REVISTA DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL (UFMS)

ISSN 2359-2842 Volume 16, número 42 – 2023 DOI 10.46312/pem.v16i42.17985

Construção de Tarefas de Matemática como Tarefas de Aprendizagem Profissional: Exemplos do PIBID/MAT/UnB

Construction of Mathematical Tasks as Professional Learning Tasks: Examples from PIBID/MAT/UnB

Guy Grebot[1]

RESUMO

Este artigo descreve como eram elaboradas as tarefas de matemática no âmbito do projeto pioneiro do programa PIBID do departamento de Matemática da Universidade de Brasília, entre 2009 e 2015. Cinco tarefas, produzidas no âmbito desse projeto, são apresentadas. Apesar de dividirem os mesmos preceitos metodológicos - todas são tarefas exploratórias que visam o desenvolvimento do raciocínio - elas diferem tanto na determinação do contexto utilizado quanto nos conceitos matemáticos abordados. A primeira tarefa apresentada poderia se enquadrar no âmbito da Educação Matemática Realística. Com objetivos distintos, duas das tarefas descrevem jogos. Uma tarefa está inserida num contexto puramente matemático e a última propõe a construção de aproximações de uma esfera. Todas essas tarefas passaram por pelo menos um ciclo de aplicação e revisão/correção. A aplicação ocorreu em escolas de ensino básico em turmas reduzidas.

PALAVRAS-CHAVE: Tarefas de Matemática. Formação de Professores. Tarefas de Aprendizagem Profissional.

ABSTRACT

This manuscript describes how mathematical tasks were developed in the pionnering PIBID project of the Department of Mathematics of the University of Brasília between 2009 and 2015. Five such mathematical tasks are presented. Although these tasks share the same underlying methodology – they are all exploratory tasks aiming at developing reasoning- they differ in their contexts as well as in the concepts they develop. The underlying theory of the first task to be presented could be Realistic Mathematical Education. Two of the tasks describe a game, although their objectives are completely different. One of the tasks has a purely mathematical context and the last one aims to construct approximations of a sphere. All these tasks went through the same cycle of application and revision/correction. They were tested in reduced groups of primary and secondary school students.

KEYWORDS: Mathematical Tasks. Teachers Education. Professional Learning Tasks.

[1] Departamento de Matemática, Universidade de Brasília. E-mail: guy@mat.unb.br. ORCID: https://orcid.org/0009-0005-8976-5396.

Introdução

O objetivo do programa de iniciação à docência da CAPES está descrito no edital do programa (PIBID, 2022), como segue:

> O Programa… PIBID... tem por finalidade fomentar a iniciação à docência, contribuindo para o aperfeiçoamento da formação de docentes em nível superior e para a melhoria de qualidade da educação básica pública brasileira. (p.1)

Participar desse programa implica, portanto, em aperfeiçoar os conhecimentos matemáticos do docente em formação, seus conhecimentos pedagógicos e seus conhecimentos para o ensino da matemática. Ou seja, aperfeiçoar os conhecimentos necessários à prática do professor de matemática (BALL et al., 2009).

Na visão dos professores responsáveis pela implantação do projeto pioneiro do PIBID[2] no departamento de Matemática da Universidade de Brasília – MAT/UnB,

> O conhecimento matemático se desenvolve pelo processo de participação em atividades matemáticas e na reflexão sobre essas atividades (i.e., levar a cabo atividades de meta-matemática), que incluem a resolução de problemas e a sistematização de ideias e que se realizam tanto individualmente quanto por meio de interação social.[3] (PONTE et al., 2013, p. 493)

Assim, para esses professores, a resolução de problemas (SOARES; BERTONI) (ALLEVATO; ONUCHIC, 2006) (BRASIL, 2018) deveria ser a metodologia principal tanto para a atuação quanto para a formação docente. Por outro lado, esses professores estavam convencidos de que o par indissociável (experiências com matemática, experiências com alunos) deveria estar na base da formação do professor de Matemática (D'AMBRÓSIO, 1993).

O objetivo geral do PIBID/MAT/UnB foi então definido como sendo: a criação de um espaço de ensino-aprendizagem da matemática em que os alunos de licenciatura em matemática pudessem experimentar propostas diferentes para trabalhar os conteúdos matemáticos e refletir sobre o papel do aluno e do professor no processo de ensino e aprendizagem. Desse objetivo, decorreram diretamente as ações fundamentais do projeto: propiciar ao aluno de licenciatura em matemática a oportunidade de interagir com alunos e professores do ensino fundamental e médio;

---

[2] O projeto pioneiro do PIBID do MAT/UnB foi desenvolvido no departamento de Matemática da Universidade de Brasília durante o período de 2009 a 2015. No decorrer deste texto a sigla PIBID/MAT/UnB se refere a esse projeto.

[3] Tradução livre.

criar, produzir e experimentar tarefas de aprendizagem matemática que sirvam como facilitadores do processo de ensino-aprendizagem da matemática.

Com essas ações o PIBID/MAT/UnB visava combater as concepções predominantes sobre o ensino da matemática e as rotinas profissionais correspondentes, que vão de encontro a (e que podem até impedir) uma mudança profunda de atitude do professor perante a atividade do aprendiz e no aproveitamento dessa atividade (CHRISTIANSEN; WALTHER, 1986, p. 246).

As ações propostas no PIBID/MAT/UnB, relativas à formação do professor de matemática, são sustentadas por Christiansen e Walther (1986, p. 189):

> Um propósito importante da formação de professores deveria ser o de iniciar professores na atividade sobre o objeto: alunos em atividade com tarefas de matemática num ambiente escolar. Mas, nas tarefas planejadas para tal, deveríamos ter o cuidado de selecionar adequadamente um amplo leque de fatores que constituem o objeto.[4]

Segundo Watson e Mason (2007), vários cursos e projetos de formação de professores, mundo afora, trabalham de modo semelhante ao que o PIBID/MAT/UnB propunha, com base em tarefas de aprendizagem matemática. No entanto, essas autoras também insistem no fato de que as tarefas de matemática para a formação de professores têm um propósito de ordem superior comparadas às tarefas de matemática para aprendizes: é o desenvolvimento da sensibilidade ao aprendiz (WATSON; MASON, 2007, p.4). Esse aspecto fundamental é um dos fatores que constituem o objeto acima referido e é fundamental na proposta do PIBID/MAT/UnB, como será visto na próxima seção.

A importância dada às tarefas de matemática no PIBID/MAT/UnB se justifica ainda pelo comentário de Watson e Ohtani (2015):

> Do ponto de vista cognitivo, o detalhe e o conteúdo de tarefas têm um efeito significativo sobre a aprendizagem; de um ponto de vista cultural, tarefas moldam a experiência do aprendiz sobre o assunto e sua compreensão sobre a natureza da atividade matemática; do ponto de vista prático, tarefas são o berço da atividade da sala de aula, são as “coisas a serem feitas”. (p. 3)

A elaboração dessas tarefas, chamadas cadernos no âmbito do PIBID/MAT/UnB, era sujeita a uma série de vínculos impostos pela metodologia de resolução de problemas adotada no projeto. Além disso, essas tarefas eram testadas e usadas como material de aula no atendimento de alunos de escolas do ensino básico. Desse modo, os licenciandos participantes do PIBID/MAT/UnB eram

---

[4]Tradução livre.

iniciados na atividade sobre o objeto: alunos em atividade com tarefas de matemática num ambiente escolar.

Talvez o único grau de liberdade na sua construção fosse a escolha do tema de estudo da tarefa. Esse tema era livre de tal forma que o licenciando participante do projeto tivesse prazer em pesquisar um assunto do seu interesse e compartilhar esse assunto com alunos de ensino básico.

De modo geral, a elaboração e a aplicação das tarefas de matemática do PIBID/MAT/UnB passaram a ser tarefas de aprendizado profissional para os participantes do projeto, levando esses licenciandos a uma mudança de postura perante o ensino de matemática.

Ao iniciar no projeto, os licenciandos enxergavam a metodologia usada com certa desconfiança e duvidavam abertamente da sua eficiência, principalmente em turmas numerosas. É claro que essa desconfiança era consequência da falta de costume de trabalhar sob esta ótica, seja como aluno ou como professor. No entanto, depois do primeiro mês em sala com os alunos em atividade nas tarefas de matemática, eles percebiam rapidamente o valor da metodologia. A ansiedade criada pela demora de um aluno em resolver uma questão se transformava em possibilidades de mediação. O conhecimento teórico aliado à experiência prática aumentava a confiança do licenciando na sua atuação, fazendo com que assumisse o seu papel como professor perante seus alunos.

Quando o licenciando tinha a oportunidade de aplicar a tarefa que ele mesmo tinha produzido no âmbito do PIBID/MAT/UnB, ele passava a entender melhor a sua dimensão enquanto professor. É talvez nesse momento que ele percebia que, de fato, há um conhecimento suplementar, necessário ao ato de ensinar matemática, diferente dos conhecimentos de matemática e de pedagogia, mas, no entanto, indissociável desses dois conhecimentos. Havia uma mudança de concepção do que é ensinar matemática e, principalmente, outra percepção sobre o que pode ser explorado em sala de aula.

O objetivo deste artigo é descrever como eram elaboradas as tarefas de matemática no âmbito do PIBID/MAT/UnB entre 2009 e 2015. Para ilustrar essa descrição, são apresentadas cinco tarefas produzidas no âmbito desse projeto e aplicadas em escolas do ensino básico.

Para melhor compreender como essas tarefas eram elaboradas, descrevemos, na próxima seção, a estrutura e a metodologia de trabalho do PIBID/MAT/UnB. Na seção seguinte, mostramos como as tarefas de matemática eram elaboradas no âmbito desse projeto, a quais vínculos eram submetidas e qual tipo de desenho guiava a sua elaboração. Em seguida, apresentamos os cinco exemplos de tarefas desenvolvidas no âmbito do PIBID/MAT/UnB e analisamos rapidamente os resultados das suas aplicações em sala de aula.

A estrutura e a metodologia de trabalho do PIBID/MAT/UnB

A equipe do PIBID/MAT/UnB era formada por professores e alunos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade de Brasília e por um professor de matemática de cada uma das três escolas participantes, identificados como orientadores, monitores e supervisores, respectivamente.

Os monitores, além de desenvolver a tarefa de aprendizado profissional a ser descrita abaixo, atendiam semanalmente, por um período de 90 a 110 minutos, turmas de dez a doze alunos do ensino fundamental ou médio das escolas participantes. Nessas turmas reduzidas, os alunos desenvolviam tarefas de matemática desvinculadas do seu currículo escolar.

Os monitores eram instruídos a não usar o quadro negro durante esses atendimentos, a menos que fosse para socializar e/ou sistematizar determinadas ideias, e a atuar tal como descrito em (OLIVEIRA et al., 2022, p. 5):

> [os professores] apresentam a tarefa aos alunos, os alunos trabalham nesta tarefa enquanto os professores circulam incentivando e questionando o raciocínio, os alunos podem ser levados a apresentarem suas resoluções para a turma e o professor pode ser levado a sistematizar as apresentações... proporcionando momentos de discussões entre grupos, encorajando-os a partilhar suas ideias, incentivando-os a escrever e partilhar as variadas versões do seu raciocínio.

Além disso, os monitores eram também instruídos a respeitar o tempo de cada aluno e a dedicar sua atenção a cada indivíduo, observando e registrando as reações de cada um. Assim, era necessário voltar a preparação desses atendimentos para o indivíduo e não para o “aluno médio” da turma; os momentos de intervenção no quadro negro deviam ser selecionados de modo a atingir todos os alunos da turma.

Os orientadores, professores do curso de licenciatura, eram responsáveis pela orientação semanal dos monitores. Essa orientação visava analisar todos os aspectos (de acordo com o modelo proposto por Ball et al. (2009)) relativos ao trabalho desenvolvido em aula, no último atendimento antes da reunião, com base no relatório do monitor. Assim, o comportamento dos alunos das escolas e as suas respostas às tarefas trabalhadas eram discutidos e, caso fosse necessário, determinavam-se ações, a serem aplicadas durante a aula seguinte, visando melhorar o entendimento de determinados alunos. O comportamento do monitor também era analisado, com base na sua reflexão sobre a sua atuação (atitude tomada frente a determinado acontecimento ou a algum comentário de aluno).

Os professores das escolas participantes do projeto supervisionavam os monitores nas escolas e discutiam as atividades a serem desenvolvidas nas aulas juntamente com os orientadores e os monitores.

As tarefas de matemática no PIBID/MAT/UnB

Consideramos tarefas de matemática como sendo “elementos organizadores da atividade dos que aprendem” (TREVISAN et al., 2020, 3/14). Ou seja, “uma tarefa é o objectivo da actividade” (PONTE, 2005).

A preparação das tarefas de matemática do PIBID/MAT/UnB, os chamados cadernos, seguia a metodologia de resolução de problemas. O monitor se deparava com o problema de escrever um material didático a ser usado em aula e, assim, devia: escolher um tema; pesquisar e estudar o tema do ponto de vista matemático em nível de terceiro grau; selecionar os conceitos essenciais e secundários; fazer a transposição didática para, então, poder escrever uma tarefa que seguia a metodologia adotada; testar parte do material.

Após o teste, havia uma fase de reflexão sobre a parte do material testado e a respeito da resposta dos alunos às atividades propostas, que poderia levar a correções/alterações do material.

A elaboração era supervisionada e orientada por um dos professores orientadores. Para que houvesse ensino, seguindo Freire (2014, p.71), a conduta e as ações do professor orientador tinham de ser compatíveis com o seu discurso. Assim, o trabalho de orientação não se limitava à redação de uma lista de tarefas a serem desenvolvidas pelo monitor. Por exemplo, cabia ao orientador procurar e escolher, junto com o seu orientando, referências confiáveis que sustentavam o estudo teórico do assunto escolhido. Além disso, ele devia estudar uma parte significativa do assunto com seu orientando antes de delegar a orientação a um colega especialista, caso fosse necessário. Dessa forma, mostrava-se que limitações devem ser aceitas, mas que só podemos ter plena consciência dessas limitações após um mínimo de esforço.

Uma vez pronto, cada caderno era submetido à avaliação do grupo todo (orientadores, supervisores e monitores) para que possíveis problemas fossem identificados, discutidos e corrigidos. Após implementar as correções sugeridas pelo grupo, o caderno era aplicado em sala e os resultados da sua aplicação eram discutidos pelo monitor, o orientador e o supervisor. A aplicação geralmente levava o monitor a fazer correções no caderno.

Neste sentido, a elaboração da tarefa de matemática do PIBID/MAT/UnB podia ser vista como uma tarefa de aprendizado profissional (TAP) tal como definida em (TREVISAN et al., 2020) e (SILVER et al., 2007). De acordo com Trevisan et al. (2020, p. 3/14), "uma TAP divide várias características com uma tarefa de matemática para estudantes e pode ou não ter potencial em termos de conceitos matemáticos e processos que podem ajudar a mobilizá-los". Segundo Silver et al. (2007, p. 263), essas TAPs "são tarefas complexas que criam oportunidades para os professores observarem problemas pedagógicos e suas potenciais soluções através de processos de reflexão, troca de conhecimentos e construção de conhecimento".

Alguns vínculos restringiam a elaboração das tarefas no PIBID/MAT/UnB. O primeiro dizia respeito à metodologia de resolução de problema adotada nas aulas com os alunos das escolas. Outro aspecto a ser observado na elaboração da tarefa, se referia aos conhecimentos prévios; a tarefa deveria incluir a exploração dos conceitos necessários ao seu objetivo, ou fazer o aluno mobilizar esses conceitos. Em algum ponto da tarefa, deveria haver uma atividade de redação para síntese e reflexão do trabalho desenvolvido. As atividades também deveriam permitir o diálogo e a interação social para a troca de ideias entre alunos. Neste sentido, as tarefas seguiam o modelo de tarefas exploratórias tais como definidas por Ponte (2005). Além desses aspectos, uma vez que um dos grandes objetivos do ensino da Matemática é desenvolver, no aluno, a capacidade de raciocinar, uma tarefa deveria ter um conjunto majoritário de atividades cujo objetivo seria levar o aluno a raciocinar, seja de forma dedutiva, indutiva ou abdutiva (PONTE et al., 2020). Por fim, a tarefa terminada era editada em formato de caderno com três partes: um resumo teórico, em nível de terceiro grau, revelando o conteúdo matemático subjacente ao tópico estudado; orientações para a aplicação da tarefa, destacando os objetivos de cada atividade e o tipo de mediação sugerido; a tarefa com a sua sequência de atividades.

De acordo com suas características, segundo Watson e Thompson (2015), as tarefas do PIBID/MAT/UnB poderiam ser consideradas como independentes (não dependem de tarefas anteriores e se autocontêm), como de uso suplementar (para auxiliar a atividade de um professor) ou imposta por currículo (por trabalhar problemas que exigem processos ou abordagem particulares).

Em função do ciclo de elaboração das tarefas, com primeiro protótipo e as fases de testes e correções, o desenho das tarefas do PIBID/MAT/UnB é definido por Lange (2015) como desenho lento (slow design). A elaboração dessas tarefas seguia de muito perto o processo de desenho lento descrito por este autor (LANGE, 2015): 1- Selecionar um assunto, sua duração e o nível; 2- Montar um esquema (mental) da perspectiva educacional/didática; 3- Usar sua intuição; 4- Escolher conceitos: a situação abordada deve permitir extrair conceitos e trabalhar com eles matematicamente; 5- Escolher um contexto: não pode ser artificial, camuflado ou falso; 6- Procurar inspiração através de uma pesquisa aleatória numa biblioteca e usar pensamento associativo; 7- Apurar o desenho inicial; 8- Procurar ter uma conversa franca com especialistas e matemáticos de maneira a ter seu desenho profundamente criticado; 9- Escrever uma versão para testes em sala de aula; 10- Discutir o desenho com professores experientes e não hesitar em mudá-lo; 11- Revisar e pedir para outro professor testá-lo; 12- Observar a aplicação em aulas autênticas, não filmadas e procurar entender o que os alunos fazem e porque; 13- Tomar notas e levar a sério as discrepâncias entre “aprendizagem desejada”, “aprendizagem implementada” e “aprendizagem obtida”; 14- Concentrar sua atenção no desenvolvimento de conceitos essenciais; 15- Recomeçar o ciclo após correções do desenho e em outra sala de aula, se necessário; 16- Não esquecer de elaborar avaliações formativa e somativa.

No caso do PIBID/MAT/UnB, o passo 16 não era implementado e a avaliação era feita com base nos passos 13 e 14. Além disso, a observação a que se refere o passo 12 não era feita, mas outros monitores traziam críticas e comentários da aplicação de tarefas em seus atendimentos.

Segundo Lange (2015), o desenho lento só ocorre sob as condições seguintes: 1- Alguma liberdade de escolha do que desenhar/planejar; 2- Muita liberdade em relação ao tempo de elaboração; 3- Liberdade de pensamento; 4- Liberdade para explorar; 5- Restrição devida à filosofia do desenho, que decorre da teoria ou metodologia subjacente ao desenho; 6- Equilíbrio entre restrições e liberdade. No caso do PIBID/MAT/UnB, esses critérios estavam todos satisfeitos.

Exemplos de tarefas de matemática do PIBID/MAT/UnB

Exemplo 1: As rodas dianteiras de um carro continuam paralelas quando ele realiza uma curva? Essa pergunta foi feita a várias pessoas (alunos de licenciatura, alunos e professores de ensino básico) e obtivemos, na maioria das vezes, expressões perplexas como resposta. Essas respostas, além da referência (BOLT,

1991. p. 103), motivaram a elaboração das tarefas intituladas “O movimento da bicicleta” e “O movimento do carro”. Para as duas tarefas, foi desenvolvido um material concreto de apoio (uma miniatura de bicicleta) para que os alunos pudessem visualizar as situações propostas e pudessem fazer suas conjecturas.

A primeira tarefa, cujo objetivo é levar o aluno a apreender os conceitos matemáticos e físicos suficientes para responder à pergunta motivadora inicial, foi ela mesma motivada pelas seguintes perguntas: Você já parou para pensar em como uma bicicleta se movimenta ao realizar uma curva? Como as rodas se comportam? Será que elas seguem a mesma trajetória? As duas primeiras atividades tratam do movimento da bicicleta e levam o aluno a modelar a situação observada a partir da manipulação do material concreto, com base nos seus conhecimentos geométricos. A primeira atividade da tarefa está mostrada no quadro 01 abaixo.

Quadro 01 - Primeira atividade da tarefa

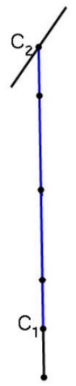
1.2 Atividade Material: modelos de bicicletas, papel pardo Trace uma circunferência de raio entre 25cm e 30cm. Escolha um ângulo de rotação para a roda dianteira e, empurrando a bicicleta pelo seu eixo, tente percorrer a circunferência traçada por completo sem que esta roda saia do traçado. 1. Marque a trajetória da roda traseira. 2. O que se pode observar a respeito da distância entre a trajetória que a roda dianteira realiza e a trajetória da roda traseira? 3. Levando em conta seus conhecimentos sobre circunferência, o que podemos concluir a respeito do centro de rotação das trajetórias das rodas dianteira e traseira? 4. Em qualquer ponto da circunferência trace a projeção da roda dianteira sobre o papel. O segmento traçado toca a circunferência? Quantos são os pontos de intersecção da circunferência com o segmento de reta? 5. Qual o nome dado ao segmento traçado no item 4? 6. Utilizando o transferidor, verifique qual é o ângulo formado entre o segmento traçado e o raio no ponto de tangência.

Fonte: (ALMEIDA; GREBOT, 2011)

Na segunda atividade (Quadro 02) os alunos são levados a observar as duas rotações descritas pelas rodas da bicicleta. Nas várias aplicações da tarefa, esse ponto gerou debates entre os alunos e exigiu um trabalho de mediação, por parte do monitor, para sanar as dúvidas. As outras seis atividades da primeira tarefa tratam de propriedades puramente geométricas.

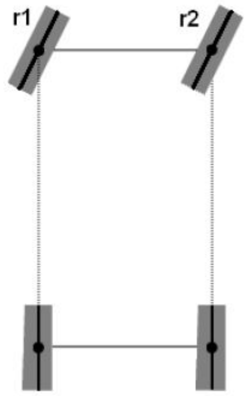
A segunda tarefa (O movimento do carro) é uma tarefa de investigação e modelagem. Nas duas primeiras atividades (Quadro 03), os alunos são levados a observar e explicar um determinado fenômeno.

Quadro 02 - Segunda atividade.

 Figura 1	1.3 Atividade Considere a bicicleta vista de cima (figura 1) em que C1 e C2 são os pontos de contato das rodas dianteira e traseira com o chão, como ilustrado na figura 1. Observe que foi feito uma certa rotação com a roda dianteira. 1. Quando giramos a roda dianteira enquanto pedalamos, efetuamos um movimento de rotação da bicicleta? 2. Em caso afirmativo e levando em consideração os raciocínios anteriores, como determinar o centro dessa rotação? 3. Trace o centro de rotação no caso ilustrado na figura 1. 4. Trace a imagem da bicicleta pela rotação em torno deste centro e de um ângulo orientado de sua escolha. 5. Verifique, usando o modelo, que o nosso raciocínio é válido. 6. Qual é a relação entre os raios de rotação das rodas dianteira e traseira e a distância entre os eixos da bicicleta?

Fonte: (ALMEIDA; GREBOT, 2011)

Quadro 03 - Atividades 1 e 2.

 Figura 1	1.1 Atividade Material: modelos de bicicletas 1. Monte um carro com as bicicletas e fixe as rodas dianteiras de forma que elas sejam paralelas e evidenciem uma rotação. 2. Observe o que ocorre quando o modelo se movimenta nessas condições. 1.2 Atividade Na figura 1 temos as rodas dianteiras r1 e r2 paralelas. 1. Trace as retas perpendiculares às rodas passando pelos pontos indicados na figura. 2. Localize os centros de rotação. 3. Desenhe as trajetórias das rodas. 4. As trajetórias são condizentes com o movimento real de um carro? Por quê? 5. À luz do que foi visto nos itens anteriores, explique o ocorrido na atividade 1.1.

Fonte: (ALMEIDA; GREBOT, 2011)

Nas outras seis atividades da tarefa, os alunos são levados a analisar, à luz dos conhecimentos geométricos, outro mecanismo usado para permitir que as rodas dianteiras de um carro mantenham a angulação correta numa curva.

O resultado da aplicação dessas sequências foi analisado em (ALMEIDA; GREBOT, 2011).

Exemplo 2: O objetivo da tarefa "Sudoku" (FELIX; GREBOT, 2013) é a formulação de justificativas e de demonstrações. A tarefa está baseada no jogo sudoku e, a partir da regra do jogo, da observação e da resolução de situações específicas, o aluno é levado a formular e justificar métodos de resolução cada vez mais complexos. Na formulação de métodos e de algoritmos de resolução, o aluno trabalha tanto a redação quanto a aplicação das regras de lógica geralmente usadas em Matemática. O registro dos alunos serve de base para que eles melhorem sua argumentação e, por conseguinte, sua compreensão.

Gradativamente, cada atividade exige que o aluno explique o que é feito em cada jogada por meio de argumentações mais elaboradas. Os enunciados formais dos métodos abordados nas atividades deixam claro qual deve ser a complexidade da argumentação esperada. Assim, um determinado raciocínio pode ser descrito de forma intuitiva, como ocorre nas atividades iniciais, mas é também possível que a demonstração da validade de um determinado método seja imprescindível.

A primeira atividade apresenta um sudoku de nível fácil e propõe que o aluno redija, à sua maneira, cada passo executado, deixando-o livre para argumentar. No fim da atividade solicita-se que o aluno redija de forma geral cada raciocínio utilizado.

Na segunda atividade, o aluno é direcionado na resolução do sudoku proposto, de forma a dar menos liberdade às suas argumentações. Por exemplo, solicita-se:

1. Qual deve ser a posição do 6 no bloco 5 e por quê?

2. Qual será a posição do 5: no bloco 2; no bloco 5; no bloco 4; no bloco 6; no bloco 7? Explique como você chegou a essas conclusões.

3. Na coluna 9 o 3 será candidato das células 1 e 2 somente. Explique o porquê.

Na terceira atividade, o aluno deve fazer um retrospecto do que foi desenvolvido na segunda atividade. Solicita-se, por exemplo:

1. Analisando o raciocínio utilizado no item 6 da atividade 3.3, redija uma regra geral para eliminar candidatos de algumas células.

A quarta atividade apresenta uma grade de sudoku que necessita de uma técnica particular de resolução, ainda não analisada. O objetivo é fazer o aluno perceber que há um outro nível de raciocínio a ser desenvolvido. Essa técnica é desvendada na atividade seguinte em que o aluno é levado a perceber um determinado padrão e a redigir, de maneira geral, a regra observada nessa atividade.

As outras atividades introduzem e trabalham com outras representações da grade.

A Tarefa foi aplicada em uma turma de dez alunos do último ano do ensino fundamental de uma escola parceira do PIBID/MAT/UnB, durante quatro aulas de noventa minutos cada. Esses alunos estavam no programa desde o início do ano e, por já terem desenvolvido dois cadernos de atividades, eles estavam adaptados ao método de trabalho em sala de aula. Esse fato permitiu avaliar melhor o desenvolvimento dos alunos.

Como esperado, os alunos reclamaram bastante do fato de terem de escrever em aulas de matemática. Mas aos poucos eles foram percebendo e entendendo a necessidade de registrar o seu raciocínio por escrito. Há o caso de um aluno que se recusou a registrar seu raciocínio e teve de reiniciar a atividade porque não lembrava dos passos seguidos. Da segunda vez, ele registrou seu raciocínio como a atividade orientava.

Durante a primeira atividade, foi notada uma certa dificuldade por parte dos alunos na compreensão do jogo. Essa dificuldade surgiu de argumentos não válidos como: “O número não tem nessa coluna, não tem na linha nem no bloco de interseção, então ele pode ser nessa célula”, não atentando para a possibilidade do tal número poder assumir outro lugar na grade. Como cada sudoku tem resolução única, este tipo de argumento levava ao absurdo do mesmo número aparecer duas vezes na mesma linha, coluna ou bloco. Este fato trazia decepção e desinteresse. Para evitar que esse desinteresse momentâneo virasse um desinteresse total com a atividade, foi necessário instigar os alunos e levá-los a entender seus erros. Para melhorar a observação e a compreensão, usou-se uma grade 4x4 (que mantém todas as características da grade tradicional) para que eles pudessem perceber a diferença entre o fato de um número poder ocupar uma determinada célula e o fato dele só poder ocupá-la.

Durante a aplicação da tarefa, em várias ocasiões, os alunos eram mediadores de seus próprios colegas e o faziam de maneira segura e espontânea.

Essa tarefa não chegou a ser totalmente testada. No entanto, foi observado, por parte dos alunos, um interesse unânime por métodos mais complexos. Por exemplo, a segunda atividade leva os alunos a pensar e gerar métodos para o preenchimento da grade que os não iniciados no jogo desconhecem. Observou-se que o fato dos alunos conseguirem gerar um novo método os levava a realizar com mais cuidado e reflexão os itens seguintes da atividade. Nesta atividade, e por conta deste fato, a ação mediadora também era menos exigida. Além disso, notou-se uma melhora na redação, com orações coesas e embasadas em argumentos corretos, apesar da falta de formalismo da maioria dos alunos.

Exemplo 3: O objetivo da tarefa intitulada “Geometria Finita e o Jogo Dobble” (FERREIRA, 2013) é a análise da estrutura de um plano projetivo finito, isto é, determinar a quantidade de pontos e de retas e a relação entre essas quantidades e a quantidade de pontos em cada reta. Para tal, o problema a ser resolvido pelos alunos é a análise de um jogo construído com base nos axiomas que caracterizam um plano projetivo. A elaboração dessa tarefa exigiu um grau maior de pesquisa em função da construção do material de apoio, que é formado pelo conjunto das cartas do jogo. Essas cartas representam as retas do plano projetivo de ordem 7, cuja determinação exige o uso de um algoritmo particular. Essa tarefa foi suscitada por (BOURRIGAN, 2011).

As duas primeiras atividades da tarefa são atraentes e prendem a atenção dos alunos: a primeira atividade, que é muito bem recebida, solicita que os alunos joguem para descobrir certas características do jogo. Na segunda atividade, os alunos são levados a determinar condições impostas pela estrutura das cartas; os alunos já começam a se familiarizar com o plano projetivo finito.

Uma habilidade desenvolvida pelo estudo de geometria projetiva finita é a habilidade de contagem, uma vez que o problema da construção de um tal plano é determinar: quantas retas há no plano; quantos pontos há em cada reta; se todas as retas têm a mesma quantidade de pontos; se existe uma relação entre a quantidade de pontos e de retas. As atividades 3, 5 e 6 da tarefa levam os alunos a determinarem essas relações.

Outra questão fundamental é saber se, dado um conjunto finito de pontos, ele pode representar um plano projetivo finito. Por ser um tema de pesquisa atual, valeria a pena sensibilizar os alunos a respeito desse fato e mostrar que nem todo conjunto finito de pontos pode representar um plano projetivo finito, sem entrar em detalhes técnicos. Infelizmente, nenhuma das atividades da tarefa aborda este assunto.

O fato de estarmos lidando com uma geometria suscita ainda a questão da sua representação. A representação de retas que sejam conjuntos discretos de pontos cria situações de conflito e obstáculos de extrema riqueza que permitem fortalecer o conceito de continuidade. Isso se deve ao fato dos alunos estarem “acostumados” com a geometria euclidiana ou, pelo menos, com alguma geometria não finita. As atividades 3 e 4 da tarefa tratam desse aspecto no caso de ordem 2, propondo aos alunos que construam uma representação plana e outra espacial desse plano projetivo finito.

Exemplo 4: A tarefa intitulada "Frações contínuas" (MONTEIRO; GREBOT, 2015), que é composta por quatorze atividades, leva o aluno à decomposição de números naturais por números primos, à demonstração de resultados básicos sobre a paridade de um número natural e do seu quadrado (atividade 1), à demonstração da irracionalidade de $\sqrt{2}$ (atividade 2) e de φ (atividade 3) e à decomposição desses números através de três representações, a saber: a representação geométrica, a analítica e a aritmética (atividades 4 a 14). É importante observar que essa mudança de quadros é fundamental para a apreensão dos conceitos apresentados e para descobrir como eles estão relacionados (ALMOULOUD, 2007).

Num primeiro momento, as atividades 1 e 2 foram aplicadas numa turma de dez alunos do terceiro ano do ensino médio. A segunda aplicação ocorreu na mesma escola, no ano seguinte, numa outra turma de doze alunos do terceiro ano do ensino médio que desenvolveu as atividades 1, 2, 4, 5, 9 e 10, com uma interrupção entre as atividades 5 e 9. Na terceira aplicação, realizada em outra escola, a turma formada por alunos do primeiro ano e por seis do terceiro ano do ensino médio, desenvolveu as atividades 1, 2, 4, 5, 6 e 7.

Os alunos da terceira aplicação se diferenciavam dos alunos das duas primeiras por serem alunos com dependência na disciplina de matemática. Observou-se que, ao longo da aplicação, eles responderam com a mesma argumentação lógica que os outros alunos, demonstrando ter o mesmo grau de entendimento. No entanto, em relação à matemática básica, esses alunos tiveram muito mais dificuldade, principalmente na manipulação das desigualdades.

Destacamos que a compreensão das demonstrações e o raciocínio dedutivo nelas utilizado ajudaram a promover uma mudança de atitude em todos os alunos. O fato deles conseguirem demonstrar um resultado parece ter alimentado sua autoconfiança. Além disso, houve um fortalecimento do senso crítico dos alunos a partir do momento em que eles passaram a entender a necessidade da justificativa de uma afirmação. Todas as aplicações mostraram que os alunos que realizaram as atividades tiveram capacidade de demonstrar as conjecturas, o que indica que a atitude de duvidar da capacidade de um aluno ou de menosprezá-la é equivocada. Muitos professores da educação básica negam aos seus alunos a prática de demonstrações, essencial no estudo da matemática, privando-os de oportunidades para desenvolverem seu raciocínio lógico, seu senso crítico e sua autonomia.

É importante observar que essa tarefa não tem contexto outro que a própria matemática.

Exemplo 5: A construção da tarefa intitulada “O estudo da esfera” (SZCZPANSKI; GREBOT, 2013) baseou-se em uma pesquisa, em nível de terceiro grau, a respeito da construção de um globo, em que foram também pesquisadas aproximações da esfera através de poliedros. Foram desenvolvidos materiais concretos de apoio à realização da tarefa. Diferentemente das outras tarefas apresentadas neste artigo, o estudo teórico que embasou esta tarefa culminou com a publicação de novos resultados matemáticos (GREBOT; SZCZPANSKI, 2016).

A tarefa está dividida em três partes. Na primeira parte, o aluno desenvolve seis atividades que compreendem o recobrimento da esfera por um plano, a definição de distância sobre a esfera, os comprimentos de arcos subtendidos por um dado segmento, seções da esfera, a medição de distância sobre a esfera e a comparação entre as distâncias sobre a esfera e sobre o plano. No desenvolvimento dessas atividades, o aluno internaliza o conceito de isometria, que é raramente trabalhado na educação básica. Por meio de um trabalho experimental e intuitivo o aluno tem a possibilidade de testar a validade do teorema egrégio de Gauss5.

A segunda parte da tarefa está baseada no estabelecimento de fusos horários. Ao todo são quatorze atividades que abordam importantes conceitos em geometria e que levam à construção de um globo por meio de gomos. Há uma atividade intermediária que permite reforçar o que foi analisado na primeira parte e em que o aluno constrói um gomo de maneira intuitiva. Nas atividades seguintes, o aluno traça o gomo com auxílio de um aparelho especialmente desenvolvido para este fim, que permite o estudo das curvas que determinam este gomo, qualquer que seja o seu ângulo central.

A terceira parte da tarefa tem por objetivo construir e analisar domos geodésicos através de aproximações poliedrais da esfera. Com base em (POPKO, 2012), introduz-se o conceito de domos geodésicos, que são estruturas poliédricas cujos vértices estão sobre uma esfera. O objetivo é deformar o icosaedro, sem destruir ou criar novas interseções entre suas faces, até formar aproximações da esfera. Neste processo são utilizadas as divisões triacon e alternate (POPKO, 2012, pp. 199-230).

A tarefa foi aplicada em uma turma de nono ano do ensino fundamental, durante sete encontros semanais de noventa minutos. A seguir, apresentamos

[5] O teorema egrégio de Gauss estabelece que a curvatura de Gauss é invariante por isometrias locais (ARAÚJO, 1998, p. 109).

algumas observações, feitas pelos alunos, referentes à primeira parte da tarefa e parte da segunda:

- Um aluno observou que a distância entre dois pontos, medida por um fio, na esfera recoberta pelo papel é influenciada pelo relevo. Uma observação importante, pois nesse momento eles já percebiam que não havia como recobrir a esfera de maneira perfeita, sem dobras e relevos.
- Na tentativa de recobrir a esfera de isopor com folhas de papel A4, uma aluna argumentou que se um cubo pode ser recoberto com quadrados, então uma esfera poderia ser recoberta com circunferências. Com esse raciocínio, ela recortou dois discos de raio igual ao raio da esfera e tentou recobri-la, mas observou não ser possível.
- Em uma atividade que solicita a demonstração do fato de que um plano e uma esfera se interceptam ao longo de uma circunferência, o mediador sugeriu o uso do teorema de Pitágoras. Um dos alunos conseguiu usar este teorema para demonstrar tal fato deixando claro que, até então, não tinha entendido para que ele servia.
- Os alunos relacionaram as atividades com uma outra tarefa cujo objetivo era descobrir em que cidade se encontrava um tesouro e para a qual o aluno era munido de um mapa (plano) do Brasil, de um compasso e de uma régua. Os alunos se questionaram a respeito do porquê que, naquela atividade, as distâncias eram medidas pelo comprimento de segmentos no plano ao passo que agora, a distância entre dois pontos sobre uma esfera é dada pelo "comprimento do menor arco de circunferência que os liga".
- Os alunos assimilaram bem o resultado da atividade em que se observa que o comprimento de um arco de circunferência, subtendido por um segmento dado, diminui com o aumento do raio. Eles souberam usar essa propriedade para observar que o menor arco de circunferência que liga dois pontos de uma esfera deve ser um arco de círculo máximo dessa esfera.
- Houve grande interesse por parte dos alunos quanto à explicação da etimologia da palavra isometria e, também, quanto ao enunciado do teorema egrégio de Gauss e sua conexão com a tarefa. Os alunos ficaram empolgados em redigir uma resposta utilizando uma palavra que eles haviam acabado de aprender e que tinha um grande significado, pois resumia várias observações feitas durante as atividades.

- Em uma atividade que pedia para explicar o que representam as dobras e os recortes feitos na folha de papel ao tentar recobrir a esfera, os alunos tiveram dificuldade em se expressar. Ao mesmo tempo, estava claro para eles que as distâncias correspondentes, na esfera e na planificação, não são preservadas.
- Foi interessante notar a convicção dos alunos sobre o fato da esfera não ser isométrica ao plano. Mas, após a conclusão da primeira parte da tarefa, os alunos foram questionados quanto à possibilidade de se recobrir a esfera com fatias bem finas de plano. Todos disseram que é possível e que, por serem as fatias bem finas, não haveria dobra nem amasso.
- Na segunda etapa da tarefa, os alunos foram questionados se era possível construir um globo se conseguissem construir 12 gomos no plano. A maioria dos alunos disse que seria possível, exceto por uma aluna que argumentou que a folha de papel A4 era um pedaço de plano, assim como os gomos, e que o que ela havia descoberto era que a esfera não é isométrica nem ao plano nem a pedaços dele, sendo assim, a esfera construída não seria perfeita. Outro aluno argumentou que seria possível porque a folha de papel A4 representava o plano inteiro, e os gomos seriam só uma parte dele.

Conclusão

Uma das ações principais do PIBID/MAT/UnB era a preparação de tarefas de matemática a serem trabalhadas com grupos de alunos do ensino básico das escolas participantes do projeto. Dessa maneira, os licenciandos do PIBID/MAT/UnB eram iniciados na atividade sobre o objeto de interesse para a formação do professor, a saber: alunos em atividade com tarefas de matemática num ambiente escolar.

Após a escolha do seu tema, a elaboração de uma dessas tarefas era realizada em ciclos de três fases: fase 1- pesquisar e estudar, do ponto de vista matemático, o tema escolhido; fase 2- transformar esse estudo em material didático a ser usado em sala de aula; fase 3- testar o material em sala de aula. A terceira fase geralmente implicava em revisão da segunda fase, em função das respostas dos alunos. Com essa revisão, novas abordagens poderiam surgir tornando necessária uma revisão da primeira fase.

Neste artigo, apresentamos cinco tarefas desenvolvidas no âmbito do PIBID/MAT/UnB. Todas são tarefas exploratórias que visam o desenvolvimento do raciocínio.

Os seus respectivos contextos são bem distintos. A tarefa descrita no exemplo 1 mostra como a geometria elementar pode ser trabalhada a partir de uma pergunta simples a respeito de uma situação observada diariamente (o paralelismo das rodas de um carro descrevendo uma curva) mas que ainda surpreende. No exemplo 2, a tarefa usa o jogo Sudoku, cujas regras são simples, para desenvolver a argumentação lógica dos alunos. A tarefa do exemplo 3 explora a estrutura geométrica do jogo Dobble e inicia o aluno ao estudo de uma geometria finita. No exemplo 4, a tarefa desenvolve o conceito de aproximação de um número usando frações contínuas; o contexto é puramente matemático. No exemplo 5 a tarefa leva o aluno a observar e perceber características de um objeto bem conhecido (a esfera) e apresenta o problema prático da sua construção aproximada.

Todas as situações abordadas nessas tarefas permitem extrair conceitos e trabalhar com eles matematicamente em vários níveis. Sem dúvidas, essa característica é essencial para o sucesso de qualquer tarefa matemática. Além disso, é possível que o estudo de base para a preparação de uma tarefa leve a novos resultados matemáticos, tal como ocorreu com a tarefa apresentada no exemplo 5.

A aplicação dessas tarefas nas escolas de ensino básico, mostrou que, sob uma mediação adequada do monitor, elas cativam a atenção dos alunos, favorecendo seu envolvimento, e promovem, de fato, a aprendizagem desejada. Isso ocorreu mesmo com as tarefas em que os conceitos desenvolvidos não são abordados no ensino básico, como é o caso dos exemplos 3 e 4.

Não sabemos se os monitores que participaram do PIBID/MAT/UnB continuam desenvolvendo tarefas de matemática para as suas aulas. No entanto, há vários relatos que mostram que essa metodologia enriqueceu a formação profissional desses monitores (GREBOT et al., 2013).

Referências

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática Através da Resolução de Problemas: uma Nova Possibilidade para o Trabalho em Sala de Aula. In: **VII REUNIÃO DE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA DO CONE SUL**. Anais[…] Águas de Lindóia-SP. 2006.

ALMEIDA, Igor André Ramos; GREBOT, Guy. Elaboração e Análise de uma Sequência Didática, no Contexto de Geometria, Baseada na Metodologia de Resolução de Problema e nos Níveis de Pensamento Geométrico dos Van-Hiele. In: **V ENCONTRO BRASILIENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – V EBREM**. 23 a 25 de setembro de 2011.

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba. Editora UFPR, 2007.

ARAÚJO, Paulo Ventura. **Geometria Diferencial**. Coleção Matemática Universitária. IMPA. 1998.

BALL, Deborah Loewenberg.; THAMES, Mark Hoover.; BASS, Hyman; SLEEP, Laurie; LEWIS, Jennifer; PHELPS, Geoffrey. A practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. In*:* Tzekaki, M., Kaldrimidou, M.; Sakonidis, C. (Eds.). **Proceedings of the 33rd Conference of the Group for the Psychology of Mathematics Education**, Vol. 1, 2009.p. 95-98.

BOLT, Brian. **Matemáquina**. Editora Gradiva. 1991.

BOURRIGAN, Maxime. **Dobble et la Géométrie Finie**. 2001. Disponível em: <http://images.math.cnrs.fr/Dobble-et-la-geometrie-finie.html>. Acesso em 30/1/2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

CHRISTIANSEN, B.; WALTHER, G. Task and Activity. In: B. Christiansen, A. G. Howson, M. Otte (Eds.), **Perspectives on mathematics education** (pp. 243-307). Dordrecht: Reidel, 1986.

D´AMBRÓSIO, Beatriz Silva. Formação de Professores de Matemática para o Século XXI: o Grande Desafio. In: **Pró-Posições**. Campinas-SP: Cortez Editora/UNICAMP, v. 4, n. 1 (10). 1993.

FELIX, Angélica; GREBOT, Guy. O Sudoku como Ferramenta para o Desenvolvimento de Regras de Lógica na Aula de Matemática. In: **VII CIBEM**, Montevideo, Uruguai, 16-20 de setembro. p. 456-463. 2013. Anais[…].

FERREIRA, Andréia Cardoso. Geometria Projetiva: o Jogo Dobble. In: **XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, Curitiba, 18-21 de julho. 2013. Anais[…].

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia**. Rio de Janeiro. Editora Paz e Terra. 48ª edição. 2014.

GREBOT, Guy; GASPAR, MariaTerezinha Jesus.; DÖRR, Raquel Carneiro. Experiências Matemáticas e Experiências com Alunos na Formação de Professores: Desdobramentos do Programa PIBID/MAT da Universidade de Brasília. In: **VII CIBEM**, Montevideo, Uruguai, 16-20 de setembro. p. 5099. 2013. Anais[...].

GREBOT, Guy; SZCZPANSKI, Kevin. Construção de Domos Geodésicos. In: **VI ENCONTRO BRASILIENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – VI EBREM**. 2013. Anais[...].

GREBOT, Guy; SZCZPANSKI, Kevin. Quantity of non-congruent struts in alternate division. **Journal of Geometry**, v. 107, p. 151-168. 2016.

LANGE, Jan de. There Is, Probably, No Need for This Presentation. In: **Task Design In Mathematics Education**, an ICMI Study 22. p. 287. 2015.

MONTEIRO, Maria Carolina Bonoto; GREBOT, Guy. Experiências com Matemática, Experiência com Alunos. In: **2º SIMPÓSIO NACIONAL DA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA**. Colégio militar de Brasília-DF, 14 a 16 de Agosto de 2015.

OLIVEIRA, Loryane Santos de; ARAMAN, Eliane Maria de Oliveira; TREVISAN, André Luis. Processos de Raciocínio Matemático em uma Tarefa Exploratória. **PARADIGMA**, 43(1), 01-21. 2022. disponível em: https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2022.p01-21.id1158

PIBID. - PIBID EDITAL Nº 23/2022. **COORDENAÇÃO DE APERFEIÇOAMENTO DE PESSOAL DE NÍVEL SUPERIOR PROGRAMA INSTITUCIONAL DE BOLSAS DE INICIAÇÃO À DOCÊNCIA**. Disponível em: https://www.gov.br/capes/pt-br/centrais-de-conteudo/editais/29042022_Edital_1692974_Edital_23_2022.pdf

PONTE, João Pedro da. Gestão curricular em Matemática. In: GTI (Ed.), **O professor e o desenvolvimento curricular** (pp. 11-34). Lisboa: APM. 2005.

PONTE, João Pedro da; MATA-PEREIRA, Joana; HENRIQUES, Ana Cláudia.; QUARESMA, Marisa. Designing and using exploratory tasks. In: Margolinas, C. (Ed.). **Task Design in Mathematics Education**. Proceedings of ICMI Study 22. Oxford. p.491. 2013.

PONTE, João Pedro da; QUARESMA, Marisa; MATA-PEREIRA, Joana. Como Desenvolver o Raciocínio Matemático na Sala de Aula? **Educação Matemática**, Lisboa, 156, 7-11. 2020.

POPKO, Edward Stanley. **Divided Spheres**: Geodesic and the Orderly Subdivision on the Sphere. CRC, Boca Raton, 2012.

SILVER, Edward A.; CLARK, Lawrence M.; GHOUSSEINI, Hala N.; CHARALAMBOUS, Charalambos Y.; SEALY, Jenny T. **Where is the mathematics? Examining teachers’ mathematical learning opportunities in practice-based professional learning tasks**. J. Math. Teacher Educ. 10:261–277. 2007. DOI 10.1007/s10857-007-9039-7.

SOARES Maria Teresa Carneiro; BERTONI, Neuza Pinto. **Metodologia da Resolução de Problemas.** Disponível em:http://www.ufrrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_24/metodologia.pdf. Acesso em: 29/01/2023.

SZCZPANSKI, Kevin; GREBOT, Guy. O Estudo da Esfera Através da sua Construção. **VII CIBEM**, Montevideo, Uruguai, 16-20 de setembro. p. 989. 2013. Anais[…].

TREVISAN, André Luis; RIBEIRO, Alessandro Jacques; PONTE, João Pedro. Professional Learning Opportunities Regarding the Concept of Function in a Practice-based Teacher Education Program. **INTERNATIONAL ELECTRONIC JOURNAL OF MATHEMATICS EDUCATION**, e-ISSN: 1306-3030. Vol. 15, No. 2. 2020. em0563. https://doi.org/10.29333/iejme/6256.

WATSON, Anne; MASON, John. Taken-as-Shared: a review of common assumptions about mathematical tasks in teacher education. **Journal of Mathematics Teacher Education**, 10 (4-6) p205-215. 2007.

WATSON, Anne; OHTANI, Minoru. Themes and Issues in Mathematics Education Concerning Task Design: Editorial Introduction. In: **Task Design In Mathematics Education**, an ICMI Study 22. 2015.

WATSON, Anne.; THOMPSON, Denisse R. Design Issues Related to Text-Based Tasks. In: **Task Design In Mathematics Education**, an ICMI Study 22. p. 143. 2015.

Submetido em janeiro de 2023

Aceito em julho de 2023