

**O uso de Tarefas de Aprendizagem Profissional para o  
ensino da estrutura algébrica de Grupos na Licenciatura  
em Matemática**

**The use of Professional Learning Tasks for teaching the  
algebraic structure of Groups in the Degree in Mathematics**

*Vania Batista Flose Jardim<sup>1</sup>*

*Alessandro Jacques Ribeiro<sup>2</sup>*

*Marcia Aguiar<sup>3</sup>*

**RESUMO**

Este estudo busca explicar como são planejadas e caracterizadas as tarefas de aprendizagem profissional para a disciplina de Álgebra em um curso de formação de professores, com o intuito de aproximar a estrutura algébrica de Grupos da matemática escolar. Trata-se de um estudo qualitativo-interpretativo que utiliza dois ciclos de Design Based Research. O estudo foi realizado durante o planejamento e a reflexão de duas TAP e envolveu uma formadora e uma pesquisadora. Foram utilizadas gravações em vídeo das reuniões e os documentos elaborados, ambos analisados ao olhar da Análise de Conteúdo. O planejamento de TAP permitiu articular e explorar conhecimentos matemáticos e didáticos ao abordar conexões entre a estrutura algébrica de Grupos e a matemática escolar. As TAP apresentam potencialidades para o formador estabelecer conexões entre a matemática escolar e acadêmica, enquanto exemplifica a prática docente para os licenciandos.

<sup>1</sup> Mestra em Matemática Universitária pela Universidade Estadual Paulista - UNESP (2011); Licenciada em Matemática (2009) pela Universidade Estadual Paulista e em Pedagogia (2019) pela Universidade Metodista de São Paulo. Atualmente é professora de Ensino Básico, Técnico e Tecnológico do Instituto Federal de São Paulo (IFSP), campus São Paulo e estudante de doutorado pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino e História das Ciências e da Matemática da UFABC. E-mail: [vaniafloze24@gmail.com](mailto:vaniafloze24@gmail.com). ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7325-267X>

<sup>2</sup> Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (2007); Mestre em Educação Matemática (2001) e Licenciado em Matemática (1998) pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Atualmente é Professor Associado no Centro de Matemática, Computação e Cognição da Universidade Federal do ABC e Docente Permanente no Programa de Pós-Graduação em Ensino e História das Ciências e da Matemática da UFABC. E-mail: [alessandro.ribeiro@ufabc.edu.br](mailto:alessandro.ribeiro@ufabc.edu.br). ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9647-0274>

<sup>3</sup> Doutorado em Educação pela Universidade de São Paulo (2014), mestrado em Educação pela Universidade de São Paulo (1999), mestrado em Matemática pela Universidade de São Paulo (2005), Licenciatura em Matemática pela Universidade de São Paulo (1994). Realizou um estágio de Pós-Doutorado no Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, Portugal (2018-2019). Professora do Programa de Pós-Graduação em Ensino e História das Ciências e da Matemática da UFABC. E-mail: [marcia.aguiar@ufabc.edu.br](mailto:marcia.aguiar@ufabc.edu.br). ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5824-0697>



**PALAVRAS-CHAVE:** Tarefas de Aprendizagem Profissional. Matemática Acadêmica. Matemática Escolar. Estrutura Algébrica de Grupos. Planejamento.

### **ABSTRACT**

This study seeks to explain how they are initiated and identified as professional learning tasks for the discipline of Algebra in a teacher training course, with the aim of approaching the algebraic structure of Groups in school mathematics. This is a qualitative-interpretive study that uses two cycles of Design-Based Research. The study was carried out during planning and reflection and involved a teacher educator and a researcher. Video recordings of the meetings and the documents prepared were used, both analyzed through Content Analysis. The PLT planning allowed articulating and exploring mathematical and didactical knowledge when approaching connections between the algebraic structure of Group and school mathematics. The PLT present potential for the teacher educator to weave connections between school and academic mathematics at the same time that it presents examples of teaching practice to prospective teachers.

**KEYWORDS:** Professional Learning Tasks. Academic Mathematics. School Mathematics. Algebraic Structure of Group. Planning.

## **Introdução**

A formação de professores no Brasil tem passado por algumas mudanças, principalmente nas últimas duas décadas, decorrentes das recomendações dos documentos oficiais, como as Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN), que apontam para a importância de relacionar a prática da sala de aula com os conceitos desenvolvidos nas aulas da formação inicial (SAIDAN et al., 2021). Dessa forma, os cursos de licenciatura são desafiados a oferecer experiências relacionadas à prática profissional aos futuros professores (FP), que até então eram majoritariamente proporcionadas pelo estágio supervisionado, na maioria dos casos.

Em particular, nos cursos de Licenciatura em Matemática, as disciplinas que tratam da matemática acadêmica devem possuir a intenção de estabelecer uma identidade nesta formação, em que se discuta a relevância de seus conteúdos para o ensino da matemática na Educação Básica, abordando a prática profissional (MOREIRA; DAVID, 2008; FIORENTINI; OLIVEIRA, 2013). Nesse sentido, é necessária a realização de pesquisas que desvelem como a matemática acadêmica pode beneficiar a formação dos FP.

No que se diz respeito à álgebra, ainda que existam possíveis relações entre os conteúdos acadêmicos e os escolares, os professores em formação apresentam dificuldades em estabelecer tais relações sozinhos (ELIAS; SAVIOLI; RIBEIRO, 2017; ELIAS; BARBOSA; SAVIOLI, 2012). Tais resultados sugerem que o formador deve direcionar seu foco em orientar os FP, a fim de que as necessidades da formação inicial sejam atendidas (RIBEIRO; PONTE, 2019; 2020; AGUIAR et al., 2021).

Por seu lado, Coura e Passos (2017) apontam que o formador apresenta um papel central na formação do professor quanto à escolha de abordagens, que sejam capazes de romper com modelos de ensino pelos quais foram formados e, assim, instruir os FP no que tange ao exercício de sua profissão. Desse modo, parece ser de grande valia investigar como formadores – que visam oportunizar momentos de aprendizagem profissional para FP – planejam e estruturam um conjunto de tarefas formativas para serem desenvolvidas em disciplinas que abordam conteúdos da matemática acadêmica, de modo a aproximá-los da matemática escolar. Com isso, no presente artigo, temos o objetivo de *explicar como são planejadas e caracterizadas as tarefas de aprendizagem profissional para a disciplina de Álgebra em um curso de formação de professores, com o intuito de aproximar a estrutura algébrica de Grupos da matemática escolar.*

Para isso, visamos responder às seguintes questões de pesquisa: De que maneira ocorre o planejamento de Tarefas de Aprendizagem Profissional, envolvendo a estrutura algébrica de grupos, em um curso de Licenciatura em Matemática? Que relações entre a estrutura algébrica de grupos e a matemática escolar podem ser abordadas em Tarefas de Aprendizagem Profissional?

### **Enquadramento Teórico**

A aprendizagem é vista como um processo contínuo, baseado no contexto escolar, e o uso de tarefas destinadas à formação de professores é uma ferramenta que pode ser empregada para abordar o conhecimento do conteúdo e o conhecimento pedagógico de forma articulada (RIBEIRO; PONTE, 2019, 2020). Tais tarefas são caracterizadas por Smith (2001), como uma fonte de investigação ligada ao desenvolvimento profissional de professores e ao seu trabalho ao ensinar, abordando habilidades da prática profissional ou revisitando a matemática escolar para proporcionar novos aprendizados como realizado por Pounara e Adler (2021).

Na tentativa de oportunizar momentos em que professores se envolvam com experiências da sala de aula, a utilização de episódios construídos a partir de amostras da sala de aula, ou a partir dela, tem permitido a observação acerca das ideias dos alunos da escola básica (TREVISAN, RIBEIRO, PONTE, 2020, AGUIAR; RIBEIRO; PONTE, 2021). Assim, os FP podem refletir como agir frente a estas situações quando estiverem atuando em sua futura prática profissional (LAMBERT, 2010; MCDONALD; KAZEMI; KAVANAGH, 2013; RUSS; SHERIN; SHERIN, 2016).

Para a construção desses episódios, o uso de vídeos tem ganhado espaço entre pesquisas que visam o desenvolvimento profissional de professores, como

demonstrado no estudo de Borko et al. (2014). Neste estudo, foi proposta uma analogia às cinco práticas<sup>4</sup> de Stein et al. (2008) com o objetivo de apresentar um conjunto de práticas que auxiliam o trabalho de formadores no uso de vídeos para promover boas discussões entre professores.

Tais práticas visam explorar conceitos matemáticos, o raciocínio dos alunos e o comportamento dos professores e estão estruturadas em duas fases, com três práticas em cada. São três práticas destinadas ao planejamento de discussões, a saber: i) determinar os objetivos da discussão e selecionar os vídeos; ii) identificar os recursos do videoclipe importantes para se alcançar os objetivos estabelecidos; iii) elaborar perguntas para orientar a discussão (questões norteadoras). Por fim, outras três práticas são destinadas à orquestração, a saber: i) despertar o pensamento dos professores sobre o segmento da tarefa; ii) procurar evidências de suas alegações; iii) ajudar o grupo a conectar suas análises às principais ideias matemáticas e pedagógicas.

Borko et al. (2014) destacam que cabe ao formador escolher, durante o planejamento, vídeos que capturem momentos potencialmente problemáticos ou conteúdos matematicamente ou pedagogicamente desafiadores. Nesta fase, a seleção dos vídeos e os objetivos matemáticos e pedagógicos a serem alcançados são decisões inter-relacionadas, podendo uma preceder a outra, dependendo do público-alvo e dos objetivos gerais relacionados ao contexto de formação. Acredita-se que estas práticas apresentadas possam ser utilizadas para planejar processos formativos que utilizem, além de vídeos, outros artefatos, como tarefas e materiais didáticos, desenvolvidos exclusivamente para organizar situações de ensino.

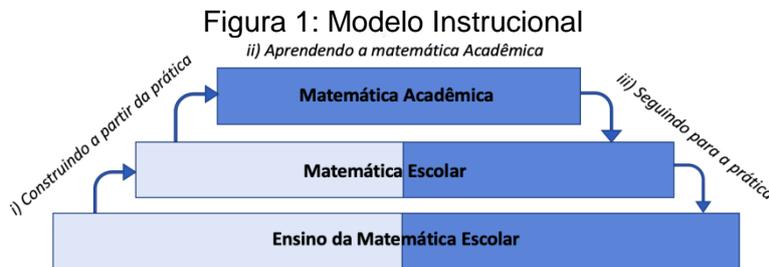
Em relação à matemática acadêmica, Moreira e David (2008) a definem como um corpo de conhecimentos produzidos pelos matemáticos profissionais e nem sempre (nem naturalmente) é um instrumento que possa ajudar o professor no ensino da matemática escolar. Felix Klein, em 1908, já discutia o distanciamento entre a matemática escolar e a acadêmica, o que ele chamou de “dupla descontinuidade<sup>5</sup>” (KLEIN, 2009). No entanto, pouco se tem avanço na superação de tais lacunas na formação de professores. Romper esse ciclo pode auxiliar os FP a ter práticas diferentes das vivenciadas enquanto alunos da educação básica (FIORENTINI; OLIVEIRA, 2013).

---

<sup>4</sup> As cinco práticas propostas por Stein *et al.* (2008) para proporcionar a orquestração de discussões matemáticas são: Antecipar, Monitorar, Selecionar, Sequenciar e Conectar.

<sup>5</sup> A primeira descontinuidade é caracterizada pela percepção dos licenciandos sobre a distância entre a matemática aprendida na educação básica e a matemática no ensino superior, e a segunda está ligada a dificuldade deste aluno, quando formado, em usar o que foi visto na licenciatura em suas aulas, que o leva a reprodução das aulas de seus antigos professores da Educação Básica.

Com esta preocupação, Wasserman et al. (2017, 2019), a partir de experiências em aulas de Análise Real, propuseram um modelo Instrucional<sup>6</sup>, no qual se utilizam de situações pedagógicas baseadas na matemática escolar para destacar ideias fundamentais da matemática acadêmica para a formação inicial. O modelo inicia e termina com uma discussão sobre o ensino da matemática escolar, passando pela matemática escolar e acadêmica<sup>7</sup>, ilustrado na Figura 1:



Fonte: Adaptado de Wasserman *et al.* (2019).

O modelo proposto ampara a construção de tarefas formativas em três fases:

i) *Construindo a partir da prática*: envolver os FP em situações práticas de ensino da matemática escolar, situações estas que são específicas para o trabalho docente, como a avaliação de ações pedagógicas de um professor e a avaliação de respostas de alunos;

ii) *Aprendendo a matemática acadêmica*: utilizar definições rigorosas, demonstrações e explorar, conceitos da matemática acadêmica sem perder de vista o conteúdo da matemática escolar;

iii) *Seguindo para a prática*: propor aos FP o uso das conexões explícitas entre a matemática escolar e acadêmica, de modo a reconsiderar as novas situações práticas, com base nos objetivos matemáticos e pedagógicos pretendidos na fase i.

A abordagem favorecida pelo Modelo Instrucional permite, explicitamente, estabelecer conexões entre o conteúdo e as práticas matemáticas por meio de situações de ensino, além de apresentar potencial para ser utilizado em disciplinas que abordam a matemática acadêmica na FI, como, por exemplo, a Álgebra.

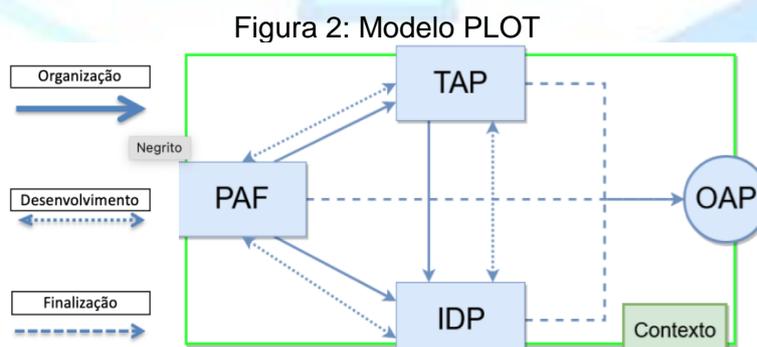
Um outro modelo, apresentado por Ribeiro e Ponte (2020), foi desenvolvido a partir de experiências com professores que ensinam matemática e, possibilita

<sup>6</sup> *Instructional model for teaching advanced mathematics to secondary teachers*, traduzido pelos autores como Modelo Instrucional para o ensino da matemática avançada para professores, ou somente, modelo Instrucional.

<sup>7</sup> Escolhemos utilizar o termo matemática acadêmica na tradução de *Advanced Mathematics*, e matemática escolar, no lugar de *Secondary Mathematics*, termos adotados por Moreira e David (2005), pois estes são mais abrangentes e descrevem melhor a matemática envolvida na formação de professores de matemática no Brasil.

organizar o design de processos formativos que visem promover a aprendizagem profissional de professores, bem como avaliar a geração de oportunidades para tais aprendizagens. Apesar do modelo ter sido concebido a partir de contextos de formação continuada, ele apresenta indicativos e potencialidades para ser utilizado também na FI.

O modelo teórico-metodológico denominado Oportunidades de Aprendizagem Profissional para Professores (PLOT<sup>8</sup>), utiliza tarefas formativas para (futuros) professores, identificadas pelos autores como Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP). Tais tarefas são caracterizadas como um dos domínios do modelo PLOT e são desenhadas e implementadas em processos formativos com o intuito de contribuir para a geração de Oportunidades de Aprendizagem Profissional (OAP) aos professores. Para além disso, Ribeiro e Ponte (2020) consideram o Papel e as Ações do Formador (PAF) e as Interações Discursivas entre os Participantes (IDP) como outros dois domínios do modelo, ilustrados na Figura 2:



Fonte: Adaptado de Ribeiro e Ponte (2020, p. 4).

Segundo Ribeiro e Ponte (2020), o modelo apresenta uma perspectiva interativa e interconectada entre os domínios e, ao inseri-los em um determinado contexto, possibilitam entender as oportunidades de aprendizagem oferecidas ao desenvolvimento do professor. Isso é observado nas três fases de operacionalização do modelo PLOT (Figura 2), a saber: a primeira prevê a organização do processo formativo, realizada pelo formador; a segunda, o desenvolvimento, momento em que o formador e os participantes do processo formativo interagem por meio das TAP e das IDP; e, a terceira, a fase de finalização, é etapa na qual, por meio da integração dos três domínios, são geradas as oportunidades de aprendizagem profissional do professor (OAP) aos professores.

Cada um dos três domínios (TAP, PAF e IDP) apresenta quatro componentes divididas em duas dimensões – conceitual e operacional – em que a primeira

<sup>8</sup> Acrônimo de *Professional Learning Opportunities for Teachers*

dimensão define a estrutura e as bases teóricas dos domínios e, a segunda, orienta a forma como o modelo pode ser operacionalizado, totalizando assim, doze componentes que auxiliam na caracterização do modelo (conforme apresentado na Figura 3).

Figura 3: Dimensões, componentes e características dos três domínios do modelo PLOT

	<i>Dimensão Conceitual</i>		<i>Dimensão Operacional</i>	
	<i>Componente</i>	<i>Característica</i>	<i>Componente</i>	<i>Característica</i>
<i>Papel e Ações do Formador (PAF)</i>	<i>Aproximação</i>	Favorecer a aproximação da Matemática Acadêmica (MA) à Matemática Escolar (ME) e vice-versa.	<i>Gestão</i>	Promover o gerenciamento de um ambiente de ensino-aprendizagem exploratório, com as diferentes fases desta abordagem.
	<i>Articulação</i>	Estimular a articulação entre as dimensões matemática e didática do conhecimento profissional para ensinar.	<i>Orquestração</i>	Preparar e desenvolver a orquestração de discussões matemáticas e didáticas entre todos os participantes.
<i>Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP)</i>	<i>Conhecimento Profissional</i>	Explorar os conhecimentos matemáticos e didáticos dos professores, relacionados à/s TME.	<i>Tarefa Matemática</i>	Contemplar tarefa/s matemática/s dos estudantes (TME), de alto nível cognitivo.
	<i>Ensino Exploratório</i>	Possuir estrutura que propicie um ambiente de ensino-aprendizagem exploratório.	<i>Registros de Prática</i>	Envolver diferentes tipos de registros de prática, organizados em forma de <i>Vignettes</i> .
<i>Interações Discursivas entre os Participantes (IDP)</i>	<i>Discussões Matemáticas e Didáticas</i>	e Contemplar, de forma articulada, as discussões matemáticas e didáticas relacionados às TME.	<i>Linguagem mobilizada</i>	Contemplar a utilização de linguagem matemática e didática adequada e pertinente ao nível de ensino das TME.
	<i>Argumentação e Justificação</i>	e Envolver argumentação e justificação matemáticas e didáticas válidas.	<i>Comunicação dialógica</i>	Promover a comunicação dialógica e integrativa entre todos os participantes.

Fonte: Ribeiro e Ponte (2020, p.7)

Segundo indicam Ribeiro e Ponte (2020), para utilizar o modelo PLOT no design de processos formativos, é necessário considerar a relação entre todos os seus domínios – e suas respectivas componentes – de modo a oportunizar a aprendizagem profissional aos professores. Para focar e desvelar como as componentes da dimensão conceitual dos dois primeiros domínios (PAF e TAP) são identificados no planejamento de um processo formativo com uso de TAP pelo formador, direcionamos nosso olhar para como se deu a escolha das Tarefas Matemáticas e de Registros de Prática como ponto de partida para este estudo.

No que se refere à matemática, a área de álgebra é amplamente abordada durante a educação básica e pode ser utilizada para compreender as relações entre

conceitos e procedimentos de outros campos da matemática, como números e geometria, conforme é proposto na Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018). Sendo assim, espera-se que a álgebra seja discutida nos cursos de Licenciatura em Matemática (LM), a fim de aprofundar a visão dos FP para o ensino (RIBEIRO; CURY, 2015).

Nestes cursos, é comum encontrar ao menos uma disciplina de álgebra que aborda estruturas algébricas, como a de Grupos. No entanto, geralmente essas disciplinas reduzem a exploração de ideias matemáticas de forma implícita, reforçando a falta de conexão de tais disciplinas com o ensino (LAUTENSCHLAGER; RIBEIRO, 2017; ELIAS; SAVIOLI; RIBEIRO, 2017), e a conseqüente falta de discussão nos currículos da formação inicial (SOARES; SAVIOLI, 2019; ELIAS; BARBOSA; SAVIOLI, 2012).

Embora não tenham sido realizados no Brasil, alguns estudos forneceram conexões entre ideias de álgebra abstrata e a matemática escolar, o que pode apresentar uma alternativa a este cenário na formação de professores de matemática. Entre estes estudos, Wasserman (2016) elenca as propriedades aritméticas, os inversos, as estruturas de conjuntos e a resolução de equações, como quatro ideias da matemática escolar que se conectam com as ideias da álgebra abstrata no que diz respeito às estruturas e o uso de propriedades em procedimentos recorrentemente utilizados na escola. De forma mais específica, Zazkis e Marmur (2018) exemplificam como alguns conceitos introdutórios da teoria de Grupos podem dar suporte, em sala de aula, como a ordem das operações, em que a associatividade está dissociada da comutatividade, o uso do subscrito “-1” para a discussão de elemento inverso, funções aparentemente inversíveis para tratar da relação entre um elemento, seu inverso e o elemento neutro, e por fim, o tratamento de isometrias e grupos cíclicos.

As conexões mencionadas têm potencial para serem exploradas durante a formação inicial em disciplinas de Álgebra, e este artigo trata justamente desse tema.

### **Contexto do estudo**

Este estudo é parte de uma pesquisa que observou o uso de TAP em uma disciplina de Álgebra em um curso de LM. Para isso, foram desenvolvidas duas TAP em 2021 e 2022, com duas turmas do 6º semestre de um curso de licenciatura do Instituto Federal de São Paulo (IFSP), sendo uma turma de futuros professores em cada ano.

Nesse contexto, a ementa da disciplina de Álgebra indica que o formador utilize estratégias para abordar os equívocos dos alunos da educação básica e explore, a partir de manuais didáticos, objetos matemáticos escolares que possuam estruturas algébricas. Essa indicação pareceu ideal para implementar o processo formativo, cujo planejamento é explorado neste estudo.

### Aspectos Metodológicos

O estudo enquadra-se em uma pesquisa de natureza qualitativa, que considera as relações não quantificáveis entre o ser humano e o mundo, e adota a perspectiva interpretativa do construtivismo social, que defende que o significado emerge da interação do sujeito com a realidade (ESTEBAN, 2010).

Utilizou-se como método uma pesquisa de desenvolvimento ou *Design-Based Research* (DBR) (COBB et al., 2003; PONTE et al., 2016), a qual se propõe investigar os artefatos utilizados na abordagem de um problema, ao passo que, por meio de ciclos de intervenção (ou ciclos DBR), tais artefatos são delineados, desenvolvidos e avaliados, na busca de uma compreensão acerca de suas características, uso e/ou repercussão (BARBOSA; OLIVEIRA, 2015).

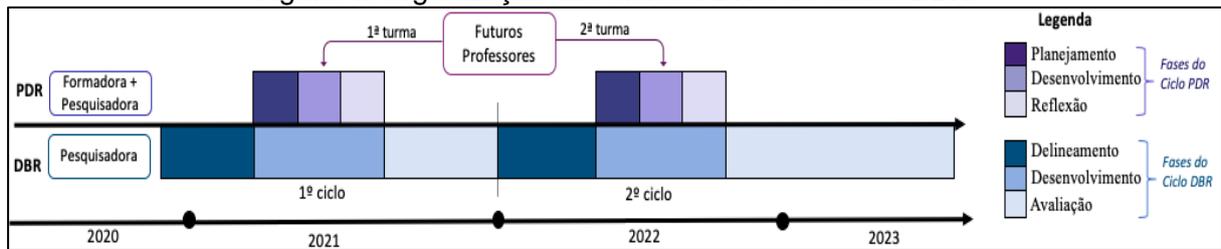
Para que fosse realizada a pesquisa, da qual este estudo é parte integrante, estabeleceu-se uma parceria entre a pesquisadora, primeira autora deste artigo, e a formadora responsável pela disciplina Álgebra. A formadora, referida aqui por “Paulista”, é licenciada em matemática e desenvolveu sua pesquisa de mestrado com concentração na área de álgebra. Lecionou para a educação básica e ensino superior por seis anos e, após ingressar como docente no IFSP em 2012, passou a lecionar disciplinas ligadas à área de álgebra no curso de licenciatura, ao mesmo tempo em que realizou seu doutorado em educação matemática.

A recolha de dados para pesquisa foi realizada a partir do planejamento, desenvolvimento e reflexão (ciclo PDR) (TREVISAN; RIBEIRO; PONTE, 2020), no qual as formadoras<sup>9</sup> se envolveram com a produção de conjunto de aulas com uso de TAP. Durante a parte empírica do estudo, as TAP foram delineadas, desenvolvidas e avaliadas dentro de dois ciclos do DBR, conforme ilustrado na Figura 4:

---

<sup>9</sup> A pesquisadora será incluída como formadora enquanto estiver se tratando do processo formativo devido sua colocação neste, caracterizando, assim, uma prática colaborativa.

Figura 4: Organização dos ciclos PDR e os ciclos DBR



Fonte: Elaborado pelos autores.

Ainda em consonância com o método de pesquisa adotado, no segundo ciclo DBR e PDR, seriam consideradas adaptações e revisões que deveriam surgir das reflexões e análises preliminares do primeiro ciclo de intervenção.

O planejamento ocorreu no formato *on-line*, no qual no 1º ciclo PDR (Figura 4) houve uma conversa inicial ( $P_0$ ) entre a pesquisadora e a formadora, cujo objetivo era estabelecer possíveis conteúdos da matemática escolar relacionados à estrutura algébrica de Grupos. Em seguida, foram realizados seis encontros ( $P_11, P_12, \dots, P_16$ ), nos quais foram elaboradas duas TAP, que foram discutidas e ajustadas para que fossem desenvolvidas durante a disciplina de Álgebra.

Após o desenvolvimento de cada uma das duas TAP junto à primeira turma de FP, ocorreram momentos de conversa entre a pesquisadora e a formadora ( $R_11, R_12$ ), os quais deram origem à fase de reflexão do primeiro ciclo PDR (também no formato *on-line*). A partir dessas reflexões, foi possível elencar mudanças nas TAP para o desenvolvimento de um segundo ciclo PDR, com uma nova turma de FP, o que ocasionou a necessidade de duas novas reuniões de planejamento ( $P_21, P_22$ ) para o 2º ciclo PDR.

A fim de observação, foram utilizados como dados as gravações em vídeo das reuniões de planejamento e reflexão e os documentos gerados a partir dessas reuniões, no caso as TAP (TAP-1; TAP-2) e seus respectivos planos de aula (PA1, PA2), com o objetivo de analisar como se deu o planejamento nos dois ciclos PDR. Além disso, em todo o processo de planejamento foi dada atenção especial em estabelecer estratégias para que as TAP pudessem ser desenvolvidas em diferentes ambientes, incluindo o ensino remoto e o ensino híbrido, de tal forma que ambos apresentassem uma aproximação ao que poderia ser feito de forma presencial. O uso de TAP já havia apresentado bons resultados em programas de formação continuada neste formato (RIBEIRO; PONTE, 2020; AGUIAR; PONTE; RIBEIRO, 2021; AGUIAR, et al., 2021) e, assim, utilizamos no âmbito da formação inicial.

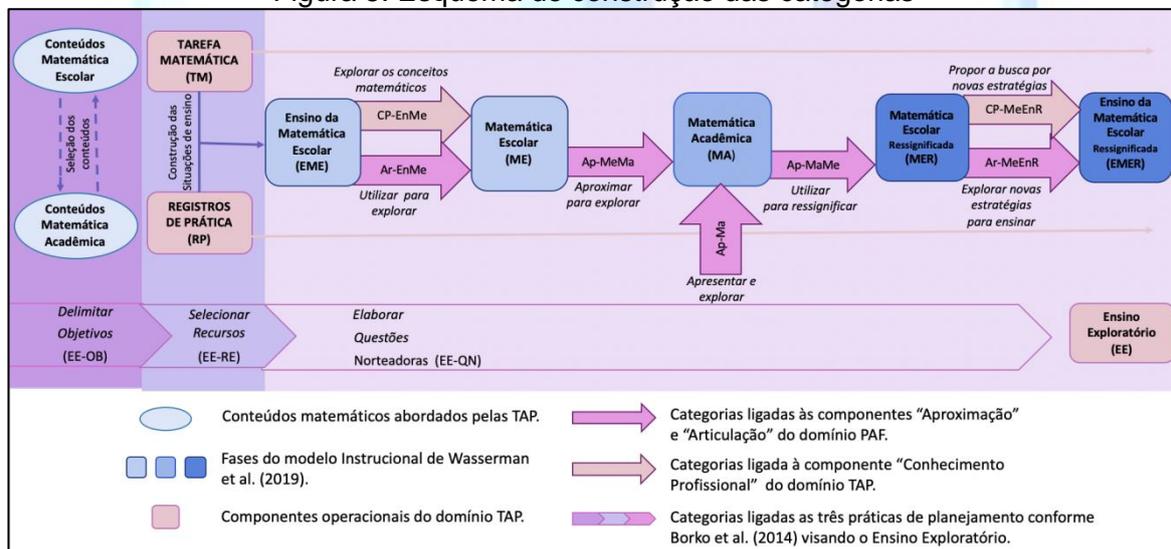
## Método de Análise dos Dados

Após revisitar os dados, foi elaborado um relatório descritivo, no qual foram selecionados alguns trechos de transcrições das reuniões entre a formadora e a pesquisadora, além dos documentos que serviram como fonte para a constituição dos episódios que compõem o corpus de análise deste artigo.

Com base na análise de conteúdo (BARDIN, 2016), foram definidas categorias, embasadas nas conexões entre os modelos apresentados no referencial teórico, utilizando-se uma abordagem dedutiva de análise. A construção de tais categorias se deu em articulação entre os dois modelos e pelas práticas de planejamento apresentadas no referencial teórico, as quais foram consideradas no processo de elaboração das TAP (Figura 5).

Para a construção das sete primeiras categorias (setas em rosa e salmão) foram consideradas três das componentes conceituais dos domínios PAF e TAP do modelo PLOT (RIBEIRO; PONTE, 2020), ao passo que as Tarefas Matemáticas e os Registros de Prática (retângulos em salmão) foram explorados para tratar da matemática acadêmica e escolar e o seu ensino, conforme o modelo Instrucional de Wasserman et al. (2019) (quadrados em azul).

Figura 5: Esquema de construção das categorias



Fonte: Elaborado pelos autores.

Ao fundo, as diferentes cores representam as demais categorias ligadas às práticas para o planejamento (conforme BORKO et al., 2014), que, por sua vez, visam o desenvolvimento do Ensino Exploratório<sup>10</sup> (que também é uma componente

<sup>10</sup> Segundo Canavaro (2011), o Ensino Exploratório propõe que os aprendizes realizem trabalhos em pequenos grupos com tarefas valiosas que fazem emergir a necessidade ou vantagem das ideias matemáticas que são sistematizadas em uma discussão coletiva.

conceitual da TAP no modelo PLOT). Todas as 10 categorias foram sistematizadas no Quadro 1:

Quadro 1: Categorias de análise

(Ar-EnMe) EME → ME	Utilizar o ensino da matemática escolar (En) para aprofundar o conhecimento da matemática escolar (Me).
(Ar-MeEnR) MER → EMER	Explorar o conhecimento da matemática escolar para buscar (novas) formas de ensiná-lo, ou seja, ressignificar o ensino da matemática escolar.
(Ap-MeMa) ME → MA	Utilizar conceitos da matemática escolar (Me) para contextualizar a aprendizagem da matemática acadêmica (Ma).
(Ap-MA)	Explorar a matemática acadêmica (Ma), suas definições, teoremas e demonstrações explorados em registros de prática.
(Ap-MaMe) MA → ME	Utilizar a aprendizagem da matemática acadêmica (Ma) para ressignificar a matemática escolar (Me).
(CP-EnMe) En → ME	Explorar os conhecimentos da matemática escolar (Me) dos FP a partir do ensino da matemática escolar (En), por meio de tarefas matemáticas e registros de prática na TAP.
(CP-MeEnR) MER → EMER	Propor a busca por novas estratégias de ensino da matemática escolar (En) de forma ressignificada, utilizando de registros de prática na TAP.
EE-OB	Delimitar objetivos matemáticos e didáticos para compor a TAP.
EE-RE	Selecionar recursos (tarefas matemáticas e registros de prática) com potencial de alcance dos objetivos das TAP.
EE-QN	Elaborar questões norteadoras para a TAP e com a finalidade de promover discussões.

Fonte: Elaborado pelos autores.

## Resultados

Para realizar a análise dos dados são apresentados três episódios dos dois ciclos PDR: “*Construindo conexões*”, “*Conhecendo a matemática acadêmica*” e “*Levando para a prática*”. Esses episódios tratam do percurso de planejamento e refinamento de duas TAP e descrevem como as tarefas matemáticas, registros de prática e as questões norteadoras foram inseridos e conectados para a elaboração das TAP, com vistas ao seu desenvolvimento por meio do ensino exploratório. Entretanto, a apresentação dos episódios não segue uma ordem cronológica quanto às etapas dos ciclos PDR ou quanto à apresentação das TAP, mas sim, são apresentados como as partes da TAP se conectam e como foram concebidas à medida que os seus elementos foram selecionados e/ou criados pelas formadoras.

### **1º Episódio: Construindo conexões**

Durante o planejamento, a ideia inicial das formadoras foi apresentar aos FP os conceitos de Grupos e de Subgrupos por meio de TAP, com o objetivo de relacionar esta estrutura algébrica ao ensino da matemática escolar. Para atingir

esse objetivo, as formadoras listaram alguns conteúdos da matemática escolar que poderiam ser conectados à estrutura algébrica de Grupos, conforme apontados por Zazkis e Marmur (2018) e Wasserman (2016). Isso pode ser observado na seguinte transcrição:

Pesquisadora: [...] acho que um assunto que está fechado é a questão do *inverso* e do *neutro*, que é clássico. É uma discussão que se tem em Anel e que dá para puxar aqui no Grupo.

Paulista: E depois quando você chegar lá [na formalização de uma estrutura algébrica de anel], você faz mais rápido, porque eles já viram.

Pesquisadora: Exatamente. Daí dá pra você olhar o inverso, elemento neutro em relação às *frações* [rationais], em relação à *composição de funções*, em relação às *matrizes* que dá bastante discussão. Entender por que o 1 é neutro nos racionais, mas não é identidade nas funções. O tanto que o pessoal [FP e alunos da *Educação Básica*] faz confusão disso! (P0, 2021, grifo nosso)

Na fala acima, as formadoras selecionam quais conexões com a estrutura algébrica de Grupos seria explorada (EE-OB) e, para isso, apresentam uma seleção de ideias matemáticas da álgebra abstrata, como os elementos neutro e inverso. Apesar de suas definições serem amplamente discutidas em um curso de Álgebra durante a LM, esses conceitos merecem a atenção dos FP, pois apresentam relações com conteúdos matemáticos escolares e, por isso, devem ser evidenciados do ponto de vista da matemática acadêmica (Ap-MA).

Ao elencar os conteúdos da matemática escolar (operações com números racionais, funções e matrizes) como ponto de partida nas TAP, remete-se a uma aproximação da matemática escolar para discutir a matemática acadêmica (Ap-MeMa).

Definidos os conceitos matemáticos (escolares e acadêmicos), as formadoras passaram a buscar por tarefas matemáticas de nível escolar e selecionar registros de prática, tais como vídeos e protocolos de alunos e professores, para a elaboração da TAP. Para isso, durante os encontros seguintes, as formadoras compartilharam materiais que haviam encontrado de forma autônoma e discutiram como os manuais didáticos e os vídeos selecionados poderiam ser aproveitados na construção das TAP. Mediante a disposição desses materiais, a pesquisadora expôs sua ideia para a elaboração da TAP:

Pesquisadora: Pensei em pegar essas coisas soltas, [como] um recorte do Facebook [que tratava de função inversa], um recorte [de

vídeo] do Centro de Mídias<sup>11</sup>, e talvez mais alguma coisa, e começo com perguntas desse tipo ‘Quais relações matemáticas você vê dentro destas situações?’ ‘Quais conceitos matemáticos estão envolvidos?’ Daí começa aparecer a questão do [elemento] inverso, porque um está falando de função e outro está falando de racionais. Então, a gente começa a olhar o que eles apresentam em comum. [...] Então, usando protocolos de aulas totalmente distintas, a gente pode mostrar que as propriedades das estruturas algébricas não são para um determinado conjunto, mas é uma característica de um conjunto munido de uma operação [...]. (P0, 2021)

Aqui, é possível observar a importância dada aos registros de prática (um recorte do *Facebook*, um recorte do Centro de Mídias) como um ponto de partida para abordar os conceitos matemáticos previamente escolhidos (EE-RE). Dessa forma, é possível perceber a intenção de realizar articulações entre conhecimentos matemáticos e didáticos, partindo de situações de ensino para explorar um conteúdo matemático (Ar-EnMe).

Por sua vez, é proposto explorar propriedades algébricas em comum entre dois conjuntos munidos de operações (*a gente começa a olhar o que eles apresentam em comum*), de modo a desvelar as propriedades relacionadas à estrutura algébrica de Grupos (Ap-MA). Para isso, são utilizadas questões norteadoras que explorassem matematicamente os registros de prática (EE-QN).

Para subsidiar os registros em vídeos – conforme apontado pela pesquisadora – e construir um contexto baseado em uma sala de aula da escola básica, as formadoras buscaram por tarefas matemáticas – uma das componentes e o ponto de partida de uma TAP:

Pesquisadora: Eu tentei pegar uma tarefa que caísse na conta que ela [professora do vídeo do CMSP] estava fazendo, porque ela simplesmente pegou a conta numérica, e ensinou [o método] [...] Porque, geralmente nas TAP, [...] a gente parte de uma tarefa matemática, um problema, algo mais elaborado, mais rico, para poder chegar a uma questão [discussão] matemática. (P<sub>1</sub>1, 2021)

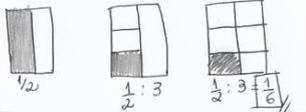
A escolha das tarefas matemáticas partiu dos registros de prática selecionados previamente “*Eu tentei pegar uma tarefa que caísse na conta que ela estava fazendo*”, o que possibilitou uma ligação entre as tarefas matemáticas apresentadas na 1ª parte das TAP, e os registros de prática de professores inseridos na 3ª parte da TAP (EE-RE), conforme exemplificado na Figura 6:

Figura 6: Tarefa Matemática 1 acompanhada de Registros de Prática

<sup>11</sup> O Centro de Mídias da Educação de São Paulo (CMSP) é uma plataforma com conteúdos destinados a professores e estudantes da rede estadual de ensino que, durante o período pandêmico de 2019 e 2020, transmitiu e disponibilizou aulas para todos os níveis e diversas modalidades da Educação Básica.

**Tarefa Matemática 1 com protocolo 1 utilizados na 1ª parte da TAP:**  
Renato pretende colocar  $\frac{1}{2}$  litro de refrigerante em vários copos.  
a) Qual será a medida em litros de refrigerante se Renato dividir em três copos iguais?  
b) É possível encher 2 copos com capacidade de  $\frac{1}{3}$  de litro? Justifique.

a)  $\frac{1}{2} \div 3 =$



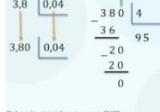
b)  $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = 0,5 \div 0,3 = \frac{5}{10} \div \frac{3}{10} = \frac{5}{3} = \frac{5}{3}$   $\frac{10(2)}{10(3)} \frac{10(3)}{10(3)}$

**Imagem e transcrição extraídas da vinheta e utilizadas na 3ª parte da TAP:**

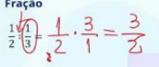
**Operação com racionais**

Divisão

Decimal

$$3,8 : 0,04 = 95$$


Fração

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{1} = \frac{3}{2}$$


[...] gente inverte essa operação [multiplicação] e para compensar, a gente tem que inverter esta última fração [...]

Fonte: Dados de pesquisa.

Além disso, as tarefas matemáticas foram exploradas juntamente com os protocolos contendo as resoluções dos alunos da educação básica (Figura 6) na 1ª parte das TAP, visando abordar a “aprendizagem dos alunos”, ao mesmo tempo em que se trata da matemática escolar, a partir de uma situação de ensino exposta no protocolo que acompanha a tarefa matemática (CP-EnMe).

### **2º Episódio: Conhecendo a matemática acadêmica**

A 2ª parte das TAP é intitulada “Conexões com a matemática acadêmica” e explora as definições e os conceitos ligados à álgebra abstrata. Entretanto, durante a reflexão, ao final do 1º ciclo PDR, as formadoras pontuaram algumas dificuldades apresentadas pelos FP durante o desenvolvimento desta parte na TAP-2:

Paulista: Eles [FP] não estavam entendendo que a *função é um elemento em um determinado conjunto de funções*. Eles estavam pensando na função aplicada em um ponto ‘ah, então é um número’ [...] Esse conceito não estava claro para eles. [...] e através dessa TAP deu para perceber que eles não tinham essa clareza. [...] Essa TAP trouxe à tona essa deficiência do conteúdo, desse entendimento do conteúdo de funções. [...] A gente pode pensar em [...] um *resgate dos conteúdos* [da matemática escolar] que a gente vai trabalhar [...] A gente pode pensar também em algo que busque o entendimento deles sobre funções, a definição, o que ela é... (R<sub>1</sub>2, 2021, grifo nosso)

Após apontar para a dificuldade dos FP em estabelecer um conjunto formado por funções, Paulista sugeriu um “*resgate dos conteúdos*”, propondo abordar com mais detalhes, no 2º ciclo PDR, os conceitos ligados às funções antes de explorá-las como elementos de um Grupo. Como resultado, definições extraídas de um livro didático escolar foram adicionadas na 2ª parte da TAP-2, conforme consta na Figura 7:

Figura 7: Protocolos inseridos na TAP-2 no 2º ciclo PDR

Dados dois conjuntos não vazios,  $A$  e  $B$ , uma *função* de  $A$  em  $B$  é uma relação que associa cada elemento  $x$  de  $A$  a um *único* elemento  $y$  de  $B$ .

Uma função  $f: A \rightarrow B$  é *sobrejetora* (ou *sobrejetiva*) quando, para qualquer  $y \in B$ , existe  $x \in A$  tal que  $f(x) = y$ .

Uma função  $f: A \rightarrow B$  é *injetora* (ou *injetiva*) quando, para quaisquer  $x_1, x_2 \in A$ , com  $x_1 \neq x_2$  tem-se  $f(x_1) \neq f(x_2)$ .

Uma função  $f: A \rightarrow B$  é *bijetora* (ou *bijetiva*) quando é sobrejetora e injetora simultaneamente.

Dados as funções  $f: A \rightarrow B$  e  $g: B \rightarrow C$ , chamamos de *função composta de  $g$  com  $f$*  a função  $f: A \rightarrow B$  a função  $g \circ f: A \rightarrow C$ , tal que  $(g \circ f)(x) = g(f(x))$  para  $\forall x \in A$ .

Dada uma função bijetora  $f: A \rightarrow B$ , denomina-se *função inversa de  $f$*  a função  $g: B \rightarrow A$ , tal que se  $f(a) = b$ , então  $g(b) = a$  para todo  $a \in A$  e  $b \in B$ .

Fonte: Bonjorno e Giovanni Jr. Câmara (2020)

Esta inserção de definições na TAP-2 visava promover um resgate do conceito de função do ponto de vista escolar, a fim de clarificar aos FP uma possível conexão entre os dois conceitos matemáticos (funções e Grupos), à medida que eles se envolviam com TAP (Ap-MeMa). A intenção das formadoras em realizar aproximações entre os conceitos matemáticos fica ainda mais evidente, se observarmos as mudanças realizadas nas questões norteadoras que subsidiaram os registros de prática na 2ª parte da TAP-2 no 2º ciclo PDR.

As mudanças promovidas permitiram a separação entre o Grupo aditivo de funções e o Grupo com a composição de funções, que estavam sendo abordados na TAP-2 (conforme Figura 8), proporcionando uma melhor exploração das propriedades de cada Grupo e permitindo compreensão das diferenças entre as operações entre funções (Ap-Ma).

Figura 8: Questões da 2ª parte da TAP-2

**Questões apresentadas no 1º ciclo PDR**

1) Com relação a teoria de Grupo, as funções vistas nas tarefas matemáticas 3 e 4 podem ser vistas como elementos de quais Grupos? O que é preciso garantir para que um conjunto de funções com a operação de composição seja um Grupo?

2) Do ponto de vista da álgebra abstrata, classifique as funções vistas no desenvolvimento das tarefas matemáticas 3, 4 em relação aos seus respectivos Grupos.

---

**Questões apresentadas no 2º ciclo PDR**

1) Com base nas definições de um livro didático apresentadas no quadro anterior, responda:

- O que é preciso garantir para que um conjunto de funções reais com a operação de composição seja um Grupo?
- Qual seria o elemento neutro deste Grupo? Justifique.
- A partir das aplicações de funções vistas nas tarefas matemáticas, quais delas foram operadas dentro deste Grupo? Mostre a relação entre as funções em cada tarefa matemática.

2) Na tarefa matemática 4, a figura enantiomorfa foi gerada pela relação entre duas funções em um determinado Grupo. Responda:

- Qual é esta relação e em qual Grupo de funções reais ela ocorre?
- Qual é o elemento neutro deste Grupo? Justifique.

Qual das propriedades da estrutura algébrica de Grupo descreve a relação de enantiomorfismo entre a figura de professor Lambarildo e a figura de Jandysvaldo? Explique.

Fonte: Dados de Pesquisa.

Além disso, o resgate das tarefas matemáticas para exemplificar as propriedades de Grupos nos itens 1c), 2c) e na questão 3 da TAP-2 no 2º ciclo PDR (Figura 8), promove o uso da matemática acadêmica para ressignificar a matemática

escolar (Ap-MaMeR), estabelecendo assim uma nova conexão entre os conteúdos matemáticos abordados.

### **3º episódio: Levando para a prática**

Ainda que alguns registros de prática tenham sido selecionados logo após a escolha dos conceitos da matemática escolar, os vídeos extraídos de plataformas educacionais ou de outras pesquisas foram explorados apenas na 3ª e última parte das TAP (intitulada “De olho na prática”). Nessa parte da TAP, os vídeos atrelados às tarefas matemáticas por meio de uma descrição, contextualizava o que foi chamado de Caso de Prática, a ser analisado pelos FP após ressignificarem seus conhecimentos. Isso foi pensado no início do planejamento:

Paulista:[...] aulas já estão no Youtube, e é domínio público [...] daí você pode trazer [as tarefas e os vídeos] e perguntar [sobre as dificuldades dos alunos e ações dos professores] [...] você gera esse questionamento [entre os FP]. Por que é diferente da formação continuada [...] por meio desses vídeos e tarefas [matemáticas], fazer com que os alunos [da licenciatura] construam o conhecimento.

Pesquisadora: E além de construir, começar a prever o que os alunos vão perguntar, porque diferentemente [dos professores] da formação continuada, que já sabem o que o aluno vai perguntar e onde está a dificuldade do aluno, os alunos da formação inicial não [sabem]. (P0, 2021)

Nesse diálogo, as formadoras reforçam a importância das tarefas matemáticas e dos registros de práticas (“*por meio desses vídeos e tarefas, fazer com que os alunos construam o conhecimento*”) para elucidar casos da prática (EE-RE) e, assim, promover a construção do conhecimento profissional dos FP (CP-MeEnR), por meio das TAP, com vistas ao ensino. Elas também consideram o contexto da formação inicial para delimitar discussões que priorizem conhecimentos ligados à prática profissional, como as dificuldades apresentadas pelos alunos da escola básica.

Nesse sentido, a elaboração das questões norteadoras que compõem as TAP deve ser pensada para promover discussões matemáticas e didáticas entre os FP (p.e. “*você gera esse questionamento*”) (EE-QN) e levá-los a refletir sobre suas ações como futuros docentes. Isso fica evidente ao observarmos as questões apresentadas na Figura 9:

Figura 9 - Questões norteadoras extraídas das TAP

(TAP-1\_1ªParte-Q1): Quais foram os equívocos apresentados pelo aluno no protocolo 1? Quais conceitos matemáticos estão envolvidos nesses equívocos?

(TAP-1\_2ªParte-Q1): Quais conexões podem ser estabelecidas entre as propriedades de grupo e os conteúdos matemáticos apresentados nas tarefas matemáticas 1 e 2?

(TAP-1\_2ªParte-Q2):  $(Q^*, \bullet)$  é um grupo? Apresente uma justificativa.

(TAP-1\_3ªParte-Q3): Como você utilizaria dessas conexões com a estrutura de grupos para explicar o procedimento apresentado no vídeo para seus alunos?

(TAP-2\_1ªParte-Q1): Observem os três protocolos e avaliem as respostas dos alunos. Elas respondem completamente e o que foi pedido nos enunciados?

(TAP-2\_3ªParte-Q2): Como você aproveitaria o conceito apresentado pelo professor no vídeo para tratar de simetria na educação básica?

(TAP-2\_3ªParte-Q5): Considerando que esta pode ser uma dúvida dos demais alunos da turma, de que forma você iniciaria a próxima aula?

Fonte: Dados de pesquisa

As questões apresentadas na 1ª parte das TAP são voltadas para a observação do ambiente de ensino, em relação aos alunos e seus equívocos, ao resolverem tarefas matemáticas (p. e. Quais foram os equívocos; Quais conceitos; Observem os três protocolos e avaliem as respostas dos alunos). Isso pode levar os FP a mobilizar conhecimentos matemáticos e didáticos ao explorar as tarefas e os protocolos de alunos (p. e. Figura 6) (Ar-EnMe).

Já a 2ª parte da TAP (Figura 9) explora as conexões entre a matemática acadêmica e escolar (ApMeMa; ApMaMeR) (p. e. TAP-1\_1ªParte-Q1; TAP-1\_2ªParte-Q2) (Figura 9), além de aprofundar a matemática acadêmica por meio de questões que requerem justificações e/ou demonstrações (Ap-MA).

Por fim, na 3ª parte da TAP, passa-se a abordar as ações dos docentes em sala de aula, utilizando questões norteadoras que promovem a reflexão dos FP, enquanto discutem as práticas docentes apresentadas em vídeos e relatos de aula, (p. e. TAP-1\_3ªParte-Q3; TAP-2\_3ªParte-Q2 TAP-2\_3ªParte-Q5) (Figura 9) (CP-MeEnR; EE- RE; EE-QN).

As formadoras utilizam uma linguagem mais incisiva em algumas questões norteadoras extraídas da 3ª parte da TAP em sua redação (Figura 9). São questões reforçadas pelo pronome “você”, que sugerem ao FP, a tomada de uma ação enquanto docentes: “como você aproveitaria o conceito”; “de que forma você iniciaria a próxima aula”. Tais questões podem promover a articulação entre conhecimentos matemáticos e didáticos (Ar-MeEnR).

## Discussão dos Resultados

A partir dos modelos e práticas descritas no referencial teórico, os quais podem auxiliar no planejamento de aulas que utilizem tarefas formativas em

disciplinas específicas de cursos de LM, nesta seção discutimos os resultados à luz da literatura de modo a responder às questões de pesquisa deste estudo.

Nos episódios analisados neste artigo, observou-se que a componente *aproximação* (RIBEIRO; PONTE, 2020) teve destaque no planejamento, o que é esperado ao se tratar de TAP cujo objetivo seja conectar um conteúdo da matemática acadêmica à matemática escolar. Tal componente foi priorizada na escolha das tarefas matemáticas e dos registros de prática (1º e 2º episódios) e na elaboração das questões norteadoras (Figura 9), as quais tinham por propósito conectar os conteúdos escolares e acadêmicos para explorar o ensino (Episódio 3). Ao adotar o uso de TAP, que utilizam episódios da prática docente, as formadoras foram além do que foi proposto pelo modelo Instrucional (WASSERMAN et al., 2019), ao passo que apresentam elementos reais da sala de aula.

A composição das duas TAP em três partes apresenta características do modelo Instrucional: na 1ª parte da TAP (Figura 6), o uso de Tarefas Matemáticas, acompanhadas das resoluções dos alunos apresentou potencial para a construção de conhecimentos sobre a matemática escolar a partir da prática. Por sua vez, após explorar a matemática escolar, apresentou-se conceitos ligados à estrutura algébrica de Grupos na 2ª parte das TAP (Figura 7), que podem proporcionar uma discussão acerca da matemática acadêmica, sem perder de vista a escolar, já que as questões norteadoras (Figura 8) retomam as tarefas e registros vistos na parte anterior. Por fim, a utilização de vídeos e relatos de prática que compõem os Casos de Prática, na 3ª parte das TAP (Figura 6), exemplifica o exercício profissional com o intuito de promover uma reflexão após discussões sobre a aprendizagem dos alunos e de conteúdos ligados à matemática acadêmica, para assim oportunizar aos FP a utilização dos novos conhecimentos, recém-discutidos, ao passo que vislumbram o seu exercício como professores.

Durante o planejamento foram abordados números racionais, matrizes mediante a operação de multiplicação e a adição e a composição de funções reais como exemplos de Grupos (e Subgrupos), ao passo que as propriedades da associatividade, do elemento neutro e inverso de uma operação podem ser exploradas. De uma forma geral, as formadoras partiram das conexões entre os conceitos de Grupos ligados aos conceitos da matemática escolar (ZAZKIS; MARMUR, 2018; WASSERMAN, 2017), os quais foram apresentados no 1º episódio e resgatados nos demais, para direcionar o conteúdo matemático tratados nas TAP.

A busca por aproximações e articulações (RIBEIRO; PONTE, 2020) permeia as conversas de planejamento no movimento das formadoras em determinar

objetivos ligados às conexões entre a estrutura algébrica de Grupos e a matemática escolar, explorar tarefas matemáticas e registros de prática para contextualizar o ambiente de sala de aula. Por fim, foram elaboradas questões norteadoras para direcionar as discussões (BORKO, et al., 2014), enquanto as formadoras executavam as três práticas para o planejamento, com vistas ao ensino exploratório, e mobilizavam as componentes conceituais dos domínios TAP e PAF do modelo PLOT de modo inter-relacionadas, indo ao encontro do que apontam Ribeiro e Ponte (2020).

Observamos ainda que as formadoras, ao se depararem com a fragilidade dos FP no tratamento da matemática acadêmica, resgataram a matemática escolar na reformulação de uma das TAP (2º episódio), o que mostra a potencialidade da TAP em auxiliar o formador na avaliação do conhecimento matemático dos FP e no resgate de conteúdos necessários à sua profissão (POURNARA; ADLER, 2021).

### **Conclusões e Considerações finais**

Neste artigo buscou-se explicar como são planejadas e caracterizadas as tarefas de aprendizagem profissional para a disciplina de Álgebra em um curso de formação de professores, com o intuito de aproximar a estrutura algébrica de Grupos da matemática escolar.

A caracterização das TAP para a disciplina de Álgebra apresenta um exemplo de ferramenta para a formação inicial de professores (RUSS; SHERIN; SHERIN, 2016) e tece conexões entre a álgebra abstrata e a matemática escolar (WASSERMAN, 2017; ZAZKIS; MARMUR, 2018), além de apresentar potencialidades para o resgate de conteúdos da matemática escolar (POURNARA; ADLER, 2021).

Chamamos a atenção para o uso das TAP na FI, uma vez que os registros de prática têm a potencialidade de exemplificar a sala de aula e despertar a conscientização dos FP enquanto professores, visto que estes, até então, vivenciaram a escola apenas como alunos. Por outro lado, as tarefas matemáticas permitem explorar conceitos da matemática escolar e acadêmica (RUSS; SHERIN; SHERIN, 2016; RIBEIRO; PONTE, 2019, 2020; FIORENTINI; OLIVEIRA, 2013).

Por fim, ainda que a aproximação entre a matemática acadêmica e a escolar possa ser vista como uma dificuldade para formadores (MOREIRA; DAVID, 2008, FIORENTINI; OLIVEIRA, 2013; LAUTENSCHLAGER; RIBEIRO 2017), em nosso estudo foi possível observar que, ao se elaborar TAP com esse propósito, é possível explorar experiências de sala de aula ao mesmo tempo em que os conteúdos da

matemática acadêmica e escolar são abordados, rompendo, assim, com os modelos pelo quais, muitas vezes, os professores e mesmo os formadores foram formados (COURA; PASSOS, 2017; KLEIN, 2009).

Após observar e analisar como são elaboradas TAP para uma disciplina de Álgebra, aponta-se a necessidade de desvelar como se deu o desenvolvimento destas com a finalidade de oportunizar aprendizagens profissionais aos FP, bem como o modo como estas últimas foram manifestadas pelos FP durante e ao final do processo formativo.

## Referências

- AGUIAR, M. *et al.* Oportunidades de aprendizagem vivenciadas por professores de matemática: desvelando as ações e o papel do formador durante um processo formativo. **Acta Scientiae**, [s. l.], v. 23, n. 4, p. 112-140, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.6575>. Acesso em: 15 jul. 2022.
- AGUIAR, Marcia; PONTE, João Pedro da; RIBEIRO, Alessandro Jacques. Conhecimento Matemático e Didático de Professores da Escola Básica acerca de Padrões e Regularidades em um Processo Formativo Ancorado na Prática. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 35, p. 794-814, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v35n70a12>. Acesso em 15 jul. 2022.
- BARBOSA, Jonei Cerqueira; OLIVEIRA, Andreia Maria Pereira. Por que a pesquisa de desenvolvimento na Educação Matemática? **Perspectivas da Educação Matemática**, [s. l.], v. 8, n. 18, 2015. Disponível em <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/1462/969>. Acesso em: 15 jul. 2022.
- BARDIN, Laurence. **Análise de Conteúdo**. Tradução Luis Antero Reto, Augusto Pinheiro. 3ª reimpressão da 1ª edição de 2016. São Paulo: Edições 70, 2016.
- BORKO, Hilda *et al.* C. Facilitating Video Based Professional Development: Planning and Orchestrating Productive Discussions. In: LI *et al.* (eds.). **Transforming Mathematics Instruction: Multiple Approaches and Practices**, Advances in Mathematics Education, 2014. p. 259-281.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.
- CANAVARRO, Ana Paula. Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. **Educação e Matemática**, n. 115, p. 11-17, 2011.
- COBB, Paul *et al.* Design experiments in educational research. **Educational Researcher**, Thousand Oaks, v. 32, n. 1, p. 9-13. jan./fev. 2003.
- COURA, Flávia Cristina Figueiredo; PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglioni. Estado do conhecimento sobre o formador de professores de Matemática no Brasil. **Zetetiké**, Campinas, v. 25, n. 1, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.20396/zet.v25i1.8647556>. Acesso em 15 jul. 2022.
- CROTTY, Michael. **The foundations of social research: Meaning and perspective in the research process**. Sage, 1998.

ELIAS, Henrique Rizek; BARBOSA, Línlya Natássia Sachs Camerlengo de; SAVIOLI, Angela Marta Pereira das Dores. Índícios de dificuldade na compreensão da matemática avançada: o conceito de grupo. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5. 2012, Petrópolis/RJ. **Anais [...]**. Petrópolis/RJ, 2012.

ELIAS, Henrique Rizek; SAVIOLI, Ângela Marta Pereira das Dores; RIBEIRO, Alessandro Jacques. Números racionais e estrutura algébrica corpo: problematizando o currículo da formação inicial de professores de matemática. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, [s. l.], v. 19, n. 3, p. 182-208, 2017.

ESTEBAN, Maria Paz Sandin. **Pesquisa qualitativa em educação: fundamentos e tradições**. Tradução Miguel Cabrena. Porto Alegre: AMGH, 2010.

FIORENTINI, Dario; OLIVEIRA, Ana Teresa de Carvalho Correa de. O lugar das matemáticas na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e que práticas formativas? **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 27, n. 47, p. 917-938, 2013. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S0103-636X2013000400011>. Acesso em 20 jul. 2022.

KLEIN, Felix. **Matemática Elementar de um Ponto de Vista Superior**. Volume I, Parte I: Aritmética. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Matemática. 2009.

LAMPERT, Magdalene. Learning teaching in, from, and for practice: What do we mean? **Journal of teacher education**, [s. l.], v. 61, n. 1-2, p. 21-34, 2010.

LAUTENSCHLAGER, Etienne; RIBEIRO, Alessandro Jacques. Formação de professores de matemática e o ensino de polinômios Mathematics teacher education and teaching of polynomials. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, [s. l.], v. 19, n. 2, 2017.

MCDONALD, Morva; KAZEMI, Elham; KAVANAGH, Sarah Schneider. Core practices and pedagogies of teacher education: A call for a common language and collective activity. **Journal of teacher education**, [s. l.], v. 64, n. 5, p. 378-386, 2013.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. Academic mathematics and mathematical knowledge needed in school teaching practice: Some conflicting elements. **Journal of Mathematics Teacher Education**, [s. l.], v. 11, n. 1, p. 23-40, 2008. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10857-007-9057-5>. Acesso em 10 jul. 2022.

PONTE, João Pedro *et al.* Investigação baseada em design para compreender e melhorar as práticas educativas. In: **Quadrante**, [s. l.], v. 25, n. 2, 2016.

POURNARA, Craig; ADLER, Jill. Revisiting School Mathematics in Pre-service Secondary Teacher Education: Purposes, Opportunities and Challenges. **International Journal of Science and Mathematics Education**, [s. l.], v. 20, n. 2, p. 391-410, 2022.

RIBEIRO, A. J.; CURY, H. N. **Álgebra para a formação do professor: explorando os conceitos de equação e de função**. São Paulo: Autêntica Editora, 2015.

RIBEIRO, Alessandro Jacques; PONTE, João Pedro da. Professional learning opportunities in a practice-based teacher education programme about the concept of

function. **Acta Scientiae**, [s. l.], 2019, 21.2: 49-74. Disponível em: <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.v21iss2id5002>. Acesso em 11 jun. 2022.

RIBEIRO, Alessandro Jacques; PONTE, João Pedro da. Um modelo teórico para organizar e compreender as oportunidades de aprendizagem de professores para ensinar matemática. **Zetetiké**, Campinas, SP, v. 28, p.1-20, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.v21iss2id5002>. Acesso em: 10 jun. 2022.

RUSS, Rosemary S., SHERIN, Bruce L., SHERIN, Miriam Gamoran. What constitutes teacher learning. **Handbook of research on teaching**, [s. l.], p. 391-438, 2016.

SMITH, Margaret Schwan. **Practice-based professional development for teachers of mathematics**. Reston, VA: NCTM, 2001.

STEIN, Mary Kay *et al.* Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. **Mathematical thinking and learning**, [s. l.], v. 10, n. 4, p. 313-340, 2008.

SOARES, Natália Coelho; BIANCHINI, Bárbara Lutaif. Tópicos de Teoria dos Grupos nos cursos de licenciatura em Matemática. **Revista de Produção Discente em Educação Matemática**. [s. l.], v. 8, n. 1, 2019. ISSN 2238-8044. Disponível em: <https://doi.org/10.23925/2238-8044.2019v8i1p87-95>. Acesso em 10 mar. 2021

TREVISAN, André Luis; RIBEIRO, Alessandro Jacques; PONTE, João Pedro da. Professional Learning Opportunities Regarding the Concept of Function in a Practice-Based Teacher Education Program. **International Electronic Journal of Mathematics Education**, [s. l.], v. 15, n. 2, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.29333/iejme/6256>. Acesso em 20 set. 2022.

WASSERMAN, Nicholas H. Making sense of abstract algebra: Exploring secondary teachers' understandings of inverse functions in relation to its group structure. **Mathematical Thinking and Learning**, [s. l.], v. 19, n. 3, p. 181-201, 2017.

WASSERMAN, Nicholas H. Abstract algebra for algebra teaching: Influencing school mathematics instruction. **Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education**, [s. l.], v. 16, n. 1, p. 28-47, 2016.

ZAIDAN, Samira *et al.* **A Licenciatura em Matemática no Brasil em 2019: análises dos projetos dos cursos que se adequaram à Resolução CNE/CP 02/2015**. 2021. Brasília, DF: SBEM Nacional, 2021.

ZAZKIS, Rina; MARMUR, Ofer. Groups to the Rescue: Responding to Situations of Contingency. In: **Connecting Abstract Algebra to Secondary Mathematics, for Secondary Mathematics Teachers**. Springer, 2018. p. 363-381.

Submetido em: janeiro de 2023.

Aceito em: maio de 2023.