

## Uso da Análise de *Cluster* em Avaliação Diagnóstica para Mapeamento de Defasagem Escolar

## Use of Cluster Analysis in Diagnostic Evaluation for Mapping School Delay

*Juliana Costa do Nascimento*<sup>1</sup>

*Pedro Carvalho Brom*<sup>2</sup>

*Bruno Marx de Aquino Braga*<sup>3</sup>

### RESUMO

Este estudo explora a utilização da análise de *cluster* em avaliações diagnósticas para identificar defasagens em conhecimentos matemáticos entre estudantes do ensino médio no Instituto Federal de Brasília. A metodologia envolve a aplicação de avaliação diagnóstica, a qual é posteriormente analisada, usando-se técnicas de agrupamento para identificar lacunas de conhecimentos entre os alunos. Este processo permite uma avaliação detalhada dos estudantes ao ingressarem no ensino médio. Os resultados indicam variações significativas nas competências matemáticas, o que sugere a necessidade de intervenções educacionais direcionadas. Por meio da análise de cluster, este estudo apresenta uma sugestão sobre o modo como as instituições educacionais podem efetivamente agrupar estudantes com necessidades similares e, assim, adaptar estratégias pedagógicas para melhorar os resultados educacionais.

**PALAVRAS-CHAVE:** Diagnóstico Educacional. Desempenho Estudantil. Intervenções Pedagógicas. Análise Quantitativa. Métodos Estatísticos Aplicados.

1 Especialista em Matemática, Educação e Tecnologias pelo Instituto Federal de Brasília. Professora da Secretaria de Educação do Distrito Federal. E-mail: [juliana.costa8191@gmail.com](mailto:juliana.costa8191@gmail.com). ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-6527-4320>.

2 Mestre em Estatística pela Universidade de Brasília. Professor do Instituto Federal de Brasília. E-mail: [pedro.brom@ifb.edu.br](mailto:pedro.brom@ifb.edu.br). ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-1288-7695>.

3 Mestre em Matemática pela Universidade de Brasília. Professor do Instituto Federal de Brasília. E-Mail: [bruno.braga@ifb.edu.br](mailto:bruno.braga@ifb.edu.br). ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-7579-4592>.



## ABSTRACT

This study explores the use of cluster analysis in diagnostic assessments to identify gaps in mathematical knowledge among high school students at the Federal Institute of Brasília. The methodology involves the application of a diagnostic assessment that is later analyzed using clustering techniques to identify knowledge gaps among the students. This process allows for a detailed assessment of students as they enter high school. The results indicate significant variations in mathematical competencies, which suggests the need for targeted educational interventions. Through cluster analysis, this study demonstrates how educational institutions can effectively group students with similar needs and adapt pedagogical strategies to improve educational outcomes.

**KEYWORDS:** Educational Diagnosis. Student Performance. Pedagogical Interventions. Quantitative Analysis. Applied Statistical Methods

### Introdução e Justificativa

Uma das ferramentas utilizadas pelos educadores no processo de ensino aprendizagem é a avaliação. Para Luckesi (2005), avaliar implica em diagnosticar e decidir. A partir da avaliação, o professor pode analisar as dificuldades apresentadas pelo aluno em seu processo de aprendizagem e, em seguida, refletir para ajustar seu planejamento, a fim de atender melhor seus estudantes. Essa prática é um ato efetivo de acompanhamento da aprendizagem, além de se constituir enquanto uma ferramenta dinâmica e contínua, que busca verificar o aprendizado obtido. Assim, o docente ganha entendimento sobre o nível de conhecimento do aluno, conseqüentemente, tem a possibilidade de melhor conseguir listar os conteúdos devidamente assimilados e também aqueles que o estudante ainda não aprendeu. Dessa forma, o educador tem a possibilidade de orientá-lo com maior eficiência sobre o modo como superar suas dificuldades.

Segundo Demo (1999), a avaliação deve ir além de classificar os alunos. Deve ser capaz de promover reflexões, além de possibilitar melhor planejamento pedagógico e o estabelecer de objetivos claros. Logo, os critérios de avaliação que vão definir os resultados devem estar sempre subordinados às finalidades estabelecidas previamente, seja ela educativa, social, política ou outras. A avaliação informa sobre o trabalho do professor, da escola, do sistema de ensino. Sendo assim, a avaliação deve ter sempre objetivos e critérios claros, ainda que o ato de avaliar seja complexo.

A avaliação deve ser realizada de forma contínua e esse pensamento vai ao encontro dos pressupostos defendidos por Hoffmann (2003), que julga que a ação de avaliar é um ato evolutivo e deve ocorrer de forma concomitante ao processo de aprendizagem dos alunos. A avaliação sob essa perspectiva é reconhecida no sistema

de ensino brasileiro por meio da Lei de Diretrizes e Bases da Educação, conforme o art. 24º da Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996 (Brasil, 1996), que determina a observância dos critérios de avaliação do educando, de forma contínua e cumulativa, tendo como prioridade os aspectos qualitativos sobre os quantitativos.

A prática da avaliação se desenvolve por meio da interação pedagógica, na qual as intenções de ação são objetivadas em comportamentos, atitudes e habilidades dos participantes envolvidos (Chuieire, 2008). Como avaliador desse processo, o docente interpreta e atribui significados à avaliação escolar, gerando conhecimentos e representações sobre a avaliação e seu papel como avaliador. Segundo Sordi (2001), a avaliação reflete um julgamento de valor, uma visão de mundo e de educação, sendo assim, deve ser proposta com intencionalidade que revele a identidade do educador ao interpretar os eventos do processo de aprendizagem.

A avaliação, conforme preconiza Hadji (1994), pode ser dividida em três principais grupos: diagnóstica, formativa e somativa, sendo que cada tipo possui seu objetivo e finalidade específicos. A formativa é a que acompanha o percurso do estudante no cotidiano, pois o professor está sempre analisando a evolução do estudante e possibilita a adequação das estratégias utilizadas. A somativa tem como função certificar, verificar a obtenção do conhecimento pelo aluno e, portanto, tem como período ideal o final do processo educativo. A diagnóstica classifica, de maneira quantitativa e qualitativa, os resultados, caracterizando-se essencialmente enquanto uma ferramenta importante de percepção sobre a educação.

A avaliação diagnóstica, assim denominada por alguns autores, como Bloom (1983) e Ballester (2003), é aquela que acontece no começo do processo de ensino aprendizagem. O intuito é que a correção seja de forma qualitativa, uma vez que, para Demo (1999), ao invés de simplesmente classificar o aluno, passa a ter como propósito a verificação do nível de conhecimento sobre o conteúdo que o discente apresenta, o que permite que o docente realize reflexões sobre suas estratégias de trabalho. Possui a função de observar os pré-requisitos dos estudantes para adquirir novas aprendizagens, pois, dessa forma, o professor pode planejar seu trabalho docente para conduzir o processo. Em síntese, essa avaliação tem como objetivo, de acordo com Hoffmann (2008), investigar o que os estudantes ainda não compreenderam, o que necessita de maior atenção e orientação e o que ainda não produziram.

A avaliação diagnóstica fornece subsídios à prática docente quando é eficaz para aprimorar as formas de ler os resultados e definir intervenções sobre eles. Essas

informações ajudam o professor a criar os mecanismos com os quais controlará, com autonomia, seu processo de trabalho. “Sabendo o que os alunos já sabem”, ele terá uma referência segura para elaborar seu planejamento pedagógico e estabelecer metas (Brasil, 2012d, p. 7).

Para Ballester (2003), esse tipo de avaliação tem como foco relatar os conhecimentos já adquiridos, experiências pessoais, raciocínio e estratégias espontâneas, atitudes e hábitos adquiridos em relação à aprendizagem e representações das tarefas propostas. Atividades com apoio de questionários abertos e redes sistêmicas, questionários de múltipla escolha, pautas de observação e/ou entrevistas, caracterizam-se como instrumentos que ajudam o professor planejar o processo de ensino-aprendizagem, de forma que atenda às necessidades e dificuldades dos alunos, proporcionando-lhes consciência em relação ao seu ponto de partida.

Valente (2012) crítica sobre o fato de o ensino da matemática ter se baseado, tradicionalmente, nas práticas de aplicação de testes e exames. A avaliação, sob a forma de exame, não deve ser desmerecida, mas percebida como uma forma de medir que segue padrões bem estabelecidos, o que não se pode é padronizá-la como a única forma de avaliar a aprendizagem (Barguil, 2000). O ensino da matemática tem sido permeado pela prática tradicional, na qual o professor é o detentor do conhecimento. A matemática é uma disciplina formal e a tendência tradicional tem promovido uma abordagem que incentiva a passividade do aluno diante do conhecimento (Cury, 1996).

Gardner (1995) define a inteligência lógico-matemática como a culminação do desenvolvimento cognitivo da criança, desde a percepção e memória até a capacidade de operações concretas e dedução abstrata. Então, conforme esse autor, essa inteligência não é apenas sobre números, mas sobre ações e relações matemáticas presentes no mundo físico, evoluindo para sistemas mais abstratos.

Brousseau (2008) argumenta que o fracasso na matemática não é apenas culpa dos alunos, mas também das metodologias de ensino. Ele destaca a importância das situações didáticas, nas quais o professor e os alunos interagem para a construção do conhecimento. A matemática, como ciência formal e prática humana, demanda uma abordagem que leve em conta sua natureza dinâmica e sua relação com a aprendizagem. É vital que o professor reconheça a matemática como uma atividade humana, presente em nossos pensamentos e ações cotidianas (Schliemann

et al., 1991). Situações práticas buscam não apenas apresentar a matemática como uma ciência formal, mas também proporcionar uma experiência interativa.

Avaliar o erro de forma construtiva é essencial no ensino de matemática. Sobre esse tema, Vergnaud (2009) destaca que os erros têm uma função formativa, permitindo a compreensão das dificuldades dos alunos e possibilitando a identificação de maneiras de superá-las. A avaliação diagnóstica é uma ferramenta que valoriza o erro como parte do processo de aprendizagem, permitindo ao professor identificar lacunas no entendimento do aluno e planejar intervenções adequadas (Brasil, 1997).

Segundo Santos e Paulo (2010), no ensino da matemática a contagem de erros é tradicionalmente utilizada para determinar o resultado do aluno em uma avaliação. Porém, essa é uma análise que não deve ser utilizada apenas para quantificar o resultado do estudante. Ao realizar uma avaliação diagnóstica, deve-se sondar o nível de conhecimentos e habilidades do estudante. Neste caso, uma análise qualitativa pode oferecer melhores percepções. Desse modo, ao invés de utilizar apenas a contagem de acertos/erros para quantificar a nota, esses podem ser utilizados também para se fazer generalizações.

Demo (2010) assinala que é impossível não avaliar. Logo, é preciso avaliar com competência e transparência. O importante não é discutir nota, e, sim, preocupar-se com a aprendizagem adequada. Na avaliação do ensino da matemática, como escreve Santos e Paulo (2010), normalmente a nota é atribuída de acordo com a quantidade de erros do aluno. Para se interpretar adequadamente uma avaliação, deve-se analisar o que os dados indicam, assim como a forma do discente de se comunicar matematicamente. Os autores ressaltam que a qualidade dos dados é relevante, mas também tem especial relevância o modo como o aluno utiliza a matemática para concluir a atividade proposta.

Para Bicudo (2005), ao aprender a pensar matematicamente, estados de conhecimentos vão sendo atingidos. Assim, a avaliação ajuda o professor a entender o nível de compreensão matemática alcançado pelo aluno. Nesses termos, a pergunta passa a ser: quais elementos podem ser utilizados para se criar uma avaliação que funcione como uma ferramenta de monitoramento indicando as defasagens do estudante?

Com os avanços tecnológicos e a facilidade de acesso a eles, os recursos computacionais apresentam-se como fortes aliados ao ensino da matemática, considerando-se as conexões dessa área com o cotidiano e a avaliação educacional. Dentre as iniciativas para integrar tecnologias computacionais à sala de aula,

destacam-se softwares, planilhas, objetos educacionais virtuais, jogos digitais e *WebQuests*<sup>4</sup>. Esses recursos trazem uma oportunidade de se enriquecer as aulas, melhor motivar a turma e promover uma aprendizagem mais significativa (Perez, 2015).

Essa ferramenta também pode ser utilizada na avaliação, sendo um instrumento para orientá-los na melhoria de sua aprendizagem. Diversas técnicas avaliativas podem ser exploradas, como provas com questões abertas, tarefas de resposta curta, itens de múltipla escolha, observação, pesquisa, redações matemáticas, jogos, *WebQuests* e portfólios. O foco está em promover uma compreensão dos conceitos matemáticos, reconhecendo que diferentes experiências de aprendizagem agregam na qualidade do ensino (Perez, 2015).

Oliveira (2011) destaca o impacto das tecnologias digitais na educação, ressaltando a necessidade de contextualização dos conteúdos matemáticos, por meio de modelagens. Esse autor defende o uso de softwares como facilitador da aprendizagem significativa, destacando a relação do ensino da matemática e da avaliação escolar, a importância da integração da tecnologia nesses processos, com destaque para o uso de softwares educacionais e ambientes virtuais.

A tecnologia não precisa ser utilizada apenas no momento da aplicação da avaliação, ela pode também ser uma ferramenta para auxiliar o professor no processo de discussão dos resultados. Uma avaliação resulta em dados/informações sobre um determinado grupo de estudantes. Ultimamente, tem havido um aumento significativo no interesse pela análise automatizada dos dados obtidos no processo de aprendizagem escolar. Ao buscar a melhora da eficácia do ambiente de aprendizagem, podem-se empregar técnicas de análise de dados (Romero e Ventura, 2007). Essas técnicas oferecem uma ferramenta para incrementar a eficácia do ambiente de aprendizagem, permitindo a personalização do ensino, a identificação precoce de alunos em risco de reprovação e a otimização dos recursos educacionais. Quando aplicada de forma ética e responsável, a análise de dados tem o potencial de transformar positivamente a educação, promovendo resultados de aprendizagem mais efetivos para todos os alunos.

Tendo em perspectiva esses pressupostos, esse artigo apresenta uma possibilidade para se mensurar e identificar, por meio de avaliação diagnóstica,

4 *WebQuest* é uma metodologia de pesquisa orientada para a utilização da internet na educação, na qual os recursos utilizados para a pesquisa estão disponíveis online.

conhecimentos de matemática que estão em defasagem e tem como objetivo analisar os pré-requisitos em álgebra dos estudantes ao chegarem no ensino médio.

## **Materiais e Métodos**

Após realizar uma revisão da literatura referente à avaliação diagnóstica, realizou-se uma avaliação basal com os alunos do IFB - *campus* Estrutural, no ano de 2022, para servir de referência e usá-la como base para entender e diagnosticar os pré-requisitos dos estudantes, considerando a perspectiva quantitativa e qualitativa.

## **Considerações sobre o público estudado**

O projeto tem como objeto de pesquisa os alunos do primeiro ano do Ensino Médio Integrado do IFB, *campus* Estrutural, sendo essa a população de interesse. Nesse *campus*, são oferecidos os cursos de Ensino Médio integrado ao Técnico em Manutenção Automotiva<sup>5</sup> e o Técnico em Meio Ambiente<sup>6</sup>. O ingresso dos estudantes desses cursos é por sorteio, o que, do ponto de vista estatístico, é uma qualidade pois garante a propriedade de aleatorização, na qual o acaso determina as unidades observacionais diversificadas quanto aos conhecimentos prévios. O grupo que participou do projeto pertence ao curso de Meio Ambiente, o convite se deu por e-mail, enviado aos pais e responsáveis, e os alunos que participaram foram aqueles que estavam presentes no dia da aplicação. Portanto, o grupo amostrado ( $n = 32$ ) constitui-se como uma amostragem não probabilística, pois a adesão foi voluntária. O efeito imediato são os resultados que devem ser interpretados apenas para o grupo estudado, não podendo inferir para a população de estudantes do primeiro ano deste *campus*. Todavia este estudo permite entender a operacionalização da avaliação diagnóstica de forma mais ampla.

## **Conteúdo Avaliado**

A avaliação diagnóstica tem como objetivo compreender os pré-requisitos que o aluno possui para adquirir novas aprendizagens. Logo, é necessário determinar quais são os pré-requisitos que serão observados. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), define o conjunto de competências e habilidades que devem ser praticadas (Brasil, 2018). Para tanto, considerou-se esses pontos em relação à matemática do 9º ano do Ensino Fundamental. Por se tratar de um trabalho de investigação inicial, optou-se por avaliar usando-se apenas a unidade temática de Álgebra, tendo em vista

5 Total de 64 matriculados no primeiro ano.

6 Total de 38 matriculados no primeiro ano.

o conjunto de conteúdos que trazem mais abstração, gerando, naturalmente, lacunas e dificuldades para o estudante.

As questões utilizadas para diagnosticar são do banco de questões da organização sem fins lucrativos *College Board*<sup>7</sup>, responsável pelo *Scholastic Aptitude Test* (SAT), sendo questões já testadas anteriormente em outro público. O SAT<sup>8</sup>, de acordo com *College Board 2022*, é uma ferramenta educacional voltada para os educadores de ensino fundamental e médio, sendo um conjunto de perguntas personalizadas e direcionadas para melhorar a instrução. A escolha por esse banco de dados aconteceu pela facilidade de encontrar questões já testadas e que podiam ser filtradas de acordo com a dificuldade de cada questão e conteúdo abordado. Avaliações brasileiras foram consideradas para extrair questões, entretanto, para essa opção, algumas dificuldades foram evidenciadas, tais como, o possível conhecimento prévio do estudante em relação às questões, o que poderia gerar vício nos resultados do estudo, e a falta de um banco de dados para que se possa extraí-las, opções de filtros que ajudem a separar as questões que atendam a demanda ou mesmo que as questões estejam disponíveis. Logo, o banco de dados criado pelo *College Board* mostrou-se mais viável, por isso foi o escolhido. Os filtros usados na pesquisa foram: *Assessment: SAT; Test: Math; CrossTest Score and Subscore: Heart of Algebra, Passport to Advanced Math; Calculator: No calculator.*

As questões foram escolhidas de forma compatível com os conteúdos e habilidades determinados pela BNCC e segundo o nível de dificuldades classificadas pelo banco. A avaliação aplicada conta com cinco questões fáceis, três médias e quatro difíceis, resultando em doze questões. A avaliação está disposta no Apêndice - Avaliação basal.

### **Método de análise dos dados**

As questões selecionadas para a avaliação diagnóstica apresentada são do tipo discursivas, pois permitem avaliar processos mentais superiores, como a capacidade para interpretar dados e princípios, organizar ideias e sintetizar o conhecimento acerca dos conteúdos a serem avaliados. Utilizá-las como instrumento avaliativo, permitem ainda verificar a propensão do estudante em analisar criticamente

7 Disponível em: <https://satsuitequestionbank.collegeboard.org/>

8 O SAT é um exame educacional padronizado nos Estados Unidos aplicado a estudantes no fim da educação básica, que serve de critério para admissão nas universidades norte-americanas.

um conceito e emitir juízos de valor, bem como, desenvolver a clareza de expressão e a originalidade.

Ao desenvolver uma avaliação composta por questões discursivas, é de suma importância que o avaliador tenha claro qual objetivo pretende que o estudante alcance, assim como tenha parâmetros para a resposta, considerando, dentre outros aspectos: abrangência, profundidade, abordagem e desenvolvimento da resposta esperada, número de itens, complexidade, e partes essenciais. Desse modo, deve-se evidenciar, na própria questão, as habilidades mentais que os estudantes necessitam demonstrar, como, por exemplo, comparar, relacionar, descrever e justificar (Brasil, 2019).

Segundo Ponte et al. (2009), em relação à correção, alguns aspectos devem ser levados em consideração: organização do trabalho, descrição e justificação dos procedimentos utilizados, correção e clareza dos raciocínios, correção dos conceitos matemáticos envolvidos, correção e clareza da linguagem utilizada. Nesta investigação, os critérios de correção utilizados perpassam todas as questões pontuando-as de 0 a 1 (zero a um) em cada um deles.

Figura 01 - Critérios de correção utilizados na avaliação.

Vol.	Critérios de correção
1	Capacidade de interpretar dados e/ou fatos
2	Correção dos conceitos matemáticos envolvidos
3	Realização das operações

Fonte: elaborado para a pesquisa.

Assim, criou-se um mapa de conteúdos e critérios para ser utilizado com a turma e, que também, pode ser usado com grupos localizados ou individualmente. A criação deste mapa normalmente demanda muito tempo para ser executado, o que é um ponto negativo, porém é uma forma interessante para trabalhar uma avaliação diagnóstica, pois aumentará o nível de detalhamento. Para facilitar o entendimento desse cenário, pode-se utilizar análise de agrupamentos também chamada de análise de *cluster* para automatizar esse processo.

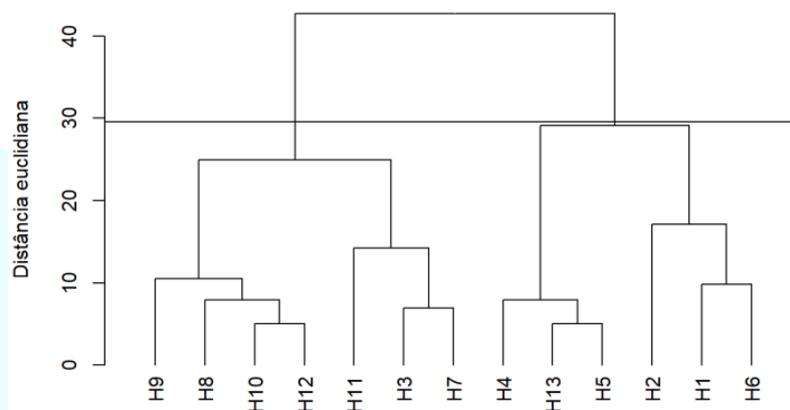
### **Análise de *cluster*: alguns pressupostos teóricos**

A análise de *cluster* tem como objetivo dividir os elementos das amostras em grupos. De acordo com Guimarães, Asmus e Burdorf (2013), os grupos são divididos de forma que os elementos pertencentes sejam similares com respeito às suas características (variáveis) e os elementos em grupos diferentes sejam heterogêneos em relação às mesmas características.

O critério utilizado no agrupamento é importante, pois define até que ponto dois ou mais elementos do conjunto de dados podem ser considerados como semelhantes. Logo, faz-se necessário considerar-se as medidas que descrevem a similaridade entre os elementos amostrais de acordo com as características.

Considere que cada elemento amostral contém informações de  $p$ -variáveis armazenadas em um vetor, dessa forma, a comparação de diferentes unidades observadas poderá ser feita por meio de uma métrica, por exemplo, a distância euclidiana entre pontos. Assim, é possível a comparação de vetores, calculando a distância entre dois ou mais vetores e agrupar observações de menor distância, no caso semelhantes.

Figura 02 - Exemplo de dendrograma.



Fonte: elaborado para a pesquisa.

Os grupos formados podem ser exibidos em um dendrograma, uma espécie de diagrama de árvore, conforme exemplificado na Figura 02. O nível de similaridade é medido a cada passo ao longo do eixo vertical e as observações ao longo do eixo horizontal. Nesse exemplo, é visto a formação de grupos, de acordo com a distância euclidiana, ao traçar uma reta na altura 3.0, três *clusters* são determinados. Para conjuntos de dados menores, foco deste trabalho, é usual determinar a quantidade de *clusters* pela percepção técnica do pesquisador.

Pensando em automatizar o mapeamento dos dados extraídos na pesquisa foi utilizado um programa na linguagem *R Core Team* (2022), um programa sem registro criado em 2014, Método de Análise, Relatório e Indicadores na Avaliação (MARIA), como experiência educacional pelo prof. Pedro Carvalho Brom<sup>9</sup>. O referido programa é configurado para gerar um relatório em PDF, calculando e apresentando o aproveitamento dos alunos por questão e de forma global. Tabelas são geradas

<sup>9</sup> Disponível em <https://github.com/pcbrom/maria>.

apresentando média e desvio-padrão, juntamente com coeficientes de variação, tanto por questão individual quanto por critério de correção. Essas tabelas são formatadas para exibição centralizada e acompanhadas de legendas explicativas.

Além disso, é feita a análise de correlação entre as notas das questões, utilizando um gráfico e sua significância estatística. Sua última etapa é focada na análise de *cluster*, tanto para questões quanto para alunos, representando graficamente os resultados em dendrogramas, o que permite identificar agrupamentos naturais entre questões e alunos com base em suas similaridades de desempenho.

Esse programa foi testado anteriormente no IFB - *campus* Gama, na componente Matemática Financeira, do curso Técnico em Logística, em 2014 e depois, mais recentemente em 2022, no terceiro ano do Ensino Médio Integrado ao Meio Ambiente, na componente Estatística Ambiental. O programa consiste em pegar uma planilha eletrônica, em que cada linha representa um estudante e cada coluna indica a questão e o critério trabalhado. As entradas são as notas atribuídas. Desse modo, o trabalho do professor consiste em corrigir as avaliações, como de costume, e preencher a planilha eletrônica. O facilitador deste programa é gerar um relatório em instantes que, se feito manualmente, demandaria um tempo adicional na rotina de trabalho. A partir desses resultados, é possível fazer uma leitura detalhada sobre os resultados dos estudantes.

## **Resultados e discussão**

### **Aplicação da análise basal**

A aplicação se deu em uma sala de aula convencional, com a duração de uma hora. Como a avaliação foi composta por questões de múltipla escolha, a correção tem como base o desenvolvimento escrito. Após a aplicação, o material coletado seguiu para correção de acordo com os critérios estabelecidos anteriormente. Questões em branco ou com apenas a marcação da alternativa como resposta foram zeradas. Para melhor esclarecimento, seguem dois exemplos de correção para a questão 7.

A correção do aluno A, Figura 03, foi realizada da seguinte forma: no primeiro critério, capacidade de interpretar dados e/ ou fatos, a nota atribuída foi 1(um), pois o aluno montou a resolução da questão, de acordo com o enunciado. O segundo critério, correção de conceitos matemáticos, a nota foi 1(um) pela utilização correta dos conceitos envolvidos. E o terceiro critério, realização das operações, a nota também foi 1 (um), por realizar a operação corretamente.

Figura 03 - Questão 7 pelo aluno A.

Questão 7 –  $5(4x - 1) = 4x + 3$   
 Que valor de  $x$  satisfaz a equação acima?

$$\begin{array}{l} 5(4x - 1) = 4x + 3 \\ 20x - 5 = 4x + 3 \\ 20x - 4x = 3 + 5 \\ 16x = 8 \\ x = \frac{8}{16} = 0,5 \end{array}$$

Fonte: elaborado para a pesquisa.

A resolução do aluno B, Figura 04, não chegou na resposta correta e isso afetou a correção. No primeiro critério, foi-lhe atribuída nota 1(um), por ter interpretado corretamente a questão. O segundo critério, a nota foi 0,75 (zero setenta e cinco), pois, apesar de compreender os outros conceitos matemáticos, errou ao desenvolver a passagem  $a \cdot x = b \Rightarrow \frac{b}{a}$ . Quanto ao terceiro critério, a nota foi 0,75 (zero setenta e cinco), levando em consideração o mesmo erro visto no segundo critério.

Figura 04 - Questão 7 pelo aluno B.

Questão 7 –  $5(4x - 1) = 4x + 3$   
 Que valor de  $x$  satisfaz a equação acima?

$$\begin{array}{l} 5(4x - 1) = 4x + 3 \\ 20x - 5 = 4x + 3 \\ 20x - 4x = 3 + 5 \\ 16x = 8 \\ x = \frac{16}{8} \quad x = 2 \end{array}$$

Fonte: elaborado para a pesquisa.

Vale observar que, ao corrigir cada questão de acordo com os três critérios, pode-se mapear tanto o estudante quanto a turma segundo a nota, e, também, estratificar as dificuldades encontradas. Deste modo, cada grupo formado por dificuldades similares serão identificados com mais facilidade, o que favorece o trabalho docente, criando um mapa informativo. É natural o docente fazer correções estratificadas, todavia, não é costume anotar detalhadamente para uma análise mais técnica, por demandar mais horas de trabalho na análise dos resultados.

### Análise quantitativa

Após a correção de todo material, os resultados da avaliação foram preenchidos em uma planilha eletrônica, que gerou uma tabela com o aproveitamento das notas de cada estudante em cada questão, disponível na figura a seguir.

Figura 05 – Aproveitamento das notas.

matricula	tipo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	aproveitamento
A1	escrita	0.00	0.25	1.00	0.07	0.83	0.0	0.57	0.57	0.00	0.00	0.00	0.00	0.27
A2	escrita	1.00	0.33	1.00	1.00	0.83	1.0	1.00	0.83	0.33	0.42	0.00	0.42	0.68
A3	escrita	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
A4	escrita	0.50	0.00	0.00	0.00	0.00	0.0	0.17	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.06
A5	escrita	0.00	1.00	1.00	1.00	0.83	0.0	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.40
A6	escrita	0.00	0.00	1.00	0.08	0.00	0.0	0.47	0.00	0.00	0.00	0.07	0.00	0.13
A7	escrita	0.00	0.17	0.00	0.50	0.00	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.06
A8	escrita	0.00	0.00	0.00	1.00	0.83	0.0	0.57	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.20
A9	escrita	0.50	0.00	0.00	0.00	0.00	0.0	0.33	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.07
A10	escrita	0.00	0.37	1.00	0.00	0.83	0.0	0.73	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.24
A11	escrita	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
A12	escrita	1.00	1.00	1.00	0.50	0.92	0.0	0.73	1.00	0.00	0.00	0.00	0.17	0.53
A13	escrita	0.00	0.00	0.20	0.20	0.00	0.0	0.50	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.07
A14	escrita	0.20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02
A15	escrita	1.00	1.00	1.00	1.00	0.92	0.0	1.00	0.53	0.00	0.33	0.00	0.00	0.57
A16	escrita	1.00	1.00	1.00	1.00	0.92	1.0	1.00	0.00	1.00	1.00	0.00	1.00	0.83
A17	escrita	1.00	1.00	1.00	1.00	0.83	0.5	1.00	0.43	0.33	0.00	0.07	0.53	0.64
A18	escrita	1.00	1.00	0.92	1.00	0.75	0.0	0.83	0.00	0.17	0.17	0.00	0.00	0.49
A19	escrita	0.17	1.00	0.00	1.00	0.20	0.1	0.00	0.10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.21
A20	escrita	0.00	1.00	1.00	0.50	0.20	0.0	1.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.39
A21	escrita	0.00	1.00	0.67	1.00	0.83	0.0	0.53	0.83	0.00	0.13	1.00	0.00	0.50
A22	escrita	0.00	0.00	0.68	0.10	0.83	0.0	0.68	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.19
A23	escrita	0.00	0.00	0.00	0.10	0.83	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.08
A24	escrita	0.00	0.00	0.00	0.50	0.00	0.0	0.17	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.06
A25	escrita	0.00	0.17	0.00	0.50	0.00	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.06
A26	escrita	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
A27	escrita	0.00	0.00	0.00	0.50	0.83	0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.11
A28	escrita	0.50	1.00	0.77	1.00	0.92	0.0	1.00	1.00	0.83	0.07	0.00	0.00	0.59
A29	escrita	0.00	0.50	1.00	1.00	0.83	0.0	0.83	0.83	0.00	0.00	0.00	0.00	0.42
A30	escrita	1.00	1.00	1.00	1.00	0.92	0.0	0.00	0.93	0.20	0.17	0.83	0.00	0.59
A31	escrita	0.00	0.50	1.00	1.00	0.83	0.0	0.93	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.36
A32	escrita	0.00	0.00	0.00	1.00	0.83	0.0	0.00	0.00	0.00	0.33	0.00	0.00	0.18

Fonte: elaborado para a pesquisa.

### Relatório dos resultados da avaliação

O aproveitamento final dos alunos, determinado pelo cálculo da média das notas obtidas em cada questão, está no intervalo entre 0 (zero) e 1 (um). Nota-se que 14 (quatorze) dos 32 (trinta e dois) estudantes que participaram do projeto receberam notas entre 0 (zero) e 0.2 (zero dois), logo 43,75% dos alunos pontuaram menos que 20% da avaliação. Seis alunos tiveram notas entre 0.2 (zero dois) e 0.4 (zero quatro), um aproveitamento de 20% a 40%. 8 (oito) estudantes com notas de 0.4 (zero quatro) a 0.6 (zero seis), pontuando de 40% a 60%. Três estudantes com aproveitamento entre 0.6 (zero seis) e 0.8 (zero oito), um sucesso de 60% a 80% e apenas 1 (um) aluno recebeu uma nota acima de 0.8 (zero oito), com um aproveitamento de 83%.

Ao analisar o aproveitamento da turma por questão Figura 06, é possível fazer algumas interpretações. O aproveitamento da turma por questão, levando em consideração que a média está entre 0 (zero) e 1 (um), nota-se que a questão 3, 4 e 5 obtiveram médias acima de 50% de aproveitamento. A questão 2 e 7, ficaram acima de 40%, e as questões 1 e 8, acima de 20% e as demais abaixo de 10%.

Figura 06 - Aproveitamento da turma por questão.

Questão	Média	Desvio-padrão	Coefficiente de variação
1	0.2770833	0.4158540	1.5008266
2	0.4151042	0.4525784	1.0902768
3	0.5072917	0.4800675	0.9463343
4	0.5484375	0.4379686	0.7985752
5	0.5177083	0.4132860	0.7982989
6	0.0812500	0.2570772	3.1640276
7	0.4703125	0.4129129	0.8779543
8	0.2520833	0.3903805	1.5486170
9	0.0895833	0.2360726	2.6352294
10	0.0713542	0.1967129	2.7568520
11	0.0718750	0.2306465	3.2089947
12	0.0661458	0.2083595	3.1500025

Fonte: elaborado para a pesquisa.

Em relação ao coeficiente de variação, vemos que as questões 3, 4, 5 e 7 tiveram a maior homogeneidade das respostas em comparação ao restante e o maior percentual de acertos, ainda que esteja longe de um real melhor aproveitamento. Isso indica que a turma performou de modo semelhante, portanto, em um eventual plano de estudos dirigido é recomendado que seja aplicado de modo uniforme para toda a turma.

Em seguida, as questões 1, 2, 8 com coeficiente entre 1 e 2, mostram que o plano de estudos requer atenção para grupos menores, com questões de reforço diferenciadas para estes pequenos grupos.

Já as questões 6, 9, 10, 11 e 12 apresentam maior grau de variação em sua pontuação, informando que esta turma é heterogênea em relação a esses conteúdos, sugerindo atenção individualizada em um plano de monitoria. Note que, para estas últimas questões, as médias foram baixas e o grupo foi heterogêneo, portanto, isso evidencia que temos muitos alunos com dificuldades (média menor<sup>10</sup>) e apenas alguns alunos pontuando um pouco mais (coeficiente de variação maior).

O aproveitamento da turma por critério (Figura 07) apresenta médias mais baixas, em relação ao aproveitamento por questão, pois foram verificados outros aspectos, desta distribuição marginal. No critério Capacidade de interpretar dados e/ou fatos, a média foi de aproximadamente 33% de aproveitamento, o critério Correção

<sup>10</sup> Por construção da definição de média, esta estatística é sensível a valores extremos (para mais ou para menos), mas devido a maior massa de informação ser pequena, o resultado também será pequeno.

dos conceitos matemáticos envolvidos foi de 24% e o critério de Realização das operações de 26%, sendo que a média dos critérios em geral ficou em torno de 28%. Nota-se que, para o sucesso nos critérios 2 e 3, os alunos precisam ter passado pelo critério 1. O coeficiente de variação de cada critério ficou entre aproximadamente 1.33 (um trinta e três) e 1.60 (um seis), no geral o coeficiente ficou  $\approx 1.43$ . Esse cenário indica que o plano de intervenção deve ter o acompanhamento de todos os critérios, ainda que a capacidade de interpretar dados/fatos tenha um resultado levemente superior.

Figura 07 - Aproveitamento da turma por critério de correção.

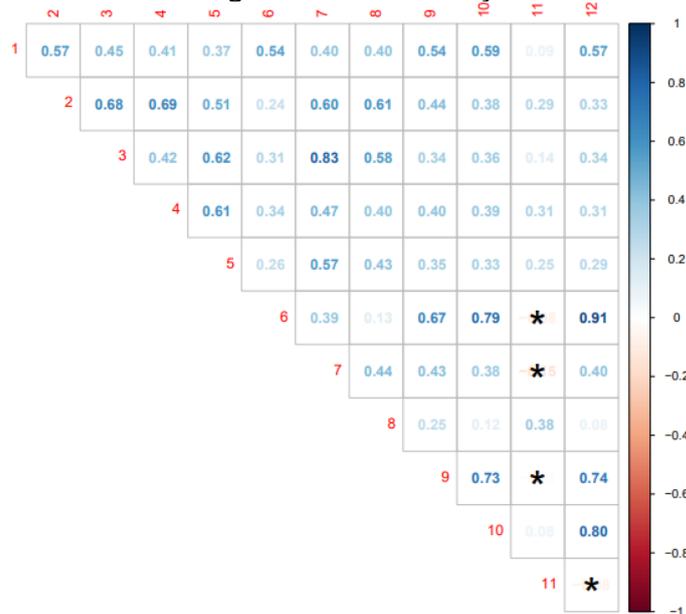
Critério	Média	Desvio-padrão	Coeficiente de variação
1	0.3368490	0.4499379	1.335726
2	0.2449219	0.3900780	1.592663
3	0.2602865	0.4183827	1.607393
Geral	0.2806858	0.4032481	1.436653

Fonte: elaborado para a pesquisa.

A ideia é sempre avaliar a nota média dos itens juntamente com o coeficiente de variação, pois objetiva-se que a turma, após o estudo dirigido, tenha uma média maior e coeficiente de variação menor. Por se tratar de uma avaliação diagnóstica, que será aplicada uma vez por ano, é vantajoso ter uma análise detalhada para que seja construído um plano de acompanhamento junto aos monitores da instituição.

A Figura 08 mostra quais são as correlações entre as questões. Ao analisar o correlograma, as questões com maior valor são as questões 6 e 12 (0.91), em seguida a 3 e 7 (0.83), e, depois, as questões 10 e 12 (0.80). Portanto, existe uma tendência forte e direta entre os resultados dessas questões. Por exemplo, se a turma tende a acertar a questão 6, então, espera-se a mesma tendência com a questão 12. Nota-se os pares de questões (6,11), (7,11) e (9,11) com correlação não significativa para 0.05.

Figura 08 – Correlação.



Fonte: elaborado para a pesquisa.

A mesma interpretação pode ser feita para as demais. Seguindo-se a regra de bolso, correlações entre 0.00 |- 0.25 podem configurar muito fracas ou inexistentes, entre 0.25 |- 0.50 são fracas, entre 0.50 |- 0.75 moderadas e 0.75 |- 1.00 fortes ou muito fortes. Caso o valor seja positivo, interpreta-se como tendência direta e, se negativo, tendência inversa.

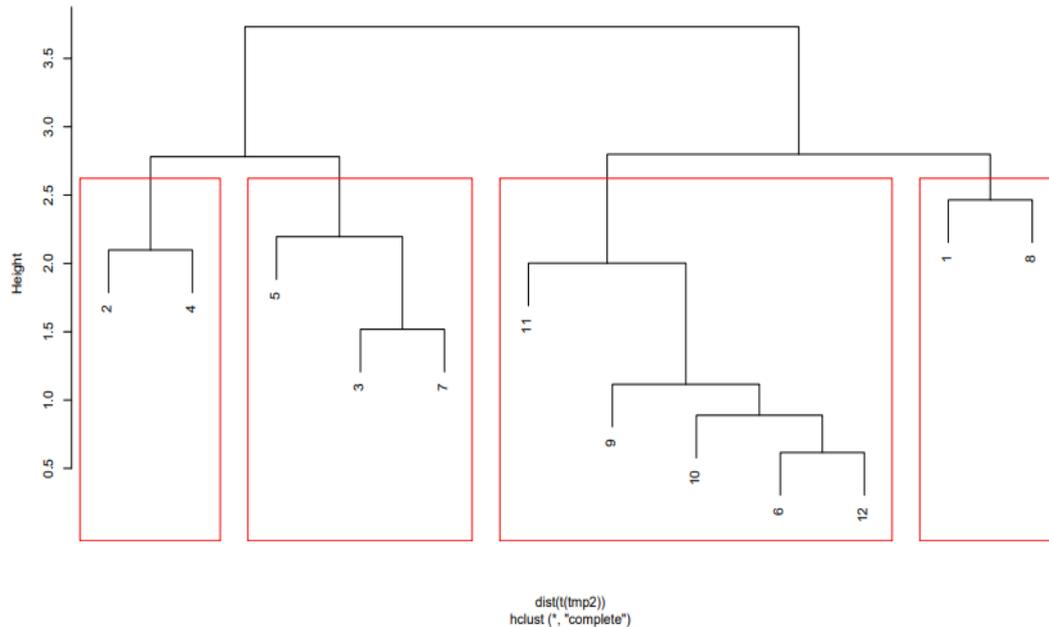
Em relação ao correlograma e as questões apresentadas com uma correlação alta, pode-se perceber que não é necessário colocar tantas questões em uma avaliação diagnóstica. Por exemplo, nos pares (6,12), (3,7) e (10,12), por terem tendências semelhantes e fortes, a avaliação pode conter apenas uma das questões de cada par, caso versem conteúdos que sejam próximos, ou, caso contrário, deve ser mantido para dar maior variabilidade.

### **Análise de cluster**

O relatório gerado pelo programa em linguagem R, mostra os *clusters* de acordo com a similaridade de acertos e/ou erros dos alunos em cada critério e questão, calculada pela distância Euclidiana. A visualização dos grupos é feita por meio de um dendrograma, no qual o nível de similaridade é apresentado ao longo do eixo vertical. Quanto mais perto de zero, mais as observações serão semelhantes. Temos como objeto de estudo dois dendrogramas, o primeiro (Figura 09), referente às questões e o segundo (Figura 10), em relação aos alunos.

A Figura 09 exhibe quais são as questões semelhantes de acordo com os acertos/erros da turma. Para interpretar, considerou-se o corte na altura de 2.5 gerando quatro *clusters*.

Figura 09 - Dendrograma: Questões.



Fonte: elaborado para a pesquisa.

Vemos que as questões 2 e 4 são semelhantes, *cluster 1*, no qual essas tiveram médias de 0.41 e 0.54 respectivamente. Ao comparar as questões, observa-se que ambas relacionam duas variáveis e que a questão 4 exige uma maior interpretação de texto.

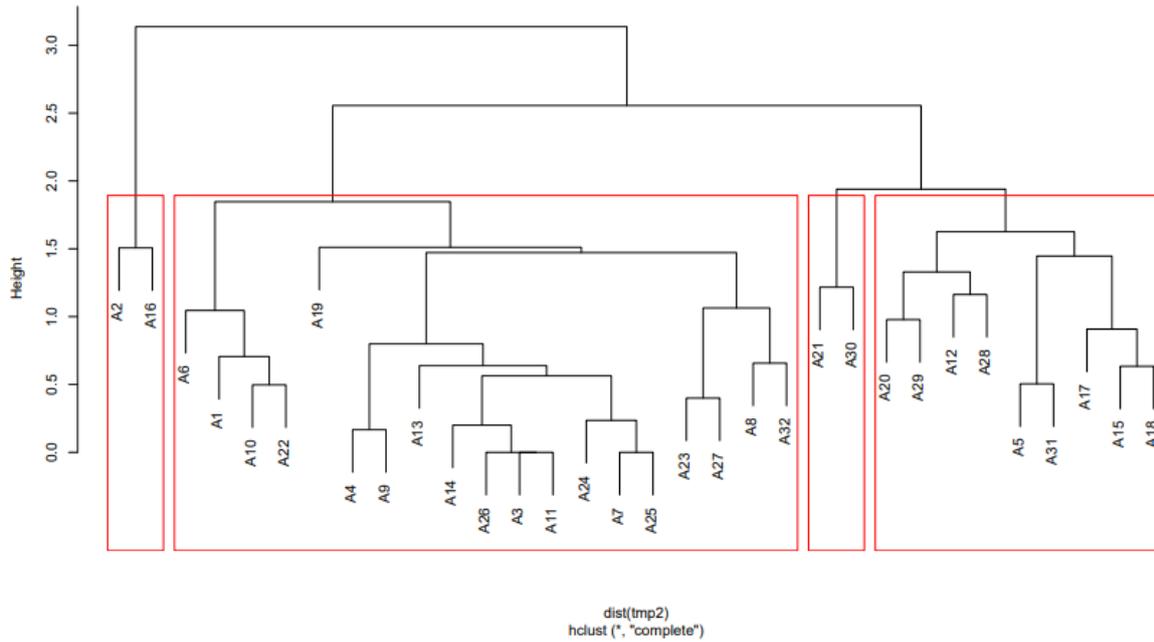
Outro grupo, *cluster 2*, exibe as questões 3, 5 e 7, as quais exigiam resolver problemas que envolviam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, sendo equações polinomiais de primeiro grau e segundo grau. A médias foram de 0.51, 0.50, 0.47.

O *cluster 3* envolve as questões 6, 9, 10, 11 e 12, que solicitam associar função polinomial com representações geométricas, equação com mais de uma variável e sistema de equação de primeiro grau. Essas foram as questões nas quais os alunos alcançaram as menores médias, sendo elas 0.07, 0.08, 0.07, 0.08 e 0.06.

Nesse nível de similaridade, no *cluster 4*, apresenta-se duas questões: a 1 e a 8. A questão 1 possui uma média de 0.27 e trata da interpretação do gráfico de uma função afim. A questão 8 trata de duas equações com as mesmas variáveis, com média de 0.25.

O dendrograma de alunos (Figura 10) divide os 32 (trinta e dois) alunos em diferentes agrupamentos, de acordo com as dificuldades que eles demonstraram na avaliação. Nesse estudo, optou-se por dividir os alunos em 4 grupos. A serem detalhados da esquerda para direita, nomeados de 1 a 4.

Figura 10 - Dendrograma: Alunos.



Fonte: elaborado para a pesquisa.

O primeiro grupo observado, *cluster 1*, é formado por dois alunos com as matrículas A2 e A16. As médias finais, obtidas por cada um, foram de 0.68 e 0.83, respectivamente. Ao comparar suas notas, em cada questão, conclui-se que, em metade das questões, suas notas foram equivalentes. O primeiro aluno obteve notas abaixo da média nas questões 2, 9, 10, 11 e 12 e o segundo alunos, apenas nas questões 8 e 11. Então, considerando que estão acima da média, esses podem ser apenas convidados para participar do plano de intervenção.

O segundo *cluster* é o maior agrupamento formado, possuindo 19 integrantes. Sendo eles, A6, A1, A10, A22, A19, A4, A9, A13, A14, A26, A3, A11, A24, A7, A25, A23, A27, A8 e A32. Ao analisar a média desse grupo, nota-se que ela é de aproximadamente 0.08, na qual 3 alunos zeraram a avaliação. O grupo teve notas abaixo da média na maioria das questões, sendo que muitas dessas não foram respondidas, isto é, ficaram em branco. Consta-se uma maior divergência de notas nas questões 1, 3, 4 e 5, nas quais determinados alunos obtiveram baixo grau de êxito. Para este grupo, recomenda-se que seja obrigatória a participação do plano de intervenção.

O terceiro *cluster* observado é composto por dois estudantes, a matrícula A21 e A30. Suas médias finais foram, respectivamente, 0.50 e 0.59. Nas suas semelhanças, observa-se que esses tiveram sucesso nas questões 2, 4, e 10, 50% de aproveitamento nas 3, 5, 8 e 11, e notas abaixo da média nas 6, 9 e 12, tendo uma maior divergência nas questões 1, 7 e 10.

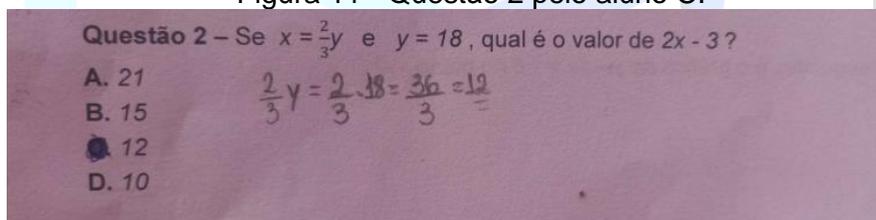
O último agrupamento, *cluster* 4, possui 9 integrantes, sendo estes A20, A29, A12, A28, A5, A31, A17, A15 E A18. A média final foi de aproximadamente 0.48. O grupo teve êxito ou certo grau de êxito nas questões 2, 3, 4, 5. Dificuldade nas 6, 9, 10, 11 e 12 e maiores divergências nas questões 1, 7, 8.

### Análise qualitativa

Durante a correção da prova, foram observados os tipos de erros que apareciam, sendo que esses influíam na pontuação dada em cada critério. Alguns erros foram observados com maior frequência nas avaliações, o que solicita uma maior atenção aos tipos de dificuldades que os alunos possuem.

Levando em consideração os agrupamentos feito por questão, temos no *Cluster* 1, as questões 2 e 4. A questão 2, como no exemplo da Figura 11, evidencia um erro em comum de  $\approx 9.37\%$  dos avaliados. Os alunos fizeram a primeira parte da questão, que consiste em calcular o valor de  $x$ , porém, falharam na segunda parte da questão, ao substituir o valor de  $x$  em  $2x-3$ . Isso mostra uma possível desatenção no enunciado da questão e, portanto, resultando na perda de pontos no primeiro critério estipulado.

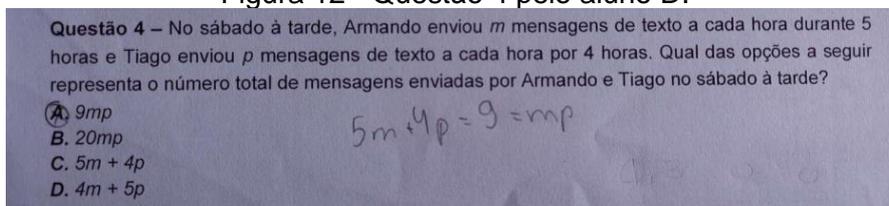
Figura 11 - Questão 2 pelo aluno C.



Fonte: elaborado para a pesquisa.

A Figura 12 exemplifica um erro recorrente observado na questão 4, uma questão com situação contextualizada. O aluno precisava montar uma equação que satisfizesse o problema, porém, alguns estudantes somavam os coeficientes e multiplicavam duas diferentes variáveis, revelando a inabilidade em operações com distintas partes literais, atendo-se apenas aos coeficientes. Tal equívoco ocorreu em  $\approx 21.87\%$  das avaliações. Os erros detectados nas questões 2 e 4, mostram em comum a dificuldade de trabalhar com equações com mais de uma incógnita.

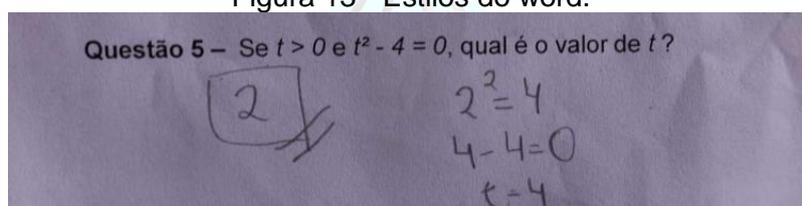
Figura 12 - Questão 4 pelo aluno D.



Fonte: elaborado para a pesquisa.

Ao analisar erros mais evidentes do *Cluster 2*, que abarca as questões 3, 5 e 7, pode-se observar notar alguns pontos: a Figura 13, questão 5, traz um problema de equação polinomial de segundo grau e pede a solução da variável quando  $t > 0$ . Cerca de 40,62% alunos optaram pela substituição do valor da incógnita, dado que o quadrado perfeito é de fácil dedução. Deste modo, não é possível analisar se os respondentes compreendem os conceitos matemáticos envolvidos ao resolver uma equação polinomial de segundo grau incompleta contemplando a possibilidade da adoção do valor absoluto.

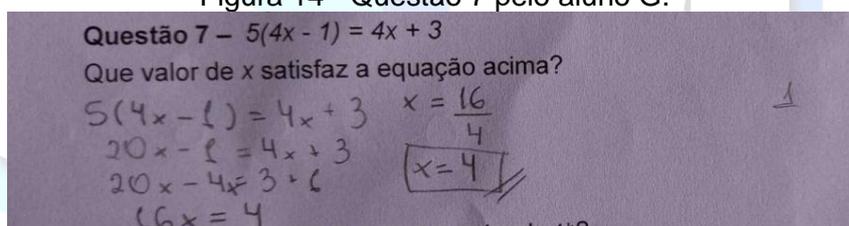
Figura 13 - Estilos do word.



Fonte: elaborado para a pesquisa.

A questão 7 (Figura 14) demonstra dois tipos de erros mais frequentes: o erro algébrico na adoção da distributividade, cerca de 18,75% erraram nessa passagem, bem como na passagem  $a \cdot x = b \Rightarrow x = \frac{b}{a}$ , ao inverter o algoritmo do numerador com o denominador, com a ocorrência em 18,75% dos casos. A questão 3 contempla o mesmo conteúdo, sendo também possível observar erros algébricos em relação à distributividade. Este erro ocorre em  $\approx 9.37\%$  das resoluções.

Figura 14 - Questão 7 pelo aluno G.



Fonte: elaborado para a pesquisa.

O *Cluster 3* engloba as questões 6, 9, 10, 11 e 12. A Questão 6 (Figura 15) contempla o conteúdo de sistema de equações lineares  $2 \times 2$  e apenas 2 alunos acertaram a questão. Os demais respondentes incorreram em diferentes tipos de resoluções incorretas, impossibilitando a identificação de algum tipo de erro recorrente. Tal diversidade de raciocínios evidencia baixa habilidade da turma em relação ao objeto de conhecimento.

O enunciado pede a solução de  $x$  e  $y$  para o sistema de equações

$$2x - 3y = -14$$

$$3x - 2y = -6$$

e o valor de  $x - y$ .

Figura 15 - Questão 6 pelo aluno F.

$$x = \frac{-34 + 3y}{2}$$

substitui

$$\frac{-34 + 3 \cdot 6}{2} = \frac{-34 + 18}{2} = \frac{-16}{2} = -8$$

$$\boxed{x = 2}$$

$$3\left(\frac{-34 + 3y}{2}\right) - 2y = -6$$

$$\times 2 \left( \frac{-92 + 9y}{2} - 2y = -6 \right)$$

$$-92 + 9y - 4y = -12$$

$$5y = 80$$

$$\boxed{y = 16}$$

$$x - y = 2 - 16 = -14$$

Fonte: elaborado para a pesquisa.

Apenas um aluno conseguiu acertar a questão 10 (Figura 16), e 75% dos alunos deixaram a questão em branco. O enunciado solicitava o cálculo do valor da constante  $k$  em uma equação. Cerca de 21,87% dos estudantes tentaram desenvolver a equação dada, como visto da Figura 16, porém não conseguiram achar o valor de  $k$ .

Figura 16 - Questão 10 pelo aluno I.

Questão 10 -  $2k(x-2) = x-2$   
Na equação acima,  $k$  é uma constante. Se a equação tem infinitas soluções, qual é o valor de  $k$ ?

$$k = \frac{-x + 2 + 2kx}{4}$$

$$2kx - 4k = x - 2$$

$$\rightarrow -4k = x - 2 - 2kx \quad (-1)$$

$$\boxed{k = \frac{-x + 2 + 2kx}{4}}$$

Questão 11 -  $(7532 + 100y^2) + 10(10y^2 - 110)$

Fonte: elaborado para a pesquisa.

A questão 11 solicita que o aluno escreva uma equação polinomial de segundo grau na forma  $ay^2 + b$ . Apenas um aluno conseguiu acertar a questão. Isso mostra a dificuldade dos alunos em manipular uma equação polinomial de segundo grau.

Figura 17 - Questão 11 pelo aluno J.

Questão 11 –  $(7532 + 100y^2) + 10(10y^2 - 110)$   
 A expressão acima pode ser escrita na forma  $ay^2 + b$ , onde  $a$  e  $b$  são constantes. Qual é o valor de  $a + b$ ?

$$(7532 + 100y^2) + (100y^2 - 1100)$$

$$(100y^2 + 100y^2) + (7532 - 1100)$$

$$200y^2 + 6432$$

Questão 12 –  $y = -x^2 + 4x$

Fonte: elaborado para a pesquisa.

A Questão 9 e a 12 são questões que solicitam a associação uma equação com a sua representação geométrica. A primeira era uma equação polinomial do primeiro grau e cerca de 84.37% não chegaram a resolver a questão, apenas chutaram uma alternativa. A segunda é uma equação de segundo grau. Aproximadamente 87.5% zeraram a questão. Nota-se que o *Cluster 3* engloba questões que tiveram baixos desempenhos, onde poucos estudantes conseguiram respondê-las.

O *Cluster 4* é formado pelas questões 1 e 8. Para a resolução da primeira questão da avaliação, o estudante precisava interpretar o gráfico de uma função afim. 62,5% dos alunos erraram, pois não colocaram uma resolução escrita, não contemplando o primeiro critério Capacidade de interpretar dados e/ ou fatos.

Na questão 8 (Figura 18), houve uma estratégia em comum utilizada por  $\approx 15,62\%$  dos alunos. O enunciado cita que  $\frac{a}{b} = 2$ . Então, alguns alunos atribuíram valor às incógnitas, mantendo a proporção, recorrendo posteriormente à substituição na segunda equação. Pode-se deduzir que as respostas desse *cluster* foram mais intuitivas.

Figura 18 - Questão 8 pelo aluno H.

Questão 8 – Se  $\frac{a}{b} = 2$ , qual é o valor de  $\frac{4b}{a}$ ?

$$\frac{a}{b} = 2 \quad \frac{4}{2} = 2 \quad \frac{4 \cdot 2}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

Fonte: elaborado para a pesquisa.

A partir desse mapeamento feito, o docente consegue criar a intervenção de acordo com as necessidades de cada *cluster* de estudantes. A análise quantitativa mostrou o desempenho de cada grupo nas questões apresentadas e, junto com os resultados da análise qualitativa, é possível direcionar o processo de aprendizagem de acordo com as especificidades de cada *cluster*.

### Considerações finais

Os resultados encontrados mostram que 75% dos alunos avaliados apresentaram o aproveitamento final de menor que 50%, sendo que, desses, 62.5%

pontuaram menos que 20%. Os conteúdos algébricos abordados são referentes a habilidades previstas em conteúdo a ser trabalhado no 9º ano do ensino fundamental e, portanto, informação que os estudantes, ao alcançarem o ensino médio, a princípio, deveriam ter conhecimento. Isso mostra a necessidade da avaliação diagnóstica já no início dessa etapa para que o docente planeje sua estratégia de ensino, levando em consideração a necessidade da recuperação de conteúdos anteriores. Fundamentalmente essa constatação gera um alerta para a instituição, pois os estudantes que chegam para fazer o primeiro ano, em geral, mostram uma grande defasagem em álgebra. Ressalta-se que, apesar de, nessa pesquisa, terem sido investigados apenas os conteúdos de álgebra, seus resultados apresentam-se como uma ferramenta valiosa para que a instituição construa um planejamento consistente de recuperação de conteúdo.

Este estudo apresenta algumas formas de se interpretar resultados de uma avaliação em uma perspectiva qualitativa, por análise de erros, e quantitativa com o apoio da estatística. A análise qualitativa proporcionou a discussão sobre as dificuldades específicas enfrentadas, identificando erros comuns e áreas de fraqueza. Dentro da leitura quantitativa revelou padrões de desempenho e heterogeneidade entre os alunos, colocando em evidência o uso de algumas ferramentas que podem ser utilizadas em conjunto ou separadamente. Sejam as tabelas, o correlograma ou a análise de *cluster*, cada uma dará a perspectiva e profundidade, segundo o conhecimento técnico do avaliador. Deste modo é possível, considerando-se as habilidades e disponibilidades da instituição de ensino, desenvolver uma ferramenta de apoio para gerar resultados interpretáveis mais rapidamente, se aplicado em massa, para todas as unidades.

A combinação dessas abordagens permite uma intervenção mais direcionada e adaptada às necessidades individuais de cada grupo de alunos, cada *cluster* formado. A identificação de padrões de desempenho e correlações entre questões pode informar da necessidade de ajustes no currículo e na abordagem de ensino, visando melhorar a compreensão dos alunos e promover um desempenho acadêmico mais eficaz. A personalização da análise de resultados permite que os educadores maximizem o impacto de suas intervenções, criando um ambiente de aprendizagem mais inclusivo e intencionado.

Naturalmente, esse estudo não se propôs como uma pesquisa que esgota o tema, todavia apresenta-se como um passo inicial para o aperfeiçoamento e implementação dessa metodologia, que, em síntese, objetiva impactar positivamente

a prática docente, reduzindo o tempo de análise de dados para elaboração de um plano de trabalho unificado. Sob essa perspectiva, a forma de intervir na aprendizagem pode se constituir não somente como uma estratégia de recuperação de nota, mas também como um processo que aumenta as possibilidades de que o ensino e a aprendizagem se consolidem de forma mais efetiva ao longo do primeiro ano do EMI.

## Referências

BALLESTER, Margarita. **Avaliação como apoio à aprendizagem**. Valério Campos. Porto Alegre, RS: Artmed, 2003.

BARGUIL, Paulo Meireles. **Sentido numérico: usos, propriedades, registros e operações**. Fortaleza. 2012. 08 f. Notas de aula. Digitado.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. **Educação matemática**. São Paulo: Centauro, 2005.

BLOOM, Benjamin Samuel. **Taxionomia de objetivos educacionais e domínio cognitivo: Domínio cognitivo volume 1**. Porto Alegre: Globo, 1983.

BOARD, College. **Sat suite question bank**. Disponível em: <https://satsuite.collegeboard.org/k12-educators/tools-resources/question-bank>, n. Acesso em: 01 de novembro de 2022, 2022.

BRASIL. **Lei nº 9394 de diretrizes e bases da educação nacional**. Ministério da Educação, 1996.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. **Provinha Brasil**. Avaliando a alfabetização. Reflexões sobre a Prática. Brasília: MEC, 2012d.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Ministério da Educação, n. Brasília, 2018.

BRASIL. **Diretrizes de Avaliação do Instituto Federal de Brasília**. Ministério da Educação, Brasil, 2019. Disponível em: <https://www.ifb.edu.br/attachments/article/25923/Diretrizes%20de%20avalia%C3%A7%C3%A3o%20do%20IFB.pdf>.

BROUSSEAU, Guy. **Fundamentos e Métodos da Didática da Matemática**. In: BRUN, J. Didática das Matemáticas. Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. Cap. 1. p. 35-113.

CHUIEIRE, Mary Stela Ferreira. **Concepções sobre a avaliação escolar**. Estudos em avaliação educacional, v. 19, n. 39, n. p. 49-64, 2008.

CURY, Helena Noronha. **Concepções sobre a matemática e práticas avaliativas: as possíveis relações**. In: Estudos em Avaliação Educacional, nº 14, p.45-64, Jul/Dez 1996

DEMO, Pedro. **Avaliação qualitativa**. 6 ed. Campina: Autores Associados, 1999.

DEMO, Pedro. **Mitologias da avaliação: de como ignorar, em vez de enfrentar os problemas**. 3. ed. Campinas, SP. Autores Associados, 2010.

GARDNER, Howard. **Inteligências Múltiplas: a teoria na prática**. Tradução Maria Adriana Veríssimo Veronese. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

GUIMARÃES, Raphael Mendonça; ASMUS, Carmen Ildes Rodrigues Fróes; BURDORF, Alex. **Caracterização da exposição de população a organoclorados: uma aplicação da análise de cluster**. Revista Brasileira de Epidemiologia, v. 16, p. 231-239, 2013.

HADJI, Charles. **A avaliação, regras do jogo**. Porto: Porto Editora, n. Acesso em: 03 junho de 2022, 1994.

HOFFMANN, Jussara Maria Lerch. **Avaliação formativa ou avaliação mediadora?** Porto Alegre: Editora Mediação, 1993, 2003.

HOFFMANN, Jussara Maria Lerch. **Avaliar: respeitar primeiro, educar depois**. Porto Alegre, RS: Mediação, 2008.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Avaliação da aprendizagem na escola: reelaborando conceitos e criando a prática**. 2 ed. Salvador: Malabares Comunicações e eventos, 2005.

PEREZ, Leonardo Anselmo. **Um estudo sobre o uso de avaliações apoiadas pelas tecnologias**. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo. 2015

PONTE, João Pedro Da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Helia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 12 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.

R Core Team. **R: A Language and Environment for Statistical Computing**. Vienna, Austria, 2022. Disponível em: <<https://www.R-project.org/>>.

ROMERO, Cristobal; VENTURA, Sergio. **Educational data mining: A survey from 1995 to 2005**. Expert systems with applications 33.1, n. 135-146, 2007.

SANTOS, Julio Cesar Augustus de Paula; PAULO, Rosa Monteiro. **Avaliação em matemática: uma leitura de concepções e análise do vivido na sala de aula**. 3. ed. Campinas, SP. Autores Associados, Ciência Educação (Bauru), n. 1, 2010

SCHLIEMANN, Ana Lúcia; CARRAHER, David; NUNES, Terezinha. **Na Vida dez, na escola zero**. 5. ed. São Paulo: Cortez, 1991.

SORDI, Mara Regina Lemes De. **Alternativas propositivas no campo da avaliação: por que não?** In: CASTANHO, Sérgio; CASTANHO, Maria Eugênia (orgs.). Temas e textos em metodologia do Ensino Superior. Campinas, SP, n. p. 49-64, 2001.

VALENTE, Wagner Rodrigues. (Org.) **Avaliação em matemática: história e perspectivas atuais**. 2. ed. Campinas: Papyrus, 2012. (Coleção Magistério, Formação e Trabalho Pedagógico).

VERGNAUD, Gérard. **A Criança, a Matemática e a Realidade: Problemas do Ensino da Matemática na Escola Elementar**. Tradução Maria Lucia Faria Moro; revisão técnica Maria Tereza Carneiro Soares. Curitiba: Ed. da UFPR, 2009.

Submetido em: março de 2023.

Aceito em: maio de 2024.

