buscar novas maneiras para desenvolver seu trabalho.

Diante do exposto, fica evidente que ele valoriza a troca de experiências entre os pares na constituição dos saberes experienciais, e mais, reconhece que apenas os saberes disciplinares e curriculares não são suficientes para o dia a dia da profissão. Isso corrobora com os dizeres de Tardif (2011), quando afirma que no dia a dia da profissão é que o professor se dá conta de que os saberes disciplinares e curriculares adquiridos no âmbito da Universidade não são suficientes para a realização de um bom trabalho em sala de aula.

No Ensino Superior, como foi dito anteriormente, os dados foram coletados com os professores Maia e Fonseca.

Maia tem 53 anos de idade, com 26 anos de experiência no magistério, sendo que todo o tempo lecionou apenas no Ensino Superior. Ele apresentou inicialmente a situação representada pela imagem do protocolo a seguir.

1-No espaço a seguir, descreva uma situação que você considera adequada para introduzir o assunto função pela primeira vez para sua turma.

Supondo que o conceito de função esteja sendo introduzido em uma 1ª série do Ensino Médio, a situação a ser proposta seria:

Em viagem de ônibus, de São Paulo para Sorocaba, um passageiro registrou o número do quilometro pelo qual passava e o instante que isso ocorria, utilizando-se para isto de um cronômetro e marcando os dados na tabela abaixo:

Km	10	11	12	13	15	17	19	21	25
Tempo (minuto)	0	1	2	3	5	7	9	11	15

Chamando de velocidade média (v) do ônibus o espaço por ele percorrido dividido pelo tempo gasto neste percurso, determine a velocidade média do ônibus entre os instantes:

(a) 0 e 1 minutos; (b) 1 e 2 minutos; (c) 2 e 3 minutos;
 (d) 3 e 5 minutos; (e) 5 e 7 minutos; (f) 7 e 11 minutos;
 (g) 9 e 15 minutos; (h) 0 e 5 minutos; (i) 0 e 15 minutos.

Observando os resultados acima, responda:

- (1) A que velocidade ou velocidades o ônibus viajava? Responda em km/min e em km/h?
- (2) Que característica particular essa velocidade possui na situação em questão?
- (3) Determine a lei de formação de uma função que representa o quilometro em que o ônibus se encontra na estrada (s) em relação ao instante (t) que ocupava essa posição, ou seja, $s = f(t)$.
- (4) Determine o quilometro em que o ônibus se encontrava após 30 minutos que o passageiro começou a registrar o tempo de viagem, supondo que o ônibus permaneça viajando durante todo o percurso à mesma velocidade.
- (5) Defina o conceito de função com suas próprias palavras.

Figura 3: situação introdutória criada pelo professor Maia.

Fonte: arquivos do autor.

Pela abordagem explicitada pelo professor, nota-se que ele sugere a introdução do conceito de maneira que os questionamentos ali presentes se relacionam entre si, porém o estudante que tenha contato pela primeira vez com o assunto possivelmente necessitaria de mais situações para responder algumas questões ali presentes, por exemplo, os itens 3 e 5. Principalmente a questão em que o professor pede para “definir o conceito função”.

Quanto ao contexto envolvido na situação, é possível observar que se trata de algo encontrado com frequência nos livros didáticos de Física, o que reforça a colocação de Norman (1992), quando afirma que os professores, ao criarem situações ou atividades que envolvem o conceito de função, recorrem àquelas que estão presentes nos livros didáticos, o que revela uma dificuldade de criar situações que envolvam uma relação funcional.

Ainda quanto ao contexto presente na situação introdutória apresentada por Maia, nota-se ao examinar a entrevista concedida por ele que a sua criação não condiz com o seu discurso, conforme pode ser observado no seguinte diálogo:

Pesquisador: Bom e como você aborda então esse conceito em suas aulas? Você poderia falar um pouquinho?

Maia: [...] Normalmente quando eu abordo essas funções eu tento partir do exemplo prático que recaía sobre a função que está sendo estudada a sua representação matemática do que está acontecendo no exemplo prático. Então a partir do exemplo daí eu busco tirar a definição da função e suas propriedades e estudar os detalhes, as características daquela função e crescimento com qualidade e resistência ou não, máximos e mínimos e a questão se a função é positiva ou negativa e suas raízes; todas as características principais para culminar com o estudo gráfico daquela função. [...] Essas funções são básicas porque nós podemos fazer infinitos e podemos achar infinitos exemplos para diferentes áreas de relações entre duas variáveis, tempo e espaço, tempo e crescimento de árvore, tempo e crescimento de uma doença e do espalhamento de uma doença tipo gripe e estudo sobre, por exemplo, acidente atômico no Japão e como se dá essa reação que na verdade é uma reação em cadeia. Então isso também pode ser representado através de uma função e tudo isso são coisas que acontecem no nosso dia a dia e são exemplos que estão presentes no nosso dia a dia e estão relacionados com função (MAIA, 2011, entrevista).

No relato do professor observamos que ele prioriza “exemplos práticos” para introduzir conceito, ou seja, situações presentes na vida das pessoas, como ele cita o crescimento de uma árvore, a disseminação de uma doença, etc. No entanto, o contexto que envolve a situação apresentada de certa forma não condiz com o seu discurso, ao trazer uma situação fictícia que possivelmente pode ser encontrada em livros didáticos de Física, no qual o contexto está mais próximo de um cotidiano escolar do que daquele presente na vida diária das pessoas, como ele próprio enfatiza. Sua produção vai na contramão do seu discurso, o que confirma os resultados

da pesquisa de Norman (1992), quando este sustenta que os professores apresentam dificuldades de dar exemplos de situações que envolvem uma relação funcional.

Constata-se ainda que, pela fala desse professor, a sua preocupação em estabelecer o relacionamento entre variáveis se dá no momento em que está abordando um tipo específico de função. Pode-se observar também que a preocupação revelada no seu discurso se prende ao levantamento de características de uma função que possam culminar na construção de seu gráfico, dando a entender que possivelmente privilegie a coordenação entre as diferentes maneiras de registrar uma relação funcional para introduzir o conceito.

Quando perguntamos a respeito do currículo dos cursos de licenciatura, se ele proporcionava aos alunos uma formação eficaz no tocante ao conceito de função, os dizeres de Maia chamam a atenção pela maneira como explicita seus saberes curriculares:

Mas o que nós ensinamos para os nossos alunos de matemática da licenciatura ou das engenharias ou de qualquer outro curso basicamente é o que a humanidade produziu de matemática há dois séculos atrás, três séculos atrás e algumas coisas mais. Então do ponto de vista do conceito matemático as nossas universidades ensinam a matemática muito “velha”. Então como toda instituição muito consolidada o processo de mudança é sempre lento, demorado e dolorido. Então você propor o ensino de novas matemáticas, novas áreas de pesquisa da matemática para incorporar dentro dos nossos currículos é muito difícil disso ser implementado. Por exemplo, a matemática “Fuzzy” que faz um sucesso astronômico dentro das nossas indústrias eletrônicas, porque foi uma área extremamente que teve essa matemática que não é ensinada para os nossos alunos e faz parte da nossa sociedade. Quando a gente compra uma filmadora que custa 12 parcelas de 69 reais e lá dentro tem matemática, faz com que na hora que você filme a imagem não saia tremida. E por que isso não é ensinado para os nossos alunos? Eu me pergunto, mas é a estrutura que nós temos? Então a matemática precisaria sim ser modificada nas nossas instituições, mas não é simples de se fazer essa modificação e obviamente eu preciso saber um pouco dessa matemática clássica para entender um pouco da matemática que está crescendo e está aparecendo agora, aparecendo nos últimos 30 anos com essa matemática, mas ainda não chegou nos nossos currículos de nenhum curso, nem das licenciaturas, nem das engenharias (Maia, 2011, entrevista).

O discurso do professor mostra que ele entende que reformulações devem ser feitas quanto ao currículo de Matemática presente não só nos cursos de licenciatura, mas nos cursos superiores em geral. Pelo seu comentário, entende-se que os currículos desses cursos não vêm acompanhando o desenvolvimento científico e tecnológico presente na sociedade, nem mesmo o desenvolvimento que a Matemática teve nas últimas três décadas. Apesar de apontar que a Universidade não acompanhou esse desenvolvimento, ele também reconhece que mudanças não acontecem da noite para o dia, e que para uma reestruturação do currículo e a implantação de “novas matemáticas”, por exemplo, a Matemática *Fuzzy*, é preciso conhecer bastante a Matemática clássica.

O depoimento desse professor deixa a impressão de que ele tem seus saberes curriculares bastante consolidados, que da forma como são explicitados levou a inferir que tais saberes certamente foram adquiridos ao longo de sua carreira no magistério, não somente por meio de estudos acadêmicos, mas também na interação com os pares, na vivência com os alunos e na experiência na docência em diferentes cursos que foi adquirida durante seus 26 anos de atuação no Ensino Superior.

As informações cedidas por Fonseca, revelaram que ele é um professor com 41 anos de idade e com 14 anos de experiência, sendo que desses 4 anos foram na Educação Básica (Ensino Fundamental e Médio) e os outros 10 anos restantes no Ensino Superior, o que mostra que possivelmente ele tratou sobre o conceito de função tanto na Educação Básica, quanto no Ensino Superior.

Quanto à situação introdutória criada por Fonseca, nota-se que sua principal característica consiste no fato de ela instigar os estudantes a explorarem os seus conhecimentos a respeito do assunto. Tal criação pode ser observada na figura a seguir:

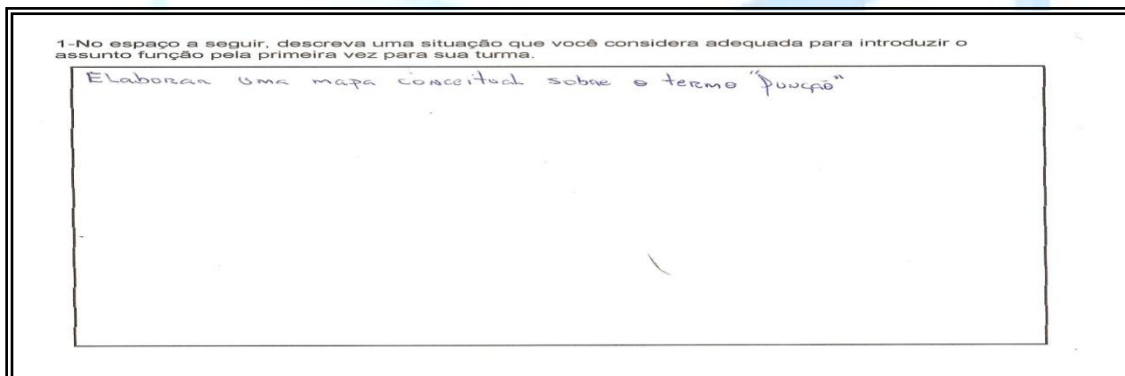


Figura 4: situação introdutória criada pelo professor Fonseca

Fonte: arquivos do autor.

A elaboração do mapa conceitual pode consistir em algo bastante rico para a introdução do conceito de função, contudo seu significado tem que ser trabalhado antes para que se possa explorar ao máximo as potencialidades desse tipo de situação. Se a construção do mapa for feita de maneira coletiva, com a participação de todos os estudantes da turma, ela permite fazer emergir as diferentes concepções de função que os estudantes apresentam, e conseqüentemente identificar os conhecimentos anteriores dos alunos.

O caráter situação, que permite o estudante explicitar seus entendimentos a respeito do assunto, destoou de tudo aquilo produzido pelos demais professores que participaram da

investigação. Isso fez com que se fosse buscar na entrevista saber um pouco mais do seu fazer em sala de aula, que pode ser observado no seguinte diálogo:

Pesquisador: E você poderia explicar um pouco como faz para explorar esse conteúdo? Como é sua aula, a metodologia...

Fonseca: Eu estou na base da ideia de que o conceito de função provém de múltiplos registros. Então eu procuro partir sem mais especificidade, por exemplo, partir de tabela e chegar, por exemplo, numa lei de formação, ou sair de um gráfico e avaliar a lei de formação, eu procuro sempre trabalhar com atividades que mostrem a diversidade de representações para a construção do conceito.

Pesquisador: E tem algum tipo de registro que você considera mais importante?

Fonseca: Para função não, eu procuro trabalhar na diversidade. (FONSECA, 2011, entrevista).

De maneira equivocada ele comenta que o conceito provém de múltiplos registros, sendo que o correto seria dizer que o conceito é acessado utilizando-se diferentes registros de representação. Isso mostra que as imagens mentais que esse professor tem a respeito do conceito de função, estão relacionadas com as maneiras de representar uma relação funcional, que de acordo com Vinner (1992) aponta para uma imagem conceitual não condizente com a definição do conceito.

Na tentativa de comparar as opiniões dos professores Maia e Fonseca, foi perguntado para cada um deles em qual série/ano poderia ser iniciado um trabalho a respeito de função. De acordo com as respostas, foi possível notar concepções distintas, conforme destacam os seguintes relatos:

Maia: [...] o professor que é formado para trabalhar hoje na pré-escola e primeiro ao quinto ano, esse professor se bem formado matematicamente nada impediria de que fosse começado um trabalho de observar relações entre dois conjuntos distintos nessa faixa etária. Volto a insistir que essa faixa etária não precisa fazer formalizações, mas eu preciso estudar os conceitos e um desses conceitos eu acho que poderia ser o conceito de função que é a relação existente entre dois conjuntos distintos de objetos, de categorias. [...] por exemplo, pedir para os alunos desde a pré-escola, para registrar, por exemplo, ao final do intervalo quanto tem de copinho plástico jogado no chão, quanto tem de papel jogado no chão, quanto tem de palito de sorvete jogado no chão. Eu posso fazer uma relação do dia da semana com cada um desses tipos de objetos que foram encontrados ou no chão ou dentro da lixeira da escola. Eu estou trabalhando um conceito, por exemplo, de separação de lixo para ensinar que alguns dos lixos ou algumas das coisas que a gente joga fora podem ser recicladas. Posso começar a observar que existe uma correlação entre o dia da semana e o tipo de lixo de maior frequência ou o tipo do dia da semana e a temperatura do dia com o tipo de lixo. Talvez um dia que está muito calor eu observo que lá tem mais palitos de sorvete e se a escola tiver uma cantina que venda sorvete [...]. Mas eu poderia querer mostrar para eles que posso pegar dois conjuntos diferentes e dias da semana, por exemplo, e objetos e estabelecer algum tipo de correspondência entre esses conjuntos que no fundo é um conceito de função na qual se trabalha.

Fonseca: Ser trabalhado a partir do Ensino Fundamental, quando você coloca a perspectiva da linguagem algébrica, e aí trabalhar a partir da configuração dos pares ordenados e a lei de associação entre os pontos (MAIA e FONSECA, 2011, entrevista).

O professor Maia, ao mencionar que o conceito de função pode ser introduzido a partir da pré-escola, quando a criança começa a fazer relações, propondo situações nas quais ela possa relacionar elementos de dois conjuntos distintos, sem fazer nenhum tipo de abordagem formal, demonstra que entende função como uma relação que não precisa necessariamente ser representada por uma expressão analítica, o que se aproxima bastante da posição de Dirichlet ao se afastar da expressão analítica para enfatizar relação entre elementos de dois conjuntos para em seguida apresentar a definição. Este posicionamento do professor aponta para uma imagem conceitual fundamentada na definição do conceito de função.

Já o professor Fonseca, ao dizer que o conceito de função pode ser trabalhado a partir do Ensino Fundamental, quando é introduzida a linguagem algébrica, mostra que a sua concepção de função está fortemente ligada à representação algébrica do objeto, o que pode implicar uma imagem do conceito um pouco distorcida da sua definição.

Apesar das divergências quanto à introdução da noção de função marcando certa diferença na maneira de entender esse objeto matemático, os relatos das entrevistas deixaram evidente que os docentes mostraram uns mais e outros menos, terem seus saberes curriculares consolidados, pois em vários momentos deixavam explícito que eram favoráveis à reestruturações no que tange ao ensino de Matemática em todos os níveis.

Contudo, também deixaram transparecer que apenas os saberes disciplinares e curriculares não são suficientes para a construção do “eu profissional”. Porém, eles reconhecem que tais reformulações não acontecem de imediato, e que por trás disso está em jogo uma série de fatores políticos e sociais que não dependem única e exclusivamente do professor.

Considerações finais

Investigar os saberes dos professores acerca do conceito de função, permitiu evidenciar muito mais do que apenas seus conhecimentos referentes a esse objeto matemático. Isso foi possível devido a peculiaridade intrínseca do saber docente, que o torna um saber plural constituído por outros saberes advindos de diferentes fontes.

A interpretação das informações coletadas por meio dos protocolos de criação e pelas entrevistas, evidenciaram a dificuldade apresentada por grande parte dos professores investigados em dar exemplos de situações que envolvem uma relação funcional sem recorrer algo semelhante àquelas que estão presentes nos livros didáticos. Esse fato revela a forte influência que esse tipo de material exerce na atuação do professor, pois muitas vezes o livro didático constitui a principal ou em muitos casos a única fonte de consulta do professor.

Alguns sujeitos investigados mostraram uma imagem do conceito de função não condizente com a sua definição. As respostas dadas pelos professores a algumas questões da entrevista, evidenciaram que as imagens mentais eles tinham sobre o objeto matemático muitas vezes estavam relacionadas a uma maneira de representar esse objeto ou a um caso particular de função. Esse fato ainda traz a tona outro aspecto envolvido na compreensão da noção de função, a compartimentalização do conhecimento, que ficou evidente no entendimento de função explicitado por aqueles docentes que relacionavam o objeto matemático a um caso particular ou a uma forma de representar o objeto. Vale ressaltar que esses dois aspectos envolvidos na compreensão do conceito (imagem do conceito *versus* definição do conceito e compartimentalização), interferem de maneira direta na aprendizagem dos estudantes, trazendo limitações para o processo de ensino e aprendizagem.

Além dos saberes disciplinares, aqueles referentes ao conteúdo que ensinam, também emergiram outros tipos de saberes, dos quais destacam-se os saberes experienciais, que são aqueles adquiridos pelas experiências pessoais do indivíduo e pela convivência com seus pares. Os docentes investigados mostraram entender que ter conhecimento do conteúdo que vão ensinar não é certeza de um trabalho bem sucedido em sala de aula, nas entrevistas foi possível constatar que para eles, o trabalho em sala de aula, exige do professor, além do conhecimento do conteúdo, uma série de outros conhecimentos que vão sendo adquiridos ao longo da carreira e contribuem para a constituição do “eu profissional”.

Nesse sentido, a presente pesquisa procurou trazer a tona não somente os saberes referentes ao conceito de função que os professores apresentavam, mas, também, evidenciou outros elementos que compõem o ato de ensinar, que faz do professor um ser detentor de um saber plural que perpassa os limites do conhecimento da disciplina que ensina.

Referências

BELTRÃO, M. E. P.; IGLIORI, S. B. Modelagem matemática e aplicações: uma abordagem para o ensino de funções. **Revista Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 12, n. 1,

2010. Disponível em <<http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/issue/archive>>. Acesso em: 12 fev. 2016.

CHACÓN, I. M. G.; PRIETO, N. J. Developing competencies to teach functions with GeoGebra from a holistic approach: a case study with prospective teachers. **Revista Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 12, n. 3, 2010. Disponível em: <<http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/issue/archive>>. Acesso em: 13 fev. 2016.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. (1994). **Investigação qualitativa em educação**. Tradução de Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto, Porto Editora.

CRESWELL, J. W. (2010). **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. Tradução de Magda Lopes. Porto Alegre, Artmed.

GRANDE, A. L. (2013). **Um estudo epistemológico do Teorema Fundamental do Cálculo voltado ao seu ensino**. Tese de doutorado em Educação Matemática, São Paulo, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

NORMAN, A. (1992). **Teachers' mathematical knowledge of the concept of function**. In: DUBINSKY, E.; HAREL, G. (Ed.). *The concept of function – Aspects of epistemology and pedagogy*, MAA Notes 25, p. 215-234.

PIRES, R. F. (2014). **Função: Concepções de professores e estudantes dos ensinos Médio e Superior**. Tese de doutorado em Educação Matemática, São Paulo, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

PIRES, R. F.; SILVA, B. A. Função: concepções daquele que ensina e daquele que aprende. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Recife, v. 5, n. 3, 2014. Disponível em: <<http://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/2194/1765>>. Acesso em: 14 fev. 2016.

SFARD, A. (1992). Operational Origins of Mathematical Objects and the quandary of reification – The case of function. In: DUBINSKY, E.; HAREL, G. (Ed.). **The concept of function – Aspects of epistemology and pedagogy**, MAA Notes 25, pp. 59-84.

SIERPINSKA, A. (1992). On understanding the notion of function. In: DUBINSKY, E.; HAREL, G. (Ed.). **The concept of function – Aspects of epistemology and pedagogy**, MAA Notes 25, pp. 25-58.

TARDIF, M. (2011). **Saberes docentes e formação profissional**. Tradução de Francisco Pereira. 12. ed. Petrópolis: Vozes.

VINNER, S. (1992). The function concept as a prototype for problems in mathematics learning. In: DUBINSKY, E.; HAREL, G. (Ed.). **The concept of function – Aspects of epistemology and pedagogy**, MAA Notes 25, pp. 195-214.

Submetido em maio de 2016

Aprovado em setembro de 2016