

Tarefas Matemáticas na Formação de Professores que Ensinam Matemática

Mathematical Tasks in Mathematics Teacher Education

Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino¹

Everton José Goldoni Estevam²

RESUMO

Com base em um movimento diacrônico de pesquisas e de experiências formativas, este artigo apresenta um texto de natureza reflexiva e interpretativa sobre ações de formação e indícios decorrentes delas que permitem compreender o papel do trabalho com tarefas matemáticas na/para a formação de Professores que Ensinam Matemática (PEM). Nesse movimento, são sublinhadas três ações em contextos formativos de PEM, alicerçadas no trabalho com tarefas matemáticas: resolução e análise de tarefas matemáticas; seleção, adequação, elaboração e exploração de tarefas matemáticas; e reflexões e discussões a respeito do trabalho com tarefas na sala de aula. Os elementos que circunstanciam essas ações evidenciam um quadro denso e articulado que aponta o potencial do trabalho com tarefas matemáticas para a aprendizagem profissional de PEM. O quadro problematizado pode orientar o planejamento, a implementação e avaliações de programas e ações de formação de PEM alicerçados no trabalho com tarefas matemáticas, tanto no campo da pesquisa quanto da prática.

PALAVRAS-CHAVE: Tarefas Matemáticas. Formação de Professores que Ensinam Matemática. Ações Formativas de Professores. Aprendizagem Profissional Docente.

ABSTRACT

Based on a diachronic movement of research and educational experiences, this article presents a text of a reflective and interpretative nature on educational actions and evidence resulting from them that allow understanding the role of work with mathematical tasks in/for Mathematics Teachers (MT) education. In this movement, three actions are highlighted in MT formative contexts, based on work with mathematical tasks: resolution and analysis of mathematical tasks; selection, adaptation, design and exploration of mathematical tasks; and reflections and discussions about working with tasks in the classroom. The elements that surround these actions show a dense and articulated framework that points to the potential of working with mathematical tasks for professional learning of MT. The

¹ Docente do Departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual de Londrina - UEL. E-mail: marciacyrino@uel.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4276-8395>.

² Docente do Colegiado de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática - PRPGEM, da Universidade Estadual do Paraná - UNESPAR, Campus de Campo Mourão. E-mail: evertonjgestevam@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6433-5289>.



problematized framework can guide the planning, implementation and evaluations of MT education programs and actions based on working with mathematical tasks, both in the field of research and practice.

KEYWORDS: Mathematical Tasks. Mathematics Teacher Education. Teachers' Education Actions. Teachers' Professional Learning.

Introdução

Investigações indicam que tarefas matemáticas, por fazerem parte do dia a dia da sala de aula, exercem papel relevante na aprendizagem do aluno e na prática profissional do Professor que Ensina Matemática - PEM³ (ARBAUGH; BROWN, 2005; DOYLE, 1983; SHIMIZU *et al.*, 2010; SIMON; TZUR, 2004; STEIN; GROVER; HENNINGSEN, 1996; STEIN; SMITH, 1998; STEIN *et al.*, 2009; WATSON; SULLIVAN, 2008).

As tarefas matemáticas determinam os raciocínios que os alunos desenvolvem ao resolvê-las (STEIN; SMITH, 1998). Nesse sentido, tarefas que exigem a realização de um procedimento memorizado, de maneira rotineira, conduzem a um tipo de oportunidade para o aluno pensar. Em contrapartida, aquelas que exigem engajamento com conceitos e que estimulam o estabelecimento de conexões, conduzem a um conjunto diferente de oportunidades. Portanto, diferentes tarefas constituem oportunidades diversificadas de aprendizagem. Algumas têm o potencial de fomentar nos alunos formas complexas de pensamento, e outras não.

Por meio de tarefas matemáticas, o PEM pode articular os conteúdos a serem desenvolvidos e alcançar seus objetivos de ensino. Desse modo, é importante que o professor escolha, adapte ou elabore tarefas que atendam às suas intenções e que permitam a criação de um ambiente de sala de aula que estimule o aluno a se engajar na resolução dessas tarefas, uma vez que “[...] as tarefas nas quais os alunos se engajam constituem, em grande medida, o domínio de oportunidades para que eles aprendam matemática” (STEIN *et al.*, 2009, p. 131).

De acordo com Chapman (2013), o trabalho com tarefas matemáticas demanda do professor conhecimentos que precisam ser considerados em seu processo de formação. Focar a atenção de futuros professores e de PEM no estudo e no trabalho com tarefas matemáticas pode ser um caminho potente para sua aprendizagem profissional.

³ A sigla PEM será empregada no texto da forma invariável para referir o singular (Professor que Ensina Matemática) e o plural (Professores que Ensinam Matemática), de acordo com o contexto em que se encontra.

Diante desse cenário, passamos a estudar investigações desenvolvidas no projeto QUASAR⁴, cujos principais representantes são Edward A. Silver, Mary Kay Stein, Margareth Schawan Smith, Suzanne Lane, Barbara Grover e Marjorie Henningsen. Esses estudos suscitaram reflexões e diversos questionamentos, como: *Qual o papel do trabalho com tarefas matemáticas na formação de Professores que Ensoram Matemática (PEM)? Que ações podem ser desenvolvidas em programas de formação de PEM que os prepare para a exploração de tarefas matemáticas em sala de aula? Como é possível explorar tarefas matemáticas para promover a aprendizagem profissional de PEM?*

Na busca de possíveis respostas para essas questões, o Grupo de Estudos e Pesquisa sobre a formação de professores que ensinam matemática - Gepefopem e, mais recentemente, o Grupo de Estudos sobre Prática e Tecnologia na Educação Matemática e Estatística – GEPTEMatE instituíram contextos formativos sustentados em grupos de estudos. Nesses grupos, os PEM podem estudar, partilhar experiências e repertórios, discutir e refletir a respeito de sua prática pedagógica, tendo como uma de suas ações o trabalho com tarefas matemáticas. Alguns desses grupos constituíram-se como uma Comunidade de Prática - CoP (WENGER, 1998).

Nessas CoPs, os professores em formação assumiram compromisso/engajamento mútuo em torno de empreendimentos articulados, como o papel do trabalho com tarefas matemáticas em sala de aula, e negociaram significados que revelaram suas aprendizagens⁵ profissionais. Os professores participantes assumiram o papel de protagonistas do processo de construção de seus conhecimentos profissionais, cuja dimensão formativa foi orientada pela problematização de conhecimentos, crenças, compreensões e sentimentos que o professor possui, em detrimento de modelos alicerçados na apresentação de (novos) conhecimentos que o professor não possui, que lhes faltam. Desse modo, nas ações desenvolvidas pelos grupos, foram respeitadas e legitimadas as singularidades, as emoções (frustração, medo, desejo de acertar, insegurança), as experiências e os

⁴ O Quasar Project (*Quantitative Understanding: Amplifying Student Achievement and Reasoning*) foi desenvolvido nos Estados Unidos e teve como sede o Centro de Pesquisa em Aprendizagem e Desenvolvimento da Universidade de Pittsburg. Esse projeto tinha como objetivo promover o ensino de matemática para estudantes que frequentavam escolas (*middle schools*) de comunidades economicamente desfavorecidas, com ênfase no pensamento, no raciocínio, na resolução de problemas e na comunicação de ideias matemáticas.

⁵ De acordo com Wenger (1998), o processo de negociação de significados é um mecanismo para aprendizagem que ocorre por meio da interação entre dois processos indissociáveis: a participação e a reificação.

conhecimentos dos professores envolvidos, constituindo um ambiente de confiança e respeito mútuo.

Tendo em conta as investigações desenvolvidas pelo Gepefopem e pelo GEPTEMatE nesses contextos formativos (CYRINO; JESUS, 2014; ESTEVAM; CYRINO; OLIVEIRA, 2018; JESUS, CYRINO; OLIVEIRA, 2018; NAGY; CYRINO, 2014; MAGGIONI; ESTEVAM, 2021; BRANDELERO; ESTEVAM, 2023), em um movimento diacrônico com nossos estudos e nossas experiências como formadores, no presente artigo apresentamos um texto de natureza reflexiva e interpretativa sobre ações de formação e indícios decorrentes delas que permitam compreender o papel do trabalho com tarefas matemáticas na/para a formação de PEM, sem qualquer pretensão de apresentar respostas conclusivas às questões elencadas anteriormente.

Para tanto, nas próximas seções apresentamos discussões acerca de ações de formação e indícios da relevância do trabalho com tarefas matemáticas na/para formação de PEM, nomeadamente: resolução e análise de tarefas matemáticas; seleção, adequação, elaboração e exploração de tarefas matemáticas; e reflexões e discussões a respeito do trabalho com tarefas na sala de aula. Por fim, tecemos considerações sobre desafios que se colocam aos programas de formação de PEM e às investigações sobre o tema, bem como algumas reflexões finais.

Resolução e análise de tarefas matemáticas

Considerando a complexidade que envolve os conhecimentos de PEM para o trabalho com tarefas matemáticas em sala de aula, uma das ações desenvolvidas nos grupos de formação envolveu a *resolução e a análise de tarefas matemáticas* propostas pelos formadores e pelos PEM que participaram da formação. Pesquisas sugerem que a resolução e a análise de tarefas matemáticas expressam práticas promissoras na promoção de experiências e reflexões com vistas ao desenvolvimento de conhecimentos profissionais de PEM (STEIN; SMITH, 1998; LILJEDAHLL; CHERNOFF; ZAZKIS, 2007; GUBERMAN; LEIKIN, 2013; CYRINO; JESUS, 2014; ESTEVAM; CYRINO; OLIVEIRA, 2018; MAGGIONI; ESTEVAM, 2021).

Nessa ação, os professores em formação tiveram a oportunidade de discutir a diferença entre tarefa e atividade, construir e mobilizar conhecimentos matemáticos, (re)pensar o papel das tarefas matemáticas e a relevância que elas têm para os processos de ensino e de aprendizagem e, por conseguinte, para sua prática pedagógica.

Christiansen e Walther (1986) distinguem claramente tarefa e atividade. A atividade concretiza-se por meio de um sistema de ações que são processos dirigidos

para o objetivo originado pelo motivo da atividade. Segundo Leontiev (1978), a atividade surge após a manifestação de uma necessidade. Essa necessidade está ligada não só a um objeto material, mas também a um objeto ideal que, para ser atingido, necessita que diferentes ações sejam realizadas. Cada uma dessas ações é orientada rumo a seu objetivo concreto que precisa, no seu conjunto, concordar com o motivo geral da atividade. Nem sempre o objetivo da ação coincide com o objetivo da atividade. Contudo, é a situação concreta, isto é, as condições nas quais se desenvolve essa atividade que por fim determinará por meio de quais estruturas de operações serão realizadas essas ações.

Nesse sentido, assumimos tarefa como uma proposição feita pelo professor em sala de aula, cujo objetivo é concentrar a atenção dos alunos em uma determinada ideia matemática (STEIN *et al.*, 2009). Assim, uma tarefa, ao ser proposta pelo professor, torna-se o objeto para a atividade do aluno. Contudo, é preciso distinguir a tarefa que o professor apresenta aos alunos e a atividade que eles desenvolvem (ou não), em função de sua adesão à essa tarefa e da capacidade para sua realização, em um contexto que é mediado também pelo professor. Salienta-se, portanto, que “as características da tarefa, em conjunto com as ações correspondentes do professor, constituem a metodologia principal por meio da qual se espera que a matemática seja veiculada aos alunos” (CHRISTIANSEN; WALTHER, 1986, p. 244).

Dessa forma, é essencial que o professor tenha entendimento de que as tarefas matemáticas por si só não são suficientes para gerar uma atividade matemática significativa, nem para os professores nem para os alunos. Não temos a visão ingênua de que, para transformar a formação de professores e o ensino de matemática, basta propor *boas tarefas*. No entanto, reconhecemos a necessidade de o professor resolver e refletir a respeito dos tipos de tarefa, de suas demandas cognitivas, para que possa fazer escolhas e proposições intencionais e adequadas à atividade que se pretende desencadear e à aprendizagem de seus alunos.

Ao resolver tarefas, os professores em formação têm a oportunidade de construir suas próprias estratégias, reconhecer suas dificuldades, explicitar suas vulnerabilidades e negociar significados, ao compartilhar essas estratégias com os pares. Nesse processo de negociação de significados, eles explicitam seus raciocínios, argumentos, crenças, hipóteses e modos de validação dos resultados, apresentando reificações. O processo de negociação de significados é um mecanismo para aprendizagem, e esse processo ocorre por meio da interação entre dois processos indissociáveis: a participação e a reificação. O processo de participação

significa “[...] um processo complexo que combina fazer, falar, pensar, sentir e pertencer. Além disso, envolve nossa pessoa, nossos corpos, mentes, emoções e relações sociais” (WENGER, 1998, p. 56). Já o processo de reificação funda-se em converter aspectos abstratos em *coisas* reais. Abrange processos, como “[...] fazer, desenhar, representar, nomear, codificar e descrever, tanto como perceber, interpretar, utilizar, reutilizar, decodificar e reestruturar” (WENGER, 1998, p. 59). Enquanto no processo de participação nós nos reconhecemos mutuamente, a partir da relação com outros indivíduos e de experiências de significado, no processo de reificação, nós projetamos nossos significados no mundo, de modo que essa projeção assume uma existência independente (não precisamos nos reconhecer nela), que ganha uma realidade própria no contexto dos grupos sociais, reconhecidos como pontos de enfoque de negociação da CoP e relacionados a seu regime de competência.

Ao negociar significados de suas resoluções, os professores compartilham seus repertórios e podem buscar o sentido de agência para suas vulnerabilidades e, com isso, desenvolver autoconfiança que os incentiva a encontrar caminhos para ressignificar sua prática. A dinâmica estabelecida pelos membros dos grupos de formação e as experiências compartilhadas pelos professores alargam a possibilidade de planejar o trabalho com tarefas matemáticas com seus alunos e de executar essa dinâmica em suas salas de aula. Os professores compartilham e constroem um repertório comunicativo em busca de compreender que diferentes tarefas podem constituir oportunidades distintas para o aluno desenvolver diversas formas de pensamento.

Nos encontros, para além de resolver tarefas, os PEM também tiveram a oportunidade de analisar as tarefas resolvidas. Tarefas matemáticas podem ser analisadas sob várias perspectivas: possibilidades didáticas que oferecem, tipos de representações envolvidas, variedade de formas nas quais podem ser resolvidas, níveis de demanda cognitiva ou aspectos matemáticos evocados.

No trabalho com os professores em formação, optamos por tratar tarefas matemáticas de acordo com sua demanda cognitiva porque, de acordo com Stein *et al.* (2009, p. 17), “[...] as demandas cognitivas das tarefas de ensino de matemática estão relacionadas com o nível e o tipo de aprendizagem dos alunos”. O nível de demanda cognitiva de uma tarefa está relacionado aos tipos de raciocínio matemático que são exigidos dos alunos para sua realização, bem como com o nível e o tipo de aprendizagem que proporciona aos alunos.

No Quadro 1, apresentamos as quatro categorias ou níveis de demanda cognitiva para tarefas matemáticas discutidas por esses investigadores.

Quadro 1 - Níveis de demanda cognitiva de tarefas matemáticas

Baixo nível (<i>low-level</i>) de demanda cognitiva	Alto nível (<i>high-level</i>) de demanda cognitiva
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Memorização. ▪ Procedimento sem conexão (com compreensão, significado, ou envolvendo conceitos). 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Procedimento com conexão (com compreensão, significado, ou envolvendo conceitos). ▪ Fazer matemática.

Fonte: Adaptado de Stein *et al.* (2009).

Stein e Smith (1998) elaboraram uma ferramenta nomeada Guia de Análise de Tarefas (Quadro 2), que consiste em uma listagem de características de tarefas em cada um dos quatro níveis de demanda cognitiva, visando a fornecer apoio aos professores na análise de tarefas, de acordo com a demanda cognitiva.

Quadro 2 - Características de tarefas matemáticas de acordo com a demanda cognitiva

Tarefas que envolvem baixo nível de demanda cognitiva	
Tarefas que exigem somente a memorização	Tarefas que envolvem procedimentos sem conexão com significados
<ul style="list-style-type: none"> ▪ envolvem a reprodução dos fatos aprendidos previamente, regras, fórmulas, ou a memorização de fatos, regras, fórmulas ou definições; ▪ não podem ser resolvidas usando procedimentos porque eles não são exigidos ou porque o tempo no qual a tarefa será completada é curto para utilização de um procedimento; ▪ não são ambíguas: a questão envolve tanto uma reprodução exata do material visto previamente quanto o que é para ser reproduzido está claro e diretamente apresentado; ▪ não têm conexão alguma com os conceitos ou significados que embasam fatos, regras, fórmulas ou definições que estão sendo aprendidos ou reproduzidos. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ são algorítmicas, de modo que o uso do procedimento ou é especificamente solicitado, ou está evidente a partir de uma instrução prévia, experiência, ou localização da questão; ▪ requerem uma demanda cognitiva limitada para uma conclusão bem-sucedida e existe pequena ambiguidade sobre o que necessita ser feito e como fazê-lo; ▪ não têm conexão com conceitos ou significados que estão por trás dos procedimentos empregados inicialmente; ▪ estão focadas na produção de respostas corretas, ao invés do desenvolvimento da compreensão matemática; ▪ não exigem explicação ou, quando exigem, são explicações que focam unicamente a descrição do procedimento que foi empregado.
Tarefas que envolvem elevado nível de demanda cognitiva	
Tarefas que envolvem procedimentos com conexão com significados	Tarefas que envolvem fazer matemática
<ul style="list-style-type: none"> ▪ focam a atenção dos alunos sobre o uso de procedimentos a fim de desenvolver 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ exigem um pensamento complexo e não algorítmico, e não é sugerido

<p>mais profundamente os níveis de entendimento dos conceitos e das ideias matemáticas;</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ sugerem explícita ou implicitamente caminhos a serem seguidos, que são procedimentos amplos e gerais que têm íntima conexão com as ideias conceituais; ▪ usualmente permitem representação em múltiplos caminhos, com diagramas visuais, materiais manipuláveis, símbolos e situações-problema, fazendo conexões entre múltiplas representações que ajudam a desenvolver os significados; ▪ exigem esforço cognitivo. Apesar de poderem seguir procedimentos gerais, eles não podem ser seguidos sem compreensão. Os alunos precisam se envolver com ideias conceituais que estão por trás dos procedimentos a serem seguidos para completar a tarefa com sucesso e desenvolver a compreensão. 	<p>explicitamente pela tarefa um caminho previsível, instruções para sua execução, ou um exemplo a ser seguido, que bem treinado conduzem para sua resolução;</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ exigem que os alunos explorem e compreendam a natureza dos conceitos matemáticos, procedimentos ou relações; ▪ exigem alta monitoração ou alta regulamentação de seu próprio processo cognitivo; ▪ exigem que os alunos mobilizem conhecimentos relevantes e experiências, e façam uso apropriado deles no trabalho durante a resolução da tarefa; ▪ exigem que os estudantes analisem a tarefa e examinem ativamente se ela pode ter possibilidades limitadas de estratégias de resoluções e soluções; ▪ exigem um considerável esforço cognitivo e podem envolver alguns níveis de ansiedade para o aluno, por não possuírem uma lista antecipada de processos exigidos para a solução.
--	---

Fonte: Adaptado de Stein e Smith (1998).

Na resolução e na análise de tarefas matemáticas, os PEM tiveram a oportunidade de reconhecer, particularmente, que tarefas cognitivamente desafiadoras: não limitam e não explicitam um modo de como resolvê-las; permitem que o aluno construa suas próprias estratégias a partir de seus conhecimentos prévios; promovem o estabelecimento de significados e relações entre ideias, situações e conceitos matemáticos; e fomentam a criatividade e o raciocínio dos alunos.

Assumimos como tarefas cognitivamente desafiadoras aquelas em que o indivíduo que a resolve não tem conhecimento de ferramentas processuais ou algorítmicas determinantes para resolver a situação e, portanto, terá que construir ou inventar um subconjunto de ações matemáticas para resolvê-las (POWELL *et al.*, 2009). Esse aspecto salienta, portanto, que uma tarefa não pode ser classificada em termos absolutos, mas é influenciada pelo contexto em que é explorada, pelas condições do aluno que a resolve, e pelas ações do professor no encaminhamento da dinâmica em sala de aula.

Tarefas cognitivamente desafiadoras permitem ao aluno construir suas próprias estratégias a partir dos conhecimentos que já tem constituído. Dessa forma, esse tipo

de tarefa tem o potencial de desenvolver a autoconfiança dos alunos - também dos professores em formação -, pois eles podem construir seus próprios caminhos e elaborar estratégias de acordo com o que interpretam (STEIN *et al.*, 2009).

Em seus estudos sobre tarefas matemáticas, Ponte (2005) argumenta que o ponto principal de uma tarefa está no grau de desafio e no grau de estrutura (fechada ou aberta). Em tarefas fechadas, “é claramente dito o que é dado e o que é pedido, e a tarefa aberta comporta alguma indeterminação pelo menos num desses aspectos” (PONTE, 2005, p. 20). As tarefas matemáticas abertas são consideradas as mais desafiadoras, mas para serem bem-sucedidas, elas devem apresentar boas perguntas (SULLIVAN; CLARKE, 1992), estimular os alunos a trabalharem de forma colaborativa, estimular múltiplas estratégias de resolução, e desenvolver o conhecimento matemático, tornando-o mais articulado e mais rico (GUBERMAN; LEIKIN, 2013).

Contudo, especialmente quando se fala de tarefas cognitivamente desafiadoras, é importante ter em conta as influências que outros condicionantes exercem sobre a tarefa, particularmente a ação do professor. Ações correspondentes são essenciais e, ao mesmo tempo que incentivam o engajamento dos alunos, a colaboração e a explicitação de raciocínios, elas não devem oferecer pistas, direta ou indiretamente, de forma oral, gestual ou implícita, que comprometam a autonomia e a autoria dos alunos nos processos de resolução (STEIN; SMITH, 1998; STEIN *et al.*, 2009).

Neste sentido, Stein e Smith (1998) apresentam um quadro de fatores que podem influenciar a manutenção ou o declínio do nível de exigência cognitiva (Quadro 3).

Quadro 3 - Fatores associados com a manutenção e declínio de exigências cognitivas de nível elevado

Fatores associados com a manutenção de exigências cognitivas de nível elevado

1. É dado apoio ao pensamento e raciocínio do aluno.
2. São dados aos alunos os meios para avaliar o seu próprio progresso.
3. O professor ou alguns alunos ilustram desempenhos de nível elevado.
4. O professor estimula justificações, explicações e significados através de questões, comentários e *feedback*.
5. As tarefas baseiam-se no conhecimento prévio dos alunos.
6. O professor estabelece frequentes conexões conceituais.
7. É permitido tempo suficiente para explorar, nem muito pouco nem demasiado.

Fatores associados com o declínio de exigências cognitivas de nível elevado

1. Aspectos problemáticos da tarefa tornam-se rotineiros (por exemplo, os alunos pressionam o professor para reduzir a complexidade da tarefa especificando procedimentos explícitos ou passos para a realizar; o professor “toma conta” do pensamento e raciocínio e diz aos alunos como resolver o problema).

2. O professor muda a ênfase dos significados, conceitos ou compreensão para a correção ou perfeição das respostas.
3. Não é dado tempo suficiente para lidar com aspectos exigentes da tarefa, ou é dado demasiado tempo e os alunos distraem-se da tarefa.
4. Problemas de gestão da sala de aula impedem o envolvimento apoiado em atividades cognitivas de nível elevado.
5. A tarefa é inadequada para um dado grupo de alunos (por exemplo, os alunos não se envolvem em atividades cognitivas de nível elevado por causa da falta de interesse, motivação ou conhecimento prévio necessário para a realizar; as expectativas das tarefas não estão suficientemente claras para colocar os alunos num adequado espaço cognitivo).
6. Os alunos não são responsabilizados pelos resultados ou processos de nível elevado (por exemplo, embora se lhes diga para explicar o seu pensamento, são aceitas explicações incorretas ou pouco claras; é dada a impressão aos alunos que o seu trabalho não será levado em consideração para a avaliação).

Fonte: Stein e Smith (1998, p. 274).

Assim, articulando os resultados de nossas pesquisas e práticas formativas com aspectos teóricos, percebemos que analisar as características de uma tarefa matemática (ou de tarefas matemáticas), tendo em conta sua demanda cognitiva, permitiu que os professores em formação discutissem o papel que eles têm no trabalho com essas tarefas em sala de aula, nomeadamente a importância de:

- escolher tarefas adequadas a seus objetivos de ensino;
- iniciar um processo de ensino que priorize tarefas desafiadoras, nas quais os alunos podem estabelecer conexões com significado, ou relacionar ideias e conceitos matemáticos;
- reconhecer que as tarefas podem expressar mais do que o conteúdo;
- perceber como as tarefas influenciam o seu ensino e, consequentemente, a aprendizagem dos alunos;
- proporcionar um ambiente de aprendizagem durante as aulas de matemática; e
- perceber qual o impacto de suas ações nos processos de ensino e de aprendizagem dos alunos.

Dessa forma, ao resolver e analisar tarefas matemáticas em ações formativas, os PEM puderam refletir, particularmente, sobre as características de tarefas cognitivamente desafiadoras; o potencial desse tipo de tarefa para a aprendizagem dos alunos; e seu papel como professor no estabelecimento de dinâmicas condizentes com a atividade almejada na exploração da tarefa em sala de aula.

Seleção, adequação, elaboração e exploração de tarefas matemáticas

Nas interações que ocorreram nos grupos de formação, os PEM produziram novos significados a respeito da *seleção, adequação e elaboração de tarefas e do seu papel no processo de exploração dessas tarefas em sala de aula*.

As tarefas assumem papel importante nos processos de ensino e de aprendizagem, pois influenciam a aprendizagem dos alunos na medida em que orientam sua atenção para aspectos particulares de conteúdos matemáticos e apontam para modos de processar a informação (DOYLE, 1983). Por isso, ao selecionar, adaptar, elaborar e organizar o trabalho com tarefas em sala de aula, o professor precisa ter clareza de que os aspectos a serem considerados vão além dos conteúdos a serem mobilizados para sua realização. Esses aspectos abarcam processos cognitivos relativos à compreensão, à definição de estratégias e procedimentos, e à validação das resoluções apresentadas pelos alunos.

O tipo de pensamento mobilizado pelos alunos na resolução de uma tarefa matemática guarda estreita relação com a natureza dessa tarefa (STEIN; SMITH, 1998; STEIN; LANE, 1996; STEIN *et al.*, 2009; SULLIVAN *et al.*, 2011). Segundo Steele (2001, p. 42), “nenhuma outra decisão que o professor toma tem um impacto tão grande nas oportunidades de os alunos aprenderem e na sua percepção do que é Matemática, como a seleção ou elaboração de tarefas”.

Alguns PEM em formação relataram que, ao planejarem suas aulas, escolhem as tarefas tendo como base os conteúdos trabalhados ou a presença dessas tarefas em livros didáticos. Nesse contexto, as tarefas podem se tornar sinônimo de listas de exercícios, nas quais o trabalho dos alunos se limita a resolvê-las de forma mecânica e, em alguns casos, tendo como ponto de partida um *exercício-metodo* explicado anteriormente pelo professor. Nesse sentido, problematizar com os professores as características dos diferentes tipos de tarefas e seu potencial para atividades em sala, desde seus processos de seleção, adaptação e elaboração, assume centralidade em contextos formativos de PEM baseados em tarefas matemáticas.

Chapman (2013), a partir das orientações do NCTM (1994) e de outras pesquisas, salienta que selecionar, adaptar e elaborar tarefas matemáticas cognitivamente desafiadoras, de modo a otimizar seu potencial para aprendizagem dos alunos em sala de aula, demanda conhecimentos dos PEM que precisam ser considerados em seu processo de formação.

Cada tarefa deve ser escolhida, adaptada e elaborada no sentido de orientar o aluno a desenvolver formas de raciocínio e estratégias que o permitam ir além da

simples memorização de fatos ou procedimentos. Segundo Stein e Smith (1998, p. 268),

tarefas que pedem ao aluno para realizar um procedimento memorizado em uma forma rotineira conduzem a um tipo de oportunidade para o aluno pensar; tarefas que exigem que os alunos pensem conceitualmente e que estimulam os alunos a fazerem conexões conduzem a um diferente grupo de oportunidades para os alunos pensarem.

No processo de seleção, adaptação e elaboração de tarefas matemáticas, o PEM precisa: compreender a natureza de *tarefas vantajosas* em termos de conteúdo matemático e oportunidades de aprendizagem; conhecer os níveis de demanda cognitiva de tarefas e sua relação com os objetivos de aula; entender compreensões, interesses e experiências dos alunos e relacioná-los às diversas maneiras com que aprendem; e saber que aspectos de uma tarefa destacar para promover a aprendizagem dos alunos em sala de aula.

Ao determinar o nível de demanda cognitiva de tarefas, Stein *et al.* (2009) afirmam que é importante que o professor tenha clareza acerca de *para que* alunos elas se destinam sem distorcer o foco para características superficiais (exigência de utilização de material manipulativo, uso de contexto do *mundo real*, envolver vários passos, ações, ou julgamentos, usar diagramas, ser um problema de palavras, etc.).

Para além de selecionar, adaptar e elaborar tarefas matemáticas cognitivamente desafiadoras, é importante que os PEM reflitam a respeito de como organizar e gerir o trabalho dos alunos na exploração dessas tarefas matemáticas em sala de aula, o que perguntar e como apoiá-los, pois o modo como o professor explora essas tarefas pode influenciar a forma como os alunos atribuem sentido à Matemática.

Ao negociar significados a respeito dos diferentes tipos de questões que podem ser formuladas durante a exploração de tarefas matemáticas, os PEM revelaram a existência de dificuldades em elaborar e propor questões que auxiliem a desafiar e manter os alunos envolvidos em formas complexas de pensamento e raciocínio (STEIN; SMITH, 1998). Ao mesmo tempo, eles tiveram oportunidade de expressar suas compreensões a respeito dos êxitos e das limitações para manutenção do nível de demanda cognitiva de tarefas matemáticas.

Ao propor tarefas para seus alunos, o PEM tem determinadas expectativas que podem não se efetivar. Dependendo do modo como ele encaminha sua ação pedagógica, podem ocorrer mudanças na demanda cognitiva de uma tarefa no decurso de seu próprio desenvolvimento em sala da aula. Dessa forma, uma tarefa classificada como desafiadora pode não provocar pensamento e raciocínio de alto

nível como se pretendia, em razão da maneira, por exemplo, de os alunos trabalharem nessa tarefa. De acordo com Stein *et al.* (2009), as tarefas assumem *vida própria* depois de introduzidas no cenário de sala de aula, sofrendo influências das ações do professor (que as propõe) e dos alunos (que as realizam). De acordo com esses autores, as tarefas passam por etapas, nomeadas por *fases de tarefas matemáticas* (Figura 1).



Fonte: Stein *et al.* (2009, p. xviii).

A primeira fase está relacionada ao modo como as tarefas são propostas nos materiais curriculares ou como são adaptadas ou elaboradas pelo professor. Essa fase envolve demandas cognitivas exigidas do resolvedor. A segunda fase relaciona-se às tarefas como são propostas pelo professor em sala de aula.

A fase de proposição inclui a comunicação do professor com os alunos a respeito do que se espera que eles façam, como devem fazê-lo, e com quais recursos. A proposição de uma tarefa pelo professor pode ser breve, como dirigir a atenção dos alunos para uma tarefa que aparece no quadro de giz e dizer-lhes para começar a trabalhar nela. Ou pode ser longa e envolver uma discussão a respeito de como os alunos devem trabalhar em um problema em pequenos grupos, trabalhar por meio de um problema modelo, e discutir formas de resolução que serão aceitáveis (STEIN *et al.*, 2009, p. 15).

Segundo os autores, nessa fase, é comum os professores alterarem a demanda cognitiva da tarefa com relação a como foi pensada inicialmente. Essa modificação pode ocorrer de forma proposital ou involuntária.

A terceira é a fase de realização da tarefa pelos alunos, do modo como eles efetivamente a realizam. Tal fase inicia-se assim que os alunos começam a trabalhar em uma tarefa e segue até que, juntamente com o professor, eles iniciem o trabalho com uma nova tarefa matemática. Nessa fase, o comportamento do professor e dos alunos é considerado essencial para o desenvolvimento da tarefa. Tanto na segunda quanto na terceira fases, é o momento em que “[...] as tarefas deixam as páginas impressas e se tornam parte dos pensamentos e ações dos professores e dos alunos que lhes dão vida durante as aulas em sala de aula” (STEIN *et al.*, 2009, p. 13).

Durante a fase de realização da tarefa, a demanda cognitiva pode se modificar com facilidade, principalmente as de alto nível, que podem assumir formas menos exigentes de pensamento do aluno. De acordo com Stein *et al.* (2009), são vários os fatores que podem colaborar com a manutenção ou o declínio do alto nível de demanda cognitiva de tarefas em sala de aula e fazer com que sofram mudanças (STEIN; SMITH, 1998; STEIN *et al.*, 2009).

Além disso, há que se considerar que o contexto como um todo também constitui fatores que influenciam a eficácia de uma tarefa na promoção do tipo pretendido de pensamento e atividade. Assim, também é preciso que o professor tenha em conta o indivíduo e as condições materiais; as práticas e formas de trabalho estabelecidas; as expectativas dos alunos a respeito de si mesmos e uns dos outros; assim como o senso de autoconfiança, agência (matemática e social) e identidade dos alunos (WATSON; MASON, 2007).

Dessa forma, conhecer e discutir os níveis de demanda cognitiva das tarefas e suas fases de desenvolvimento podem possibilitar ao professor direcionar seu olhar para a escolha, adaptação e elaboração de tarefas que estejam conectadas com seus objetivos de aprendizagem, com as características de seus alunos e com as condições materiais de que dispõe para sua prática. Refletir a respeito de suas ações em sala de aula, tendo em vista suas consequências e influências, pode ajudar o professor a identificar fatores que afetam a proposição e a exploração de tarefas em sala de aula, consciente ou inconscientemente. O papel dessas reflexões será discutido na próxima seção.

A escolha, adaptação, elaboração de tarefas e a identificação de fatores que afetam sua proposição e realização em sala de aula envolvem conhecimentos inerentes à profissão docente que são relevantes para tomada de decisões relacionadas à prática do professor. Esses conhecimentos perpassam aspectos matemáticos, pedagógicos (gerais e específicos de Matemática), além de crenças, concepções e imagens dos PEM sobre si, sua profissão docente, a Matemática e o ensino de Matemática.

Com base na complexidade que envolve esses conhecimentos é, portanto, que pesquisas sugerem que a escolha, adaptação, elaboração e exploração de tarefas matemáticas expressam práticas promissoras na promoção de experiências e reflexões com vistas ao desenvolvimento de conhecimentos profissionais de professores, particularmente daqueles que ensinam Matemática (STEIN; SMITH, 1998; LILJEDAHL; CHERNOFF; ZAZKIS, 2007; GUBERMAN; LEIKIN, 2013;

CYRINO; JESUS, 2014; ESTEVAM; CYRINO; OLIVEIRA, 2018; MAGGIONI; ESTEVAM, 2021). Em síntese, esses estudos, associados à nossa experiência de pesquisa e formação, evidenciam que essa prática permite ao PEM:

- compreender a relação direta das características das tarefas matemáticas com o estabelecimento de objetivos de ensino bem delineados;
- selecionar, adaptar e elaborar (diferentes) tarefas em consonância com seus objetivos de ensino, características dos alunos e condições de que dispõe, a fim de que essas ações sejam intencionais e não arbitrárias;
- articular criticamente orientações curriculares, manuais de apoio e os objetivos de aprendizagem almejados;
- avaliar tarefas matemáticas com base nas oportunidades de aprendizagem oferecidas, com enfoque no desenvolvimento de uma matemática com significado, em detrimento de características superficiais e pouco contributivas;
- desenvolver o hábito de ouvir os alunos e de desenvolver sua sensibilidade para compreender o pensamento dos alunos e possíveis obstáculos emergentes no processo de ensino;
- desafiar as abordagens dominadas por procedimentos orientados à memorização mecânica e ao uso mecânico de rotinas e algoritmos, com o intuito de desafiá-lo a fazer escolhas sustentadas, com base nas necessidades de seus alunos e nos seus propósitos; e
- refletir sobre conhecimentos matemáticos e pedagógicos (gerais e específicos da Matemática) associados à prática que realizam e, possivelmente, àquela que pretendem realizar.

Reflexões e discussões a respeito do trabalho com tarefas matemáticas na sala de aula

As reflexões e as discussões ocorridas nos grupos de formação, a respeito da experiência que os PEM tiveram na *exploração de tarefas em sala de aula*, permitem identificar indícios de mudanças na percepção desses professores quanto: ao trabalho com os alunos, ao enfrentamento das crenças que permeiam sua prática pedagógica, e sua visão profissional sobre os processos de ensinar e aprender matemática.

Discutir o trabalho com os alunos na resolução de tarefas matemáticas de alto nível de demanda cognitiva possibilitou que os PEM reificassem a imagem que tinham a respeito do desempenho de alunos, ao mesmo tempo em que modificaram seus

modos de participação no grupo de formação, na medida em que se sentiram seguros para expressar, argumentar e defender suas ideias.

Refletir a respeito das tarefas que são propostas aos alunos pode ser uma forma de o professor ficar atento aos processos de ensino e de aprendizagem e avaliar o impacto que suas decisões têm sobre esses processos. Isso porque, conforme salientam Christiansen e Walther (1986, p. 264), “o problema é identificar meios pelos quais o professor possa promover uma concepção unificada – no aluno – do papel da tarefa-e-atividade, da aprendizagem, da matemática e de seu controle pessoal e consciente de seu próprio processo de aprendizagem”.

A prática pedagógica do PEM não se reduz às suas ações. Ela é produto da intersecção de diferentes contextos e sofre influência direta das práticas concorrentes (sociedade, política educativa, currículo, cultura escolar, disponibilidade de acesso a informações, supervisão escolar, dentre outras). A sala de aula, enquanto tecido social de aprendizagem, constitui um ambiente no qual as interações de todos os parceiros, professores e alunos, estão localizadas sobre saberes e crenças que explicitam a cultura e os contextos sociais a que pertencem.

Ao chegar na sala de aula, o professor traz consigo uma série de informações e conhecimentos já constituídos no processo de elaboração das tarefas matemáticas, que lhe possibilita constituir esquemas que articulam, por meio de diálogo, os conhecimentos dos alunos e a matemática escolar. Nesse diálogo, o aluno revela suas crenças e seus conhecimentos prévios elaborados no quotidiano ou em contexto escolar, constituídos por representações internas e intuitivas.

O professor, como responsável direto pela organização do ensino, desempenha papel crucial nas interações sociais na sala de aula. Ao planejar as tarefas matemáticas e sua exploração, o PEM deve propor situações de modo que ele e os alunos possam ampliar, modificar e construir significados. De maneira semelhante, é preciso estar aberto a modificar sua visão profissional sobre os processos de ensinar e aprender matemática.

A ação de relatar e analisar o relato de outros professores a respeito do desenvolvimento de tarefas em sala de aula conduziu os PEM a: avaliarem a gestão do tempo destinado aos alunos para resolução de tarefas; compreenderem que o nível de pensamento no qual o aluno trabalha pode determinar o que ele irá aprender; valorizarem a produção dos alunos; pensarem a respeito de suas ações ao monitorar o trabalho com tarefas em sala de aula; reconhecerem a importância da comunicação matemática na sala de aula e o papel das ações comunicativas do professor. Essa

ação fez com que alguns professores se sentissem desafiados a repensar e modificar suas práticas.

A gestão de tempo destinado ao trabalho com tarefas matemáticas foi objeto de amplo debate entre os professores em formação. Stein e Smith (1998) defendem que um dos fatores que podem provocar o declínio da demanda cognitiva de nível elevado de uma tarefa é a falta ou o excesso de tempo para os alunos lidarem com seus aspectos desafiadores.

De maneira semelhante, ao problematizar práticas sustentadas na exploração de tarefas, os professores apresentaram relatos e reflexões que evidenciam percepções de que o nível de pensamento no qual o aluno trabalha pode determinar o que ele irá aprender. Nesse sentido, os PEM tiveram a oportunidade de discutir práticas que colocam em evidência o pensamento dos alunos, conforme a síntese presente no Quadro 4.

Quadro 4 - Práticas de ensino que dão visibilidade ao pensamento dos alunos

Proporcionar espaço para o pensamento dos alunos
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Suscitar as ideias dos alunos. ▪ Dar tempo aos alunos para pensar. ▪ Reconhecer e associar publicamente uma ideia com um aluno.
Atender e dar continuidade às ideias dos alunos
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Pausar a instrução para considerar uma ideia, uma pergunta ou uma resposta espontânea ▪ Redizer ou reformular a ideia de um aluno para a turma.
Perseguir o pensamento dos alunos
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Pedir aos alunos para explicar como obtiveram uma resposta. ▪ Pedir aos alunos para explicar seu raciocínio. ▪ Incentivar os alunos a aprofundar as explicações. ▪ Apresentar outros exemplos/perguntas para os alunos pensarem, como forma de verificar e elucidar a compreensão do aluno.

Fonte: Sun e Van Es (2015, p. 205).

Paralelamente, os PEM puderam compreender a relevância de organizar um processo de ensino em que o *caminho* escolhido pelo aluno para a resolução de uma tarefa seja mais valorizado do que a resposta correta, uma vez que apenas a solução final pode dizer pouco ou nada em relação ao efetivo conhecimento do aluno, e soluções/respostas erradas podem indicar estratégias promissoras ao processo pedagógico (ESTEVAM *et al.*, 2019). Os professores que se engajaram no trabalho com tarefas cognitivamente desafiadoras relatam que o foco das discussões devem ser as ideias elaboradas pelos alunos, e não apenas as respostas corretas, que também devam ser consideradas, mas não como prioridade. Os PEM enfatizam que

o que é importante valorizar nessas tarefas são as ideias, como os alunos fizeram e pensaram.

Ao refletir a respeito do trabalho de monitorar o desenvolvimento de tarefas em sala de aula, os professores relataram diversas ações, entre elas a de observar, ouvir e interpretar o pensamento matemático dos alunos e suas estratégias de resolução, de modo a compreender como ocorreu todo o processo envolvido e verificar se as resoluções apresentadas são coerentes com o que se espera da tarefa.

De acordo com Sullivan *et al.* (2011), uma tarefa tem potencial de engajar o aluno em uma atividade intelectual quando permite ser resolvida de diferentes formas. Esse engajamento pode desenvolver a autonomia e autoconfiança desse aluno, de modo que ele não tenha medo de expor suas ideias diante do professor e de seus pares, pois ele sente que suas ideias serão respeitadas e seu pensamento será valorizado (STEIN; GROVER; HENNINGSEN, 1996). Segundo Smith e Stein (2013, p. 2), “os alunos aprendem quando são encorajados a serem autores de suas próprias ideias e quando são responsabilizados pelo raciocínio e compreensão das ideias-chaves”. Muitas vezes, eles estão acostumados a esperar a correção do professor, a *maneira certa* para resolver a tarefa, pois não confiam em suas estratégias (SCHOENFELD, 1992). Em outras situações, basta uma pergunta, uma palavra ou um gesto do professor para que eles apaguem suas resoluções, sem considerar o que fizeram, e passem a adotar o que foi apresentado pelo professor. Na sala de aula, tanto o professor quanto os alunos precisam valorizar as diferentes estratégias de resolução para uma tarefa, porque assim estarão ampliando suas oportunidades de aprendizagem (SMITH; STEIN, 2013).

Ao discutir sobre as dinâmicas estabelecidas e os recursos empregados em aula, os PEM puderam compreender a importância da intencionalidade que motiva cada decisão. Os professores perceberam que as oportunidades de aprendizagem não estão simplesmente relacionadas com o fato de colocar os alunos em grupos, ou diante de materiais manipulativos, ou recursos computacionais, mas com as reflexões que são promovidas no processo de resolução das tarefas, assim como na discussão e sistematização das ideias envolvidas nessas resoluções. O trabalho com tarefas matemáticas será potente na medida em que as dinâmicas e os recursos promovam a inquirição reflexiva (ARTIGUE; BLOMHØJ, 2013), que ofereçam oportunidades para chamar a atenção dos alunos para aspectos da matemática e para mobilização do pensamento matemático.

Reconhecer a importância da comunicação matemática na sala de aula também foi objeto de discussão nos grupos de formação. Nessas discussões, os PEM salientaram que promover a comunicação matemática em ambientes de sala de aula é uma estratégia fértil para desenvolver o pensamento matemático dos alunos. Embora os professores utilizem estratégias de comunicação em sala de aula, como conversas, discussões e registros das atividades matemáticas, a relação que estabelecem entre comunicação e aprendizagem ainda é frágil em suas práticas (KAYA; AYDIN, 2016).

De acordo com Ferreira *et al.* (2014), os processos comunicativos podem ser entendidos como persuasão (quando a comunicação é assumida como transmissão de informação) ou negociação de significados (quando ocorre interação social). Na transmissão de informação há um comunicador que tem como objetivo que o ouvinte reaja da forma por ele esperada, agindo de maneira semelhante àquela como foi a ele comunicado. Como interação social, a comunicação é um processo social em que os sujeitos interagem, trocando informações, influenciando-se reciprocamente na construção de significados partilhados. Desse modo, a comunicação assume a função de criar e manter o consenso e o entendimento entre os indivíduos, através da interpretação do outro, em uma ação de complementaridade e de reconhecimento mútuo.

A perspectiva de comunicação assumida nos grupos de formação foi a da interação social. De acordo com Rodrigues, Cyrino e Oliveira (2018), ao discutir o trabalho com tarefas na sala de aula, os professores em formação defenderam a importância de o professor reconhecer que o aluno aprende matemática a partir de um conjunto de ações que vão além do ouvir, mas envolvem também o falar, conjecturar, fazer, perguntar, responder, argumentar, registrar, etc. Em um ambiente de sala de aula em que essa perspectiva de comunicação matemática é empregada, espera-se que os alunos ouçam, comentem e reflitam sobre seu próprio pensamento matemático e o dos colegas (PAPE; BELL; YETKIN, 2003). Assim, o processo de ensino e a forma de o professor se comunicar com os alunos precisam ser pensados, de modo a provocar e orientar essas ações, com intencionalidade e organização. O *feedback* do professor é um importante instrumento no contexto dessas ações.

Na comunicação em sala de aula como interação social, o professor pode promover negociação de significados por meio de ações específicas, como explicar, questionar, ouvir e responder. Esses “processos de comunicação entre os indivíduos, através de atos discursivos, incluem silêncios, gestos e comportamentos, olhares e

posturas, ações e omissões" (RODRIGUES, 1990 apud GUERREIRO *et al.*, 2015, p. 281).

De acordo com Wenger (1998), é por meio do processo de negociação de significados que ocorre a aprendizagem. Consideramos a aprendizagem como um processo simultaneamente individual e coletivo, resultado, respectivamente, da interação dos alunos com o conhecimento matemático, no contexto de uma certa atividade matemática, e também da interação com os outros (colegas e professor), incidindo em processos de negociação de significados. Kaya e Aydin (2016) salientam que a comunicação matemática está relacionada principalmente com a compreensão matemática mútua dos participantes em uma aula.

Com base nessa compreensão, os PEM puderam discutir estratégias comunicativas dos professores para aprimorar o pensamento matemático dos alunos, com base naquelas problematizadas por Cooke e Buchholz (2005), quais sejam: oferecer oportunidades para autoexpressão; servir como facilitador na expressão de ideias e da linguagem; oferecer oportunidades para os alunos conectarem novos entendimentos ao conhecimento prévio; conectar tarefas rotineiras de sala de aula à matemática; fazer uma variedade de perguntas; e incentivar o uso de termos matemáticos apropriados.

Desse modo, a comunicação matemática pode promover a produção de significados e a dinâmica de uma aula de matemática (RODRIGUES; CYRINO; OLIVEIRA, 2018). Em outras palavras, a comunicação matemática pode ser vista como capacidade transversal à aprendizagem e como orientação metodológica (SERRAZINA, 2018).

O desenvolvimento da capacidade de comunicação matemática dos alunos como uma capacidade transversal envolve não só a ação de expressar suas ideias, mas também interpretar e compreender as ideias que lhes são apresentadas - pelos colegas, pelo professor, pelos materiais didáticos, etc. - assim como a ação de participar ativamente das discussões a respeito de ideias, processos e resultados matemáticos (SERRAZINA, 2018). Sfard (2001) salienta a importância da comunicação matemática ao descrever o pensamento como um caso de comunicação. Dessa forma, pensar constitui um esforço dialógico, em que se faz perguntas, investigam-se possíveis soluções e se reflete sobre elas. Isso sustenta a percepção dos professores em formação de que solicitar para o aluno explicar como pensou é um aspecto essencial no trabalho com tarefas cognitivamente desafiadoras. Ao explicar como resolveu a tarefa, o aluno precisa refletir sobre a sua resolução,

organizar suas formas de pensamento, seus registros, para que posteriormente possa comunicar oralmente suas ideias e, por conseguinte, seu raciocínio. Ao demandar uma justificativa para a estratégia utilizada pelo aluno, o professor pode apoiá-lo na explicitação de seu pensamento matemático e colaborar para que ele se (re)estruture cognitivamente.

É importante lembrar que comunicar não é só falar ou escrever – os gestos ou até objetos podem ser importantes veículos de comunicação de ideias. Na aula de matemática, portanto, pode-se promover a comunicação oral, visual, gestual, icônica, com objetos ou escrita.

A comunicação oral pode promover a interação entre os alunos e entre os alunos e o professor, para que o aluno possa mobilizar suas próprias ideias. Por exemplo: ao explicar para um colega ou para o professor o que fez, o aluno precisa estabelecer conexões entre ideias que quer explicitar e entre suas ideias com as outras que são partilhadas pelos interlocutores (aluno ou professor). Uma explicação parte de uma questão, seja ela explícita ou implícita, proposta por outro aluno ou pelo professor. Na busca por essas conexões com outros assuntos, o aluno mobiliza conceitos ou procedimentos que ele já tem constituído, mesmo que de forma parcial, para encontrar significados para o que está aprendendo (novo conhecimento). Ao explicar seus procedimentos e estratégias para um interlocutor, o aluno pode identificar seus erros, corrigi-los e ganhar confiança em si mesmo.

A comunicação matemática permite um envolvimento ativo, e não meramente reativo por parte dos alunos, no ouvir crítico-reflexivo e na expressão do seu próprio pensamento. É preciso considerar que há limitações na comunicação oral, assim como em qualquer outra forma de comunicação, como a escrita.

Por meio da comunicação escrita, o aluno pode desenvolver diferentes tipos de representações (por exemplo, linguagem materna natural, numérica, simbólica, gráfica, tabular, pictórica, algébrica, geométrica, analogias, diagramas, figuras, esquemas, etc.). Nessa forma de comunicação, o aluno precisa selecionar as formas linguísticas mais adequadas às diferentes situações e explicitar seu raciocínio com coerência, lógica, clareza e vocabulário apropriado ao conteúdo. Para além de ser um meio de comunicação, a escrita pode promover a aprendizagem e a descoberta (SABRIO; SABRIO; TINTERA, 1993).

Para construir um texto, os alunos precisam examinar suas ideias e refletir sobre o que já sabem, tomando consciência das suas dificuldades. Assim, os alunos escrevem para aprender e aprendem ao escrever matemática. Note-se, contudo, que a escrita matemática

não abrange apenas a ação de escrever uma resposta a uma tarefa, trata-se de explicitar os raciocínios que levaram à resposta. [...] O processo de explicar ideias aos outros, com o objetivo de ser entendido, promove a evolução das suas próprias compreensões. O ato de escrita, forçando a explicitação de conjecturas e conclusões, constitui uma oportunidade para elucidar, organizar e consolidar o pensamento do aluno, e desenvolver o conhecimento matemático, a capacidade de resolver problemas, o poder de abstração bem como a capacidade de raciocínio e a confiança em si próprio [...] (MARTINHO; ROCHA, 2018, p. 34).

Associando essas distintas perspectivas, o processo de explicar ideias aos outros, com o objetivo de ser entendido, promove a evolução das suas próprias compreensões a respeito de conceitos e fundamentos matemáticos. Esses aspectos emergiram de modo semelhante nas reflexões dos próprios professores participantes nos grupos de formação.

As diferentes representações matemáticas (como a numérica, simbólica, gráfica e verbal) requerem uma utilização frequente para que os alunos as signifiquem e empreguem em sua prática. A linguagem matemática formal e rigorosa não precisa ser imposta, mas pode surgir com naturalidade e tornar-se comum pela necessidade do seu uso.

A comunicação como orientação metodológica, portanto, está associada à prática do professor de favorecer um discurso matemático significativo, de colocar questões pertinentes, de usar e relacionar representações matemáticas, dentre outros aspectos. Nesse processo, os PEM puderam compreender que é papel do professor:

- i) promover interações sociais com enfoques dialógicos no desenvolvimento da tarefa pelos alunos;
- ii) dar *feedback* com base nas respostas dos alunos para o desenvolvimento da atividade matemática;
- iii) levar em consideração as experiências de aprendizagem dos alunos, a disposição deles para questionar, discutir e refletir sobre diferentes ideias em sala de aula;
- iv) favorecer um discurso matemático significativo, de modo que o aluno possa construir uma compreensão compartilhada das ideias matemáticas, trocar ideias intencionalmente, articular e justificar suas ideias, raciocinar com base nas suas ideias e nas dos outros (colegas e professores), e desenvolver uma compreensão profunda da matemática;
- v) fazer emergir, simultaneamente, a lógica individual e a lógica coletiva (na negociação de significados partilhados);

vi) considerar diferentes tipos de questões com propósitos diversos, como o reconhecimento de informação, exploração do pensamento, focalização, inquirição, tornar a matemática visível, encorajar a reflexão e justificação;

vii) não responder diretamente a uma pergunta feita pelo aluno, mas elaborar uma nova questão, fornecer uma explicação ou informação adicional, de modo a evitar a validação imediata da resposta apresentada pelo aluno;

(viii) manter o nível cognitivo da tarefa inicial, lidar com respostas incorretas ou incompletas, tornando-as objeto de discussão;

(ix) apoiar o processo de instrução, na tomada de decisões, participando na exploração e negociação de significados com os alunos, pensando com eles e não por eles.

Em síntese, a ação de relatar e analisar o relato de outros professores a respeito do desenvolvimento de tarefas em sala de aula permitiu aos PEM em formação: partilhar experiências de sala de aula de forma crítica e respeitosa, emitindo e defendendo ideias; indicar que poderiam ter feito escolhas semelhantes às relatadas; expressar suas compreensões a respeito dos êxitos e das limitações dos envolvidos no desenvolvimento de tarefas; oferecer sugestões para gestão da aula; demonstrar uma reação positiva às sugestões e provocações dos demais para incorporá-las em sua prática de ensino; revelar mudanças quanto a seu modo de agir em sala de aula; reconhecer suas dificuldades e a necessidade de novas aprendizagens; valorizar o trabalho dos outros (alunos e professores); e reconhecer o papel da comunicação e das dinâmicas estabelecidas como essenciais às aprendizagens pretendidas.

Considerações finais

Os PEM em formação foram desafiados e encorajados a analisar criticamente suas práticas; a refletir sobre conhecimentos, crenças e concepções; e a estudar estratégias para o trabalho com tarefas cognitivamente desafiadoras. Nesse processo, há evidências de atribuições de sentidos próprios para elementos que constituem a prática de ensinar e aprender Matemática, particularmente aqueles envolvendo o trabalho com tarefas matemáticas em sala de aula. Dessa forma, evidenciam-se aprendizagens profissionais que se manifestam em mudanças nos padrões de participação do professor nas práticas que realiza (VILAS BOAS; BARBOSA, 2016). Com base nos processos duais que sustentam a aprendizagem em termos sociais - participação e reificação - consideramos que tanto as mudanças na prática efetivada em sala de aula quanto os significados atribuídos para sustentá-las são indicativos de

aprendizagem, reverberando inclusive na identidade desses profissionais. Dessa forma, admitimos que as mudanças nos padrões de participação do professor nas práticas que realiza podem se manifestar, para além daquilo que ele faz, naquilo que diz (e no que não diz), especialmente, nos sentidos e interpretações que sustentam seus dizeres e fazeres, os quais se valem de conhecimentos, crenças, concepções e imagens. Contudo, não temos como avaliar se os conhecimentos produzidos pelos professores participantes das formações foram incorporados em sala de aula, ou quanto tempo vai levar para que isso ocorra. Sabemos apenas que as reflexões, os relatos e as discussões a respeito do desenvolvimento de tarefas em sala de aula apresentam indícios de que eles consideram plausível essa perspectiva de trabalho com tarefas matemáticas.

Nesses relatos e discussões, identificamos evidências do desenvolvimento da autoconfiança dos professores participantes das formações no/para o trabalho com tarefas matemáticas cognitivamente desafiadoras. Ao mesmo tempo, as ações formativas possibilitaram aos envolvidos pensar a respeito de sua imagem como professor, de como a aprendizagem muda quem somos e cria histórias pessoais de transformação no contexto formativo (CYRINO, 2017).

A forma como uma tarefa matemática é apresentada, desenvolvida, trabalhada e conduzida a uma conclusão influencia a visão de mundo do PEM, incluindo crenças e concepções em relação à matemática, à sua aprendizagem, como ela pode ser ensinada, e qual o papel de sua prática pedagógica na constituição das futuras gerações (CYRINO, 2017). Nesse sentido é que Watson e Mason (2007) salientam que a formação de professores deve considerar que, para os professores, aprendizagem e ação são a mesma coisa: suas escolhas profissionais de ações são a manifestação do que aprenderam ou estão aprendendo e, portanto, o tipo de tarefa e as dinâmicas exploradas em contextos formativos influenciam significativamente a prática que os PEM realizam em sala de aula, sua aprendizagem docente e, por conseguinte, o movimento de constituição de sua identidade profissional (CYRINO, 2016; 2017; 2021).

Contudo, é preciso ratificar que explorar tarefas na formação de professores não consiste apenas na proposição e resolução de tarefas, semelhante à atividade esperada dos alunos em sala de aula. O trabalho com tarefas matemáticas em contextos formativos suscita outros propósitos que visam ao movimento de constituição da identidade profissional dos participantes. Para tanto, deve favorecer a reflexão sobre a prática pedagógica e o impacto das decisões do professor nos

processos de ensinar e aprender, envolvendo: planejamento intencional, sustentado e situado, com o delineamento da(s) tarefa(s) a ser(em) explorada(s); questionamentos a serem associados para desencadear processos reflexivos que articulem as discussões às ações a serem empreendidas pelo formador e (futuros) PEM no decurso da ação formativa; abertura para negociação e flexibilidade para articulações às demandas manifestadas pelos professores participantes; consideração dos conhecimentos, crenças, sentimentos e concepções dos professores como ponto de partida das práticas desenvolvidas; e compromisso com a aprendizagem dos envolvidos e desenvolvimento de sua autonomia.

As ações formativas envolvendo tarefas matemáticas podem envolver diferentes práticas, e o Quadro 5 sintetiza aquelas identificadas em nossas reflexões e interpretações, a partir dos enfoques estabelecidos.

Quadro 5 - Potencialidades de práticas associadas às ações formativas envolvendo tarefas matemáticas

Resolver e analisar tarefas matemáticas
<ul style="list-style-type: none"> ▪ analisar as tarefas resolvidas, e discutir tipos de tarefas, características e potencialidades. ▪ caracterizar tarefas cognitivamente desafiadoras. ▪ discutir o papel do professor no trabalho com tarefas matemáticas em sala de aula. ▪ colocar-se no papel de aluno e construir significados para estratégias, procedimentos, raciocínios e modos de apoiar a atividade dos alunos em sala de aula. ▪ estabelecer dinâmicas condizentes com a atividade pretendida.
Selecionar, adaptar, elaborar e explorar tarefas matemáticas
<ul style="list-style-type: none"> ▪ relacionar tipos de tarefas e pensamento dos alunos. ▪ conhecer os níveis de demanda cognitiva de tarefas e sua relação com os objetivos de aula. ▪ refletir a respeito da organização e gestão do trabalho dos alunos. ▪ discutir sobre a elaboração de questões que mantenham o engajamento dos alunos em formas complexas de pensamento. ▪ compreender ações do professor que podem influenciar a demanda cognitiva da tarefa ▪ situar tarefas matemáticas ao contexto da prática.
Refletir e discutir sobre o trabalho com tarefas matemáticas na sala de aula
<ul style="list-style-type: none"> ▪ refletir sobre o trabalho dos e com os alunos, a partir de (diferentes tipos de) tarefas matemáticas. ▪ estabelecer práticas para suscitar o pensamento matemático dos alunos. ▪ contrapor crenças e concepções a respeito de ensinar e aprender matemática. ▪ (re)pensar suas ações e a influência delas na atividade dos alunos. ▪ reconhecer a importância da comunicação matemática na sala de aula. ▪ compartilhar experiências emitindo, defendendo e confrontando ideias e (re)elaborando compreensões matemáticas, bem como sobre o ensinar e o aprender matemática.

Fonte: os autores.

Por fim, é importante salientar alguns dilemas associados às ações formativas alicerçadas no trabalho com tarefas que demandam estudos complementares, tais como: lidar com o imediatismo de professores que buscam situações diretamente

replicáveis; avaliar a adequabilidade das tarefas propostas para as condições materiais, as salas de aula, os currículos vigentes e os conhecimentos dos professores; e considerar particularidades no trabalho com tarefas nos diferentes campos da Matemática, bem como nos diferentes níveis de ensino.

Agradecimentos

Os autores agradecem aos participantes do Gepefopem e do GEPTEMatE pelo fomento às reflexões que sustentam este trabalho, ao PRPGEM e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) pelo auxílio para esta publicação (Proap/Capes/PRPGEM), assim como ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela bolsa de produtividade em pesquisa (Proc. 306352/2019-2) da primeira autora.

Referências

- ARBAUGH, Fran; BROWN, Catherine A. Analyzing mathematical tasks: a catalyst for change?. **Journal of Mathematics Teacher Education**, Dordrecht, v. 8, n. 6, p. 499-536, 2005.
- ARTIGUE, Michèle; BLOMHØJ, Morten. Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. **ZDM Mathematics Education**, v. 45, n. 6, p. 797-810, 2013.
- BRANDELERO, Dalva Spiler; ESTEVAM, Everton José Goldoni. Shared reflections in an investigation of personal practice: learning trajectory of a teacher involving exploratory statistics teaching. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 25, n. 1, p. 479-507, 2023.
- CHAPMAN, Olive. Mathematical-task knowledge for teaching. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 16, n. 1, p. 1-6, 2013.
- CHRISTIANSEN, Bent; WALTHER, Gerd. Task and Activity. In: CHRISTIANSEN, Bent; HOWSON, Geoffrey; OTTE, Michael. (Eds.). **Perspectives on Mathematics Education**. Dordrecht: D. Reidel, 1986. p. 243-307.
- COOKE, Bessie Davis; BUCHHOLZ, Dilek. Mathematical communication in the classroom: a teacher makes a difference. **Early Childhood Education Journal**, v. 32, n. 6, p. 365-369, 2005.
- CYRINO, Marcia Cristina de Costa Trindade. Mathematics teachers' professional identity development in communities of practice: reifications of proportional reasoning teaching. **Bolema**, Rio Claro, v. 30, n. 54, p. 165-187, abr. 2016.
- CYRINO, Marcia Cristina de Costa Trindade. Identidade profissional de (futuros) professores que ensinam Matemática. **Perspectivas da Educação Matemática**, Mato Grosso do Sul, v. 10, p. 699-712, 2017.
- CYRINO, Marcia Cristina de Costa Trindade. Ações de formação de professores de matemática e o movimento de construção de sua identidade profissional. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 14, n. 35, p. 1-26, 2021.

CYRINO, Marcia Cristina de Costa Trindade; JESUS, Cristina Cirino. Análise de tarefas matemáticas em uma proposta de formação continuada de professoras que ensinam matemática. **Ciência & Educação**, v. 20, p. 751-764, 2014.

DOYLE, Walter. Academic work. **Review of Educational Research**, v. 53, n. 2, p. 159-199, 1983.

ESTEVAM, Everton José Goldoni; CYRINO, Marcia Cristina de Costa Trindade; OLIVEIRA, Helia Margarida. Desenvolvimento do conhecimento estatístico para ensinar a partir da análise de tarefas em uma comunidade de professores de matemática. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática (REnCiMa)**, v. 9, p. 32-51, 2018.

ESTEVAM, Everton José Goldoni. et al. Estratégias e Procedimentos Emergentes na Resolução de Questões de Análise Combinatória e o Ensino Exploratório de Matemática. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 12, n. 2, p. 221-233, 2019.

FERREIRA, Rosa Tomas. et al. Comunicação nas práticas letivas dos professores de Matemática. In: PONTE, João Pedro da. **Práticas profissionais dos professores de Matemática**. Lisboa: IE, 2014. p. 135-164.

GUBERMAN, Raisa; LEIKIN, Roza. Interesting and difficult mathematical problems: changing teachers' views by employing multiple-solution tasks. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 16, p. 33–56, 2013.

GUERREIRO, Antônio. et al. Comunicação na sala de aula: a perspectiva do ensino exploratório de matemática. **Zetetiké**, v. 23, n. 2, p. 279-295, 2015.

JESUS, Cristina Cirino; CYRINO, Marcia Cristina de Costa Trindade; OLIVEIRA, Helia Margarida. Análise de tarefas cognitivamente desafiadoras em um processo de formação de professores de Matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 20, p. 21-46, 2018.

KAYA, Defn; AYDIN, Hasan. Elementary Mathematics Teachers' Perceptions and Lived Experiences on Mathematical Communication. **Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education**, v. 12, n. 6, p. 1619-1629, 2016.

LEONTIEV, Aleksei Nikolaevich. **Activity, consciousness, and personality**. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1978.

LILJEDAHL, Peter; CHERNOFF, Egan; ZAZKIS, Rina. Interweaving mathematics and pedagogy in task design: a tale of one task. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 10, n. 4, p. 239–249, 2007.

MAGGIONI, Cássia Edmara Coutinho Murback; ESTEVAM, Everton José Goldoni. Formação continuada em uma comunidade profissional de professores que ensinam matemática nos anos iniciais: análise de tarefas sobre números e operações. **Em Teia**, v. 12, n. 3, p. 1-26, 2021.

MARTINHO, Maria Helena; ROCHA, Helena. A escrita matemática e a intuição em Geometria. **Educação e Matemática**, v. 149-150, p. 34-38, 2018.

NAGY, Marcia Cristina; CYRINO, Marcia Cristina de Costa Trindade. Aprendizagens de professoras que ensinam matemática em uma comunidade de prática. **Revista FAEEBA**, v. 23, p. 149-163, 2014.

National Council of Teachers of Mathematics, NCTM. **Normas profissionais para o ensino da Matemática**. Lisboa: APM e IIE, 1994.

PAPE, Stephen J.; BELL, Clare V.; YETKIN, Iffet Elif. Developing Mathematical Thinking and Self-Regulated Learning: a Teaching Experiment in a Seventh-Grade Mathematics Classroom. **Educational Studies in Mathematics**, v. 53, n. 3, p. 179–202, 2003.

PONTE, João Pedro da. Gestão curricular em Matemática. In: GTI (Ed.). **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: APM, 2005. p. 11-34.

POWELL, Arthur B. et al. Challenging Tasks and Mathematics Learning. In: TAYLOR, Peter J.; BARBEAU, Edward J. (Eds.). **Challenging Mathematics in and Beyond the Classroom**. New ICMI Study Series, v. 12. Boston, MA: Springer, 2009. p. 133-170.

RODRIGUES, Renata Viviane Raffa; CYRINO, Marcia Cristina de Costa Trindade; OLIVEIRA, Helia Margarida. Comunicação no Ensino Exploratório: visão profissional de futuros professores de Matemática. **Bolema**, v. 32, p. 967-989, 2018.

SABRIO, David; SABRIO, Susan; TINTERA, George. Writing to learn and learning to write mathematics: An experiment. **PRIMUS: Problems, Resources, and Issues in Mathematics Undergraduate Studies**, v. 3, n. 4, p. 419-429, 1993.

SCHOENFELD, Alan H. Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In: GROUWS, Douglas A. (Ed.), **Handbook of research on mathematics teaching and learning**: a project of the National Council of Teachers of Mathematics. New York: Macmillan Publishing, 1992. p. 334–370.

SERRAZINA, Lurdes. Comunicação matemática e aprendizagens essenciais. **Educação e Matemática**, v. 149-150, p. 13-16, 2018.

SFARD, Anna. There is more to discourse than meets the ears: looking at thinking as communicating to learn more about mathematical learning. **Educational Studies in Mathematics**, v. 46, n. 1-3, p. 13-57, 2001.

SHIMIZU, Yoshimizu. et al. The role of mathematical tasks in different cultures. In: SHIMIZU, Yoshimizu; KAUR, Berinderjeet; HUANG, Rongjin; CLARKE, David (Org.). **Mathematical tasks in classrooms around the world**. Boston: Sense Publishers, 2010. p. 1-14

SIMON, Martin A.; TZUR, Ron. Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: an elaboration of the hypothetical learning trajectory. **Mathematical Thinking and Learning**, Philadelphia, v. 6, n. 2, p. 91-104, 2004.

SMITH, Margaret Schwan; STEIN, Mary Kay. **Five practices for orchestrating productive mathematics discussion**. Virginia: NCTM, 2013.

STEELE, D. F. Vozes entusiastas de jovens matemáticos. **Educação e Matemática**, n. 62, p. 39-42, 2001.

STEIN, Mary Kay; GROVER, Barbara W.; HENNINGSEN, Marjorie. Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: an analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. **America Educational Research Journal**, Washington, v. 33, n. 2, p. 455-488, 1996.

STEIN, Mary Kay; LANE, Suzanne. Instructional tasks and the development of student capacity to think and reason: An analysis of the relationship between teaching and learning in a reform mathematics project. **Educational Research and Evaluation**, v. 2, n. 1, p. 50-80, 1996.

STEIN, Mary Kay; SMITH, Margaret Schwan. Mathematical tasks as a framework for reflection: from research to practice. **Mathematics Teaching in the Middle School**, Reston, v. 3, n. 4, p. 268-275, 1998.

STEIN, Mary Kay. et al. **Implementing standards-based mathematics instruction: a casebook for professional development**. New York: Teachers College Press, 2009.

SULLIVAN, Peter; CLARKE, David. Problem solving with conventional. Mathematics content: Responses of pupils to open mathematical tasks. **Mathematics Education Research Journal**, v. 4, n. 1, p. 42-60, 1992.

SULLIVAN, Peter. et al. Challenging mathematics tasks: what they are and how to use them. In: BRAGG, Leicha A. (Ed.). **Mathematical Association of Victoria Annual Conference 2011**, Melbourne, Victoria, Australia, 2011. p. 33-46.

SUN, Jennifer, VAN ES, Elizabeth A. An Exploratory Study of the Influence That Analyzing Teaching Has on Preservice Teachers' Classroom Practice. **Journal of Teacher Education**, v. 66, n. 3, p. 201–214, 2015.

VILAS BOAS, Jaqueline; BARBOSA, Jonei Cerqueira. Aprendizagem do professor: uma leitura possível. **Revista Ciência & Educação**. Bauru: SP, v. 22, n. 04, p. 1097-1107, 2016.

WATSON, Anne, MASON, John. Taken-as-shared: a review of common assumptions about mathematical tasks in teacher education. **Journal of Math Teacher Education**, v. 10, p. 205–215, 2007.

WATSON, Anne; SULLIVAN, Peter. Teachers learning about tasks and lessons. In: TIROSH, Dina; WOOD, Terry (Eds.). **Tools and processes in mathematics teacher education**. London: Sense Publishers, 2008. p.109-134.

WENGER, Etienne. **Communities of practice: learning, meaning and identity**. New York: Cambridge University Press, 1998.

Submetido em março de 2023.

Aceito em maio de 2023.