

**Experiências de Aprendizagem Docente na Gestão
Colaborativa do Ensino-aprendizagem de Matemática
baseado em Tarefas Exploratórias**

**Teacher Learning Experiences in the Collaborative
Management of Mathematics teaching-learning based on
Exploratory Tasks**

Dario Fiorentini¹

Alex Henrique Alves Honorato²

Andrey Patrick Monteiro de Paula³

RESUMO

O objetivo deste estudo é descrever e compreender como professores aprendem colaborativamente a fazer a gestão do ensino-aprendizagem da matemática baseado em tarefas exploratórias, tendo como colaboradores colegas e formadores da universidade, e o que aprendem nesse contexto. A pesquisa segue o paradigma qualitativo, sendo adotada a Análise Narrativa Dialógica (AND) para produzir uma compreensão holística e diacrônica do movimento de participação e de aprendizagem dos professores em duas experiências de gestão do ensino baseado em tarefas exploratórias, que têm como objeto de estudo sua própria prática, sendo uma num contexto de grupo colaborativo e outro em contexto de Lesson Study. Os materiais de análise foram: narrativas escritas pelos professores participantes; resoluções dos alunos; e gravações em áudio. Nas AND, ao se narrar analítica e interpretativamente as experiências docentes, são colocadas em evidência os ricos processos de aprendizagem docente e também seus resultados, isto é, os aprendizados ou a produção de conhecimentos profissionais da docência.

PALAVRAS-CHAVE: Gestão do Ensino-Aprendizagem. Tarefas Exploratórias. Professor que Ensina Matemática. Pensamento Algébrico. Sentido de Número.

¹ Universidade Estadual de Campinas. E-mail: dariof@unicamp.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5536-0781>.

² Universidade Estadual de Campinas. E-mail: alex_unesp2010@hotmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5455-7416>.

³ Universidade Federal do Norte do Tocantins. E-mail: andrey.dpaula@hotmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2724-4844>.



ABSTRACT

The aim of this study is to describe and understand how teachers collaboratively learn to manage mathematics teaching-learning based on exploratory tasks, with colleagues and university professors as collaborators, and what they learn in this context. The research follows the qualitative paradigm, adopting the Dialogical Narrative Analysis (DNA) to produce a holistic and diachronic understanding of the teachers' participation and learning movement in two teaching management experiences based on exploratory tasks, which have as their object of study their own practice, one in a collaborative group context and the other in a Lesson Study context. The analysis materials were: narratives written by participating teachers; students' resolutions; and audio recordings. The ADNs, when analytically and interpretively narrating the teaching experiences, highlighted the rich processes of teaching learning and also their results, that is, the learning or the production of professional teaching knowledge

KEYWORDS: Teaching-Learning Management. Exploratory Tasks. Teacher who Teaches Mathematics. Algebraic Thinking. Number Sense

Introdução

O que temos encontrado com mais frequência nos estudos sobre formação de professores de (ou que ensinam) matemática é em relação à importância da elaboração e do uso de tarefas especiais, visando à formação de professores com foco na aprendizagem do conhecimento profissional do professor, especializado ou específico, para ensinar matemática (PONTE et al., 2015; RIBEIRO et. al., 2020; RODRIGUES; ELIAS; TREVISAN, 2022) contemplando o domínio do conhecimento pedagógico do conteúdo na perspectiva originária de Shulman (1986; 1987).

Em Portugal, por exemplo, Ponte et al. (2015) tiveram por objetivo, no contexto de desenvolvimento de um Estudo de Aula (ou Lesson Study), ampliar a discussão acerca de tarefas matemáticas para além de exercícios e problemas, isto é, procuraram discutir também com professores em serviço tarefas matemáticas do tipo exploração (PONTE, 2005; SKOVSMOSE, 2000). Além disso, analisaram as perspectivas desses professores, ao participarem do Estudo de Aula, sobre tarefas, com foco no desenvolvimento do raciocínio matemático, que poderiam ser implementadas a alunos da Educação Básica.

Para tanto, realizaram um ciclo completo do Estudo de Aula sobre um tópico do 5º ano, a partir de um trabalho com cinco professoras do 2º ciclo da Educação Básica, em 12 sessões. Vale destacar que, nas sessões de 2 a 6, que consistiram em momentos de aprofundar o conhecimento sobre o ensino e a aprendizagem da comparação e ordenação de números racionais, incluindo a realização de um diagnóstico e a preparação de uma aula sobre esse tópico, os formadores (autores da pesquisa) propuseram às professoras algumas tarefas matemáticas prontas. Foi a partir dessas tarefas que as discussões ocorreram sobre: i) a natureza das tarefas; e ii) a relação entre tarefas e o raciocínio matemático dos estudantes.

Em relação à natureza das tarefas, as professoras puderam aprender sobre: as diferenças entre tarefas do tipo exercício, problema e exploração; as possíveis representações que estão explicitamente envolvidas ou que podem ser usadas na sua resolução; e o nível de desafio de uma tarefa. Quanto à relação entre as tarefas e o raciocínio matemático dos estudantes, as professoras tiveram a oportunidade de refletir e discutir acerca da determinação de uma estratégia de resolução, de possíveis generalizações e justificações e da importância dos professores criarem oportunidades para os alunos fazerem essas generalizações e essas justificações.

No Brasil, encontramos estudos, como o de Ribeiro, Aguiar e Trevisan (2020), que também tratam sobre essa temática. Esses pesquisadores buscaram identificar e compreender como oportunidades de aprendizagem profissional emergem, quando professores discutem e analisam coletivamente uma aula envolvendo padrões e regularidades na Educação Básica. Essa investigação e a formação realizada contou com a participação de 33 professores de Matemática do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, sendo uma professora em serviço, sete em formação inicial e 26 formados (cinco destes sem experiência em sala de aula). Houve 15 encontros semanais de quatro horas, os quais foram dinamizados por três formadores (sendo dois deles os primeiros autores do artigo) e foram organizados por momentos de trabalhos (i) individuais, (ii) em pequenos grupos e (iii) em discussões coletivas em plenária.

Para contemplar situações matemáticas envolvendo diferentes tipos de padrões e regularidades, suas generalizações por diferentes representações e suas expressões algébricas, bem como explorar conhecimentos profissionais dos professores para o ensino de padrões e regularidades, foram desenhadas e implementadas Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP) no processo formativo. As TAP, de acordo com Ribeiro, Aguiar e Trevisan (2020), são tarefas construídas e implementadas com a finalidade de propiciar aprendizados aos professores em uma situação específica, e são caracterizadas, dentre outros aspectos, pelo uso de dados provenientes do próprio processo de ensino e aprendizagem, ocorrido nas aulas da Educação Básica. Nessa direção, podemos interpretar que Ponte et al. (2015) também selecionaram e implementaram as TAP no processo formativo da sua pesquisa.

Para o artigo, então, os autores fizeram um recorte dos dados e focaram suas análises nas discussões coletivas ocorridas na plenária da 5ª TAP, que era a etapa de reflexão sobre as aulas implementadas na Educação Básica. A 5ª TAP foi

elaborada e proposta pelos formadores aos professores a partir da 3ª TAP, que se refere à etapa de planejamento coletivo de uma aula, e da 4ª TAP, que está relacionada ao desenvolvimento do plano de aula selecionado por uma professora.

Como resultado, o formato da TAP e as discussões conduzidas pelos formadores possibilitaram que os professores mobilizassem e aprofundassem o seu conhecimento matemático para o ensino de padrões e regularidades na Educação Básica. Os autores destacam sobre a importância do papel do formador para que se criem oportunidades de aprendizagem profissional, que podem ocorrer quando se valoriza a comunicação dialógica e a depender da maneira como o formador intervém nas discussões coletivas.

Podemos observar que esses estudos têm trazido contribuições e avanços importantes, principalmente para a formação inicial e continuada de professores de (ou que ensinam) matemática, visando à aprendizagem profissional para a prática docente. Por outro lado, muitos grupos colaborativos, como é o caso do Grupo de Sábado (GdS), têm optado por priorizar uma aprendizagem situada na prática e da prática de ensinar, tendo como referência os diferentes modos de o professor aprender em relação à prática profissional (COCHRAN-SMITH; LYTLE, 1999). Ou seja, ao invés de os formadores proporem TAP aos professores (em formação e em serviço), visando desenvolver conhecimentos especializados para ensinar, os formadores se unem aos professores (podendo incluir também futuros professores) para, colaborativamente, fazerem a gestão do ensino baseado em tarefas exploratórias. O objetivo dessa prática formativa, portanto, não é desenvolver um conhecimento especializado para o professor ensinar determinados conteúdos, mas dar suporte para que os próprios professores elejam os objetivos e os conteúdos pedagógicos a serem ensinados pelos professores. Para tanto, realizam, inicialmente, um estudo sobre esse conteúdo temático a ser ensinado, podendo, nesse caso, se apropriar dos conhecimentos especializados para ensinar, sistematizados por estudos acadêmicos ou pelos próprios professores da escola que investigam suas práticas pedagógicas.

O GdS tem sido caracterizado como uma comunidade fronteira universidade-escola (FIORENTINI, 2013), a qual se distingue das comunidades acadêmicas e escolares, haja vista sua característica de se situar num espaço fronteiro entre a universidade e a escola da Educação Básica. Em outras palavras, trata-se de uma comunidade, composta por professores, formadores e acadêmicos universitários nos papéis de colaboradores e investigadores, que não é

institucionalmente regulada pela universidade e nem pela escola, dispendo de uma agenda própria de estudo e trabalho, orientada para os interesses dos professores.

Nesse contexto, os integrantes realizam investigações ou análises sobre o que acontece em suas próprias salas de aula, bem como o que as precedem (estudo e planejamento de aulas e tarefas exploratórias e investigativas de ensino), tendo como interlocutores e colaboradores críticos os formadores ou acadêmicos da universidade e os próprios colegas da escola.

Assim, neste artigo, perseguiremos a seguinte pergunta investigativa: Como os professores que participam de comunidades colaborativas investigativas e fronteiriças universidade-escola vêm aprendendo a gerir tarefas exploratório-investigativas para ensinar e aprender matemática na Educação Básica?

Vale destacar que, para nós, o conceito de gestão do ensino e da aprendizagem baseada em tarefas, na perspectiva dos professores da escola, inclui desde o processo de concepção e planejamento de tarefas de ensino, visando um objetivo pedagógico, até o desenvolvimento e a avaliação colaborativa dessas tarefas em sala de aula. Em outros termos, a gestão de tarefas, por parte do professor, contempla a seleção, a adaptação ou a construção de tarefas, bem como a organização dos alunos em classe, a sustentação da aprendizagem dos alunos durante a resolução das tarefas e, também, a mediação da socialização dos resultados produzidos pelos alunos, promovendo problematização e negociação de significados que conduzem à validação ou à refutação desses resultados. Vivenciar e investigar esse processo de gestão do ensino baseado em tarefas é, em nosso entendimento, um modo fecundo e poderoso de aprendizagem profissional do professor em exercício. E esta é a tese que pretendemos sustentar neste artigo.

Nessa direção, considerando essa tese e o trabalho de estudo e investigação que acontece em comunidades colaborativas, sobretudo fronteiriça universidade-escola, o objetivo deste estudo é descrever e compreender como professores aprendem colaborativamente a fazer a gestão do ensino-aprendizagem da matemática baseado em tarefas exploratórias, tendo como colaboradores colegas e formadores da universidade, e o que aprendem nesse contexto.

Com base nesse objetivo, a seguir, apresentamos o que a comunidade científica tem produzido sobre como e o que professores de (ou que ensinam) matemática aprendem sobre a gestão de tarefas matemáticas para/na Educação Básica. Em continuidade, explicitamos o delineamento metodológico deste estudo,

as análises narrativas de duas experiências formativas e investigativas no âmbito do GdS e a discussão dos resultados e algumas conclusões deste trabalho.

O que dizem os estudos sobre como e o quê professores aprendem sobre a gestão de tarefas matemáticas

Pesquisas têm mostrado que as tarefas que o professor propõe em sala de aula ajudam a organizar a atividade dos alunos, influenciando diretamente como e o quê os estudantes aprendem (PONTE, 2005; 2014). De maneira análoga, as tarefas (TAP) que o formador explora em cursos de formação inicial e continuada tem papel decisivo na condução e promoção das aprendizagens e dos aprendizados docentes.

Quaresma e Ponte (2015), por exemplo, buscaram saber em que medida um Estudo de Aula, que tem por base a abordagem exploratória, é promotor de desenvolvimento profissional docente, sobretudo no campo do conhecimento didático, no que diz respeito à seleção de tarefas, à atenção aos processos de raciocínio dos alunos e à condução de discussões coletivas. Para tanto, desenvolveram um ciclo completo do Estudo de Aula com cinco professoras do 2º ciclo, visando planejar e desenvolver uma aula sobre comparação e ordenação de números racionais. Na investigação, analisaram apenas uma professora formada há 10 anos por uma Escola Superior de Educação.

Em relação ao aprendizado profissional da professora sobre tarefas exploradas no Estudo de Aula, os autores destacam que ela passou a reconhecer a importância de promover a generalização e a justificação como aspetos nucleares do raciocínio matemático, e a necessidade de propor tarefas suscetíveis de promover esses processos de raciocínio. Esse aprendizado apenas ocorreu após selecionar e adaptar uma tarefa matemática (processos de aprender profissionalmente), no decorrer do Estudo de Aula, e ainda implementar (outro processo de aprender profissionalmente) tal tarefa em sua sala de aula. Uma vez que a professora passou a valorizar a participação dos alunos na sala de aula, ela também ressignificou a forma de olhar para as tarefas, procurando aquela que pudesse possibilitar diferentes modos de resolução. Assim, ela aprendeu a propor tarefas de exploração promotoras de generalizações para a aula de investigação.

Além disso, a professora foi convidada a fazer uma reflexão e uma análise crítica (outros processos de aprender profissionalmente) da tarefa selecionada, adaptada e implementada em sala de aula e que tinha como principal objetivo promover o raciocínio dos alunos, em particular promover o uso de generalizações e justificações. No entanto, a professora percebeu que tal tarefa foi mais positiva em

relação à justificação do que em relação à generalização, já que os alunos, em suas explicações durante a resolução, foram além de suas expectativas.

Já no estudo de Tinti et al. (2016) o objetivo foi apresentar uma análise de aprendizados docentes de professores que ensinam matemática na Educação Básica, participantes de um processo formativo pautado na investigação, na elaboração, na avaliação, na experimentação e na implementação de atividades envolvendo a resolução de problemas. Esse processo formativo foi desenvolvido em 2013, sendo subprojeto do Programa Observatório da Educação (OBEDUC), envolvendo um grupo composto por: três professores dos Anos Iniciais da Educação Básica; três professores de Matemática dos Anos Finais da Educação Básica; três alunos do curso de Pedagogia; três alunos do curso de Licenciatura em Matemática; dois doutorandos e dois mestrandos; e uma doutora (coordenadora do projeto).

Ao longo do período mencionado, foram realizados encontros nos quais o grupo: (1) Discutiu acerca da realização de um mapeamento bibliográfico sobre Resolução de Problemas para, posteriormente, compartilhar compreensões e questionamentos que emergiram do estudo sobre essa temática; (2) Na socialização, sinalizou a necessidade de vivenciar uma experiência prática com uma tarefa matemática, elaborada a partir dos princípios da Resolução de Problemas, e elegeu o conceito matemático frações como ponto de partida; (3) Dividiu-se em dois subgrupos mistos (com alunos de graduação e professores da educação básica), e realizou essa elaboração; (4) Cada subgrupo simulou a aplicação dessa atividade com os membros do outro grupo, encarregado da outra elaboração; (5) Refletiu sobre o que foi possível aprender com essa dinâmica; (6) Retomou as atividades, com o objetivo de planejar novamente e, posteriormente, propor as novas atividades.

No 5º encontro, quando o grupo refletiu sobre todo o trabalho (processo de aprender profissionalmente) e, principalmente, em relação às tarefas propostas por um dos grupos, que envolviam a utilização do material manipulável “disco de frações”, um dos integrantes do grupo apontou um erro que promoveu diversas discussões. A partir destas, os integrantes aprenderam acerca da importância de o professor conhecer bem o material e a tarefa, que implementará em sua prática, para que o objetivo traçado seja alcançado, sobretudo porque essa utilização implicará em processos como interpretação e adaptação.

Além disso, a partir das dúvidas e dos questionamentos sobre as tarefas propostas (outros processos de aprender profissionalmente), os integrantes aprenderam sobre a importância de o professor conhecer o currículo prescrito, seu

aluno e ter clareza da intencionalidade da proposta da tarefa. Inclusive, um dos professores dos Anos Iniciais realçou como momentos de reflexão, planejamento e experimentação coletiva e compartilhada (processos de aprender profissionalmente) foram potencializadores para a formação docente deles.

Rocha e Cyrino (2019), em seu estudo, tiveram o intuito de analisar elementos do contexto da “Comunidade de Prática de Professores que Aprendem e Ensinam Matemática – CoP-PAEM”, que fomentaram os aprendizados de seus membros, ao lidarem com empreendimentos para aprender e ensinar frações. Para tanto, os autores descrevem e analisam a trajetória da comunidade em seus empreendimentos, a partir de cinco ações. Vale explicitar que a CoP investigada envolveu três professoras do Ensino Fundamental, Médio, Normal e Profissional de um Colégio Estadual do Paraná; três professoras de outras escolas, além de uma professora recém-formada e dois investigadores, sendo uma coordenadora da CoP. A formação contou com encontros semanais de duas horas.

Na Ação 1, ao relatarem suas experiências a respeito do ensino e da aprendizagem do conceito de frações, e discutir a dinamicidade das aulas e os obstáculos enfrentados pelo professor, os membros da CoP-PAEM tiveram oportunidade de compartilhar sua prática pedagógica e a oportunidade de compartilhar experiências. Em virtude desses processos de aprender profissionalmente, que se tornou recorrente nos encontros, as professoras foram se sentindo, cada vez mais, à vontade e aprenderam que poderiam contar os fatos ocorridos em suas aulas, com objetivos de realizar questionamentos acerca de conteúdos matemáticos ou do ensino desses conteúdos. Inclusive, por causa das trocas de conhecimentos e experiências, uma das professoras apresentou indícios de mudança em sua atitude em relação a: conhecer o acervo da biblioteca da escola; motivar-se para a leitura; e, acima de tudo, desejar levar essa vivência para seus alunos.

Outro processo que desencadeou aprendizados docentes foi por meio da oportunidade de levantar questionamentos no que se referia à exploração das potencialidades do material manipulativo para o ensino de frações, que aconteceu na Ação 2. Na ocasião, os questionamentos das professoras foram desencadeados em razão das distintas visões que elas tinham sobre o material manipulativo, por exemplo: que ele é utilizado apenas para organizar e propor uma “aula diferente”; que para haver aprendizagem, é necessário um lugar específico que conte com um

conjunto de materiais manipulativos associados a vários conteúdos matemáticos, inclusive, que os alunos devem estar em silêncio para aprender.

Na Ação 3, os membros da CoP-PAEM tiveram a oportunidade de elaborar e resolver tarefas (processos de aprender profissionalmente), que oferecessem um contexto para uso do material manipulativo construído. Com esse processo, as professoras aprenderam sobre sua capacidade de produzir material didático e ter autonomia na escolha e na dinâmica de tarefas para trabalho em sala e seu desenvolvimento. Já na resolução das tarefas, as professoras puderam “partilhar diferentes formas de resolução, elaborar estratégias para tal e procurar valorizar a variedade de formas usadas pelos alunos diante de uma mesma tarefa, além de perceber as diferentes possibilidades de registros feitas por eles” (ROCHA; CYRINO, 2019, p. 183). Assim, ao refletirem acerca dos objetivos traçados, da clareza dos enunciados e da exploração das potencialidades de uma determinada tarefa (processos de aprender profissionalmente), os membros da CoP-PAEM aprenderam sobre a reestruturação de tarefas matemáticas.

Decorrente da resolução das tarefas e dos questionamentos que surgiram, o grupo percebeu a necessidade de aprofundar o estudo do conceito de frações, o que envolveu momentos de leitura e discussão de artigos científicos, na Ação 4.

Por fim, na Ação 5, a partir da gravação das aulas de algumas professoras e que foi apresentada aos demais membros da comunidade, o grupo pode refletir mais sobre a reestruturação das tarefas e a questionarem a respeito da dinâmica da aula (outros processos de aprender profissionalmente). Esse momento final possibilitou que as professoras refletissem a respeito do seu processo de formação continuada e percebessem que é necessário aprender constantemente (ROCHA; CYRINO, 2019).

Lente teórica de leitura e análise

Como vimos na breve revisão de estudos, há predominância de propostas formativas nas quais as tarefas matemáticas são elaboradas e implementadas pelos formadores aos professores na formação inicial ou continuada, tendo como referência os conhecimentos profissionais considerados fundamentais para a docência – sobretudo o conhecimento pedagógico do conteúdo – na perspectiva dos estudos de Shulman (1986 e 1987) e, principalmente, nos estudos decorrentes desta perspectiva vinculados ao campo da Educação Matemática e que buscam investigar os conhecimentos especializados de matemática para ensinar (BALL et al., 2008) ou do professor que ensina matemática (CARRILLO et al., 2018). Essa maneira de gerir tarefas matemáticas no contexto da aprendizagem docente é vista por Cochran-

Smith e Lytle (1999) como alinhada à aprendizagem de “conhecimentos PARA a prática”. Nessa perspectiva, os conhecimentos necessários para ensinar provém da pesquisa acadêmica vinculada ao campo da Educação Matemática, cabendo aos professores aprenderem esses conhecimentos fundamentais por meio de TAP.

Apesar da relevância e da pertinência do aprendizado desses conhecimentos para a docência, sobretudo na formação inicial, há conhecimentos da docência que o professor só adquire no exercício da profissão, sendo essa uma aprendizagem situada na prática e que Cochran-Smith e Lytle (1999) denomina de aprendizagem de “conhecimentos NA prática”. Nesta concepção, o ensino é considerado “até certo ponto, um artesanato incerto e espontâneo, situado e construído a partir das particularidades da vida cotidiana nas escolas e salas de aula” (COCHRAN-SMITH; LYTLE, 1999, p. 10-11).

Embora esses aprendizados sejam relevantes e inerentes à prática profissional docente, eles podem, devido à rotina das práticas escolares, “se naturalizar com o tempo, ocultando limitações, desvios e relações de poder”, principalmente se não forem problematizados e tomados como objeto de estudo (FIORENTINI; CARVALHO; 2015, p. 24). Inclusive, a ausência de uma discussão teórica a partir da prática docente impede que os professores moldem seus enfoques conceituais e interpretativos que usam para fazer julgamentos, para ressignificar sua prática e para conectar seus esforços a questões políticas, intelectuais e sociais mais amplas, bem como ao trabalho de outros pesquisadores (COCHRAN-SMITH; LYTLE, 1999).

Para superar as limitações e o distanciamento ou a dicotomia entre os conhecimentos para a prática e os conhecimentos na prática, Zeichner (2010, p. 486) propõe um “terceiro espaço” (ou espaço híbrido) de aprendizagem docente e de produção de conhecimentos, co-construído por formadores da universidade e professores da escola, que têm como objeto de estudo e problematização conjunta, a prática de ensinar e aprender nas escolas. Esse conceito visa romper com as dicotomias entre o conhecimento acadêmico e o conhecimento prático profissional, entre teoria e prática, de modo que haja uma fusão ou síntese dialética entre esses dois tipos de conhecimentos, dando origem a outro tipo de conhecimento e de aprendizagem de “conhecimentos DA prática”, conforme denomina Cochran-Smith e Lytle (1999). Esses conhecimentos são ao mesmo tempo gerados e aprendidos pelos próprios professores da escola por meio da investigação colaborativa sobre

seu trabalho, podendo ter formadores da universidade como interlocutores colaborativos (FIORENTINI, 2013).

Nesse contexto, os professores, por meio da investigação, “de novatos a experientes, problematizam seu próprio conhecimento, bem como o conhecimento e a prática de outros, e dessa forma se colocam em uma relação diferente com o conhecimento” (COCHRAN-SMITH; LYTLE, 1999, p. 20), sendo, portanto, o professor considerado o principal agente de sua formação e desenvolvimento profissional, necessitando para isso de tempo e apoio para desenvolver uma investigação sobre sua própria prática em comunidades locais de investigação.

Ao assumir essa terceira perspectiva teórica, concebemos o professor da escola como o principal agente de sua aprendizagem docente e também da gestão da aprendizagem discente baseada em tarefas de ensino.

Aspectos metodológicos deste estudo

A aprendizagem e o desenvolvimento profissional são processos interdependentes que ocorrem ao longo do tempo e em diferentes espaços e contextos (FIORENTINI, 2013). Nós, neste estudo, estamos interessados em compreender como os professores aprendem a planejar e a desenvolver tarefas de natureza exploratória e investigativa (SKOVSMOSE, 2000; PONTE, 2005; FIORENTINI, 2006), em espaços colaborativos e investigativos mistos ou fronteiriços, envolvendo participação de professores da escola em formação em serviço e formadores da universidade. Queremos também identificar os aprendizados profissionais que são produzidos e sistematizados nesse contexto diferenciado de formação.

O fenômeno que pretendemos investigar, portanto, é de natureza diacrônica que se elucida ao longo do tempo e mediante processo dialógico de produção e negociação de significados entre os diferentes participantes da experiência. Nesse sentido, uma forma de compreender o fenômeno da aprendizagem situada nesse contexto fronteiriço, conforme Lave e Wenger (1991), é por meio da análise narrativa da produção e da transformação e da mudança histórica das pessoas que dele participam e como se desenvolvem ao longo do tempo.

No presente estudo, optamos por selecionar para análise duas experiências formativas e investigativas desenvolvidas em contextos colaborativos fronteiriços na Unicamp nos últimos 25 anos, sendo a primeira fundamental e pioneira no Brasil, da qual o primeiro autor foi um dos formadores, resultando na publicação do livro “Por trás da porta, que matemática acontece?” (FIORENTINI; MIORIM, 2001a). Essa experiência nos motivou a formar, em 1999, o Grupo de Sábado (GdS),

congregando, de um lado, professores de matemática da Educação Básica, interessados em estudar, refletir e investigar sobre o ensino de matemática nas escolas; e, de outro, acadêmicos (professores universitários, graduandos e pós-graduandos), interessados em investigar o processo de formação contínua e, sobretudo, a aprendizagem e o desenvolvimento profissional de professores em um contexto colaborativo de reflexão e investigação sobre a prática. O GdS tem essa denominação porque reúne-se quinzenalmente, aos sábados de manhã.

A 2ª experiência é mais recente e ocorreu quando o GdS passou, a partir de 2016, a realizar estudos de aulas na perspectiva do Lesson Study (LS). Perspectiva essa que contemplava o princípio fundamental do grupo de tomar como objeto central de estudo a própria aula. Mas, para não abdicar da investigação colaborativa entre acadêmicos da universidade e professores da escola, desenvolveu um Lesson Study Híbrido (LSH), contendo um ciclo de seis fases, contemplando aspectos tanto do LS global quanto do processo formativo e investigativo até então desenvolvido pelo GdS (FIORENTINI et al., 2018). Para desenvolver o Projeto de LSH, o GdS foi organizado em três subgrupos: (1) Anos Iniciais; (2) Anos Finais do Ensino Fundamental; e (3) Ensino Médio. Para análise neste artigo, trazemos a experiência de um ciclo de estudo de aula dos Anos Iniciais, realizada no segundo semestre de 2018, no qual o terceiro autor deste artigo participou como formador colaborador, juntamente com outra formadora da universidade e mais três professoras dos Anos Iniciais, além de dois auxiliares de pesquisa.

Os materiais de análise, para ambas as experiências, foram: narrativas escritas pelos professores participantes; resoluções dos alunos; e gravações em áudio. A segunda experiência contou também com gravações em vídeo e entrevistas circunstanciais e focais. Para o processo de análise, utilizamos a Análise Narrativa Dialógica – AND (RIESSMAN, 2008). A AND coloca o pesquisador em um processo de interpretação e análise no qual prevalece o nós em diferentes relações, o que requer “[...] uma leitura atenta dos contextos, incluindo a influência do pesquisador, do cenário e das circunstâncias sociais na produção e interpretação da narrativa” (RIESSMAN, 2008, p.105).

A AND, assim, proporciona uma compreensão holística e diacrônica do movimento de participação e aprendizagem dos professores durante as experiências formativas e investigativas, mediadas por tarefas exploratórias e investigativas de ensino, tendo como interlocutores colaborativos outros professores da escola e formadores da universidade. Esperamos, desse modo, trazer detalhes do processo

de gestão de tarefas exploratórias e investigativas nessas experiências e os aprendizados profissionais que essas proporcionam.

Análises narrativas de duas experiências formativas e investigativas

Gestão colaborativa de tarefas exploratórias nos Anos Finais do Ensino Fundamental

Entre os anos de 1996 e 1999, foi desenvolvido, na FE/Unicamp, um projeto de formação continuada, vinculado a um curso de especialização, envolvendo cinco professores de escolas, com a tarefa de realizar seus trabalhos de conclusão de curso, sob a orientação de dois formadores da universidade (Dario Fiorentini e Maria Ângela Miorim). Os pressupostos teóricos e metodológicos do projeto formativo dos professores se ancoravam no princípio do professor como profissional reflexivo e investigativo de sua prática, tendo os formadores como colaboradores desse processo. A inspiração para este trabalho emergiu das leituras e da escrita do livro que estava sendo escrito, à época - Cartografias do trabalho docente: Professor-Pesquisador (GERALDI; FIORENTINI; PEREIRA, 1998).

Após longa negociação entre formadores e professores, cada professor do grupo assumiu o compromisso de selecionar e desenvolver um tema próprio de seu currículo escolar e planejar, desenvolver e analisar uma sequência de aulas visando formar um cidadão reflexivo, crítico e criativo, "detentor de um saber vivo e não-fragmentado; com atitude exploratória e investigativa; capaz de interagir/trabalhar coletivamente; capaz de comunicar-se oralmente e por escrito para defender e justificar suas ideias ou achados" (FIORENTINI; MIORIM, 2001b, p. 31).

Para isso, todas as experiências didático-pedagógicas deveriam lançar mão de algumas ações consideradas estratégicas em face desse objetivo pedagógico mais amplo. As ações estratégicas assumidas pelo grupo, após muita discussão e negociação, foram: elaborar e implementar tarefas matemáticas abertas e desafiadoras, abrindo espaço para explorar aspectos semânticos e conceituais e não apenas procedimentais ou sintáticos, evitando, portanto, o uso de exercícios repetitivos; explorar situações cotidianas (gráficos ou reportagens de jornal, situações ou fatos da vida cotidiana dos alunos), de modo a mobilizar os conhecimentos prévios ou os sentidos que os alunos são capazes de produzir diante das tarefas; dar voz aos alunos, solicitando que eles, em duplas, realizassem as tarefas propostas, escrevendo no papel suas interpretações, raciocínios, justificativas, argumentos e estratégias de resolução; socializar com toda a classe,

mediante negociação de significados, a validade ou refutação dos múltiplos resultados e significados produzidos pelas duplas (FIORENTINI; MIORIM, 2001b, p. 31-32).

Além disso, ficou acordado que essa experiência pedagógica de ensinar e aprender matemática deveria ser desenvolvida sob um processo de pesquisa do professor, isto é, um tipo de pesquisa-ação sobre sua própria prática, tendo a colaboração de outros colegas e de formadores universitários. Isso pressupunha alguns cuidados e procedimentos metodológicos de coleta e análise de informações ou seleção de episódios de aula. A alternativa encontrada pelo grupo foi de que cada professor deveria escrever, logo após a aula, um diário narrativo sobre o que aconteceu em sua classe. Essa narrativa deveria incluir registros de resolução dos alunos e também a sua gestão pedagógica de ensino baseado em tarefas, inclusive a negociação de significados no momento de socialização dos achados e resoluções dos alunos, que poderiam ser validados ou refutados pela comunidade de aprendizagem. Ademais, a narrativa deveria destacar seus aprendizados docentes durante esse processo.

Embora a gestão do ensino-aprendizagem baseado em tarefas fosse responsabilidade de cada professor, o planejamento das tarefas e as reflexões sobre o seu desenvolvimento em sala de aula foram analisados e discutidos coletivamente no grupo. Ao todo, houve quatro momentos distintos de estudo, reflexão/análise e sistematização dessa experiência (FIORENTINI; MIORIM, 2001b, 33-44):

- Um, ANTES DA AÇÃO LETIVA – envolvendo os orientadores, o professor responsável e mais dois ou três colegas do grupo – que consistia no estudo epistemológico e pedagógico do conteúdo a ser ensinado, no planejamento de uma sequência de tarefas exploratórias a serem desenvolvidas em classe. Cada professor trazia para os encontros de planejamento uma proposta de tarefas, mas estas eram modificadas e ajustadas, após serem simuladas, discutidas e analisadas pelo grupo. Nessas análises, foram feitas simulações e projeções do que poderia acontecer em classe, por exemplo, sobre como enfrentar ou mediar: as possíveis dificuldades dos alunos; os imprevistos ou resoluções não esperadas pelo professor; as oportunidades de negociação de significados ou de justificativa (prova) para validar ou refutar significados ou conjecturas.

- Outro, DURANTE A AÇÃO. São as reflexões produzidas pelo professor, no momento da realização da atividade pedagógica com seus alunos, sobretudo quando, diante de um dilema, tinha de tomar uma decisão ou rever alguma

estratégia, ou também no momento de desafiar os alunos na produção de significados, bem como na hora de socializar as resoluções dos alunos com toda a classe. Essas reflexões foram geralmente registradas no diário de campo, por cada professor. Esse diário e os registros de estudo escritos pelos alunos constituíram o principal material de reflexão/discussão/análise realizada no terceiro momento, juntamente com todo o grupo colaborativo. Diferentemente do que ocorre com o Lesson Study, as ações de sala de aula de cada professor não foram observadas ou acompanhadas, *in loco*, pelos demais professores do grupo. Mas eram continuamente socializadas e discutidas pelo grupo, nos encontros semanais.

- O TERCEIRO MOMENTO DE REFLEXÃO acontecia após a ação letiva. Este era um momento especial em que o professor e os formadores, acompanhados pelos colegas que naquele dia podiam estar presentes, refletiam e avaliavam as atividades desenvolvidas, projetando novas ações para a(s) aula(s) seguinte(s).

- O QUARTO MOMENTO foi de SISTEMATIZAÇÃO da experiência investigativa. Após os cinco professores concluírem seus TCC, o grupo voltou a se reunir em 1998 para sistematizar essas experiências, visando à publicação de um livro que foi organizado por Fiorentini e Miorim (2001a). Após negociação, o grupo, influenciado pelos estudos do livro de Geraldi et al. (1998), optou por realizar colaborativamente esse empreendimento, preservando a autoria de cada professor. Durante esse processo de revisão, ao retomar os episódios de aula, o grupo sentia necessidade de recorrer aos registros dos alunos ou do professor para rever a interpretação e a análise inicialmente feita pelo professor/autor, havendo, em muitos casos, mudança de entendimento do fenômeno vivenciado, resultando em novos aprendizados, agora DA prática.

Para compreender como acontece o processo de gestão do ensino e da aprendizagem com base em tarefas exploratórias e também os aprendizados docentes, trazemos para análise e discussão, o caso da Professora Edméa. Como ela atuava no 7º ano e iria introduzir o ensino de álgebra, sentiu-se desafiada, com a colaboração do grupo, a explorar o desenvolvimento do pensamento algébrico. Após realizar algumas leituras sobre pensamento algébrico e discuti-las com o grupo, antes da ação, tentou elaborar uma sequência de tarefas exploratórias, abrindo espaço à participação dos alunos mediante produção e negociação de significados. Estas tarefas eram de dois tipos. O primeiro visava mobilizar e desenvolver o pensamento algébrico mediante uso de tarefas exploratórias geralmente em forma de sequências recursivas, cujos padrões ou regularidades pudessem ser expressos

por meio de palavras, desenhos ou códigos. O segundo visava produzir e negociar significados a frases, sentenças e expressões empregadas no cotidiano e que poderiam mobilizar ou expressar alguma forma de pensamento algébrico.

Apresentamos aqui apenas uma das cinco tarefas do primeiro tipo e algumas resoluções:

3) Um restaurante possui somente mesas quadradas de quatro lugares. Entretanto, se juntarmos duas mesas teremos lugares para seis pessoas. Responda (mostrando ou justificando como fez) às seguintes perguntas: a) Se juntarmos três mesas (sempre na mesma direção) quantos lugares teremos? b) Construa uma tabela que relacione número de mesas juntadas e número de lugares disponíveis c) Se juntarmos linearmente 40 mesas, quantos lugares disponíveis teríamos? d) Generalize para um número qualquer de mesas (SILVA, 2001, p. 200).

Embora as tarefas tenham passado pela discussão do grupo, tendo feito algumas antecipações do que poderia ocorrer em aula, resultando em reelaboração das mesmas, a percepção das possibilidades e limitações da tarefa só foi possível perceber na sua implementação na escola, durante a ação. Mas cabe observar que não apenas os professores estavam aprendendo a propor e desenvolver tarefas exploratórias, os formadores também eram aprendizes desse processo.

As primeiras dúvidas levantadas pelos alunos, diante da tarefa, foram: o que significa linearmente, generalize e número qualquer? Ao trazer esse problema para discussão no grupo de pesquisa-ação, os educadores ficaram divididos entre três alternativas: i) rever ou explicar previamente à aplicação da tarefa o significado destes termos; ii) mudar a redação da tarefa, para futuras aplicações, utilizando palavras menos acadêmicas; iii) ou discutir o significado dos termos com os alunos no próprio contexto da resolução da tarefa. Mas, ao analisar a performance da professora e dos alunos na resolução da tarefa, o grupo pendeu a apoiar a última alternativa, pois é no contexto de uma situação-problema que as palavras ganham realmente sentido, podendo mudar em outros contextos, sendo este um aprendizado relevante sobre gestão do ensino baseado em tarefas exploratórias.

Por exemplo, as respostas produzidas por duas duplas para o item “d” da tarefa exploratória é um forte indício da possibilidade de significação desses termos nesse contexto, o que evidencia aprendizagem dos alunos (SILVA, 2001, p. 204).

Dupla 1: “Generalizamos para 50 que dá 102 lugares, porque, ao juntar as mesas, de um lado vai ter 50 pessoas e o outro também, e mais 2, que são um em cada ponta. E também sempre o número de lugares será par. Ou seja, se nós tivermos um número X, o número de lugares será sempre o dobro de X e mais 2”.

Dupla 2: “Se eu chego a um restaurante e encontro um número de mesas que eu não sei o valor juntadas linearmente, para saber quantos lugares têm aquele grupo de mesas, eu multiplico por 2. O número 2 é a quantidade de lugares que possui cada mesa do meio. O resultado dessa multiplicação eu faço a soma por 6. O número 6 é a quantidade de lugares que tem a 1a e a última mesa (a 1a tem 3 lugares e a última 3 lugares). Com o resultado dessa soma eu vou ter a quantidade de lugares naquela fila de mesas. Conclusão: $X \cdot 2 = X + 6 = X$ ”

Um dos alunos da dupla 1 perguntou à professora: “Mas o que é número qualquer? Eu posso escolher qualquer um?”. Mas, ao “generalizar” (sic) para 50 já evidenciou mobilização de pensamento algébrico, ao perceber e expressar a regularidade da situação-problema. E finaliza com uma conjectura: nesta situação, “sempre o número de lugares será par”. E a última frase “se nós tivermos um número X , o número de lugares será sempre o dobro de X e mais 2” pode ser considerada um argumento de validação desta conjectura.

Do mesmo modo, a dupla 2 também evidencia mobilização de pensamento algébrico, sendo precisa antes de emitir uma conclusão. A conclusão ($X \cdot 2 = X + 6 = X$) expressa um sentido de igualdade questionável que foi percebida pela professora em sua reflexão em ação, sugerindo que os alunos substituíssem o X por 4. Os alunos, ao perceberem que, de fato, a igualdade não se sustentava, questionaram: “mas professora, um número que eu não conheço, vezes dois, vai dar um número que eu não conheço; e, mais seis, é igual a um número que eu também não conheço”. A professora então respondeu: “mas o número que você não conhece vai ser sempre o mesmo depois de multiplicado por 2 e somado a 6”? A aluna respondeu: “Não. Então não pode ser só X , preciso colocar outra letra”. E escreveu “ $X \cdot 2 = Y + 6 = Z$ ”, recebendo a validação de todos (FIORENTINI, 2000, p. 7).

Em relação ao segundo tipo de tarefas que poderiam produzir e negociar significados sobre frases, sentenças e expressões empregadas no cotidiano e que poderiam mobilizar o pensamento algébrico. Trazemos, para discutir a gestão desse tipo de tarefa, apenas uma delas: “Você já deve ter ouvido alguma pessoa dizer a seguinte frase: já avisei ‘n’ vezes para você não fazer mais isso... Explique o que você entende quando ouve essa frase”.

Para negociar os vários sentidos expressos pelos alunos, a professora escreveu na lousa as várias respostas: (1, 2, 3) Avisei muitas vezes; várias vezes; um número muito grande de vezes - para não fazer isso; (4) pessoa teimosa que ouve de um lado e sai do outro; (5) ‘n’ como abreviação de frase; (6) avisei 500 vezes para não fazer mais isso. Todos foram unânimes em afirmar que as três

primeiras eram válidas. Mas, ao serem questionados pela professora que número poderia representar várias vezes ou muitas vezes, alguns não aceitaram que poderiam ser algumas ou poucas vezes também, por exemplo, 3 ou 4. Das três últimas, apenas a dupla que respondeu 500 vezes tentou defender sua resposta. Mas logo alguns colegas refutaram: Não pode ser um número exato; tem que ter pelo menos mais um para ser qualquer. Mas a dupla contra-argumentou: quando a mãe diz 'n' vezes não é exatamente 500. É uma forma de expressão igual a dizer "várias vezes". E a classe então ficou dividida, sendo a maioria favorável a aceitá-la como válida.

Ao compartilhar esse caso ao grupo de pesquisa-ação, no momento após a ação letiva, todos reconheceram que as tarefas contribuíram para mobilizar o pensamento algébrico e a produzir sentido à letra como código ou símbolo de representação de um número qualquer. Entretanto, em relação à expressão 500 vezes, o grupo reconheceu que a argumentação da dupla foi consistente a ponto de convencer a comunidade de aprendizes como uma representação com sentido equivalente a 'n' e, portanto, válida naquele contexto...

Ao fazer a sistematização dessa experiência, visando à publicação de um capítulo (SILVA, 2001) do livro intitulado "Por trás da porta, que matemática acontece?" (FIORENTINI; MIORIM, 2001a), novos aprendizados e compreensões ocorreram não apenas para a professora Edméa, mas também para os demais. Edméa, primeiramente, escreveu que aprendeu muito com essa experiência, pois a performance dos alunos na resolução das tarefas, "me fizeram refletir e perceber que eles são capazes de expressar por escrito seu pensamento algébrico, mesmo que não seja na linguagem simbólica" (SILVA, 2001, p. 185).

Durante o processo de negociação de significados, os "alunos perceberam o quanto foi importante discutir, falar, opinar sobre as respostas suas e dos colegas". Essa negociação levou os alunos a participarem ativamente das aulas, percebendo e corrigindo seus próprios erros, encontrando e validando várias resoluções para um mesmo problema. Mesmo aqueles que não gostaram do barulho desse processo, reconheceram que aprenderam muito (SILVA, 2001, p. 228).

Inicialmente, os formadores eram mais críticos e problematizadores, mas aos poucos os próprios professores assumiram essa postura. A experiência de escrita coletiva do livro, portanto, parece confirmar as constatações feitas por Altrichter et al. (1996 Apud FIORENTINI; MIORIM, 2001b, p. 43) de que "o processo de escrita do professor não apenas aumenta a qualidade de sua reflexão, mas é esta também

uma forma de análise e de investigação sobre sua prática”. Quanto ao aprendizado do grupo, cabe destacar, primeiramente, a importância do outro, seja colega de escola seja formador da universidade, como destacou a professora Eliane: “Foi nestes momentos de discussão com o grupo que percebi a importância de ter alguém para compartilhar os conflitos ao tentar uma inovação. Sozinho é muito difícil inovar, refletir e investigar a prática” (FIORENTINI; MIORIM, 2001b, p. 37).

Por exemplo, quando o grupo analisou pela primeira vez a conclusão final da primeira dupla “ $X \cdot 2 = X + 6 = X$ ” que, após negociação da professora com os alunos, mudou para “ $X \cdot 2 = Y + 6 = Z$ ”, todos acreditaram tratar-se apenas da dificuldade dos alunos em trabalhar e representar a noção de “número qualquer”. Mas, ao verificar a reincidência dessa dificuldade, em tarefas posteriores, um dos formadores lembrou que talvez Shoecraft (1989) poderia ajudar a elucidar esse problema. Este autor mostrava que um ensino inadequado da aritmética, nas séries iniciais, poderia levar as crianças a ver “o sinal de igual” como um “operador” que dá uma resposta e não como um símbolo relacional que expressa equivalência, no sentido de “é o mesmo que”. Essa hipótese foi confirmada por Edméa ao verificar que a expressão “ $X \cdot 2 = Y + 6 = Z$ ” era também lida pelos alunos assim: “um número qualquer (X) multiplicado por 2 dá como resultado um outro número qualquer (Y) que, somado a 6, dá um terceiro número qualquer “Z”. Esse achado permitiu ao grupo reconhecer que a igualdade é um conceito fundamental da álgebra que requer cuidado pedagógico, cabendo ao professor dar mais ênfase à exploração do significado de igualdade como equivalência desde os anos iniciais.

As reflexões finais do grupo sobre a gestão da tarefa exploratória desenvolvida por Edméa apontam que os alunos da escola não precisaram construir a tabela para encontrar a lei de formação da sequência de mesas de maneira recursiva. A maioria analisou a estrutura geométrica da disposição das mesas e seus respectivos lugares, para generalizar a situação-problema.

O sucesso desse projeto nos levou, em 1999, a criar o Grupo de Sábado, como forma de promover e apoiar a aprendizagem e o DP dos professores a partir da prática, tendo como ponto de partida e de chegada a própria prática de ensinar e aprender dos professores.

Gestão de tarefa exploratória nos Anos Iniciais num Lesson Study Híbrido

Desde 2017, o GdS vinha desenvolvendo⁴ um processo formativo e de desenvolvimento profissional, denominado de Lesson Study Híbrido (LSH), que funde e congrega aspectos do Lesson Study de origem japonesa com as particularidades do processo formativo do GdS. O ciclo completo de LSH, concebido pelo grupo, contém seis fases a serem desenvolvidas ao longo de um período de quatro a seis meses: (1) Identificação e estudo de um tema ou problema do currículo escolar; (2) Planejamento colaborativo de uma tarefa exploratório-investigativa, incluindo antecipações da prática letiva; (3) Compartilhamento e simulação da tarefa exploratória no GdS; (4) Implementação e observação da tarefa exploratória na escola; (5) Reflexão pós-aula sobre a implementação da tarefa na escola; (6) Sistematização da experiência formativa e investigativa ocorrida ao longo do ciclo (FIORENTINI et al, 2018). Para desenvolver o LSH, o GdS se reorganizou em três subgrupos, de acordo com os níveis de atuação dos professores da escola básica.

Para descrever e narrar analiticamente como acontece a gestão do ensino-aprendizagem baseado em tarefas exploratórias, trazemos aqui, acontecimentos relativos ao 2º ciclo de LSH, que aconteceu no segundo semestre de 2018 e foi desenvolvido pelo subgrupo dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (SAIEF). Esse subgrupo foi constituído por três professoras dos Anos Iniciais e cinco acadêmicos da universidade (uma doutora, um doutorando, um mestrando e dois graduandos). Na análise narrativa dialógica (AND2), que apresentamos a seguir, optamos por analisar a experiência de participação e aprendizagem das professoras⁵ Carina e Conceição.

Os encontros iniciais, relativos à 1ª fase do LSH, consistiram na escolha e no estudo de um tema do currículo dos Anos Iniciais a ser ensinado nas escolas das duas professoras. Após discutirem várias possibilidades, tais como o pensamento algébrico ou o sentido de número, a professora Carina narrou um episódio que foi decisivo para essa escolha. Um de seus alunos contou que sua avó havia criticado uma pessoa da família, dizendo que ela era “um zero à esquerda”. E, ao perguntar à avó o que isso significava, ela disse “porque ela não vale nada”. E Carina perguntou se ele ou alguém da classe sabia por que zero à esquerda não vale. Como ninguém soube responder, ficaram interessados em estudar este tema.

⁴ Esta experiência, realizada de 2017 a 2019, foi financiada pela Fundação de Amparo da Pesquisa do Estado de SP (FAPESP), por meio do Projeto: Lesson Study: Conhecimento e Desenvolvimento Profissional do Professor que Ensina Matemática” (Processo: 2016/12877-2)

⁵ Carina e Conceição preferiram e autorizaram manter seus nomes reais.

Esse episódio, surgido na prática escolar, gerou grande discussão no subgrupo, e foi constatado que essa temática nunca havia sido problematizada e explorada pelas professoras e nem pelos formadores. Todos, então, foram unânimes em eleger como desafio de estudo, nesse novo ciclo de LSH: “o papel e o sentido do zero na composição numérica”. Esse desafio mobilizou o SAIEF a, inicialmente, conhecer o zero mais a fundo na literatura em Educação Matemática, sobretudo em artigos ou estudos acadêmicos que exploram o conhecimento pedagógico do conteúdo e, também, em manuais didáticos e na BNCC (COCKBURN; PARSLOW-WILLIAMS, 2008; GUIMARÃES, 2008; SALVADOR; NACARATO, 2003).

Alguns significados encontrados para o zero e que expressam um conhecimento especializado do conteúdo a ser ensinado: cardinalidade nula, representatividade do vazio, elemento neutro, zero posicional e o zero como metáfora (DE PAULA, no prelo). Quanto à BNCC, as professoras encontraram apenas uma pequena referência ao zero nos objetivos da unidade temática números do 2º ano: “Leitura, escrita, comparação e ordenação de números de até três ordens pela compreensão de características do sistema de numeração decimal (valor posicional e papel do zero)” (BRASIL-BNCC, 2018, p. 282).

Após esse estudo inicial, que permitiu ao grupo ressignificar o sentido de zero e adquirir um certo conhecimento especializado para ensiná-lo, o grupo passou para a 2ª fase do LSH: Planejamento coletivo da tarefa exploratória. Assumindo como objetivo de aprendizagem, para alunos do 2º ano, a exploração dos vários sentidos de zero, o grupo analisou e discutiu duas propostas iniciais trazidas pelos participantes do grupo, denominadas: “Do cheio ao vazio” e “Jogo das faces”. A primeira, apresentada pelos acadêmicos, foi descartada por considerá-la um pouco distante das expectativas curriculares e a segunda – “Jogo das faces” – apresentada por Carina, após simulação pelo SAIEF, foi também descartada por se limitar à adição e ao elemento neutro. Além disso, não era uma tarefa exploratória.

A professora Conceição, entretanto, sugere modificar a proposta de jogo de Carina de modo a explorar o sentido do zero. E o grupo, ao aceitar essa sugestão, tenta construir um ambiente exploratório. Surge, então, a ideia de trabalhar só com um dado que contenha todos os algarismos, inclusive o zero. Nesse caso, o dado teria que ter 10 faces (contendo todos os algarismos) e seria irregular. Em discussões ainda, em vez de 10 faces, é sugerida a elaboração de um dado de 12 faces, acrescentando dois dígitos que poderiam ser zeros, para aumentar a probabilidade de obter, em três lançamentos, o algarismo zero. Para ajudar na

exploração durante a aula, o grupo construiu fichas contendo todos os algarismos, havendo um número maior de fichas com o algarismo zero. Assim, os alunos poderiam manipular as fichas de modo a obter o maior ou o menor número possível, contendo três dígitos. Dessa forma, decidem pelo menor número, pois, induziria os alunos a colocar o zero à esquerda. Com isso em mente, constroem o jogo e suas regras e o denominam de “Caça ao zero” (Ver Quadro 1).

Quadro 1: Lista de materiais e regras do jogo “Caça ao zero”

Materiais	Regras do Jogo
1 dado com 12 faces (Dodecaedro): Com algarismos de 1 a 9 e três faces com algarismo 0.	Para ser jogado em duplas: Cada jogador, na sua vez, lança o dado;
1 Q.V.L pequeno para cada jogador (sendo possível esconder os números construídos). Na ordem da centena ou milhar;	Os algarismos que caírem no dado, serão aqueles que o jogador terá de pegar, dentre as fichas brancas, e mantê-los ocultos até o final do jogo, para depois montar, com eles, um número em seu Q.V.L;
Placar (em amarelo): Quadro, de uma linha e quatro colunas. As colunas representam as ordens do número, até a ordem da unidade de milhar. A coluna indicativa da ordem unidade de milhar deve estar com o algarismo 1 escrito no placar, faltando preencher as demais casas com zero, que os alunos recebem quando vencem a rodada, que representarão três jogadas. Cada aluno deve ter seu placar.	A cada rodada ganha, cada jogador pega uma ficha amarela com o zero e acrescenta em seu placar, até formar o número 1000; São três rodadas para cada jogador, dependendo das casas do Q.V.L; Ao final das três rodadas, cada jogador deve montar o menor número possível com os algarismos sorteados;
Fichas brancas: Com algarismos de 0 a 9;	Os jogadores mostram os números formados;
Fichas coloridas: 3 fichas com o zero (0) escrito em cada uma. Estas fichas são utilizadas para completar o placar em 1000.	Vence o jogo, quem conseguiu formar o menor número.

Fonte: Elaboração do SAIEF

O passo seguinte seria (3ª fase do LSH) levar a tarefa e o planejamento para simulação/discussão no GdS. Após as duplas jogarem e discutirem os resultados, foi aberta uma plenária para discutir a experiência e as possibilidades dessa tarefa para exploração do sentido do número zero. Todos destacaram a potencialidade exploratória do jogo, mas levantaram alguns questionamentos sobre como a professora poderia promover a negociação de significados do zero a partir das explorações e das dificuldades dos alunos, ao tentarem compor o menor número com três algarismos. Carina, então, coloca em discussão duas possibilidades de

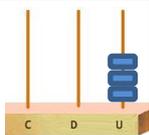
obtenção de números com 3 algarismos, que foram discutidas previamente pelo SAIEF, tendo o objetivo de explorar os sentidos do zero à esquerda, no meio e à direita do número: (0, 1, 4) e (0, 0, 3). Ela escreve na lousa três explorações para cada um desses conjuntos de algarismos: [014, 104 e 140] e [003, 030 e 300]. Com base nisso, uma das professoras do Ensino Médio fez o seguinte comentário: “Eu entendo que o objetivo [da questão], é que a gente olhe para o zero, o que o zero está fazendo com o número, mas, na verdade a posição do zero muda é o 3. [...] do jeito que está a pergunta eu responderia os zeros não valem nada nesta daí (003)”.

Esse comentário mobilizou o subgrupo, que redirecionou seus olhares, tendo a compreensão de que o zero, em um sentido posicional, redefine a cardinalidade do número complementar a ele. Uma das sugestões do GdS foi a de utilizar o ábaco para fazer essas explorações, no qual a coluna vazia seria representada por um algarismo diferente dos números naturais, tal como ocorreu historicamente. Após essa discussão, o SAIEF volta a fazer ajustes no jogo e no planejamento, e Carina, sem nunca ter explorado o ábaco em suas aulas, decide explorá-lo. O subgrupo, apoiando a opção, faz um encontro de estudo e compreensão das representações numéricas com a utilização do ábaco, porém sem enfatizar a exploração do zero.

Na 4ª fase do LSH – implementação/observação da tarefa na escola – após os alunos concluírem uma rodada do jogo “caça ao zero”, tendo cada aluno em mãos três algarismos, vários apresentaram dificuldades em compor e ler o menor número possível. Carina, então, aproxima-se da Aluna Y que tinha três cartões com os algarismos 0, 0, 7, e pergunta: “você sabe montar o menor número?”. [Y monta 070]. Carina pergunta: Que número você montou? Y responde: Esse zero eu não sei [apontando para o zero à esquerda], mas aqui eu montei setenta [referindo-se aos dois últimos algarismos]. “Isso mesmo”, respondeu Carina: “o número que você montou é 70, com ou sem o zero à esquerda”.

Nesse momento, Carina se vira para toda a classe e muda o contexto de significação, buscando apoio no ábaco e diz: “agora vamos ver se a avó de F falou certo, ao dizer que o zero à esquerda não vale nada”.

Quadro 2: Explorando o número 3 com o ábaco

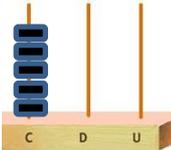
<p>Carina: Pessoal isso aqui é um ábaco! Ele marca unidade, dezena e centena [tocando nas hastes do ábaco]. Lembra as fichas vermelhas e azuis que a gente tem? Então, Azul é a unidade [coloca três peças azuis na haste de uma das extremidades do ábaco, que está sinalizada com um U]. Quanto eu tenho aqui?</p>	
--	---

Alguns alunos: Três. Três unidades.	
-------------------------------------	--

Fonte: De Paula (2023).

Carina, porém, não pergunta nem explora quantas dezenas e centenas têm no ábaco e como poderia representá-las. Só faz isso na última ilustração do ábaco:

Quadro: Explorando o número 500 com o ábaco

<p>Professora - Quanto que eu tenho aqui? Alguns alunos respondem: 500</p> <p>Professora - O ábaco ele mostra certinho a posição do zero, aqui ó, eu tenho cinco o quê?]. Alguns alunos responderam: cinco centenas</p> <p>Professora - E aqui tenho dezenas [tocando na haste do meio]? Alguns alunos: Não</p> <p>Professora - Não tem nada é um zero. E aqui? [Tocando na haste da extremidade direita]. Alguns alunos: zero, nada.</p> <p>A professora finaliza colocando os cartões com os algarismos 5, 0 e 0 em frente ao ábaco.</p>	
--	---

Fonte: De Paula (2023).

A 5ª fase do LSH – reflexão sobre a implementação na escola – aconteceu inicialmente no SAIEF e depois no GdS. No SAIEF, as professoras Carina e Conceição e os demais participantes refletiram sobre a gestão do ensino e da aprendizagem de modo que os alunos pudessem produzir sentido para o zero. Todos do SAIEF e do GdS reconheceram a importância de o professor dar mais atenção ao sentido dos números, principalmente do zero e que o jogo possibilitou de fato a exploração.

Carina disse que, inicialmente, imaginava que “seria fácil o sentido do zero e sua representação” numérica, mas percebeu que foi “uma prática complexa”, pois “as crianças mostraram que o zero não é algo natural para elas”. Elas precisam “falar e discutir o que o zero significa para elas e reconheceu que a tarefa exploratória do jogo ajudou nesse sentido. Pôde, assim, “conhecer mais de perto os alunos, em especial suas dificuldades na composição de um menor número, quando um dos algarismos é zero”. Conceição, por sua vez, destaca o momento de socialização das resoluções dos alunos, algo que não costumava fazer e que

permitiu conhecer melhor as dificuldades e as formas de pensar e significar de seus alunos, e suas dúvidas de que o zero podia fazer diferença no número.

O uso do ábaco também foi apontado como importante para a significação e a representação do zero, já que ajudou a compreender o sentido posicional do zero. Mas tanto o GdS como o próprio SAIEF reconheceram que poderiam ter estudado melhor seu uso na exploração e na significação do zero à esquerda e no meio de um número. O GdS também questionou o uso de peças de cores diferentes do ábaco para representar as unidades, dezenas e centenas, pois isso pode ser um obstáculo para entender o valor posicional de cada algarismo na composição de um número.

Na 6ª fase do LSH – sistematização da experiência – as professoras assumiram a autoria de suas reflexões, com a responsabilidade de reificá-las por escrito em uma análise narrativa da experiência vivida. Carina, em sua narrativa escrita, faz uma reflexão retrospectiva e compara sua prática pedagógica antes e após o LSH, dizendo: “Se eu tivesse que ensinar a representação sem a proposta do jogo faria com que os alunos aceitassem o zero em cada posição após as trocas, sem os deixar manipular e muitos desses questionamentos seriam suprimidos”. Ao fazer esta reflexão, a professora se percebeu em transformação, tornando-se uma “nova” professora, mais atenta e responsável com a aprendizagem matemática de seus alunos, e reconhecendo seus aprendizados inerentes à gestão de tarefas exploratórias em sua prática. E, nesse sentido, reconheceram a importância do trabalho colaborativo entre os professores, especialmente no estudo e no processo de planejamento da tarefa exploratório-investigativa.

No decorrer de todo o processo de planejamento da tarefa exploratória, as professoras compreenderam que o estudo do zero é complexo e requer atenção e estudo. Depois da experiência, as professoras passaram a ter mais domínio e segurança para projetar diferentes possibilidades de exploração do sentido de zero: o zero como origem; zero como valor absoluto (abaixo do qual nada existe); ou zero relativo como o nível do mar ou ponto de congelamento da água, separando as temperaturas negativas das positivas; zero como representação da coluna vazia no ábaco ou como valor posicional nulo; zero como elemento neutro da adição...

Discussão dos resultados e conclusões

Tentamos, nas duas análises narrativas dialógicas (AND), descrever como ocorre a gestão colaborativa do ensino de matemática baseado em tarefas exploratório-investigativas. As AND, ao colocarem em evidência esse rico processo

de aprendizagem docente e de produção de conhecimentos (aprendizados) da docência, confirmam nossa tese anunciada no início deste artigo.

De fato, podemos dizer, apoiados em Cochran-Smith e Lytle (1999) e em Fiorentini e Carvalho (2015), que os processos de gestão colaborativa de tarefas exploratórias desenvolvidas pelas duas experiências de aprendizagem docente, recém narrados analiticamente, mobilizaram e promoveram aprendizados de conhecimentos DA prática dos professores participantes do GdS. Isso porque resultaram de experiências investigativas relevantes das docentes sobre suas próprias práticas, tendo a colaboração de participantes da universidade. Essa experiência formativa, portanto, foi além da mera vivência ou implementação de tarefas produzidas por especialistas, como acontece geralmente na perspectiva das aprendizagens de conhecimentos PARA a prática. Mas isso não significa que as professoras não tenham se apropriado criticamente de conhecimentos especializados produzidos por estudos acadêmicos ou profissionais ou, ainda, oriundos de guias curriculares, como a BNCC. Cabe observar, entretanto, que esses conhecimentos especializados não foram pontos de partida da ação pedagógica, mas as demandas que surgiram na prática das professoras, como evidenciou a AND2, ao destacar que o tema de estudo surgiu fora da escola, ou melhor, no cruzamento de culturas entre escola, academia e práticas sociais, quando o estudo do zero foi eleito o tema de estudo, indo ao encontro do interesse de um aluno que queria saber por que o zero à esquerda não valia nada.

Como ocorreu com as duas experiências analisadas, os conhecimentos especializados se constituíram em mediações ou ferramentas fundamentais para os grupos elaborarem tarefas exploratórias relevantes para desenvolver o pensamento algébrico (AND1) e o sentido do zero (AND2) de seus alunos. Além disso, esses conhecimentos especializados forneceram também lentes que possibilitaram a leitura e a análise do trabalho e da aprendizagem NA prática das professoras participantes. Em síntese, podemos afirmar que a aprendizagem e a produção de conhecimentos DA prática só foram possíveis, nos dois processos de formação continuada, porque as práticas de gestão do ensino baseado em tarefas exploratórias foram tomadas como objeto de estudo pelo grupo, tendo como lentes de análise, dentre outros, os conhecimentos especializados para ensinar na perspectiva de Ball et al. (2008) e Carrilo et al. (2018).

Em relação aos aprendizados obtidos pelas professoras participantes dos processos aqui narrados, podemos destacar, com base na AND1, que ocorreram

aprendizados sobre o pensamento algébrico, o modo de elaborar tarefas exploratórias e como mediar a negociação de significados em aula, visando promover o desenvolvimento deste pensamento. A AND2, por sua vez, colocou em evidência, durante o processo colaborativo do LSH, em suas seis fases, aprendizados tais como: os sentidos de número presentes nas práticas sociais e os sentidos de número – sobretudo do número zero – que convém explorar e desenvolver em sala de aula; a construção de tarefas exploratórias e o modo como as professoras podem mediar em sala de aula a negociação e a ressignificação dos múltiplos sentidos do número zero.

As ADN também mostraram que novos aprendizados da docência são produzidos NA prática de sala de aula, à medida que as professoras são desafiadas a enfrentar as dificuldades dos alunos. E depois, ao refletir e sistematizar essa experiência educativa, mediante análise narrativa do processo de LSH vivido, o grupo e as professoras produziram aprendizados e conhecimentos DA prática, os quais também podem ser considerados conhecimentos PARA suas práticas futuras ou PARA a prática de outros professores, à medida que esses são publicados, divulgados em seminários ou utilizados como material de estudo na formação inicial.

Com base nessas discussões, defendemos que, mais do que levar Tarefas de Aprendizagem Profissional desenhadas para serem implementadas em práticas formativas, que os formadores busquem construir, colaborativamente, com os professores (em serviço e em formação) tarefas matemáticas para a Educação Básica e a pensar nas possibilidades de geri-las na sala de aula. Em outras palavras, em vez de se apoiarem mais numa perspectiva de um conhecimento PARA a prática, que priorizem um processo investigativo que favoreça a produção de conhecimentos DA prática.

Ao concluir este trabalho, podemos afirmar que as experiências de participação e aprendizagem docente durante a gestão colaborativa do ensino-aprendizagem de matemática baseado em tarefas exploratórias, narradas neste artigo, mostram o poder e a contribuição formativa da colaboração entre Universidade e Escola para o desenvolvimento profissional de professores e à melhoria da prática pedagógica nas escolas numa perspectiva emancipatória e não colonizadora das práticas escolares.

Referências

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5, p. 389–407, 2008.

BRASIL, Base Nacional Comum Curricular. Ministério da Educação, Brasília, 2017.

CARRILLO, J. et al. The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. **Research in Mathematics Education**, v. 20, n. 3, p. 236–256, 2018.

COCHRAN-SMITH, M.; LYTLE, S. L. Relationships of Knowledge and Practice: teacher learning in communities. In: **Review of Research in Education**, 24, 1999, p. 249–305.

COCKBURN, A. D; PARSLOW-WILLIAMS, P. Zero: understanding an apparently paradoxical number. In: COCKBURN, A. D; LITTLER, G. (Eds.) **Mathematical Misconceptions**. London: Sage Publications, p. 7-22, 2008.

DE PAULA, A. P. M. **Aprendizagens e aprendizados de professoras que ensinam matemática mediante participação em um Lesson Study Híbrido**. Tese de Doutorado, FE/UNICAMP. Campinas: Faculdade de Educação. (No prelo).

FIORENTINI, D. Grupo de Sábado: Uma história de reflexão e escrita sobre a prática escolar em matemática. In: FIORENTINI, D.; CRISTOVÃO, E.M. (Orgs.). **Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática**. Campinas: Alínea Editora, 2006, p.13-36.

FIORENTINI, D. Learning and professional development of mathematics teacher in research communities. *Sisyphus* – **Journal of Education**. v. 1, n. 3, p. 152-181, 2013.

FIORENTINI, D. Pesquisando com professores – reflexões sobre o processo de produção e ressignificação dos saberes da profissão docente. In: MATOS, J.F.; FERNANDES, E. (Eds). **Investigação em Educação Matemática – perspectivas e problemas**. Lisboa: APM, 2000. (p.187-195).

FIORENTINI, D. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In.: BORBA, M C.; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. 4 ed. Belo Horizonte: Autêntica, p. 53-85, 2012.

Fiorentini, D., Ribeiro, C.M., Crecci, V.M., Losano, A. L., Vidal, C.P., & Ferrasso, T. (2018). Estudo de uma experiência de Lesson Study Híbrido na formação docente em matemática: contribuições de/para uma didática em ação. **Anais do XIX Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino**. (p. 1-38). Salvador: UFBA.

FIORENTINI, D.; CARVALHO, D.L. O GdS como lócus de experiências de formação e aprendizagem docente. In: FIORENTINI et al. (Orgs). **Narrativas de Práticas de Aprendizagem Docente em Matemática**. São Carlos: Pedro & João Editores, 2015 (p.15-37).

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. (Orgs.). **Por trás da porta, que Matemática acontece?** Campinas: Editora Gráfica FE/UNICAMP, 2001a.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. Pesquisar & escrever também é preciso: a trajetória de um grupo de professores de matemática. In: FIORENTINI, D. & MIORIM, M. A. (Orgs.). **Por trás da porta, que Matemática acontece?** Campinas: Editora Gráfica FE/UNICAMP, 2001b. (p. 12-37).

GERALDI, C.G.; FIORENTINI, D.; PEREIRA, E.M. (Orgs.). **Cartografias do trabalho docente: Professor(a) Pesquisador(a)**. Campinas: Mercado de Letras & ALB, 1998.

GUIMARÃES, F. **Sentidos do zero**. 2008. 112 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

LAVE, J.; WENGER, E. **Situated learning: Legitimate peripheral participation**. Cambridge: Cambridge University Press, 1991.

PONTE, J. P. **Gestão curricular em Matemática**. In: GTI (Ed.), O professor e o desenvolvimento curricular (pp. 11-34). Lisboa: APM.

PONTE, J. P. **Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática**. In book: Práticas profissionais dos professores de Matemática. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, pp.13-27, 2014.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M.; MATA-PEREIRA, J.; BAPTISTA, M. **Exercícios, problemas e explorações: Perspetivas de professoras num estudo de aula**. Quadrante, v. 24, n.2, 2015.

QUARESMA, M.; PONTE, J. P. Comunicação, tarefas e raciocínio: Aprendizagens profissionais proporcionadas por um estudo de aula. **Zetetiké: Revista de Educação Matemática**, v. 23, n. 44, p. 297-310, 2015.

RIBEIRO, A. J.; AGUIAR, M.; TREVISAN, A. L. **Oportunidades de aprendizagem vivenciadas por professores ao discutir coletivamente uma aula sobre padrões e regularidades**. Quadrante, v. 29, n.1, 2020, p. 52-73.

RICHIT, A; PONTE, J. P. A Colaboração Profissional em Estudos de Aula na Perspectiva de Professores Participantes. **Bolema**, v. 33, n. 64, 2019.

RIESSMAN, C. K. **Narrative methods for the human sciences**. California: Sage, 2008.

ROCHA, M. R.; CYRINO, M. C. C. T. Elementos do contexto de uma comunidade de prática de professores de matemática na busca de aprender e ensinar frações. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v.8, n.15, p.169-189, 2019.

RODRIGUES, S. R.; ELIAS, H. R.; TREVISAN, A. L. **análise do conhecimento matemático para o ensino em um Estudo de Aula: um caminho para produzir Tarefas de Aprendizagem Profissional**. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v. 24, n. 1, p. 156-193, 2022.

SALVADOR, C M. A; NACARATO, A. M. **Sentidos atribuídos ao zero por alunos da 6ª série**. In.: Reunião anual da ANPED, 26, Poços de Caldas. Minas Gerais, 2003.

SHOECRAFT, P. (1989). **"Equals" means "is the same as"**. Arithmetic Teacher. v. 36, n. 8, 1989, p. 36 - 40.

SHULMAN, L. S. **Knowledge and teaching: Foundations of the new reform**. Harvard educational review, v. 57, n. 1, p. 1-23, 1987.

SHULMAN, L. S. **Those who understand: Knowledge growth in teaching.** Educational Researcher, v. 15, n. 2, p. 4–14, 1986.

SILVA, E.A.R. Pensando e escrevendo algebricamente com alunos da sexta série. In: FIORENTINI, D. & MIORIM, M. A. (Org.) **Por trás da porta, que Matemática acontece?** Campinas: Editora Gráfica FE/UNICAMP, 2001. (p. 183-221).

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. Bolema. v. 14, p. 66-91, 2000.

TINTI, D. S.; RAMOS, W. R.; MANRIQUE, A. L.; PASSOS, L. F. OBEDUC: análise de aprendizagens docentes num contexto formativo sobre resolução de problemas. **Zetetiké: Revista de Educação Matemática**, v. 24, n. 45, 2016.

ZEICHNER, K. **Repensando as conexões entre a formação na universidade e as experiências de campo na formação de professores em faculdades e universidades.** Educação, v. 35, n. 3, p. 479-504, 2010.

Submetido em abril de 2023.

Aceito em maio de 2023.

