REVISTA DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL (UFMS)

ISSN 2359-2842 Volume 16, número 42 – 2023 DOI 10.46312/pem.v16i42.17982

Uma Proposta para Elaboração e Análise de Tarefas de Aprendizagem Profissional

A Proposal for the Design and Analysis of Professional Learning Tasks

Giane Fernanda Schneider Gross[1]

André Luis Trevisan[2]

Eliane Maria de Oliveira Araman[3]

Rosemeire Favaro Lisse Trevisolli[4]

RESUMO

No âmbito da formação de professores, é fundamental compreender como os professores mobilizam diferentes conhecimentos para ensinar Matemática e, atrelado a isso, como são geradas Oportunidades de Aprendizagem Profissional (OAP). Nesse sentido, o objetivo deste artigo é apresentar uma proposta para Elaboração e Análise de Tarefas de Aprendizagem Profissional com o intuito de subsidiar a identificação de conhecimentos matemáticos e pedagógicos que são revelados nas reflexões ocorridas em um contexto formativo. Apresentamos, com base em teorias e conceitos fundamentados em pesquisas da área, a análise de uma Tarefa de Aprendizagem Profissional (TAP) discutida por professores participantes de um processo formativo, orientado e conduzido por um formador de professores, ocorrido em uma disciplina de mestrado no primeiro semestre de 2018. Como resultados, identificou-se que os professores, quando discutem tarefas matemáticas, refletem sobre como intervir em sala de aula, mobilizam e (re) significam conhecimentos matemáticos para o ensino, bem como, ampliam as possibilidades de atuação em sala de aula.

[1] Aluna da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Doutoranda em Ensino de Ciência e Tecnologia. E-mail: giane.fer@gmail.com. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-5225-6484.

[2] Professor da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Doutor em Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina. E-mail: andreluistrevisan@gmail.com. ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8732-1912.

[3] Professora da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina. E-mail: eliane.araman@gmail.com. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-1808-2599.

[4] Aluna da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Mestranda em Ensino de Matemática. E-mail: rosyflisse@gmail.com. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0329-3561.

PALAVRAS-CHAVE: Formação de professores. Aprendizagem Profissional Docente. Análise de Tarefas de Aprendizagem Profissional. Conhecimento Matemático para o Ensino.

ABSTRACT

In the context of teacher education, it is essential to understand how teachers mobilize different knowledge to teach mathematics and, related to this, how Professional Learning Opportunities (PLO) are generated. In this sense, the objective of this article is to present a proposal of for the Design and Analysis of Professional Learning Tasks in order to support the identification of mathematical and pedagogical knowledge revealed in the reflections that take place in a formative context. We present, based on theories and concepts grounded in research in the area, the analysis of a TAP discussed by teachers participating in a formative process, guided and conducted by a teacher trainer, which occurred in a master's course in the first semester of 2018. As results, it was identified that teachers, when discussing mathematical tasks, reflect on how to intervene in the classroom, mobilize and (re) mean mathematical knowledge for teaching, as well as, expand the possibilities of acting in the classroom.
KEYWORDS: Teacher education. Teacher Professional Learning. Professional Learning Task Analysis. Mathematical Knowledge for Teaching.

Introdução

As discussões colaborativas entre professores podem contribuir para (re)significação de diferentes conhecimentos para ensinar Matemática (BALL; THAMES; PHELPS, 2008) e, como consequência, os processos formativos precisam potencializar reflexões das práticas docentes a partir do que ocorre na sala de aula (PINCHEIRA; ALSINA, 2021; PERES; BOLITE-FRANT; CASTRO, 2022). Bybee, Ferrini-Mundi e Loucks-Horsley (1997) apontam que Oportunidades de Aprendizagem Profissional (OAP) fundamentadas na prática docente precisam ser elaboradas e desenvolvidas com professores de modo a proporcionar aprendizagem profissional ao longo de suas carreiras.

Em especial, proporcionar OAP relacionadas à elaboração e à aplicação de tarefas matemáticas (PONTE, 2005) apresenta-se como uma possibilidade em processos de formação tanto inicial quanto continuada destinados a professores que ensinam Matemática nos diferentes níveis de escolaridade. Essa abordagem de formação pode ser conduzida a partir da utilização de Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP), ou seja,

> tarefas que envolvem professores no trabalho do ensino, [que] podem ser desenvolvidas a fim de encontrar um objetivo específico para a aprendizagem do professor e levam em consideração o conhecimento prévio e a experiência que os professores trazem de sua atividade (BALL; COHEN, 1999, p. 27).

Dada a relevância da temática, propomos, neste artigo, a apresentação de uma proposta para Elaboração e Análise de Tarefas de Aprendizagem Profissional, no intuito de explicitar OAP que podem ser geradas por meio da participação de professores em processo formativos que façam uso desse recurso. Logo, procura-se destacar a importância do planejamento de tarefas matemáticas, que possibilitem discussões entre professores sobre diferentes direções, e que, gerem aprendizagem docente e, consequentemente, ampliação do conhecimento discente. Para fundamentar a proposta, destacamos, nas próximas seções, aspectos teóricos com base em autores que discutem sobre as TAP (SILVER et al., 2007; RIBEIRO; PONTE, 2020), o conhecimento do professor (SHULMAN, 1986, 1987; BALL; THAMES; PHELPS, 2008) e as OAP (RIBEIRO; PONTE, 2020).

Uma proposta para organização de tarefas de aprendizagem profissional

Inspirados em Ball e Cohen (1999), entendemos uma TAP como uma tarefa elaborada por formadores para serem utilizadas em processos formativos, com a finalidade de oportunizar aprendizagem aos professores envolvidos. Estruturalmente, assumimos uma TAP composta por uma tarefa matemática a ser proposta aos estudantes (STEIN; SMITH, 1998), e também, por registros de sua aplicação em sala de aula (SMITH, 2001) desenvolvida em uma perspectiva de ensino exploratório (PONTE; QUARESMA, 2016), gerando discussões em pequenos grupos e em plenária, e contribuindo para aprendizagens de diferentes conhecimentos profissionais do professor (SILVER et al., 2007).

As tarefas matemáticas podem ser propostas pelo formador ou selecionadas/elaboradas pelos professores participantes do processo formativo. Devem apresentar características desafiadoras e contextualizadas, que possibilitem o uso de diferentes representações, devem incluir a possibilidade de escolha de diferentes procedimentos de resolução e o estabelecimento de conexões matemáticas (GROSS; SOUZA; TREVISAN, 2023). Atrelado a isso, devem permitir ao estudante assumir um papel ativo na interpretação, na representação, na concepção e na implementação de estratégias de resolução, bem como de apresentação de respostas e sua justificação para a turma (PONTE; QUARESMA, 2016).

Após esse processo de seleção/elaboração das tarefas matemáticas, ocorre sua aplicação em sala de aula, preferencialmente no contexto de atuação do professor. Smith (2001) destaca a importância de gerar, durante os processos formativos, registros de prática oriundos desta aplicação, que consistem em protocolos escritos e gravações em áudio e vídeo, visto que esse material tem rico potencial de aprendizagem para os professores.

Por fim, de posse desse material, o formador seleciona recortes desses registros de prática, elaborando questões que oportunizem aos professores analisar coletivamente as tarefas resolvidas pelos estudantes. Assumimos que o professor, ao refletir sobre os conhecimentos desenvolvidos em sala de aula pelos seus estudantes durante a resolução da tarefa, mobiliza diferentes conhecimentos profissionais (BALL; BEN-PERETZ; COHEN, 2014; BALL; COHEN, 1999; SILVER et al., 2007; SMITH, 2001). Neste sentido, as TAP apresentam elevado grau de complexidade, que possibilitam reflexões pedagógicas e didáticas com intuito de compartilhar, (re) construir e (re) significar conhecimentos profissionais (SILVER et al., 2007).

Sobre os conhecimentos docentes, Shulman (1986, 1987) destaca a importância de gerar aprendizagem para o ensino, proporcionando aos professores momentos de articulação e reflexão sobre o que sabem e como sabem. Uma possibilidade para essa articulação durante processos formativos é organizar momentos que permitam que professores discutam, reflitam, planejem e conheçam outras possibilidades de ações e práticas escolares, envolvendo tanto os aspectos relacionados aos conteúdos quanto os pedagógicos, ampliando, assim, seus conhecimentos. Consoante a Shulman (1986; 1987), Ball, Thames e Phelps (2008) consideram a importância de investigar o que o próprio ensino exige, especialmente ao que tange a disciplina de Matemática.

Ao pensar nas tarefas matemáticas, Ball, Thames e Phelps (2008) consideram que elas exigem um pensamento matemático que os professores precisam entender para ensinar a Matemática, as tarefas instigam conhecimentos significativos, compreensões e habilidades necessárias para as ações e práticas. Os autores destacam que os professores precisam conhecer a disciplina, compreender os conteúdos que ensinam e, assim, aprofundar procedimentos pedagógicos que possam orientar os estudos, sugerindo a subdivisão do Conhecimento do Conteúdo Comum de Shulman (1986) e do Conhecimento Pedagógico, a compor um modelo denominado de Conhecimento Matemático para o Ensino, detalhado no Quadro 01.

Quadro 01 - Modelo de aprendizagem - Conhecimento Matemático para o Ensino

Domínio	Subdomínio	Descrição
Conhecimento Específico do Conteúdo	Conhecimento de Conteúdo Comum	Conhecimentos e habilidades matemáticas comuns, utilizados em ambientes que estejam além do ensino
	Conhecimento de Conteúdo Especializado	O conhecimento matemático como habilidade para o ensino, busca padrões e abordagens não padronizadas que podem surgir nas resoluções das tarefas
	Conhecimento do Conteúdo e do Horizonte	Consciência de como os tópicos matemáticos estão relacionados a abrangência da disciplina que está incluída no currículo
Conhecimento Pedagógico do Conteúdo	Conhecimento do Conteúdo e do Ensino	Conhecimento do ensino e sobre a Matemática
	Conhecimento de Conteúdo e dos Estudantes	Conhecimento dos estudantes e sobre a Matemática
	Conhecimento do Conteúdo e do Currículo	Papel fundamental no planejamento e na execução da instrução

Fonte: Adaptado de Ball, Thames e Phelps (2008)

Para elaboração de uma TAP o professor ou o formador precisa levar em consideração a tarefa matemática, a leitura individual e análise (da tarefa e dos registros dos estudantes), a discussão coletiva (conhecimentos dos conteúdos e pedagógicos docentes), o planejamento e o estudo coletivo (alterações sugeridas pelo grupo de professores) (SILVER et al., 2007). Almeja-se, assim, oportunizar aos envolvidos refletir e (re) significar conhecimentos matemáticos sobre o conteúdo, o ensino, os estudantes e o currículo, conforme descrito no Quadro 01.

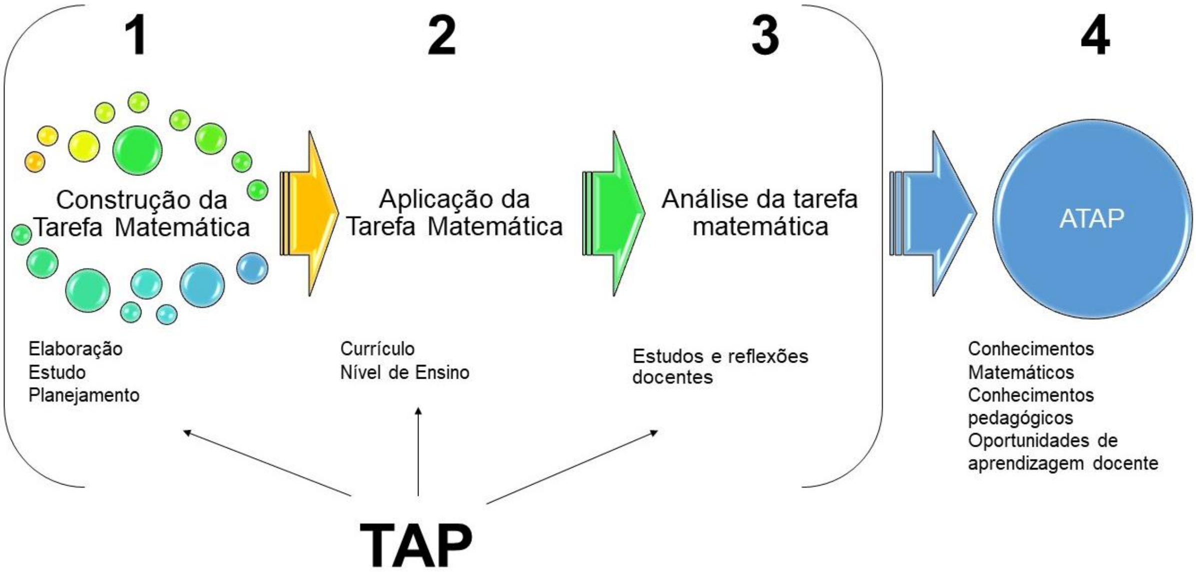
A implementação da TAP, em sua grande maioria, é planejada por formadores, que conduzem e orientam o processo formativo (RIBEIRO; AGUIAR; TREVISAN, 2020; AGUIAR et al., 2021). O formador tem um papel fundamental na implementação da TAP, pois é ele quem planeja e conduz as discussões e reflexões coletivas ocorridos no processo formativo.

Como analisar uma TAP?

No intuito de compreender OAP decorrentes da implementação de uma TAP, respaldamo-nos no modelo teórico e metodológico *Professional Learning Opportunities for Teachers* (PLOT), proposto por Ribeiro e Ponte (2020). Este modelo subsidia a organização de processos formativos, gerando oportunidades para os professores aprenderem, e organiza-se em termo de três domínios, a constar: Papel e Ações do Professor; Tarefas de Aprendizagem Profissionais (TAP); e Interações Discursivas entre os Participantes.

Considerando nosso foco nas TAP, destacamos a necessidade de analisá-las a partir das compreensões e das reflexões docentes delas oriundas, no intuito de compreender como esses artefatos oportunizam aprendizagens profissionais. Para isso, propomos um modelo esquemático, ilustrado na Figura 01, que contempla as etapas de elaboração e análise de uma TAP, culminando com a explicitação de oportunidades de aprendizagem que a TAP proporcionou.

Figura 01 - Processo de Elaboração e Análise de uma TAP



Fonte: Os autores (2023)

O processo de elaboração e análise da TAP, destacado na Figura 01, considera as OAP ocorridas durante os processos formativos promovendo (re) significações sobre o conhecimento matemático e didático, o ensino exploratório, a tarefa matemática e os registros de prática (escritos, áudio, vídeos) (RIBEIRO; PONTE, 2019, 2020). Esse processo compreende três etapas: elaboração da tarefa matemática (1), considerando aspectos como o conteúdo, o ensino e o estudante; a aplicação dessa tarefa (2) em ambiente que promova o ensino exploratório, de forma que contemple o protagonismo do estudante; e a análise da aplicação da tarefa matemática (3) nas discussões em grupo e na plenária, envolvendo professores participantes do processo formativo, com intuito de evidenciar OAP decorrentes desse ciclo.

Neste estudo, introduzimos a este ciclo uma quarta etapa, proposta para Análise de Tarefas de Aprendizagem Profissional (ATAP), articulando as três etapas do processo formativo conduzido por um formador, a partir dos registros (escritos, áudios, vídeos), das reflexões e das sugestões dos professores quando estudam as tarefas matemáticas realizadas pelos estudantes e mobilizam conhecimentos profissionais a partir das experiências colaborativas (SARAIVA; PONTE, 2003) durante a formação, seja ela inicial ou continuada. Como consequência, almeja-se explicitar as OAP que foram mobilizadas nesse ciclo, respondendo a questões como: 1) que conhecimentos matemáticos para o ensino (BALL; THAMES; PHELPS, 2008) destacaram na aprendizagem? 2) que oportunidades de aprendizagem profissional (RIBEIRO; PONTE, 2019, 2020) emergem desse processo?

Essa nova etapa visa compreender como o processo formativo possibilitou a (re) significação de conhecimentos referente aos conteúdos matemáticos e pedagógicos, com base nas discussões e reflexões ocorridas. Dessa forma, uma possibilidade para a realização da ATAP é utilizar, como direcionamento para responder as interrogativas 1 e 2, o modelo do Conhecimento Matemático para o Ensino (Quadro 01) proposto por Ball, Thames e Phelps (2008), que compreende as ideias e os conceitos matemáticos, os diferentes métodos e procedimentos que podem ser utilizados em sala de aula, os materiais didáticos, entre outros.

Um contexto para ilustrar a proposta

Como forma de ilustração, foram considerados os dados decorrentes de um processo formativo, ocorrido no âmbito de um Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática de uma universidade pública paranaense, no contexto de uma disciplina ministrada pelo segundo autor, no primeiro semestre do ano 2018. Os registros coletados foram analisados coletiva e colaborativamente por todos os autores, adotando uma abordagem qualitativa com caráter interpretativo, procurando entender e interpretar dados e discursos no ambiente em que serão produzidos (ARAÚJO; BORBA, 2013), subsidiando a organização da proposta trazida na Figura 01.

A primeira etapa da TAP (elaboração da tarefa matemática) contou com a participação da professora Simone (nome fictício), que é licenciada em Matemática, Simone cursou a disciplina com outros dez professores, sendo nove licenciados em Matemática e uma professora licenciada em Pedagogia. A partir de uma proposta inicial de tarefa matemática feita pela professora, houve uma etapa de ajustes a partir de reflexões coletivas entre o formador e os demais professores participantes do processo. As discussões ocorridas contribuíram para potencializar a tarefa matemática em relação a sua versão inicial.

A segunda etapa da TAP (aplicação da tarefa matemática) ocorreu na sala de aula da professora Simone, uma turma de 2º ano do Ensino Médio de um colégio localizado no norte pioneiro paranaense, adotando em sua prática pressupostos do ensino exploratório (PONTE; QUARESMA, 2016). A tarefa matemática (Quadro 02) objetivou o desenvolvimento do pensamento funcional dos estudantes, considerando a generalização das relações entre quantidades covariáveis, padrões numéricos e figurativos, funções e expressões algébricas (PINCHEIRA; ALSINA, 2021).

Quadro 02 - Tarefa matemática elaborada pela professora Simone

Darlini construiu uma sequência de figuras utilizando palitos de fósforo, dispostos da seguinte maneira:

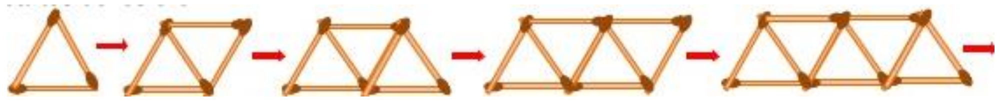
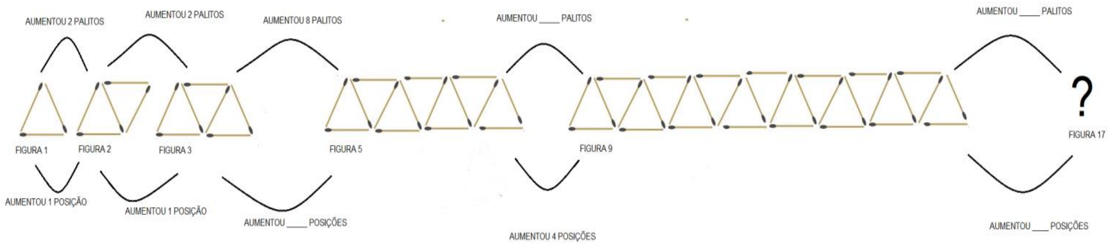
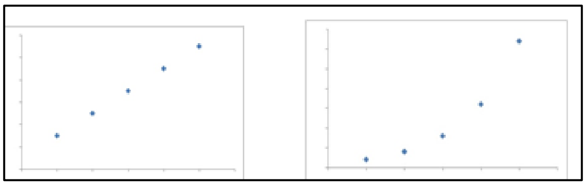


Figura 1 2 3 4 5

Responda as seguintes perguntas registrando seus pensamentos, por símbolos, cálculos, esquemas ou palavras:
a) Represente a 6ª e a 7ª figura desta sequência
b) Quantos palitos, no total, tem a 12ª figura?
c) Construa uma tabela que relacione a quantidade de palitos em cada figura, da 1ª até a 7ª figuras.
d) Observe o esquema a seguir e complete as sentenças incompletas.



e) Descreva como o esquema anterior foi completado.
f) Qual a quantidade de palitos da 29ª figura?
g) Uma figura tem 101 palitos. Qual é sua posição na sequência?
h) Qual dos gráficos abaixo melhor representa a relação entre a posição da figura e a quantidade de palitos? Justifique.



Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Na resolução da tarefa os estudantes foram convidados a transitar diferentes representações matemáticas, transitando entre o pensamento recursivo, o covariacional e por correspondência (BLANTON; KAPUT, 2005). Divididos em grupos, eles resolveram a tarefa, discutiram estratégias de resolução e, por fim, foram convidados pela professora a explicá-las e justificá-las para toda a turma no momento da plenária.

O formador esteve presente durante essa etapa de implementação da tarefa matemática na sala de aula da professora Simone, com outros dois professores participantes do processo formativo, que auxiliaram na coleta de protocolos escritos, de áudios e de vídeos. De posse desses registros de prática, foi planejada pelo formador a terceira etapa da TAP: uma sequência de questões para orientar as discussões com os professores. Foram selecionados recortes em vídeo com a organização de vinhetas, contendo momentos de interação da professora com os estudantes no momento de apresentação da tarefa e da condução da plenária. Também, seleção de protocolos escritos com as resoluções dos grupos dos estudantes, fomentando o reconhecimento dos tipos de pensamentos funcional evidenciados, bem como compreensão do raciocínio dos estudantes e eventuais equívocos.

Aplicação da proposta ATAP - alguns pressupostos metodológicos

Para o direcionamento metodológico da análise proposta neste artigo, embasamo-nos em pressupostos da Investigação Baseada em Design (IBD). Segundo Cobb, Jackson e Dunlap (2016), essa abordagem de pesquisa é caracterizada por cinco aspectos: (1) envolver problemas que ocorrem com os profissionais da educação (professores ou formadores), no que tange à aprendizagem dos estudantes e/ou a formação docente; (2) realização de implementações, para transformar processos de aprendizagem que relacionam-se com situações do cotidiano; (3) possuir aportes teóricos que sustentam a investigação seguindo as orientações; (4) envolver, (re) testar, validar ou rejeitar conjeturas sobre os processos de aprendizagem dos participantes; (5) considerando a teoria, tem intuito de generalizar as ações realizadas.

Para realização da análise de dados de uma pesquisa orientada pela IBD, Ponte et al., (p. 85, 2016) pontuam que é preciso que os investigadores:

> (i) mostrem que os participantes não teriam desenvolvido as aprendizagens ou capacidades pretendidas se não tivesse ocorrido o estudo; (ii) ilustrem como essas aprendizagens ou capacidades emergiram como reformulação de conhecimentos ou capacidades pré-existentes; e (iii) identifiquem os aspetos do ambiente de aprendizagem que foram essenciais para o desenvolvimento das aprendizagens em causa.

Centramos este estudo em dados oriundos da terceira etapa do ciclo de aplicação da TAP, que contou com a participação do formador, da professora Simone e de outros dez professores participantes do processo formativo no ano de 2018 em uma plenária. Os dados coletados foram as respostas dadas pelos professores às questões norteadoras para as discussões colaborativas elaboradas pelo formador, gravadas em áudio e posteriormente transcritas; também, os registros escritos dos professores, durante as reflexões em grupo e na plenária.

Para discussões e reflexões nesta etapa, o formador organizou os participantes em três grupos, dois grupos com quatro professores e o terceiro com três, aqui denominados: grupo A (Ludmila, Cátia, Pedro, Amanda), B (Simone, Carmen, Murilo, Márcia) e C (Daiane, Giovane, Leonardo), todos nomes fictícios.

Considerando pressupostos para análise de dados de uma pesquisa orientada pela IDB (PONTE et al., 2016), selecionamos alguns trechos de discussões (registros escritos e transcrições de áudio) realizadas pelos professores, desencadeadas a partir de questionamentos levantados pelo formador sobre as seguintes temáticas: 1) se as orientações dadas pela professor, durante a aplicação da tarefa matemáticas, foram necessárias e suficientes para o envolvimento dos estudantes; 2) quais os tipos de pensamento funcional utilizados durante a resolução da tarefa; 3) quais seriam possíveis intervenções para auxiliar os estudantes na compreensão da tarefa com utilização de diferentes tipos de pensamento funcional; e 4) a ressignificação da fórmula do termo geral da Progressão Aritmética (PA) (conteúdo envolvido na tarefa).

Descrições e Análises dos Episódios de Formação

Primeiramente o formador questiona os professores sobre as orientações dadas pela professora Simone para iniciar a resolução da tarefa, e consequentemente, se ela promoveu o envolvimento dos estudantes. Por um lado, a professora Carmen (Grupo B) entende que não foram suficientes:

> Carmen: Faltou a fala da professora sobre o que era a atividade!

Já no grupo A, alguns professores argumentam que as orientações da professora foram suficientes. Amanda e Pedro pontuam:

> Amanda: Eu acho que não poderia ter explicado, fazer a interpretação deles, né?
>
> Pedro: É. A partir do momento que ela explica, tá querendo induzir eles, então deixar uma coisa aberta pra que cada um resolvesse da forma que achasse mais conveniente.

Nessa mesma direção, os professores Daiane e Leonardo, do grupo C, pontuam que:

> Leonardo: eu acho que ela só, na verdade, deu orientações sobre o procedimento, você não explica a atividade você dá pra ele fazer. Mas a intenção não é a resolução do problema, é avaliar o pensamento funcional, não é resolver o problema.

> Daiane: então você não pode explicar o exercício?
>
> Leonardo: Não, essa daqui era uma atividade investigativa, ela tinha que abordar o que que era.
>
> Daiane: Mesmo que é uma atividade investigativa, a professora vai pegar o enunciado e estabelecer... aqui vocês vão fazer isso…
>
> Leonardo: Não, não, mas ó, essa atividade contempla isso...
>
> Daiane: falando que é tal assunto.
>
> Leonardo: Isso. E não, não tal assunto, o assunto é deixar eles livres, mas hoje nós vamos fazer uma atividade envolvendo essa imagem, essa sequência de palitos aí, onde que você…

Professores que ensinam Matemática, em geral, sentem a necessidade de explicar detalhadamente o procedimento de resolução das tarefas para os estudantes, prática essa que ocorre normalmente em sala de aula. Por vezes, entendem que é necessário apresentar aos estudantes um "passo a passo" de como resolvê-las. Por meio de discussões a respeito de como apresentar a tarefa, os professores refletiram sobre possibilidades de iniciar uma aula que contemple uma tarefa exploratória, destacando que o professor propõem a tarefa, porém não apresenta "caminhos" de resolução. Pelo contrário, ele precisa deixar o estudante criar suas resoluções a partir daquilo que conhece ou que está investigando, isso pode ser observado na fala da professor Leonardo.

Diante disso, é possível destacar a OAP ocorrida neste processo formativo, que corrobora com Ponte et al. (2016) quando destaca sobre a aprendizagem dos professores quando participam de estudo coletivo envolvendo tarefas matemáticas. Neste pressuposto, as ações do professor devem contribuir para a construção ou aprofundamento da compreensão de conceitos matemáticos, assumindo o estudante um papel ativo no processo de resolução (PONTE; QUARESMA, 2016), o qual precisa ser promovido por meio da aprendizagem docente.

Outro aspecto presente na plenária refere-se à identificação do tipo pensamento funcional explicitados pelos estudantes na realização da tarefa. Especialmente para isso, o formador elaborou questões envolvendo os itens (f) e (g) da resolução da tarefa matemática realizada pelos estudantes, pois geraram dúvidas e questionamentos entre os estudantes durante a aula da professora Simone. As discussões dos professores ocorreram em torno dos processos de resoluções, bem como os argumentos, dúvidas e equívocos que surgiram em sala de aula, bem como o tipo de pensamento funcional.

A questão (f) da tarefa matemática pedia a quantidade de palitos da 29ª figura e a (g) demandava encontrar a figura que continha 101 palitos e a posição dela na sequência. No trecho a seguir, os professores tentam, coletivamente, compreender a dúvida de um dos grupos de estudantes enquanto resolviam esses itens da tarefa:

> Amanda: mas o item (g) não ficou na dúvida, né?
>
> Pedro: Não. Foi mais [dúvida] na (f), a (g) ele resolve rapidamente. Só que daí ele tá com dúvida de como obtém o palito da vigésima nona.
>
> Amanda: Porque ele não conseguiu pensar o número, inverso, ter o pensamento inverso...
>
> Ludmila: ele conseguiu ter o raciocínio da posição e não de descobrir o número de palito.
>
> Pedro: É... como que eles fizeram as outras Amanda?
>
> Ludmila: aqui pra cima fala. Então essa questão aqui ó [referindo a questão (a) da tarefa matemática] para representar a sexta e a sétima posição. E aí é a consequência, eles estavam vendo o desenho na verdade, eles estavam focados em tudo ali.
>
> Pedro: humm.
>
> Ludmila: Aqui é a mesma coisa [se referindo a questão (b) para encontrar a 12ª posição].
>
> Pedro: então se ele tava muito focado na fórmula, a partir do momento que teve essa… que o aluno tinha que pensar, o inverso ....
>
> Ludmila: parou naquilo lá ...

Para esses professores, os estudantes não compreenderam o item (f), pois não conseguiram encontrar o número de palitos de acordo com a posição 29ª da figura. Pedro destaca que o estudante estava focado na fórmula que utilizou para resolver o item (g), que ele supostamente teria resolvido a partir do raciocínio de diminuir o valor dos palitos (101) de um (1) e depois dividir por dois (2) para encontrar o número da posição, que nesse caso é a 50ª posição.

Seguindo esse pensamento de utilização da fórmula, o estudante precisaria pensar no inverso das operações utilizadas no item (g), ou seja, para encontrar o número de palitos da 29ª posição (item (f)), o estudante precisaria multiplicar o número da posição (29) por dois (2) e somar um (1), ficando assim a expressão: $29.2 + 1$, resultando, com os cálculos das operações, no número de 59 palitos. A professora Daiane do grupo C apresenta o mesmo pensamento da discussão, enfatizando a fala de uma estudante que tentava explicar como poderia ser resolvido o item (f), o que pode ser verificado no trecho da sua fala a seguir:

> Daiane: A hora que ele fala a posição para o palito a gente tá voltando, então vou tirar um, aí que ele consegue entender [se referindo ao item (g)]. E da posição para pegar o número do palito estou retornando. Então por isso que eu tiro um. E daí se eu fizer o processo contrário eu vou ter que somar um. Daí ela falou isso [repetindo a fala da estudante].

Além de verificar o porquê de um dos estudantes não ter conseguido resolver o item (f), o formador também solicitou que os professores descrevessem como a dúvida desse estudante tinha sido sanada. Para Amanda, do grupo A, a dúvida foi sanada com as explicações da colega de turma:

> Amanda: Ela conseguiu identificar o pensamento inverso, né? Como que acontecia, né? E passou pros demais porque foi o que ela fez como se ela tivesse ensinando os outros. Engraçado que eu estava ouvindo realmente os áudios, aí o menino falava assim como é que você fez isso aí? Sério, eu fiz assim, assim, assado …. aaaaa…. como é que você chegou nesse resultado?

Inferimos, desses trechos, que os professores identificaram os acertos e os erros dos estudantes, reconhecendo também que a dúvida de um dos estudantes foi sanada a partir da explicação de um colega. Assim, colaborativamente tiveram a oportunidade de compreender os raciocínios dos estudantes e, consequentemente, ampliar suas aprendizagens profissionais.

Os professores refletem também sobre os tipos de pensamento funcional. Ao analisar os áudios inferimos que parecem ter sido capazes de diferenciá-los teoricamente, porém apresentavam dúvidas para reconhecer qual tipo os estudantes utilizam. Consonante às discussões sobre os tipos de pensamento funcional, o formador questiona os professores a respeito das possíveis intervenções que poderiam ocorrer durante a implementação da tarefa matemática que promovesse outros tipos:

> Formador: Quando estamos nessas três categorias o que vocês lembram? O que está por trás de um pensamento funcional com característica recursiva, alguém ajuda aqui…
>
> Pedro: o recursivo é uma sequência, depende dos itens anteriores pra achar…
>
> Formador: Exatamente, ou por decorrência, a ideia de sempre depender do elemento anterior é para determinar o seguinte … E aí que seria o pensamento covariacional?
>
> Pedro: aumenta um, vai aumentar quanto do outro?
>
> Formador: Eu vou olhar a variação simultânea das duas grandezas envolvidas, então eu consigo estabelecer uma relação entre o que uma variação provoca variação na outra, é diferente do pensamento recursivo que eu só olho uma delas, aumentando de dois em dois, aumentando de três em três. Mas o que está acontecendo com essa outra variável? E o pensamento funcional relacionado a correspondência? É aquele no qual eu estabeleço uma relação de dependência, tal posição a partir tal quantidade de palitos, no caso da questão a partir da posição. Então, não necessariamente eu vou olhar essa relação de variação, que é a ideia do pensamento covariacional. Eu vou de algum modo estabelecer como que uma variável interfere na outra, pra calcular o número de palitos da posição tal, como é que eu faço?

> Daiane: então nessa a gente poderia escrever: Quantas variáveis estão envolvidas aqui nessa questão? Acho que é, né? Posição e quantidade de palitos. Conforme você aumenta a posição, que que acontece a quantidade de palito, vai aumentar também, como que ela tá aumentando, né?
>
> Leonardo: de dois em dois…
>
> Daiane: Então, se aumentou, você aumenta uma posição, você tá aumentando dois palitos, beleza. Vai cair nesse [se referindo ao covariacional]. Aí a gente pode falar e se você aumentar duas posições, quantos palitos você vai aumentar?

Nesse trecho, inferimos que as reflexões oriundas dos questionamentos do formador, juntamente com suas intervenções, contribuem para que os professores esclareçam suas dúvidas sobre os tipos de pensamento funcional, percebe-se que os professores já tinha vivenciado experiências envolvendo os tipos de pensamento, seja durante a graduação ou em momento de ensino, porém mediante essa discussão potencializada pelo formador foi possível ampliar essas aprendizagens que tem origem em outros momentos de estudo (PONTE et al., 2016). As discussões também direcionam para possibilidades de como intervir com os estudantes e, assim, modificar sua prática, buscando promover a tarefa em termos de outros tipos de pensamento funcional que poderiam ser utilizados pelos estudantes, para além do recursivo. A professora Daiane sugere que o estudante seja questionado sobre a variação da posição com a variação do número de palitos, procurando estimular o pensamento covariacional. Tais elementos podem ser reconhecidos no âmbito do domínio do Conhecimento do Conteúdo e do Ensino proposto por Ball, Thames e Phelps (2008), na medida em que oportuniza aos professores refletir sobre formas de potencializar o ensino de modo que promova o desenvolvimento do conhecimento matemático dos estudantes.

Um último trecho da plenária trata da ressignificação da fórmula da progressão aritmética (PA), conteúdo que está envolvido de forma intuitiva na tarefa matemática. Os professores discutem sobre a tentativa de alguns grupos em utilizar, na sua resolução, a fórmula para o termo geral de uma PA. O formador destaca que essa fórmula, ainda que utilizada de forma correta, parecia não ter significado para os estudantes. Questiona então os professores se as resoluções feitas de forma mais intuitiva poderiam ser utilizadas para ressignificar essa fórmula, para que eles possam compreendê-la sem utilizá-la mecanicamente ou por memorização. Para isso, solicita que a professora Ludmila vá até a lousa e explique como a fórmula pode ser compreendida mediante as respostas e diálogos dos estudantes.

Na lousa a professora escreve a fórmula do termo geral da PA ($an = a1 + (n-1) \cdot r$) e o formador pergunta aos participantes como cada um dos termos pode ser interpretado, de acordo com a tarefa matemática. Os grupos dizem que o $a1$ refere-se ao primeiro triângulo com três palitos, que o n é o número da posição de cada figura, o r é a razão, no caso dois. Nesse caso, reconhecem que $a_n = 3 + (n-1) \cdot 2$ é equivalente à expressão obtidas por alguns grupos, no caso $2n + 1$. O formador então destaca:

> Formador: E veja que a linha de raciocínio por trás de vários grupos me leva a essa fórmula aqui [referindo-se à fórmula do termo geral da PA [$an = a1 + (n-1).r$] o que eu preciso fazer pra determinar um termo qualquer? Pegar o que eu conheço e somar a diferença das posições, multiplicado por dois. Se o que eu conheço é o primeiro, quantas posições eu tenho que caminhar pra chegar até o próximo? Se eu partir do primeiro e quiser chegar até o an, quantas posições eu tenho que caminhar aqui?
>
> Professores: n menos uma $(n-1)$.
>
> Formador: E aí se eu caminhar n menos uma posição, quanto... Quanto que aumenta na quantidade de palitos?
>
> Professores: o dobro.
>
> Formador: A ideia por trás do termo geral da PA que você encontra nos livros é sempre partir do primeiro termo [se referindo a soma de $a1 + (n-1).r$]. Mas aqui na verdade eles conseguiram perceber que eu podia partir de uma posição qualquer. Especificamente o grupo do Marcos quando ele fala aquilo: tanto faz, eu peguei a quinze porque eu peguei a quinze, mas podia pegar quatorze, a treze, a doze, ou seja, ele não tem significado no que aparece nos termos dessa escrita aqui da fórmula, mas de algum modo esse significado apareceu pro caso particular da sequência que eles trabalharam nas resoluções de várias equipes. A gente poderia aproveitar de algum modo essa ideia pra colocar, bom então como é que você vai fazer? Vai fazer o número de posições, a diferença entre as posições vezes a razão e somar com aquela que eu conheço, e se for a primeira especificamente? A gente chega nisso daqui (apontado para a fórmula) pra que de algum modo eles atribuam o significado pro que é, por que eu somo e multiplico? O que tá por trás da soma e da multiplicação nessa fórmula da PA? A multiplicação é pra indicar o deslocamento que eu tô fazendo, quanto que tá aumentando da quantidade de palitos e a soma é pra usar alguma delas como referência. Essas são as duas ideias que envolvem o termo geral da PA, certo?

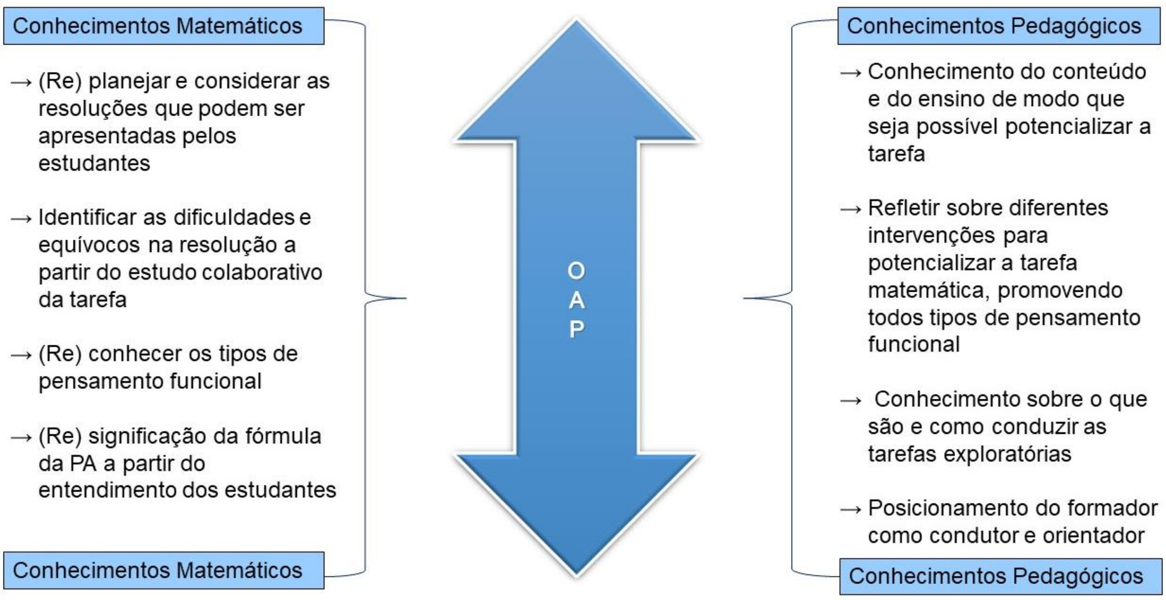
O formador proporciona um momento de reflexão aos professores para que repensem a fórmula da PA como é usualmente apresentada nos livros didáticos no Ensino Médio, destacando que ela pode ser reconstruída. Trata-se de um aspecto do Conhecimento do Conteúdo e do Currículo (BALL; THAMES; PHELPS, 2008). Em âmbito mais geral, os professores puderem reconhecer uma prática de ressignificação de conteúdos em relação ao modo como usualmente são postos em materiais currículos. Ao invés do professor apresentar uma fórmula "pronta", tiveram a oportunidade de reconhecer como é possível "construi-la" com os estudantes, partindo daquilo que eles conseguiram compreender. É relevante salientar a importância do conhecimento docente sobre o currículo e os materiais didáticos para que as tarefas matemáticas utilizadas em sala de aula estejam de acordo com o nível de ensino e os conteúdos propostos, corroborando com Shulman (1986) quando descreve que não é válido conhecer o conteúdo, o ensino e a pedagogia se o professor não conduzir o seu trabalho juntamente com o currículo.

Análise dos dados

A TAP utilizada neste trabalho promoveu aos professores momentos para refletir sobre como foi a aplicação da tarefa matemática em uma sala de aula real. Os professores tiveram a oportunidade de discutir sobre como poderia ser ampliada e, ainda, como a tarefa matemática foi compreendida pelos estudantes, gerando muitas vezes resoluções não esperadas pela professora Simone.

Sintetizamos, na Figura 02, os resultados analisados de acordo com a ATAP.

Figura 02 - ATAP



Fonte: Os autores (2023).

Na Figura 02 observamos os conhecimentos matemáticos (lado esquerdo) e os pedagógicos (lado direito) que foram mobilizados pelos professores. Os conhecimentos matemáticos destacados foram: (re) planejar e considerar as resoluções que podem ser apresentadas pelos estudantes como meio de antecipar as explicações e potencialidade da tarefa; identificar as dificuldades e equívocos na resolução a partir do estudo colaborativo da tarefa, procurando compreender o pensamento do estudante, suas capacidades e dificuldades; (re) conhecer os tipos de pensamento funcional (recursivo, covariacional e por correspondência), no intuito de compreendê-los para melhor oportunizá-los em sala de aula; e a (re) significação da fórmula do termo geral da PA a partir do entendimento dos estudantes, atribuindo sentido para o conteúdo matemático envolvido.

Estes conhecimentos evidenciem como OAP podem emergir a partir de ações que levem os professores a compreender as ideias e pensamentos matemáticos dos estudantes, que propiciem (re) resignificar conteúdos matemáticos, a fim de proporcionar que o estudante explore, argumente, teste conjecturas e valide suas afirmações (VISEU; PONTE, 2009).

Referente aos conhecimentos pedagógicos, identificamos: o conhecimento do conteúdo e do ensino de modo que seja possível potencializar a tarefa considerando a turma, o contexto e evolução do estudante; refletir sobre diferentes intervenções que possam potencializar e, assim, promover que o estudante desenvolva todos os tipos de pensamento funcional quando resolve a tarefa matemática; conhecimento sobre como conduzir as tarefas exploratórias em um ambiente que estimule o estudante a assumir um papel ativo; e o posicionamento do formador como condutor e orientador das ações a serem (re) planejadas e desempenhadas pelos professores.

É pertinente frisar, também, o papel do formador no momento da plenária, como condutor e orientador (RIBEIRO; AGUIAR; TREVISAN, 2020; AGUIAR et al., 2021), auxiliando e inspirando as discussões e reflexões colaborativas durante o processo formativo. A partir da fala do formador, os professores conseguiram ampliar o entendimento sobre os tipos de pensamento funcional, mobilizando assim novas maneiras de intervenção em sala de aula, (re) significando a fórmula do termo geral da PA e ampliando conhecimentos necessários para ampliar e promover a aprendizagem dos estudantes.

Na Figura 02, direcionando as laterais para o centro da imagem, compreende-se que os conhecimentos identificados direcionam para as oportunidades de aprendizagem e que, desse modo, os professores aprendem colaborativamente como ampliar suas práticas em sala de aula. Assim sendo, compreende-se com a ATAP que a condução e orientação do formador com os professores despertou novas oportunidades profissionais de potencializar a tarefa matemática.

Considerações Finais

Esse estudo destacou a discussão e reflexão de uma TAP conduzida e orientada por um formador em um processo de formativo. A partir disso, objetivou a apresentação de uma proposta de Elaboração e posterior Análise de Tarefas de

Aprendizagem Profissional (ATAP), no intuito de explicitar OAP que podem ser geradas por meio da participação de professores em processo formativos que façam uso desse recurso. Perante discussões realizadas no processo formativo, procuramos evidenciar conhecimentos matemáticos e pedagógicos mobilizados pelos professores (BALL; THAMES; PHELPS, 2008), que geraram OAP (RIBEIRO; PONTE, 2020).

A proposta destaca uma ATAP, considerando as intervenções realizadas pelo formador durante o estudo da tarefa matemática, também as discussões coletivas que geram OAP. Para que isso ocorra, se faz necessário que uma tarefa seja analisada a partir de discussões envolvendo a aplicação da tarefa, os conteúdos envolvidos, as antecipações de resoluções dos estudantes, para que diante disso possa ser promovido, ao estudante, momentos de pensamento e raciocínio matemático. A proposta apresenta direções para análises de uma TAP, desde a criação até os estudos das resoluções dos estudantes, e como consequência, verifica como o processo formativo envolvendo a ATAP pode oportunizar aos professores aprendizagens a partir de reflexões colaborativas oriundas do estudo da tarefa. Nesse contexto, foi possível identificar que os professores quando trabalham em grupos, estudando tarefas matemáticas, aprendem com os colegas e aprofundam conhecimentos não pensados anteriormente. Também, mediante a orientação do formador, compreendem conceitos que não estavam claros. A partir da ATAP foi possível verificar que as reflexões da TAP oportunizaram (re) significar os tipos de pensamento funcional dos professores e com base nas diferentes possibilidades de intervenções potencializar esses pensamentos nos estudantes.

Finalizando, é pertinente destacar que os autores deste estudo utilizaram a ATAP e apresentaram os resultados evidenciados qualitativamente, porém outros pesquisadores, podem identificar outros tipos de conhecimentos e, consequentemente, outras OAP ao fazer uso dessa mesma proposta.

Referências

AGUIAR, Marcia et al. Learning opportunities experienced by mathematics teachers: unveiling actions and role of the teacher educator during a formative process. Acta Scientiae. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 23, n. 4, p. 112-140, 2021. Disponível em: <http://funes.uniandes.edu.co/28705/1/Aguiar2021Learning.pdf>. Acesso em nov. 2022.

ARAÚJO, Jussara Loiola; BORBA, Marcelo. Construindo Pesquisas Coletivamente em Educação Matemática. In.: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Orgs.) **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 5ª Ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

BALL, Deborah Loewenberg; BEN-PERETZ, Miriam; COHEN, Rhonda B. Records of practice and the development of collective professional knowledge. **British journal of educational studies**, v. 62, n. 3, p. 317-335, 2014. Disponível em: < https://www.tandfonline.com/doi/pdf/10.1080/00071005.2014.959466?casa_token=VtmwvdKduQQAAAAA:4CNpPaKZJu74Ks2AzPeI2ssry1bQyNv7Tvk-GTFbel9X3nc-YJl3Cov4Y9K0qJpJ3NGFQAAD8nGFJizH>. Acesso em nov. 2022.

BALL, Deborah Loewenberg; COHEN, David. Developing Practice, Developing Practitioners: Toward a Practice-Based Theory of Professional Education. In G. Sykes; L. Darling-Hammond. **Teaching as the Learning Profession**: Handbook of Policy and Practice. p. 3-32, 1999.

BALL, Deborah Loewenberg; THAMES, Mark Hoover; PHELPS, Geoffrey. **Content knowledge for teaching**: What makes it special? Journal of Teacher Education, v.59, n.5, p.389-407, 2008.

BLANTON, Maria; KAPUT, James. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for research in mathematics education**, v. 36, n. 5, p. 412-446, 2005.

BYBEE, Rodger W.; FERRINI-MUNDY, Joan; LOUCKS-HORSLEY, Susan. National standards and school science and mathematics. **School Science and Mathematics**, v. 97, n. 6, p. 325-334, 1997.

COBB, Paul; JACKSON, Kara; DUNLAP, Charlotte. Design research: An analysis and critique. In L. D. English; D. Kirshner. **Handbook of international research in Mathematics Education**. Third edition, p. 481-503, 2016.

GROSS, Giane Fernanda Schneider; SOUZA, Arnold Vinicius Prado; TREVISAN, André Luis. Raciocínio matemático em documentos e orientações curriculares: o que a literatura destaca?. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 14, n. 1, p. 1-23, 2023.

PERES, Patricia Bastos Fosse; BOLITE-FRANT, Janete; DE CASTRO, Monica Rabello. Saber Matemática e Saber Ensinar. Uma Leitura do Desenvolvimento Profissional de Professoras que Ensinam Matemática nos Anos Iniciais. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 15, n. 39, p. 1-18, 2022. Disponível em: < https://desafioonline.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/16109>. Acesso em jan. 2023.

PINCHEIRA, Nataly; ALSINA, Ángel. Teachers' mathematics knowledge for teaching early algebra: A systematic review from the mkt perspective. **Mathematics**, v. 9, n. 20, p. 2590, 2021. Disponível em: < https://dugi-doc.udg.edu/bitstream/handle/10256/20017/033981.pdf?sequence=1>. Acesso em dez. 2022.

PONTE, João Pedro et al. Investigação baseada em design para compreender e melhorar as práticas educativas. **Quadrante**, v. 25, n. 2, p. 77-98, 2016.

PONTE, João Pedro. **Gestão curricular em Matemática**. O professor e o desenvolvimento curricular, p. 11-34, 2005.

PONTE, João Pedro; QUARESMA, Marisa. Teachers' professional practice conducting mathematical discussions. **Educational Studies in mathematics**, v. 93,

n. 1, p. 51-66, 2016. Disponível em: <https://quadrante.apm.pt/article/view/22934>. Acesso em nov. 2022.

RIBEIRO, Alessandro Jacques; AGUIAR, Marcia; TREVISAN, André Luis. Oportunidades de aprendizagem vivenciadas por professores ao discutir coletivamente uma aula sobre padrões e regularidades. **Quadrante**, v. 29, n. 1, p. 52-73, 2020. Disponível em: <https://quadrante.apm.pt/article/view/23010>. Acesso em nov. 2022.

RIBEIRO, Alessandro Jacques; PONTE, João Pedro. A theoretical model for organizing and understanding teacher learning opportunities to teach mathematics. **Zetetiké**, v. 28, p. 1-20, 2020. Disponível em: <https://repositorio.ul.pt/handle/10451/45679>. Acesso em nov. 2022.

RIBEIRO, Alessandro Jacques; PONTE, João Pedro. Professional learning opportunities in a practice-based teacher education programme about the concept of function. **Acta Scientiae**, v. 21, n. 2, p. 49-74, 2019. Disponível em: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/5002>. Acesso em nov. 2022.

SARAIVA, Manuel Joaquim; PONTE, João Pedro. O trabalho colaborativo e o desenvolvimento profissional do professor. **Quadrante**, v. 12, n. 2, p. 25-52, 2003. Disponível em: <https://quadrante.apm.pt/article/view/22767>. Acesso em nov. 2022.

SHULMAN, Lee. Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. **Harvard educational review**, v. 57, n. 1, p. 1-23, 1987.

SHULMAN, Lee. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational researcher**, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

SILVER, Edward. et al. Where is the mathematics? Examining teachers' mathematical learning opportunities in practice-based professional learning tasks. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 10, p. 261-277, 2007.

SMITH, Margaret Schwan. Practice-based professional development for teachers of mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2001.

SMITH, Margaret Schwan; STEIN, Mary Kay. Reflections on practice: Selecting and creating mathematical tasks: From research to practice. **Mathematics teaching in the middle school**, v. 3, n. 5, p. 344-350, 1998.

VISEU, Floriano; PONTE, João Pedro da. Desenvolvimento do conhecimento didáctico do futuro professor de Matemática com apoio das TIC's. **Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa**, v. 12, n. 3, p. 383-413, 2009. Disponível em: <https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362009000300005>. Acesso em dez. 2022.

Submetido em janeiro de 2023.

Aceito em abril de 2023.