REVISTA DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL (UFMS)

ISSN 2359-2842 Volume 16, número 42 – 2023 DOI 10.46312/pem.v16i42.17912

Tarefas exploratórias para o ensino de potenciação: manifestações do pensamento algébrico a partir de uma Investigação Baseada em *Design*

Exploratory tasks for teaching potentiation: the manifestations of algebraic thinking from a Design-Based Investigation

Henrique Rizek Elias[1]

Laís Cristina Viel Gereti[2]

Daniele Peres da Silva Martelozo[3]

Suiane Priscilla Perez Felício da Silva[4]

RESUMO

[1] Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina. Docente da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR - Londrina) e docente permanente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT) da UTFPR Cornélio Procópio e Londrina. E-mail: henriquerizek@hotmail.com .ORCID: https://orcid.org/0000-0002-9660-7303.

[2] Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina. Docente da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC - Blumenau). E-mail: laisgereti@gmail.com. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-5258-2757.

[3] Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina. Docente da Secretaria de Estado da Educação do Paraná (SEED) e da Escola Nova Geração - Educação Infantil e Ensino Fundamental, Primeiro de Maio/PR. E-mail: dani-peres@hotmail.com. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-9881-5907.

[4] Graduada em Licenciatura em Matemática pela Faculdade de Filosofia Ciências e Letras de Mandaguari/PR. Mestranda no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) Cornélio Procópio e Londrina. E-mail: suianefelicio@alunos.utfpr.edu.br . ORCID: https://orcid.org/0000-0003-1949-4111.

O objetivo deste artigo é analisar manifestações do pensamento algébrico de estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental ao realizarem uma tarefa exploratória que visa promover a construção da operação de potenciação. Assumindo que o trabalho com padrões e generalização é central para o desenvolvimento do pensamento algébrico, foram selecionadas tarefas exploratórias que permitem aos estudantes reconhecerem um padrão de crescimento e chegarem a uma generalização próxima ou distante. Os dados analisados foram produzidos pela gravação em áudio de três aulas pautadas no Ensino Exploratório para introduzir a potenciação no 6º ano do Ensino Fundamental por meio de uma tarefa exploratória. Na análise dos dados, foi possível perceber que os estudantes chegaram em uma generalização próxima, pois descobriram os termos seguintes da sequência numérica envolvendo relações recursivas, mas não chegaram a uma generalização distante. Concluímos que a tarefa utilizada permite discutir a importância da notação de potenciação para, por exemplo, escrever números grandes.

PALAVRAS-CHAVE: Educação Matemática. Anos Finais do Ensino Fundamental. Potenciação. Tarefa Exploratória. Pensamento Algébrico.

ABSTRACT

The aim of this paper is to analyze manifestations of algebraic thinking of students in the 6th year of Elementary School when performing an exploratory task that aims to promote the construction of the potentiation operation. Assuming that working with patterns and generalization is central to the development of algebraic thinking, exploratory tasks were selected that allow students to recognize a pattern of growth and reach a close or distant generalization. The analyzed data were produced by audio recording of three classes based on Exploratory Teaching to introduce potentiation in the 6th year of Elementary School through an exploratory task. In the data analysis, it was possible to notice that the students reached a close generalization, as they discovered the next terms of the numerical sequence involving recursive relations, but they did not reach a distant generalization. We conclude that the task used allows us to discuss the importance of potentiation notation for, for example, writing large numbers.

KEYWORDS: Mathematics Education. Final Years of Elementary School. Potentiation. Exploratory Task. Algebraic Thinking

Introdução

A operação de potenciação é introduzida, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), no 6º ano do Ensino Fundamental. Essa introdução, em geral, se dá diretamente pelo símbolo $a^n = \underbrace{a.a.\dots.a}_{n\,vezes}$ para, em seguida, serem trabalhadas as propriedades que resultam da definição de potenciação. É comum, no 6º ano, o ensino de potenciação privilegiar a apresentação e a manipulação dessa notação convencional ao invés de se permitir o uso de símbolos (não necessariamente convencionais) para representar ideias resultantes do pensamento dos estudantes. Não há, muitas vezes, espaço para que os estudantes compreendam a necessidade da criação de uma nova operação para, então, criarem uma linguagem (natural ou não) própria para comunicar essa nova operação. Decorrente desta perspectiva carente de significado para os estudantes, são restritas as experiências que oportunizam/provocam o desenvolvimento da imaginação, autonomia, criatividade, raciocínio, originalidade, enfim, elementos fundamentais para o desenvolvimento do pensamento criativo (VALE, 2012). Entretanto, “[...] cabe à escola proporcionar mecanismos que estimulem o potencial criativo dos seus alunos, e que mantenham esse potencial, de modo que lhes permita desenvolver a sua imaginação e produzir novas ideias [...]" (VALE, 2012, p. 182).

Canavarro (2007), ao comentar sobre a visão tradicional de Álgebra escolar, menciona que esta "[...] tem estado associada à manipulação dos símbolos e à reprodução de regras operatórias, tantas vezes aplicadas mecanicamente e sem compreensão, parecendo os símbolos ter adquirido um estatuto de primazia per si." (CANAVARRO, 2007, p. 88, destaque da autora). No caso da operação de potenciação, entendemos que a apresentação e a manipulação dos símbolos têm sido privilegiadas em relação à compreensão da operação, o que pode gerar equívocos e dificuldades de aprendizagem, como a realização da multiplicação da base pelo expoente, um erro recorrente evidenciado por Paias (2009; 2019).

Erros cometidos por estudantes ao trabalharem com a operação de potenciação podem estar relacionados à maneira com que o professor compreende a Álgebra e a desenvolve em sala de aula, muitas vezes, inviabilizando o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes. Nesse sentido, o professor tem um papel importante ao criar "[...] uma cultura de sala de aula adequada à discussão e confronto de ideias, à argumentação e à construção colectiva de generalizações matemáticas [...]" (CANAVARRO, 2007, p. 82, destaque nosso), e ao selecionar e propor tarefas aos seus alunos, sobretudo, tarefas exploratórias "[...] que permitam gerar excelentes interacções de aprendizagem." (VALE, 2012, p. 184).

No levantamento de trabalhos (dissertações e teses) que realizamos sobre o tema potenciação, encontramos pesquisas (FELTES, 2007; PAIAS, 2009; 2019; SANTOS, 2017; MELO, 2020) que discutem dificuldades de aprendizagens, erros cometidos por estudantes ou apresentam abordagens para o ensino de potenciação. No entanto, é comum as pesquisas terem como foco a potenciação no 6º ano e suas relações em anos escolares posteriores, visando as propriedades de potenciação ou as relações entre potenciação e radiciação. Nesses casos, a potenciação é comumente tratada como uma nova operação que irá fundamentar conhecimentos futuros, mas pouca atenção se dá a como os conhecimentos construídos nos anos iniciais do Ensino Fundamental podem sustentar a introdução da operação de potenciação no 6º ano, sendo este nosso interesse e problema de pesquisa.

Nesta pesquisa[5], de natureza qualitativa, utilizamos a Investigação Baseada em Design - IBD (PONTE et al., 2016; MATA-PEREIRA; PONTE, 2018) como metodologia de pesquisa, considerando o Ensino Exploratório como abordagem de ensino (OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013; PONTE, 2005; 2014) a fim de discutir o conteúdo de potenciação em um contexto mais amplo de pensamento algébrico (CANAVARRO, 2007).

Estamos interessados em investigar aspectos do pensamento algébrico, possivelmente trabalhados em anos escolares anteriores, que podem favorecer a aprendizagem de potenciação, isto é, buscamos compreender como o reconhecimento de padrões e a busca por generalização – características do pensamento algébrico – podem contribuir para a compreensão da operação potenciação sem ter como foco a manipulação de símbolos e notações até então desconhecidos dos estudantes do 6º ano.

Assim, o objetivo desta pesquisa é analisar manifestações do pensamento algébrico de estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental ao realizarem uma tarefa exploratória que visa promover a construção da operação de potenciação.

Pensamento Algébrico e Tarefas Exploratórias

Buscando por uma caracterização para o pensamento algébrico, diferentes perspectivas teóricas se debruçam em sistematizar elementos essenciais para seu desenvolvimento em sala de aula, bem como potencialidades para o ensino e a aprendizagem da Matemática (CANAVARRO, 2007). Nessa tentativa, é consensual entre investigadores que “a generalização está no coração do pensamento algébrico" (SCHLIEMANN; CARRAHER; BRIZUELA, 2007, p. 12, tradução nossa).

Blanton e Kaput (2005, p. 413, tradução nossa) consideram pensamento algébrico

> [...] o processo pelo qual os estudantes generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de casos particulares, estabelecem essas generalizações por meio de um discurso argumentativo, e as expressam de formas progressivamente mais formais e adequadas à sua idade.

Para Canavarro (2007), são dois os aspectos principais que caracterizam o pensamento algébrico: "O primeiro é a generalização e a sua expressão gradual em sistemas de símbolos convencionais. O segundo corresponde ao raciocínio e acção

[5] A presente pesquisa é uma ampliação de um trabalho que foi apresentado no XVI Encontro Paranaense de Educação Matemático, realizado em novembro de 2022, e que será publicado nos anais do evento.

sintacticamente orientada sobre as generalizações expressas em sistemas de símbolos organizados" (CANAVARRO, 2007, p. 88).

Para essa autora, o foco do pensamento algébrico está na generalização, que irá, gradualmente, sendo representada na forma de símbolos usuais. Nesse sentido, há uma distinção entre essa caracterização de pensamento algébrico e uma visão tradicional de Álgebra escolar. É comum que, na Álgebra escolar, sejam privilegiadas a manipulação de símbolos e a reprodução de regras operatórias, passando uma visão de que os símbolos possuem uma finalidade em si mesmos, fazendo com que a Álgebra se torne o estudo ou uso destes sistemas simbólicos. “No entanto, no cerne do pensamento algébrico estão os significados, está o uso dos símbolos como recurso para representar ideias gerais resultantes do raciocínio com compreensão” (CANAVARRO, 2007, p. 88). Para a autora, “Trata-se de olhar através dos símbolos e não de olhar os símbolos” (Ibid, p. 88). Para Ponte (2006), uma das vias privilegiadas para promover o pensamento algébrico é pelo estudo de padrões e regularidades.

A partir dessas caracterizações para o pensamento algébrico – que destacam o papel da linguagem, do estudo de padrão e regularidade e, principalmente, da generalização –, podemos perceber que o trabalho com o pensamento algébrico deve se dar desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Diversas pesquisas (por exemplo, Kieran (2004) e Lins e Gimenez (2001)) discutem a respeito do ensino de ideias da Álgebra nos anos iniciais (a chamada *Early Algebra*[6]), propondo uma estreita relação entre o ensino de Aritmética e de Álgebra desde os primeiros anos escolares.

A perspectiva defendida por Canavarro (2007, p. 14) é a de que se trabalhe aspectos essenciais da Álgebra já nos anos iniciais do Ensino Fundamental, “fazendo uso de representações múltiplas e introduzindo os símbolos algébricos de forma gradual, mas não tardia". Defendemos a inclusão do pensamento algébrico desde os primeiros anos de escolaridade, uma vez que seu desenvolvimento se dá por meio de um processo em longo prazo, sendo que seu potencial vai além de um apoio para a Álgebra nos anos seguintes, mas também “[...] o seu contributo para o desenvolvimento da compreensão da Matemática e do poder desta área do saber” (CANAVARRO, 2007, p. 92).

A própria BNCC indica a importância do desenvolvimento do pensamento algébrico e, também, a necessidade de se trabalhar aspectos desse pensamento desde os anos iniciais, quando considera imprescindível o trabalho com as ideias de

[6] Early Algebra é um termo utilizado pela Educação Matemática para se referir à abordagem da Álgebra no ensino da Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental (CANAVARRO, 2007).

regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade desde os anos iniciais do Ensino Fundamental (BRASIL, 2018).

Mencionamos aqui a importância do trabalho com o pensamento algébrico desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, pois o foco de nossa pesquisa está no ensino de potenciação no 6º ano, um ano de transição entre os anos iniciais e os anos finais do Ensino Fundamental. Entendemos que as ideias de identificação de regularidades e padrões de sequências numéricas e de generalização desses padrões podem contribuir para o ensino de potenciação, evitando que esse ensino seja pautado pela apresentação da simbologia e pela explicação da técnica de operação. As tarefas que envolvem padrões têm grande potencial para promover o pensamento algébrico (VALE, 2012) e têm forte ligação com a generalização (PIMENTEL; VALE, 2012).

Compreendemos os termos padrão e generalização da mesma forma que Vale (2012). Para essa autora, a “ideia fundamental num padrão envolve repetição e mudança” (VALE, 2012, p. 186), sendo possível identificar dois tipos de padrões: “Um padrão será de repetição quando há um motivo identificável que se repete de forma cíclica indefinidamente. Um padrão será de crescimento quando cada termo muda de forma previsível em relação ao anterior” (VALE, 2012, p. 186). Nesse caso, entendemos que, para Vale (2012), o termo "crescimento" não restringe a noção de "padrão de crescimento" somente a uma sequência em que o termo posterior é maior do que o anterior. Como Vale (2012) aponta, a noção de padrão de crescimento inclui sempre que um termo muda de forma previsível em relação ao anterior.

Os padrões podem ser encontrados em arranjos geométricos, numéricos ou de outros tipos. Considerando o padrão em um contexto geométrico, caso do padrão para a tarefa apresentada nesse artigo, o motivo pode se repetir por translações, podendo ser explorados nas figuras "conceitos geométricos que podem ser traduzidos em números (e.g., área, perímetro), ou simplesmente para as utilizar como suporte de contagens" (PIMENTEL; VALE, 2012, p. 30).

Além disso, tarefas que abordam padrões podem envolver dois tipos de generalização:

> [...] a *generalização próxima* que se refere à descoberta do termo seguinte e que podem ser obtidos por contagem, desenho ou por recurso a uma tabela e que normalmente envolve relações recursivas, e a *generalização distante* que envolve a descoberta do padrão e que requer uma compreensão da lei de formação, ou seja, uma regra geral através de uma expressão matemática, e requer a procura de relações funcionais (VALE, 2012, p. 190).

Cabe ressaltar que tanto a generalização próxima como a distante podem ser manifestadas sem o uso de uma simbologia matemática formal, por exemplo, uma expressão matemática. É possível que estudantes sintetizem uma regra que determina qualquer termo de uma sequência por meio de linguagem natural. Logo, estudantes nos primeiros níveis de escolaridade podem se envolver com o pensamento algébrico (CANAVARRO, 2007).

Na próxima seção, em que descrevemos os aspectos metodológicos da pesquisa, apresentamos uma tarefa exploratória ou tarefa de exploração[7] (PONTE, 2005; 2014) utilizada para se promover o pensamento algébrico visando a aprendizagem de Potenciação.

Contexto da pesquisa e aspectos metodológicos

Este trabalho está inserido em um projeto de pesquisa mais amplo. O grupo MEPPE (Matemática Escolar: práticas, pesquisas e estudos), vinculado à Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR - *campus* Londrina), composto por professores da Educação Básica, professores do Ensino Superior, estudantes de graduação e estudantes do curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT), tem se dedicado a investigar o ensino e a aprendizagem de determinados temas matemáticos da Educação Básica. Durante quase um ano, os encontros (remotos, via Google Meet) do grupo foram dedicados a investigar o tema potenciação, foco desta pesquisa, para o desenvolvimento de uma Investigação Baseada em *Design* (IBD).

Adotamos a IBD por ser “[...] orientada para a produção de novas teorias mais do que para o teste de teorias já existentes ou para a comprovação dos bons resultados a que a inovação supostamente conduz” (PONTE *et al*., 2016, p. 82), oferecendo “[...] ferramentas para analisar um problema e gerenciar o desenvolvimento de intervenções” (KNEUBIL; PIETROCOLA, 2017, p. 4). Assim, pautamo-nos nessa abordagem metodológica a qual tem uma característica intervencionista, que combina teoria e prática.

De acordo com Ponte *et al*. (2016, p. 80), a IBD “inclui diversos ciclos envolvendo as fases de preparação, realização e análise retrospetiva de uma experiência de design”. A fase de preparação é fundamental para o desenvolvimento de uma IBD, pois é quando os investigadores clarificam as questões teóricas que

[7] De acordo com Ponte (2005), uma tarefa de exploração é uma tarefa aberta e acessível à maioria dos alunos.

envolvem o problema educacional a ser enfrentado. Ponte *et al*. (2016) consideram que, nesta fase, é essencial a elaboração de uma conjectura (sugere-se uma conjectura em duas dimensões: conteúdo e didático-pedagógica) a ser testada e aperfeiçoada no percurso da investigação. O objetivo não é validar a conjectura, mas, sim, produzir uma conjectura mais forte.

Na segunda fase, realização de uma experiência de *design*, é fundamental sempre estar atento e perseguir, ao longo de todo o processo, os percursos de aprendizagem dos estudantes (PONTE *et al*., 2016). Nessa fase, a conjectura elaborada na preparação está em constante análise. A terceira e última fase do ciclo, análise retrospectiva, envolve refletir sobre todo o processo realizado, sempre colocando a experiência de *design* em um contexto teórico mais amplo (PONTE *et al*., 2016) e, se for o caso, refinar a proposta para o desenvolvimento de um novo ciclo.

O projeto de pesquisa que está sendo desenvolvido pelo grupo MEPPE envolve, até o momento, duas pesquisas de mestrado. A primeira, já finalizada[8], visou discutir e analisar a fase de preparação da IBD, realizando aprofundamentos teóricos acerca dos processos de ensino e de aprendizagem de potenciação, o que permitiu ao grupo planejar a experiência de *design*. A segunda, ainda em andamento, visa finalizar a fase de preparação iniciada e desenvolver as fases de realização da intervenção e de análise retrospectiva. Neste artigo, trazemos resultados dessa segunda pesquisa de mestrado, com foco na intervenção realizada.

Na preparação da IBD, buscamos selecionar e/ou elaborar boas tarefas, isto é, "tarefas matematicamente ricas, em particular as de natureza exploratória e que permitam excelentes interações de aprendizagem" (VALE, 2012, p. 184). Para que os estudantes tenham oportunidades de se envolver, com compreensão, com a matemática, o ponto de partida é a tarefa proposta, ou seja, a seleção/elaboração de tarefas que sejam acessíveis aos estudantes a fim de proporcionar/fomentar a aprendizagem. Destacamos as tarefas de natureza exploratória e, num contexto mais específico cuja intenção é desenvolver o pensamento algébrico, que envolvam padrões (VALE, 2012).

Para a condução das tarefas exploratórias que promovam a aprendizagem, buscando "[...] formas de ensino que criem ambientes de sala de aula que permitam aos alunos aprender com compreensão" (KAPUT, 1999, p. 3), consideramos o Ensino Exploratório enquanto uma prática para professores organizarem e gerirem

[8] Apesar de finalizada, a pesquisa de mestrado ainda não está publicada. Um resultado dessa pesquisa está publicado no artigo Elias, Martelozo, Gereti e Lopes (2022).

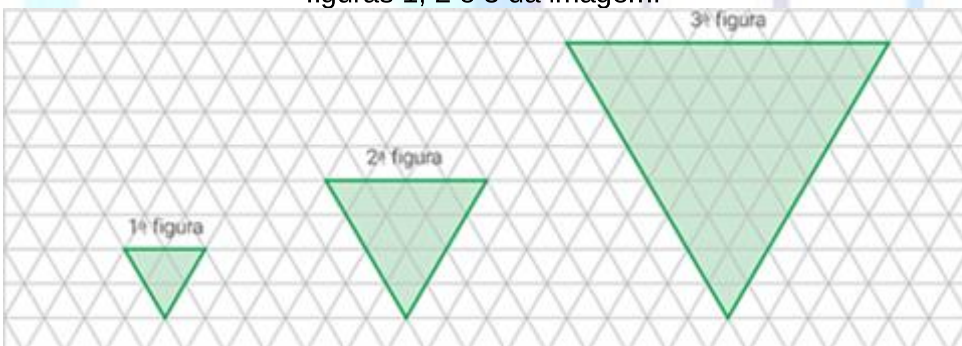
discussões matemáticas coletivas em sala de aula. No Ensino Exploratório, a aula organiza-se em quatro fases: lançamento (introdução) de uma tarefa matemática, exploração (realização) da tarefa pelos estudantes e discussão da tarefa e sintetização das aprendizagens matemáticas (OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013).

Após alguns encontros estudando e discutindo documentos curriculares, livros didáticos e pesquisas científicas a respeito de potenciação, o grupo de pesquisa se dedicou a elaborar/adaptar tarefas de exploração (PONTE, 2005; 2014) para que a professora-pesquisadora (autora da segunda pesquisa de mestrado e uma das autoras desta pesquisa) pudesse desenvolvê-las em uma turma de 6º do Ensino Fundamental visando identificar a manifestação do pensamento algébrico dos estudantes. Foram planejadas cinco aulas de 50 minutos cada, sendo previstas duas tarefas exploratórias para essas aulas. O objetivo das tarefas era que os estudantes trabalhassem com sequências numéricas, reconhecessem padrões e chegassem a uma generalização. Somente após o trabalho com essas tarefas, a professora iria apresentar a operação de potenciação.

Apenas uma dessas tarefas, apresentada no Figura 1, será considerada neste texto.

Figura 1 – A tarefa dos triângulos

A imagem abaixo contém diversos triângulos pequenos. A partir desses triângulos pequenos, podemos formar triângulos maiores, como os que estão pintados de verde nas figuras 1, 2 e 3 da imagem:



a) Quantos triângulos pequenos há em cada triângulo verde?
b) Quantos triângulos pequenos terão na Figura 4? E na Figura 5? Por quê?
c) Como a quantidade de triângulos pequenos está mudando de uma figura para a outra? Escreva o que você e seu grupo descobriram.
d) Quantos triângulos pequenos terão na Figura 10? Por quê?

Fonte: os autores

Na primeira figura (triângulo verde), é possível notar quatro triângulos menores. Na segunda, 16 triângulos menores; na terceira figura, 64 triângulos menores. A percepção de um padrão (de crescimento), que permita perceber qual a quantidade de triângulos na figura seguinte, e a busca por uma generalização (próxima ou distante) é o centro do desenvolvimento do pensamento algébrico. Por isso, entendemos que esta tarefa poderia fazer com que os estudantes chegassem a uma generalização, por exemplo 4^n, sem, necessariamente, utilizar essa notação convencional. Assim, ao invés de focar a realização do "cálculo" ou na representação $a^n = \underbrace{a.a.\dots.a}_{n\ vezes}$, é possível que se promova o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio da busca pelo padrão percebido na quantidade de triângulos pequenos em cada figura (triângulo verde) e somente ao final, nas últimas aulas, seja introduzida a notação convencional de potenciação e apresentada a nova operação.

As aulas foram desenvolvidas em uma turma do 6º ano de uma escola estadual do Paraná. Os dados aqui analisados foram produzidos nas três primeiras das cinco aulas planejadas para trabalhar potenciação com a turma. Essas três aulas, cujo foco foi o trabalho com a tarefa do Quadro 1, ocorreram nos dias 04 (duas aulas) e 07 (uma aula) de abril de 2022 e contaram com 28 estudantes presentes. A professora-pesquisadora dividiu os estudantes em pequenos grupos, sendo três grupos com seis e dois grupos com cinco estudantes. Para o registro dos dados, cada grupo tinha um gravador de voz sobre a mesa. Também foram recolhidas as produções escritas dos estudantes.

Os áudios das aulas ainda estão em processo de transcrição, visando as análises a serem realizadas na pesquisa de mestrado. Para o presente texto, selecionamos o áudio de um grupo (formado por cinco integrantes) para ser analisado, uma vez que os áudios deste grupo estavam completamente transcritos. Para a aula do dia 07 de abril, focamos a discussão do mesmo grupo, mas também trazemos falas de estudantes de outros grupos, uma vez que nessa aula houve a plenária (discussão coletiva envolvendo toda a turma). Visando manter o anonimato[9], usamos nomes fictícios para os integrantes do grupo. Para auxiliar nas análises, vamos enumerar cada fala transcrita, pois usaremos os números durante as análises.

Como os dados analisados neste artigo estão restritos ao que foi desenvolvido apenas nas três primeiras aulas, não chegamos até o momento em que a professora aborda com os estudantes a formalização de potenciação em si. Por isso, para as análises, buscamos identificar qual a estratégia assumida pelo grupo de estudantes para resolver a tarefa e verificar se reconheceram um padrão e se chegaram a uma generalização (mesmo que sem utilizar letras para isso).

[9] Esta pesquisa teve aprovação do Comitê de Ética em Pesquisas envolvendo Seres Humanos da UTFPR. Número do CAAE: 55183422.0.0000.5547.

Análises

No dia 04 de abril, a turma teve duas aulas seguidas para iniciar o trabalho com a tarefa matemática. Após dividir a turma em pequenos grupos, a professora entregou uma folha para cada estudante contendo o enunciado da tarefa (Quadro 1). Também foi entregue uma folha com uma malha triangular, caso os estudantes quisessem desenhar triângulos para chegar a algumas respostas. Em seguida, apresentou a tarefa para os estudantes:

[1] Professora: *a imagem abaixo contém diversos triângulos pequenos. A partir desses triângulos pequenos, podemos formar triângulos maiores, como os que estão pintados na figura 1, 2, e 3 da imagem. Letra A, quantos triângulos pequenos há em cada triângulo verde? Letra B, quantos triângulos pequenos terão na figura 4 e na figura 5? Por quê? Esse porque tem que ser respondido. Letra C, como a quantidade de [triângulos] pequenos está mudando de uma figura para a outra? Escreva o que você e seu grupo descobriram. Então, tem que escrever. Letra D, quantos triângulos pequenos terão na figura 10? Por quê? Então, vocês podem começar a fazer e discutir entre vocês.*

Nas falas da professora, "[...] Esse porque tem que ser respondido." e "[...] tem que escrever.", fica evidente a intencionalidade em orientar e incentivar os estudantes a uma reflexão e discussão sobre a tarefa e, posterior registro das ideias e estratégias encontradas, sendo essa ação essencial para a busca de relações pelos estudantes, assim como para comunicação das ideias à turma no momento da plenária. Isso vem a corroborar com o que Vale (2012, p. 185) comenta sobre as ações do professor: "O professor deve decidir quais aspectos da tarefa a destacar [...]", assim "[...] como organizar o trabalho dos alunos, [...]".

Em seguida, os estudantes começam a dialogar, tentando compreender o que é para ser feito e como podiam fazer.

[2] Lúcia: *Gente, é tipo assim, vocês começam a contar os números aqui pra ver quantos triângulos pequenos têm aqui. Depois nós contamos todos estes e coloca aqui na frente.*

[3] Thiago: *Quantos triângulos pequenos há em cada triângulo verde? Gente, triângulos pequenos há em cada triângulo verde, vamos contar!*

[4] Brenda: *Mas, é esses triângulos tudo?*

[5] Thiago: *Em cada triângulo, em cada triângulo verde, tem que contar tudo.*

Os estudantes começam a contar em voz baixa, emitindo apenas alguns sussurros.

[6] Lúcia: *Quantos que deu, o grande?*

[7] Thiago: *A gente está contando, Lúcia.*

[8] Brenda: *84.*

[9] Thiago: *84.*

[10] Lúcia: *Que 84? 64! Deu 64, deu 64!*

Brenda e Thiago dão como resposta a soma dos triângulos pequenos em cada figura. Já Lúcia, indica a quantidade de triângulos apenas da terceira figura, pois foi o que ela perguntou em [6]. Na sequência, vemos que há alguma divergência entre Thiago e Lúcia, pois Lúcia indica, em [12], que era para contar em cada triângulo.

[11] Thiago: *Eu contei de todos.*

[12] Lúcia: *É para contar um por um.*

[13] Thiago: *64 deu grande, 16 deu médio e 4 deu [a primeira figura]. Vamos somar tudo: 16, 64 e 4.*

[14] Lúcia: *O meu segundo deu 16, o todo deu 84.*

[15] Brenda: *A figura 3 deu 64 né?*

[16] Thiago: *A gente já somou juntos.*

O grupo conclui que a resposta para o item a) é a soma de todos os triângulos pequenos encontrados nas três figuras, conforme resume Brenda em [17].

[17] Brenda: *A resposta é: tem 84 triângulos em cada figura verde.*

É possível notar que os estudantes souberam lidar com o item a), como pode ser visto em [13], mesmo que a resposta não tenha sido aquela pedida no enunciado. No entanto, a resposta 84 poderia atrapalhar a continuidade da tarefa, uma vez que os estudantes poderiam não perceber o padrão que se estava buscando para resolver os itens posteriores.

[18] Thiago: *[...] Agora, vamos pra B, quantos triângulos pequenos terão na figura 4 e na figura 5? Por quê? Mas gente, qual que é a figura 4 e 5? Não tem.*

[19] Lúcia: *Não tem, vamos ter que contar assim oh: da 16 pra 64, vai dar quantos? Aí, da 64 pra figura 4, vai dar quantos? Ai da figura 4 pra figura 5 vai dar quantos?*

Em [18] podemos ver que Thiago sente a necessidade de ter as figuras 4 e 5 para que possa continuar a estratégia de contar a quantidade de triângulos. Thiago parece ainda não ter compreendido que a quantidade de triângulos das figuras 4 e 5 deveria ser obtida a partir do reconhecimento de um padrão obtido pelas figuras 1, 2 e 3. Lúcia, em [19], compreende que a quantidade de triângulos nas figuras subsequentes seria obtida por meio de alguma relação com a quantidade de triângulos nas figuras anteriores.

Thiago recorre à professora.

[20] Thiago: *O Professora, não tem figura 4 e nem 5.*

[21] Professora: *não tem figura 4 ou 5, mas o que você consegue perceber?*

[22] Lúcia: *Viu, nós temos que fazer isso que eu falei.*

[23] Professora e Brenda: *E o que você falou?*

[24] Lúcia: *Eu falei assim: nós temos que contar de 16 pra 64 pra ver quantos que dá. Aí depois, colocar 64 mais o número que der pra ver quantos que vai dar a figura 4.*

[25] Thiago: *Não entendi nada.*

[26] Brenda: *Você está falando 4 para chegar no 16 e depois pra chegar no 64?*

[27] Lúcia: *É.*

[28] Thiago: *Como assim, não tem figura 4 e nem 5?*

Em [21], a professora indica que os estudantes precisam "perceber" algo, sugerindo que a resposta para o item "b" virá de alguma conclusão que os estudantes precisarão tirar sobre o que já foi feito no item "a". Lúcia manifesta, em [22], ter compreendido o que deve ser feito, mas, tanto em [24] como em [19], Lúcia parece estar pensando em olhar para a diferença entre 64 e 16 e, em seguida, somar 64 com 48 para saber a quantidade de triângulos na próxima figura. Apesar de não ser a resposta correta, uma vez que a diferença entre as quantidades de triângulos não se mantém de uma figura para a outra, Lúcia evidencia sua busca por um padrão e isso pode ter contribuído para que o grupo avançasse nas discussões.

[29] Professora: *Tá, até aqui vocês conseguiram perceber alguma coisa?*

[30] Thiago e Brenda: *Não.*

[31] Professora: *Não, então vamos... o que vocês perceberam nos três primeiros triângulos?*

[32] Brenda: *Ah, entendi! É o dobro de cada um. Não, não é! É? [...] Ah, é o quádruplo!*

Após a intervenção da professora, Brenda, em [32], levanta outra conjectura, acreditando que a quantidade de triângulos de uma figura é o dobro da quantidade da figura anterior. No entanto, ainda em [32], ela se coloca em dúvida: "Não, não é! É?", e levanta a possibilidade de ser o quádruplo. Os estudantes discutem, analisam se é o triplo. Enquanto isso, Brenda continua a fazer contas e conclui:

[33] Brenda: *Achei, é o quádruplo; 4 vezes 4 é 16, 16 vezes 4 é 64. Quantos triângulos pequenos terão na figura 4 e 5? 64 vezes 4 na [figura] 4 e 64 vezes 5 na [figura] 5. Não! Vai ser 64 vezes 4 na figura 4, e o resultado vezes 4 na [figura] 5, porque dá o quádruplo. 4 vezes 4 é 16 e 16 vezes 4 é 64.*

Em [32], Brenda levanta a conjectura e, em [33], explica seu pensamento, evidenciando o padrão que encontrou: a quantidade de triângulos pequenos de uma figura é igual a quatro vezes a quantidade de triângulos pequenos na figura anterior. A partir desse momento, todos os estudantes do grupo começam a fazer contas para conferir e ver se, realmente, a conclusão de Brenda fazia sentido. Inclusive Brenda continuou fazendo contas para confirmar se estava certa ou não. A busca de Brenda em confirmar se suas contas estavam corretas é um aspecto importante para o processo de encontrar uma generalização, uma vez que permite experimentar, testar, explicar, conjecturar, levando a uma consciência das ações realizadas.

[34] Brenda: *Ô! Pelas minhas contas, 64 vezes 4 vai dar 256.*

Depois de algum tempo e muitas contas feitas pelos estudantes, Lúcia diz:

[35] Lúcia: *A figura 4 vai dar 256 e a figura 5 vai dar 1024. Vamos colocar assim: A figura 4 vai ter 256 e a figura 5 vai ter 1024.*

[36] Thiago: *Mas, por que vai ter?*

[37] Lúcia: *Porque aqui ó, 64 vezes 4 vai dar 256.*

[38] Thiago: *Mas, tem que fazer vezes 4?*

[39] Lúcia: *Ué, tem que fazer!*

[40] Thiago: *Tá, quantos que deu?*

[41] Lúcia: *O meu deu 256.*

[42] Brenda: *A figura 4 tem 256 triângulos e a figura 5 tem 1024 triângulos.*

[43] Lúcia: *É, então a nossa deu certo.*

Em [35], percebemos que Lúcia chega ao resultado da quantidade de triângulos que terão as figuras 4 e 5. Em [42], Brenda confirma esses valores. Thiago parece ainda não ter compreendido e, em [36] e [40], questiona Lúcia. Ao longo da discussão, foi possível perceber que Thiago manifestava dificuldades com a operação de multiplicação, como quando precisou multiplicar seis por quatro para realizar a operação 16×4. Talvez por conta dessa dificuldade, Thiago não estava conseguindo acompanhar os colegas e perceber o motivo de estarem sempre multiplicando por quatro.

Continuando a resolução da tarefa, Lúcia tenta avançar o item "c", mas alguns integrantes do grupo ainda não consideravam a reposta do item "b" completa.

[44] Lúcia: *Agora a "c". Como a quantidade de triângulos pequenos está mudando.*

[45] Brenda: *A gente não fez nem a "b" ainda.*

[46] Lúcia: *Ah, a "c" é fácil.*

[47] Thiago: *Oh gente, então se é pra responder e explicar o porquê, a gente faz assim, por quê. Como é vezes? Vezes é multiplicar, vezes é multiplicar?*

[48] Lúcia: *A [questão] B, na figura 4 terão 256 triângulos e no número 5 terão 1024 triângulos. "Por queee", não sei*.

[49] Felipe: *Eu não vou colocar o porquê, não.*

[50] Lúcia: *Tem que por o porquê.*

Em [48], Lúcia percebe quantos triângulos as figuras 4 e 5 terão, mas não sabe justificar. Felipe considera não justificar, mas Lúcia insiste em responder o item de forma completa, revelando a importância da conduta da professora no início da tarefa ao enfatizar a necessidade do "porquê". Os estudantes conversam sobre a melhor maneira de escrever essa justificativa solicitada e Brenda sugeriu uma maneira:

[51] Brenda: *Na letra B eu fiz: na figura 4 tem 256 triângulos e na figura 5 tem 1024 triângulos, porque na figura 2 é o quádruplo da figura 1 e na figura 3 é o quádruplo da figura 2.*

[52] Brenda: *Você escutou?*

[53] Thiago: *Não, eles não param de conversar.*

[54] Brenda: *Na figura 4 tem 256 triângulos e na figura 5 tem 1024 triângulos, porque na figura 2 é o quádruplo da figura 1 e a figura 3 é o quádruplo da figura 2.*

O grupo concorda com a justificativa dada por Brenda e os estudantes pedem sua folha para copiar a justificativa. Brenda, em [51] e [54], mostra que reconheceu o padrão existente entre a quantidade de triângulos de uma figura para a outra. Além de justificar, os estudantes precisavam escrever na folha a resposta ao item "c", que seria uma explicação a respeito do padrão percebido. O grupo negocia como vai ser a resposta na folha:

[55] Thiago: *Gente vamos pra C então, vai. [...] Como a quantidade de triângulos pequenos está mudando de uma figura para a outra?*

[56] Thiago: *É porque está multiplicando por 4, pronto.*

[57] Brenda: *Tá bom. Porque está se multiplicando por 4.*

[58] Thiago: *É, aham.*

[59] Brenda: *Porque está se multiplicando por 4 de uma figura para outra.*

[60] Lúcia: *Quadruplicando, quadruplicando.*

[61] Brenda: *Multiplicando de 4 por 4. Multiplicando por 4 de uma figura para outra.*

Em [56] e [60], Thiago e Lúcia sugerem uma forma de escrita para a resposta. No entanto, o grupo aceita a resposta oferecida por Brenda em [62]. Nesse momento, os estudantes percebem que de uma figura para outra, a quantidade de triângulos é multiplicada por quatro, o que permitiria a eles, por exemplo, responder ao item "d", dizendo quantos triângulos a figura 10 teria. No entanto, como a aula estava finalizando, os estudantes não tiveram muito tempo para explorar o item "d" naquele dia. Ressaltamos, em [61], que o padrão obtido é descrito de forma simples e clara, o que pode ter contribuído para a compreensão dos demais estudantes do grupo.

Notamos que os estudantes, durante o primeiro dia de aula, não manifestaram estabelecer uma relação direta entre o número da figura e a quantidade de vezes que o fator 4 aparece na multiplicação, fato que permitiria a eles determinarem uma regra para encontrar a quantidade de triângulos para uma figura n, chegando a uma *generalização distante*. Portanto, com base em Vale (2012), podemos dizer que os estudantes chegaram a uma *generalização próxima*, uma vez que descobriram os termos seguintes envolvendo relações recursivas, sendo esse aspecto fundamental para o avanço em outras situações, com outros contextos que envolvam a exploração de padrões.

No dia 07 de abril, os estudantes tiveram mais uma aula de 50 minutos para dar continuidade e finalizar o trabalho com a tarefa dos triângulos. No início da aula, a professora deu um tempo para que os grupos voltassem a discutir o item d) da tarefa para, em seguida, fazer a discussão coletiva, envolvendo toda a turma (plenária). Por limitações de espaço, vamos trazer dois aspectos centrais que ocorreram nesse segundo dia de aula.

O primeiro diz respeito à resposta ao item "d" apresentada pelo grupo de estudantes que analisamos neste artigo. Assim como havia manifestado na aula anterior, esse grupo reconheceu o padrão. No entanto, ainda enquanto estavam discutindo no pequeno grupo, ao concluir sobre o item "d", o grupo cometeu alguns erros nos cálculos e chegou a um resultado errado.

[62] Brenda: *Eu fiz 64 vezes 4, depois o resultado vezes 4, o resultado vezes 4 e assim vai.*

[63] Brenda: *noventa e seis... noventa e seis, oitenta e cinco, setenta e seis.*

[64] Lúcia: *Qual é o número?*

[65] Brenda: *Eu não sei falar. Noventa e seis, oitenta e cinco, setenta e seis.*

[66] Thiago: *Mas no caso a nossa* [resposta] *seria, novecentos e sessenta e oito milhões, quinhentos e setenta e seis mil, é isso?*

Em [62], Brenda comenta como resolveu a questão. Em [63], [65] e [66] três integrantes do grupo anunciam a resposta incorreta. Por ser um número grande, os estudantes tinham dificuldades em pronunciar. O grupo só foi perceber que sua resposta estava incorreta quando os demais grupos apresentaram e explicaram suas respostas para toda a turma. O grupo percebeu que foi um erro nos cálculos.

Compreendemos que o erro nos cálculos não comprometeu o reconhecimento do padrão envolvido e a percepção de uma *generalização próxima*. A utilização de recursos próprios, acessíveis e com significado para os estudantes, indo além de representações convencionais, possibilita uma organização do pensamento, assim como o desenvolvimento da criatividade, o que também contribui na comunicação de seus raciocínios. Percebemos que a notação de potenciação (4^{10}), quando aprendida pelos estudantes, será uma forma de facilitar a escrita do número grande a ser encontrado pelos estudantes.

O segundo aspecto central que destacamos da aula do dia 07 de abril ocorreu já na plenária, quando os grupos apresentaram (oralmente e na lousa) suas formas de resolver a tarefa. Sobre o reconhecimento do padrão, quase todos os grupos, inclusive o que analisamos neste artigo, perceberam que a quantidade de triângulos em uma figura é igual a quatro vezes a quantidade de triângulos na figura anterior. Isso possibilitou que os grupos chegassem a uma *generalização próxima*. Entretanto, um dos grupos chegou a uma conclusão diferente.

Quando questionados pela professora, durante a plenária, sobre a maneira como responderam ao item "b", um dos grupos comentou:

[67] Representante do grupo 3: *Na figura 4, dá 76* [triângulos] *e na figura 5, 88* [triângulos].

[68] Professora: *Olha, então nós temos duas formas, uma que deu 1024* [triângulos] *e 256* [triângulos] *e a outra que deu?*

[69] Representante do grupo 3: *76* [triângulos] *e 88* [triângulos].

Na sequência da aula, após os grupos escreverem na lousa as formas como resolveram, a professora conduziu a discussão:

[70] Professora: *Olha só, pessoal. Observando aqui no quadro, nós temos duas contas diferentes, certo? Então, olhem só, o grupo 1, continuou multiplicando por 4, fez 64 vezes 4, que deu 256. 256 vezes 4 que foi 1024. Já o grupo 3, na letra B, somou*

12 mais 64, que dá 76. E 76 mais 12, que dá 88. Explica para mim, grupo 3, o que vem a ser esse 12?

[71] Representante do grupo 3: *Porque se pegar a segunda figura menos a primeira figura vai dar 12* [...]. *Tipo, se você contar a primeira figura mais 12, vai dar o resultado da segunda figura e aí vai indo*.

É possível perceber que o grupo 3 tentou reconhecer um padrão, mas considerou apenas a diferença entre a quantidade de triângulos da figura 1 para a figura 2, como podemos ver em [71]. Ao fazer isso, o grupo, desconsidera a quantidade de triângulos na figura 3, fundamental para reconhecer o padrão. Se o padrão reconhecido pelo grupo 3 estivesse correto, a figura 3 deveria ter 28 triângulos e não 64. Vale destacar que o próprio grupo 3 considerou a figura 3 com 64 (e não 28) triângulos, como pode ser observado em [70], quando a professora relata a maneira como o grupo 3 resolveu o item "b" da tarefa.

Com a intenção de que o grupo 3 identificasse o padrão correto e relatado pelos demais grupos, a professora retoma o número de triângulos nas figuras 1, 2 e 3.

[72] *Professora: Então, olha só. A primeira figura tinha 4, a segunda figura multiplicou por quanto? E depois? O que está acontecendo aqui gente?*

Os demais integrantes dos grupos acabam indicando que, de uma figura para outra, está se multiplicando o total de triângulos por 4. A professora vai finalizando a aula com a resolução da letra "d", em que os alunos deveriam responder quantos triângulos teria na figura 10, e questiona aos alunos se para descobrir essa quantidade seria preciso desenhar as dez figuras, como segue o diálogo abaixo:

[73] Professora: *Porque, o que eu iria fazer para chegar na figura 10?*

[74] Aluno 1: *Multiplicando por 4.*

[75] Professora: *Então eu preciso repetir a multiplicação por 4, 10 vezes. Então quantas vezes eu teria que repetir?*

[76] Alunos da sala: *10.*

[77] Professora: *Eu iria pegar o quatro e repetir ele?*

[78] Alunos da sala: *10 vezes.*

[79] Professora: *Então se eu quiser descobrir qualquer outra figura, eu consigo?*

[80] Alunos da sala: *Sim*.

Apesar dos alunos perceberem que não precisam desenhar as 10 figuras, bastando multiplicar várias vezes o quatro para obter a quantidade de triângulos na figura desejada, nessa aula a professora ainda não introduziu a notação 4^{10}, o que acabou ficando para as aulas seguintes.

Em sala de aula, divergências em estratégias de resolução, assim como as aqui mencionadas, são comuns e importantes momentos para serem exploradas pelo professor, uma vez que permitem aos estudantes: ampliar os raciocínios empregados e o confronto de ideias, encorajando-os ao discurso argumentativo por meio da justificação e compreensão mais clara de seus próprios pensamentos, além do exercício de "compreender o outro".

Considerações Finais

Neste artigo, tivemos como objetivo analisar manifestações do pensamento algébrico de estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental ao realizarem uma tarefa exploratória que visa promover a construção da operação de potenciação. A tarefa proposta (Quadro 1) permitiu discussões entre os integrantes do grupo a respeito do padrão envolvido nos triângulos, em um primeiro momento olhando para a diferença entre a quantidade de triângulos (como em [19] e [24]), em outro momento estabelecendo uma relação de multiplicação (como em [32], [33], [35]). Ao terem que justificar essa relação para as figuras 4 e 5, ficam confusos sobre como fazer (como em [48]), mas logo encontram uma justificativa (em [51]), que não permite aos estudantes determinarem uma regra para a quantidade de triângulos para uma figura n, mas foi possível perceber que os estudantes mobilizaram indícios de uma generalização próxima.

Como ficou constatado na análise dos dados, a tarefa exploratória utilizada, além de permitir a identificação de um padrão e a encontrar uma generalização próxima e/ou distante, mostrou-se oportuna para o professor engendrar uma discussão no sentido de chamar a atenção dos estudantes para a importância da notação de potenciação (a^n) na representação de números grandes, como, no contexto desta tarefa, 4^{10}. Uma conversa neste sentido pode aprofundar e enriquecer a discussão matemática no que se refere a aprendizagem de potenciação, ao justificar uma estratégia mais intuitiva de resolução, como a multiplicação relatada pelos estudantes, assim como estabelecer uma relação entre estas duas representações no intuito da utilidade que a representação 4^{10} pode ter, por exemplo, auxiliar no cálculo com números grandes.

Também ressaltamos a importância da escolha da tarefa pelo professor para o desenvolvimento do conhecimento matemático dos estudantes. Para este trabalho, enfatizamos as vantagens de tarefas do tipo exploratórias que têm o potencial “[...] para proporcionar aos alunos aprendizagens matemáticas sofisticadas, que vão além da aplicação de conceitos e treino de procedimentos [...]" (CANAVARRO, 2011, p. 115), gerando boas interações de aprendizagem (VALE, 2007, p. 184).

Por fim, destacamos que a pesquisa de mestrado ainda irá avançar na direção de aprofundar e ampliar as análises, incluindo outros grupos e as aulas realizadas no terceiro e último dia. Após essa ampliação e aprofundamento das análises, a tarefa matemática aqui considerada, juntamente com outra tarefa matemática utilizada no terceiro dia, serão refinadas e, como preconizado pela IBD, será oferecida uma proposta de intervenção em uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental visando promover o desenvolvimento do pensamento algébrico no trabalho com potenciação.

Referências

BLANTON, Maria.; KAPUT, James. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. ***Journal for Research in Mathematics Education***, v. 36, n. 5, p. 412–446, 2005.

BRASIL. Ministério da Educação. ***Base Nacional Comum Curricular***. Brasília: MEC, 2018.

CANAVARRO, Ana Paula. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. ***Quadrante***, v. 16, n. 2, p. 81-118, 2007.

ELIAS, Henrique Rizek; MARTELOZO, Daniele Peres da Silva; GERETI, Laís Cristina Viel; LOPES, Susana de Fátima. Conocimiento Especializado de Potenciación movilizado por docentes a partir de una Investigación Basada en Design. ***Revista Paradigma***, 2022.

FELTES, Rejane Zeferino. ***Análise de erros em potenciação e radiciação***: um estudo com alunos de ensino fundamental e médio. 2007. (Dissertação de Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação Em Ciências e Matemática Pontifícia, Universidade Católica do Rio Grande Do Sul, Rio Grande do Sul, Brasil, 2007.

KIERAN, Carolyn. Algebraic thinking in the early grades: What is it? ***The Mathematics Educator***, v. 8, n. 1, p. 139-151, 2004.

LINS, Romulo Campos.; GIMENEZ, Joaquim. ***Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI***. 7. ed. Campinas: Papirus, 2001.

MELO, Marcela Camila Picin. ***A Resolução de Problemas***: Uma Metodologia Ativa no Ensino de Matemática para a Construção dos Conteúdos de "Potenciação e Radiciação" com Alunos do Ensino Fundamental. 2020. 194f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná-UTFPR. 2020.

OLIVEIRA, Hélia; MENEZES, Luís. CANAVARRO, Ana Paula. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. ***Quadrante***, Vol. XXII, Nº 2, 2013.

PAIAS, Ana Maria. ***Diagnóstico dos erros sobre a operação potenciação aplicado a alunos os Ensinos Fundamental e Médio***. 2009. 218f. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, São Paulo, 2009.

PAIAS, Ana Maria. ***Obstáculos no Ensino e na Aprendizagem do Objeto Matemático Potência***. 2019. 308f. Tese (Doutorado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, São Paulo, 2019.

PIMENTEL, Teresa; VALE, Isabel. Os padrões e o raciocínio indutivo em matemática. ***Quadrante***, Vol. XXI, Nº 2, 2012.

PONTE, João Pedro. Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), ***O professor e o desenvolvimento curricular***. Lisboa: APM, 2005, p. 11-34.

PONTE, João Pedro. Números e Álgebra no currículo escolar. In VALE, I.; PIMENTEL, T.; BARBOSA, A.; FONSECA, L.; SANTOS, L.; CANAVARRO, A. P. (Orgs.), ***Números e Álgebra na Aprendizagem da Matemática e na Formação de Professores***. Porto: SEM/SPCE, 2006, p. 5-27.

PONTE, João Pedro. Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In: PONTE, J. P. (Org.), ***Práticas profissionais dos professores de Matemática***. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014, p.13-27.

PONTE, João Pedro *et al*. Investigação Baseada em Design para Compreender e Melhorar as Práticas Educativas. ***Quadrante***, v. 25, n. 2, p. 77-98, 2016.

SANTOS, Neusa de Oliveira. ***O Ensino de Potenciação por atividades***. 2017 (Dissertação de mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade do Estado do Pará, Belém, 2017.

VALE, Isabel. As tarefas de padrões na aula de Matemática: Um desafio para professores e alunos. ***Interacções***, Campo Grande, 20, p.181-207, 2012

Submetido em: janeiro de 2023.

Aceito em: maio de 2023.