



# REVISTA DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL (UFMS)

ISSN 2359-2842 Volume 17, número 45 – 2024 DOI:  
10.46312/pem.v17i45.18738

## Errot para aprender fração: revisão sistemática da literatura

## Learning fractions through mistakes: a systematic literature review

*Lázaro Manoel Veloso<sup>1</sup>*

*Evanilson Landim<sup>2</sup>*

### RESUMO

Reúne-se os apontamentos e proposições da literatura acerca da natureza dos erros registrados a partir da análise da ação de estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental frente ao campo conceitual fração. Foram analisados 12 artigos publicados de 2010 a 2020, tratando das principais dificuldades dos estudantes em tarefas com fração. Os resultados reforçam o percalço, que é o estudo do conjunto dos números racionais para os estudantes, sobretudo quando apresentados na forma fracionária. Esses artigos apontaram que as dificuldades mais comuns, no campo conceitual fração, incluem as quatro operações básicas no conjunto dos números naturais, em especial a divisão. Além disso, os estudantes têm dificuldades em reconhecer fração como valores maiores que a unidade e encontram resistência à aprendizagem dos números fracionários. Pelo exposto, as ideias inerentes ao conjunto dos números naturais parecem consolidar um obstáculo epistemológico à conceitualização de fração, o que é explicitado quando estudantes e professores tratam numerador e denominador de forma independente, isto é, efetuam contagem vulgar na representação fracionária.

**PALAVRAS-CHAVE** Fração. Número Racional. Número Fracionário. Tipos de Erros. Obstáculo Epistemológico.

### ABSTRACT

<sup>1</sup> Graduando do curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade de Pernambuco, Campus Petrolina, Pernambuco, Brasil. E-mail: [lazaro.manoel@upe.br](mailto:lazaro.manoel@upe.br) Orcid: <https://orcid.org/0009-0004-0445-500X>

<sup>2</sup> Professor Adjunto do Colegiado de Licenciatura em Matemática da Universidade de Pernambuco, Campus Petrolina, Pernambuco, Brasil. E-mail: [evanilson.landim@upe.br](mailto:evanilson.landim@upe.br). Link do Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-2742-4850>



<https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/index>  
[perspectivas.educacaomatematica@gmail.com](mailto:perspectivas.educacaomatematica@gmail.com)

This article compiles the notes and propositions from the literature regarding the nature of errors observed in the analysis of the actions of students in the final years of Elementary School concerning the conceptual field of fractions. Twelve articles published from 2010 to 2020 addressing the main difficulties students face in fraction-related tasks were analyzed. The results emphasize the challenge that studying the set of rational numbers poses for students, especially when expressed in fractional form. These articles pointed out that the most common difficulties in the conceptual field of fractions include the four basic operations, particularly division. Additionally, students struggle to recognize fractions as values greater than unity and encounter resistance in learning fractional numbers. Therefore, there is also a possible epistemological obstacle related to the transition from natural numbers to the conceptualization of fractions, as evident when students and teachers treat numerator and denominator independently, i.e., perform a common counting in fractional representation

**KEYWORDS:** Fraction. Rational Number. Fractional Number. Types of Errors. Epistemological Obstacle.

## Introdução

O presente estudo analisou pesquisas que investigassem as circunstâncias e as características das ações dos estudantes diante de tarefas, envolvendo o saber fração; de forma particular, examinou-se a natureza dos erros apresentados pelos participantes desses estudos. A pesquisa foi realizada como parte integrante do projeto de Iniciação Científica intitulado "Desenvolvimento de propostas didáticas para o ensino e a aprendizagem do campo conceitual de frações no Ensino Fundamental", desenvolvido pelo primeiro autor e orientado pelo segundo autor, com financiamento da Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia de Pernambuco (FACEPE).

A pesquisa supracitada visava estudar a relação pessoal dos estudantes diante dos saberes fração, número fracionário e número racional a partir de uma revisão sistemática da literatura e dos pressupostos da Teoria Antropológica do Didático, considerando as tarefas propostas em livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental (EF), com vistas ao desenvolvimento de propostas de intervenção. O recorte aqui tratado analisou os apontamentos e proposições da literatura acerca da natureza dos erros registrados a partir da análise da ação de estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental frente ao campo conceitual fração.

O tema fração tem ocupado um lugar de destaque nas pesquisas realizadas na área da Educação Matemática (Fiorentini; Passos; Lima, 2016). As dificuldades nesse campo conceitual se mostram evidentes na ação de muitos estudantes, principalmente nos anos finais do Ensino Fundamental, visto que é nessa etapa escolar que as ideias parte-todo, quociente, equivalência e comparação, tais como as operações adição e subtração envolvendo números decimais devem ser consolidadas (BNCC, 2018).

Assim, a fim de entender os erros mais comuns dentre os estudantes que se deparam com o tema aqui trabalhado, foi levantada a seguinte questão de pesquisa:

Quais os tipos de erros e as circunstâncias que vêm à tona quando estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental resolvem tarefas envolvendo as ideias de fração, número fracionário e número racional?

Na sequência, após esta breve introdução, serão explorados os aspectos teóricos relacionados ao tema fração. Em seguida, discutir-se-á o instrumento que viabilizou a obtenção dos dados, analisar-se-ão os resultados obtidos e, por fim, serão apresentadas algumas considerações com o propósito de responder à questão proposta.

### **A abordagem de fração nos anos finais do Ensino Fundamental**

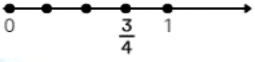
O ensino e a aprendizagem de Matemática parecem evidenciar um caminho marcado de dificuldades e distorções, sobretudo quando se analisa o processo de conceitualização pelos estudantes. Os números racionais, por exemplo, dentre os saberes matemáticos, ainda, são um dos temas em que os estudantes mais apresentam dificuldades, justamente pela variedade de significados desses números, mormente quando representados na forma fracionária (Bertoni, 2009).

Sobre isso, pesquisas realizadas nos últimos anos na área da Educação Matemática, principalmente nas duas últimas décadas (2001-2020), têm enfatizado com frequência os aspectos que abrangem o ensino e a aprendizagem do campo conceitual fração com a intenção de revelar as dificuldades e os fatores que podem afetar a sua compreensão, dado que as frações são vistas com um teor de abstração e complexidade, sendo notórias as dificuldades no seu ensino (Pitta-Pantazi; Nicolaou, 2014; Lopes; Barbosa, 2022).

Silva (2005), Silva e Almouloud (2008) tornaram aparentes lacunas vinculadas aos processos de ensino e de aprendizagem de fração, de modo particular, evidenciaram aspectos epistemológicos relacionados a esse tema. Pantziara e Philippou (2012) sublinharam que uma das principais razões para as dificuldades dos estudantes na conceitualização das frações decorre do fato de esse se manifestar como um construto multifacetado. Quanto a isso, os autores reconhecem cinco subconstrutos, a saber: parte-todo, quociente, operador, razão e medida. O fato é que diferentes situações podem ser representadas pela mesma fração, conforme indicado no Quadro 1.

Quadro 1 – Diferentes significados associados a expressão fracionária  $\frac{3}{4}$

SUBCONSTRUCTO	IDEIA	EXEMPLO
---------------	-------	---------

parte-todo	três de quatro partes iguais	$\frac{3}{4}$ do Planeta Terra é constituído por água
quociente	três dividido por quatro	Se com R\$ 3,00 é possível comprar quatro pães, cada pão custa R\$ 0,75
operador	três quartos de certa quantidade ou medida	Pietro mora a 120 km de Mateus, que mora a $\frac{3}{4}$ dessa distância de Eduarda. Então, Eduarda reside a 90 km de Mateus.
razão	um conjunto de três partes para cada conjunto de quatro partes	Para diluir um sabão líquido concentrado recomenda-se que para cada 3 copos de sabão acrescentar 4 copos de água
medida	3 partes de 4 partes do inteiro na reta numérica	 <p>Amélia possui uma barra de chocolate inteira e divide em quatro partes iguais para compartilhar com seus três netos, reservando ainda uma porção para si mesma. A representação dessa situação na reta numérica seria:</p>

Fonte: Produção dos Autores

Do ponto de vista do ensino, tem-se discutido a importância de abordar em sala de aula os diferentes significados inerentes ao entendimento de fração, evitando que esse trabalho fique restrito à ideia parte-todo (Kieren, 1988; Pantziara; Philippou, 2012). A esse respeito, Mandarin (2010, p. 108) acrescenta que

As frações, assim como as operações fundamentais, também estão associadas a mais de um tipo de aplicação e devem ser incorporadas, aos poucos, em atividades diversificadas, com a ampliação dos tipos de problemas que vão enriquecendo as possibilidades de aplicação.

Ao tratar dos objetos de conhecimento para os anos finais do Ensino Fundamental por unidade temática, a BNCC (Brasil, 2018) destaca a importância dos números racionais, inclusive para além do campo numérico, uma vez que são indispensáveis ao desenvolvimento de saberes vinculados a outras unidades temáticas, como a Álgebra, sobretudo quando se reporta à resolução de problemas que envolvem a partição de um todo em partes desiguais, a exemplo da situações relativas à ideia de razão (Brasil, 2018).

Por outro lado, o caminho adotado para o ensino das frações, ainda, tem sido questionado (Lopes, 2008; Bertoni, 2009; Landim; Morais, 2019). Para Lopes (2008, p. 2) “não devemos ensinar frações do modo que têm sido ensinadas e ainda são

ensinadas”. Essa recomendação continua presente em estudos mais recentes (Landim; Morais, 2019).

Ao analisar o currículo escolar sobre o ensino de fração, Hilton (1980 apud Lopes, 2008) apontou cinco críticas a esse respeito: aplicações enganosas; confusão com a função dos decimais; ausência de cuidado com definições e explicações; desonestidade de apresentação e paixão pela ortodoxia. Mesmo depois de quatro décadas, o fato é que o ensino das frações parece insistir na técnica de dupla contagem com ênfase na concepção parte-todo e desconsiderando a transição de quantidades discretas para as contínuas, apesar de evidentes os avanços incorporados aos currículos e aos livros didáticos de forma geral (Bertoni, 2009; Landim; Morais, 2019).

Dadas as nuances no que se refere à aprendizagem das frações, Pantziara e Philippou (2012) reforçam que o estudo de fração deve ser trabalhado com tarefas que abordem, de forma processual, diferentes estratégias para produzir frações de tamanhos variados, mas que representam a mesma quantidade ou medida, como é o caso da reta numérica.

## **Materiais e Métodos**

Para a execução desta pesquisa utilizou-se a abordagem da pesquisa bibliográfica. Assim, a coleta e análise dos dados se deram por meio de uma Revisão Sistemática da Literatura (RS). Galvão e Ricarte (2019) se inclinam em afirmar que essa é uma forma de pesquisa científica que segue protocolos específicos, e que busca entender e dar alguma logicidade a um grande corpus documental, especificamente, verificando o que funciona num dado contexto. Em outras palavras, consiste em alcançar a produção já existente sobre um determinado tema (Lakatos; Marconi, 2017).

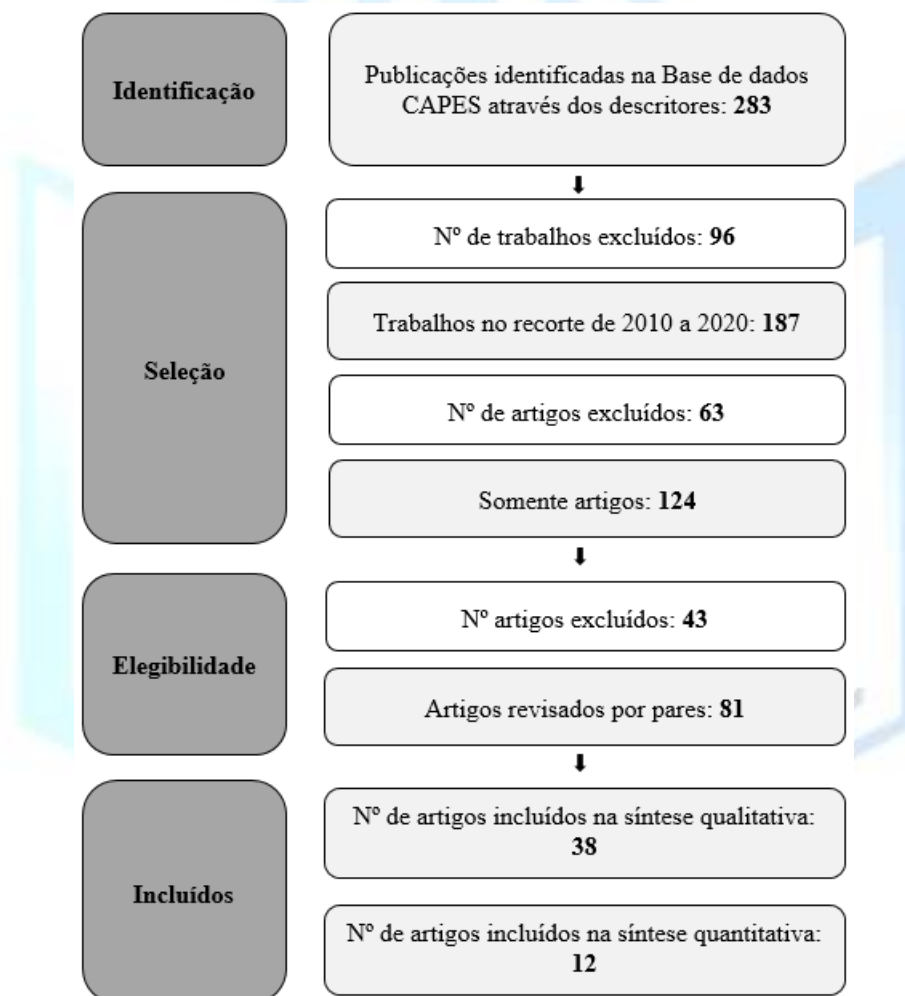
A organização dos textos recuperados seguiu os critérios dos Principais Itens para Relatar Revisões Sistemáticas e Meta-Análises - PRISMA (Moher et al., 2009). O método PRISMA compreende um checklist, contendo 27 itens ou etapas importantes à execução desse tipo de estudo. Galvão e Ricarte (2019), nesse sentido, destacam que alguns itens exigem uma atenção especial, como é o caso dos critérios de elegibilidade e o processo de seleção dos estudos, uma vez que permitem um entendimento preciso a respeito dos seus conceitos.

Os termos de busca utilizados nesta RS foram elaborados a partir de consulta inicial no portal Google acadêmico, sendo escolhidos aqueles que obtiveram mais resultados, a saber: Dificuldade em Fração, Tipos de erros na aprendizagem de

Frações, Aprendizagem de frações, Frações AND Dificuldades em números fracionários; Aprendizagem de número fracionário OR Aprendizagem de números racionais; Erros AND Aprendizagem de frações, bem como as expressões correspondentes a estas nos idiomas espanhol e inglês.

Identificados os descritores, foram, inicialmente, selecionados os trabalhos no Portal de Periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). Como critério de inclusão, foram adotados os “periódicos revisados por pares”, “somente artigos” e período de publicação (2010 a 2020), conforme Figura 1:

Figura 1 - Frequência absoluta dos estudos elegíveis por etapa da RS



Fonte: Produção dos Autores

Após concluídas as Etapas Identificação e Seleção (Figura 1), seguiu-se para Etapa Elegibilidade, quando 43 artigos foram excluídos devido à incongruência de seus títulos com a questão de pesquisa apresentada, culminando na seleção de 38

artigos. A partir da análise desses estudos, conduziu-se uma leitura sintópica<sup>3</sup> dos resumos para identificar a fase do Ensino Fundamental abordada em cada investigação. Essa análise - Etapa Incluídos - revelou que 9 dos estudos estavam direcionados aos anos iniciais, 21 aos anos finais, enquanto em 8 artigos não foram encontradas referências explícitas ao Ensino Fundamental.

Por fim, analisou-se o objetivo de cada artigo a fim de certificar-se da sua inter-relação com a questão de pesquisa ora investigada. Conseqüentemente, foram identificados 12 artigos, que tratavam dos tipos de “erros” entre estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental em ação na resolução de tarefas, envolvendo as ideias de fração, número fracionário e número racional.

A condução do processo de leitura, análise e interpretação dos artigos selecionados foi subsidiada por fichamentos e por um formulário elaborado com o objetivo de organizar as informações concernentes ao título do estudo, país de origem, ano de desenvolvimento, autor, instituição, questão de pesquisa, objetivo geral, metodologia e resultados alcançados. Na seção seguinte, apresentam-se os principais resultados e análises desse levantamento.

## Resultados

A partir dos critérios estabelecidos para a Revisão Sistemática (Galvão; Ricarte, 2019), compõem o corpus de análise desta pesquisa um conjunto de 12 artigos, publicados em periódicos de cunho teórico ou empírico produzidos por autores brasileiros ou estrangeiros e que tratam das características dos erros mais comuns por parte dos estudantes frente ao saber fração.

O título do artigo, o ano de publicação, as (os) autoras (es), sua filiação institucional e o país da instituição estão indicados no Quadro 2:

Quadro 2 – Metadados dos artigos selecionados

Artigos que tratam dos erros que os estudantes lidam com o saber fração, publicados no período de 2010 a 2020.					
o	TÍTULO	NO	AUTORIA	INSTITUIÇÃO	PAÍS
	Uma discussão sobre as dificuldades dos alunos do 7º ano na compreensão do	013	André RUBENS; Inocência FERNANDES	Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”	Brasil

<sup>3</sup> Conforme Adler e Van Doren (2010) em "Como ler livros: o guia clássico para a leitura inteligente", a leitura Sintópica refere-se a uma abordagem comparativa realizada por leitores que interagem com várias obras, correlacionando-as entre si. Este método exige um nível ativo de engajamento com o conteúdo.

	conceito de fração e suas operações				
	Transpondo obstáculos: da Aritmética para a Álgebra	013	Neide F. P. SANTANNA; Gilda de La Roque PALIS;  Maria A. C. M. NEVES	Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro	B rasil
	Uma visão componencial das dificuldades das crianças em aprender frações;	013	Florencia Gabriel, Frédéric COCHÉ; Dénes SZUCS <i>et al.</i>	Universidade de Cambridge, Reino Unido	I nglaterra
	Dificuldades encontradas na resolução de situações-problemas com números fracionários	014	Erivaldo G. S. NETO <i>et al.</i>	Instituto Federal de Pernambuco - Campus Vitória de Santo Antão	B rasil
	Análise de erros em questões de adição e subtração com frações	014	Igor Augusto Sampaio da Costa de MELO; Pedro Henrique Freitas ANDRADE	Não identificada	B rasil
	Dificuldades na Aprendizagem de frações: reflexões a partir de uma experiência utilizando testes adaptativos	014	Alexandre Branco MONTEIRO; Claudia Lisete Oliveira GROENWALD	Universidade Luterana do Brasil (ULBRA)	B rasil
	Identificando dificuldades de aprendizagem com frações: um estudo longitudinal do crescimento dos alunos da terceira à sexta série <sup>4</sup>	015	Nicole HANSEN; Nancy C. JORDAN; Jéssica RODRIGUES.	Escola de Educação Universidade de Delaware Newark	E UA
8	Frações e análise de erros: Uma nova perspectiva para a sala de aula	016	Elizangel a ROTH <sup>1</sup> ; José Roberto COSTA <sup>2</sup>	<sup>1</sup> Colégio Estadual do Campo de Cachoeira; <sup>2</sup> Universidade Estadual do Centro-Oeste	B rasil
	Estudo Longitudinal de Delaware sobre Aprendizagem de frações: Implicações para ajudar crianças com dificuldades em Matemática;	016	Nancy C. JORDAN; Ilyse RESNICK; Jessica RODRIGUES <i>et al.</i>	Universidade de Delaware	E UA

<sup>4</sup> Nomenclatura adotada no trabalho e que diverge da que é utilizada desde 2006 no Brasil.



0	Erros cometidos pelos aluno de 6º ano ao operar com números racionais	018	Liliana ALMEIDA; Neusa BRANCO	Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Santarém	P ortugal
1	Reflexões acerca do desempenho e das dificuldades de estudantes da educação básica e superior nas operações com frações	019	Teresa Cristina ETCHEVERRIA; Viviane de Jesus Lisboa AQUINO <i>et al.</i>	Universid ade Federal de Sergipe – UFS	B rasil
2	Dificuldades dos alunos do 7º ano do Ensino Fundamental em aprender frações	019	Renata dos SANTOS; Simone Silva da FONSECA	Universid ade Federal de Alagoas (UFAL), Campus Arapiraca	B rasil

Fonte: Produção dos Autores.

Os estudos recuperados estão distribuídos de maneira equilibrada ao longo do período temporal definido para este estudo. Seis trabalhos foram publicados nos anos 2013 e 2014, que abrangem o primeiro quinquênio, enquanto os outros seis foram divulgados nos últimos cinco anos do intervalo analisado (2010-2020). Apesar disso, o fato de não ter sido incluído nenhum estudo publicado no período de 2010 a 2012, analisando os tipos de erros apresentados pelos estudantes frente ao saber fração, pode sinalizar que essa questão tem ocupado maior espaço na atividade científica nos últimos oito anos, talvez provocada por investigações anteriores que alertaram sobre intempéries no processo de aprendizagem desse saber (Kieren, 1988; Silva, 2005; Bertoni, 2009; Mandarino, 2010; Pantziara; Philippou, 2012).

Ao tratar dos objetivos dos artigos parecem evidenciar, mais uma vez, uma preocupação, por parte dos autores, em estudar e identificar os erros que os estudantes cometem ao manipular frações. Os Textos 1, 4, 5, 10, 11, 12, especificamente, buscam de forma imediata destacar as principais dificuldades dos estudantes em diversos contextos, que envolvem a fração. Essas dificuldades abrangem a resolução de problemas quando envolvem as quatro operações básicas, a construção da ideia de parte todo por meio da reta numérica, a escrita e a leitura de frações, além da expressão de números inteiros de modo fracionário, dentre outros.

Rubens e Fernandes (2013), no Artigo 1, discutiram as dificuldades apresentada por 35 estudantes do 7º ano do EF de uma escola pública estadual de Ilha Solteira/Brasil em relação ao conteúdo frações, identificando os obstáculos à aprendizagem das quatro operações básicas. Os autores apontam que os estudantes apresentam erros comuns, identificando dificuldades em efetuar as operações

subtração, multiplicação e divisão, bem como para representar, matematicamente, a situação descrita no enunciado.

No Artigo 2, as autoras Santanna, Palis e Neves (2013) apresentaram as dificuldades dos estudantes em reconhecer fração como número. Diante disso, sugeriram uma estratégia de ensino de frações que toma como referência a reta numérica. A proposta foi desenvolvida durante um bimestre em uma turma do 7º ano do EF, envolvendo o conceito de fração como medida de comprimento de segmento de reta, visando contribuir com a compreensão de fração como número e o trabalho com o campo algébrico a partir de tarefas, envolvendo frações, a fim de favorecer a superação de dificuldades com a linguagem simbólica e a abstração. Ao final, por meio de teste-diagnóstico, foram elaboradas questões sobre frações equivalentes, ordem e operações com frações.

A análise global dos resultados demonstra que o trabalho de construção de fração com número, usando a reta numérica, influenciou positivamente no desempenho global dos estudantes já que os participantes demonstraram, no ano seguinte, maior facilidade em lidar com a representação simbólica. Além disso, concluiu-se que a ideia de fração facilita a passagem dos números inteiros para os números fracionários, principalmente quando se explora o significado medida, a exemplo da comparação dos comprimentos de segmentos de reta, o que, inclusive, pode favorecer a generalização e a abstração.

Escrito e publicado na Inglaterra, o Artigo 3 intitula-se, na sua língua materna, como *A componential view of children's difficulties in learning fractions* e traduzido para a língua portuguesa "Uma visão componencial das dificuldades das crianças em aprender frações". Gabriel *et al.* (2013) realizaram um teste com 439 estudantes da quarta, quinta e sexta série com a intenção de compreender as dificuldades encontradas pelas crianças ao aprender frações. O teste foi dividido em duas partes, sendo a parte A com 19 questões e a parte B com 20 questões.

As tarefas exploravam as ideias parte-todo, proporção, número, adição e subtração com denominadores iguais e diferentes, multiplicação de frações, multiplicação de uma fração por um inteiro e simplificação de frações. A título de exemplo, as questões foram elaboradas com perguntas do tipo: "desenhar uma figura representando  $1/7$ "; "3 bolos custam € 6, 5 bolos custam € 10, 7 bolos custam € ?"; "Encontre uma fração entre  $2/7$  e  $5/7$ "; " $1/2 + 1/4 = ?$ ".

Os resultados apontaram que as crianças tiveram melhor desempenho nas tarefas que envolviam proporção e parte-todo. Os percentuais de acertos dos

estudantes do 6º ano do EF, ainda, estavam longe do desempenho esperado, apresentando grandes dificuldades na ideia parte-todo. Os estudantes da quarta série, por sua vez, foram capazes de resolver questões de raciocínio proporcional; o mesmo se repetiu com os estudantes da quinta série. Além disso, o estudo pontua que os estudantes demonstraram habilidades com as ideias parte-todo e proporção, o que não se verificou nessas operações.

O Artigo 4 é resultado de um estudo realizado com dez estudantes do EF de uma escola pública a partir de um questionário com cinco situações-problema. Neto *et al.* (2014) indicam que a fração começa a ser um problema para os estudantes quando inicia o trabalho com as operações, como a adição e a subtração de frações com denominadores diferentes, em que tendem a confundir-las com essas operações no campo dos números naturais. De modo geral, as principais dificuldades estão relacionadas à interpretação e à compreensão dos problemas, associação parte-todo, adição de fração, multiplicação e, por fim, em expressar números inteiros de modo fracionário.

Melo e Andrade (2014), no Artigo 5, realizaram uma pesquisa com uma turma do 6º ano do EF para identificar e estudar os erros cometidos no que se refere às operações adição e subtração com frações. De cunho diagnóstico, o estudo aplicou um teste, contendo oito tarefas. Os autores observaram que as questões com maior número de erros foram as que envolviam adição e subtração de frações com denominadores diferentes.

Ainda, o texto pontua que os erros estão, também, ligados a dificuldades para efetuar operações com frações no campo dos números naturais, erro na utilização do mínimo múltiplo comum, subtração dos numeradores e denominadores como se estivesse operando com números naturais, o que parece demonstrar resistências à conceitualização das frações. Nesse caso, Silva e Almouloud (2008) evidenciam que, de fato, os estudantes podem ter dificuldades em lidar com frações com denominadores diferentes, já que exige transformar em outras equivalentes.

Com a intenção de revelar as principais dificuldades de 19 estudantes de uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental, no Artigo 6, "Dificuldades na Aprendizagem de frações: reflexões a partir de uma experiência utilizando testes adaptativos", realizou-se um experimento com testes adaptativos implementados no Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem (SIENA). Foram integrados a esse sistema sete conceitos, na seguinte sequência: Conceito de Frações; Tipos de Frações; Equivalência e Simplificação de Frações; Comparação de Frações; Adição e

Subtração de Frações; Multiplicação e Divisão de Frações e Resolução de Problemas com Frações. Os autores salientaram que, para compor o banco de questões desse teste adaptativo, foi necessário cadastrar perguntas para cada conceito do grafo, com o objetivo de avaliar o grau de conhecimento individual do estudante.

Os resultados apontaram dificuldades importantes dos estudantes em relação às representações parte-todo na forma discreta e nas situações vinculadas à ideia quociente. Dentre as tarefas que envolviam os tipos de frações (própria, imprópria, mista ou aparente) verificou-se que os participantes pareciam não reconhecer frações maiores que a unidade, como é o caso das frações impróprias. Em relação à exploração de Comparação de Frações, que remota à ideia de frações equivalentes, as resoluções das tarefas revelaram que as principais resistências se manifestaram em virtude da utilização de algoritmos comuns aos números naturais, tratando numeradores e denominadores de forma independente e empregando procedimentos operatórios fora do seu campo de validade, o que também foi apontado em estudo realizado por Silva e Almouloud (2008).

Em relação às dificuldades nas tarefas envolvendo as operações multiplicação e divisão, destacaram-se ações como o uso do algoritmo da multiplicação, também, na divisão de frações, o que pode indicar que o processo de conceitualização das estruturas multiplicativas (situações que envolvem a multiplicação, a divisão ou essas duas operações) no campo dos números racionais requer bastante atenção a fim de que os significados inerentes a cada operação sejam, eficazmente, compreendidos pelos estudantes (Silva, 2005).

Por fim, na resolução de problemas com frações, as dificuldades foram em relação à interpretação do problema. A análise dos registros e questionamentos dos estudantes participantes da pesquisa (Monteiro; Groenwald, 2014) indicou que, apesar de manipular os algoritmos corretamente, a resposta apresentada demonstrava que a situação não foi interpretada de forma adequada. A esse respeito, os obstáculos enfrentados pelos estudantes parecem convergir com as críticas apresentadas por Lopes (2008) ao justificar, nesse caso, as intempéries em compreender situações-problema: aplicações enganosas; confusão com a função dos decimais; ausência de cuidado com definições e explicações; desonestidade de apresentação e paixão pela ortodoxia, pelos professores durante a escolarização.

Concomitantemente, o estudo desenvolvido por Hansen, Jordan e Rodrigues (2015), no Artigo 7, dialoga com os últimos artigos no sentido de apontar dificuldades persistentes na trajetória de elaboração de conceitos e procedimentos, envolvendo

frações. O estudo foi realizado com 536 estudantes entre a terceira e a sexta séries no sistema escolar dos Estados Unidos.

No que se refere às ideias iniciais de fração, foram apresentadas tarefas que exigiam dos estudantes que sombreassem uma figura ou um conjunto de figuras na quantidade indicada por um número fracionário. Além disso, as tarefas abrangeram uma variedade de habilidades com as frações, como parte-todo, estimativa, comparação e equivalência. Os autores ressaltaram que a maioria dos estudantes acertaram menos da metade dos problemas de cálculo de frações. Com isso, esse resultado parece indicar, conforme análise indicada no estudo, que os professores devem dar mais ênfase às operações de frações para ajudar todos os estudantes a alcançarem essas competências.

Roth e Costa (2016), no Artigo 8, apresentaram resultados de uma intervenção pedagógica desenvolvida com o tema fração e a metodologia da análise de erros com estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental. Foram propostas - à intervenção - tarefas, envolvendo as habilidades: identificar, representar e utilizar situações em que surgem as frações; oportunizar ao aluno questionar suas próprias resoluções; desenvolver a análise de erros como metodologia de ensino.

Inicialmente, os estudantes participaram de uma atividade de dobradura com o objetivo de avaliar o conhecimento prévio sobre frações; em seguida, percebendo os erros e dificuldades com as frações, utilizaram o material manipulável “Disco das Frações” para trabalhar a sua escrita e representação. Após verificada a relação dos estudantes com o saber fração, buscaram trabalhar com algumas situações-problema envolvendo esse conteúdo.

As resoluções dos problemas pelos estudantes levaram as autoras a salientarem as dificuldades apresentadas, devido à leitura, à interpretação e às dificuldades com as quatro operações, envolvendo números fracionários, sobretudo, com a divisão. Para tanto, utilizando a metodologia de análise que valoriza o erro, o artigo apresentou uma intervenção com aulas expositivas sobre as quatro operações, bem como a equivalência de frações, simplificação, fração mista e comparação de frações.

A conclusão é que as intervenções contribuíram de forma significativa nos processos de ensino e de aprendizagem e que o próprio estudante reconheceu os seus erros, buscando rever as respostas apresentadas e mobilizando alternativas para superá-los.

Jordan *et al.* (2016), no Artigo 9, buscaram identificar os processos e habilidades nos componentes que predizem dificuldades de aprendizagem de frações com 500 estudantes entre a terceira e a sexta séries<sup>5</sup> de Delaware. O conjunto de tarefas realizadas consistiu na exploração da reta numérica, ideias iniciais de frações, identificação de partes do inteiro, partes de um conjunto, frações equivalentes, cálculos de frações escritas envolvendo adição e subtração (denominadores iguais e diferentes) e multiplicação. O texto enfatiza que muitos dos estudantes, especialmente aqueles com dificuldades de aprendizagem diagnosticadas, tiveram um crescimento mínimo no conhecimento de frações e que alguns mostraram apenas uma compreensão básica do significado de uma fração, mesmo após vários anos de instrução.

Produzido em Portugal, as autoras Almeida e Branco (2018) do Artigo 10, nesse sentido, buscaram desenvolver quatro situações de resolução de problemas e de expressões numéricas com números fracionários com a intenção de analisar os erros que os estudantes de uma turma do 6º apresentariam ao realizar tais tarefas. As análises dos dados mostraram que as Tarefas 1 e 3 referentes às expressões numéricas são aquelas em que os estudantes apresentam menos erros. Por outro lado, nas Tarefas 2 e 4 os estudantes evidenciaram erros significantes para recorrer às habilidades necessárias à sua resolução, o que pode evidenciar uma conceitualização, ainda, não construída em relação às frações.

O estudo pontua que os erros mais cometidos estão relacionados a (i) adicionar frações com diferentes denominadores, aplicando procedimentos idênticos ao da multiplicação, ou seja, operam sem igualar denominadores e adicionam numeradores e, também, denominadores e a (ii) efetuar a multiplicação como se age na adição, isto é, substituindo as frações por outras equivalentes obtendo o mesmo denominador, mas multiplicando os numeradores e “repetindo” os denominadores. As autoras explicam que os estudantes procuram aplicar operações aleatórias apenas com o propósito de chegar a um resultado e cumprir o ritual didático. Esses resultados reforçam que a conceitualização das frações, ainda, é um desafio para estudantes e professores e alinham-se com outras análises já apresentadas neste texto (Kieren, 1988; Silva, 2005; Lopes, 2008; Silva; Almouloud, 2008; Bertoni; 2009; Mandarino, 2010; Pitta-Pantazi; Nicolaou, 2014; Landim; Morais, 2019; Lopes; Barbosa, 2022).

O Artigo 11, por sua vez, buscou discutir o desempenho e as dificuldades na resolução das quatro operações fundamentais apresentadas por 358 estudantes do

---

5

7º e 9º anos do Ensino Fundamental; 1º e 3º anos do Ensino Médio e licenciandos em Matemática, cursando componentes curriculares Cálculo I e Cálculo II. Para identificarem essas dificuldades, as autoras Etcheverria e Aquino (2019) utilizaram um questionário abordando as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de frações com denominadores iguais e diferentes, com o propósito de verificar se os estudantes conheciam as regras básicas para operar com as frações.

As análises permitiram inferir que, em relação ao desempenho e dificuldades na operação de adição, o índice de acerto pelos estudantes da Educação Básica foi pequeno (4%), enquanto 62% dos licenciandos acertaram os dois itens. Na subtração, o índice de acerto foi ainda menor dentre todos os grupos. A estratégia mais utilizada foi a subtração das partes da fração (numerador subtraído de numerador e denominador de denominador), estratégia comum ao que já havia sido constatado em outras pesquisas (Silva; Almouloud, 2008; Santos; Fonseca, 2019).

Diferentemente, na multiplicação, os participantes apresentaram percentuais de desempenho mais elevados, já que empregaram a mesma estratégia utilizada na subtração, isto é, multiplicaram os numeradores e os denominadores separadamente, o que reforça a dificuldade de transição dos números naturais para os números racionais. Com relação à divisão, os índices de acertos voltaram a cair, visto que, frequentemente, é a operação na qual os estudantes costumam apresentar maiores dificuldades, mesmo quando o cálculo envolve apenas números naturais (Etcheverria *et al.*, 2019).

Esses resultados indicaram que a memorização de regras, sem o entendimento do seu significado, limita a aprendizagem dos estudantes. Ademais, reforçaram a tese de que o ensino das operações com números racionais deve ser repensado, pois a forma com que tem ocorrido parece estimular o uso de procedimentos prototípicos e ortodoxos em detrimento distraindo e afastando o estudante das diferentes ideias das frações e das suas operações (Silva; 2005; Lopes, 2008; Bertoni, 2009; Pantziara; Philippou, 2012).

Santos e Fonseca (2019) delinearão, no Artigo 12, as principais dificuldades de 20 estudantes do 7º ano do EF na aprendizagem de fração ao realizarem exercícios com três questões abertas, envolvendo problemas contextualizados que envolvem as quatro operações fundamentais com números fracionários. *A priori*, o estudo justifica que as dificuldades inerentes apresentadas pelos estudantes na aprendizagem de fração referem-se ao desenvolvimento cognitivo, construção dos conceitos básicos de

matemática, princípios numéricos, resistências na resolução e compreensão de problemas e, sobretudo, aversão à Matemática.

De modo particular, os resultados indicaram que nenhum dos estudantes conseguiu resolver todos os seis itens corretamente, o que, provavelmente, sinaliza dificuldades nas operações que envolvem frações, tanto em relação à construção do conceito quanto por resistências com as operações básicas. A esse respeito, foram identificadas resistências na escrita e leitura das frações, na identificação da operação correspondente a cada situação, na soma das frações com denominadores diferentes e no entendimento da ideia parte-todo.

Em outra tarefa, embora os participantes tenham evidenciado mais acertos em relação à análise anterior, constatou-se que a organização dos dados e a interpretação das tarefas apresentaram-se como a principal razão para os erros identificados. O fato é que os estudantes apresentaram muitas dificuldades relacionadas com as frações, quais sejam: cálculo das quatro operações básicas, ideias básicas de fração, divisão parte-todo, e multiplicação e divisão de frações.

Em linhas gerais, a Tabela 1 sintetiza as dificuldades identificadas nos Artigos recuperados na Revisão Sistemática.

Tabela 1 – Dificuldades Identificadas na RS

Artigos	Dificuldades
Artigo 1	Associação imediata da ideia parte-todo; Expressar números inteiros de modo fracionário; Adição e multiplicação de fração;
Artigo 2	Adição, subtração e divisão de frações;
Artigo 3	Adicionar frações com denominadores diferentes; Multiplicação de fração;
Artigo 4	Parte-todo;
Artigo 5	Operações com frações; Erro na utilização do MMC; Subtração.
Artigo 6	Operações com frações; Escrita e leitura das frações.
Artigo 7	Interpretação dos problemas envolvendo fração; Operações com frações, sobretudo divisão.
Artigo 8	Operações com fração.
Artigo 9	Operações com frações; Erro na utilização do MMC; Subtração.
Artigo 10	Efetucação das operações;
Artigo 11	Operações com fração.
Artigo 12	Construção da ideia de fração por meio da reta numérica.

Fonte: Produção dos Autores.

A Tabela 1, ao mesmo tempo que sintetiza as principais dificuldades reconhecidas e evidenciadas nos estudos aqui analisados, responde à questão de



pesquisa desta investigação. Os erros mais comuns sugerem falta de clareza dos sentidos atribuídos às situações em que as frações vêm à tona.

O constructo parte-todo, a partir do qual as primeiras ideias de fração são, frequentemente, apresentadas, parece sugerir a constituição de uma edícula ou nicho que afasta os estudantes de outros significados (quociente, operador, razão, medida) e limita a conceitualização. Outrossim, dificulta a transição dos números naturais para os números racionais, uma vez que pode ficar restrita a uma dupla contagem (partes do numerador e do denominador), em concordância com Silva (2005) e Silva e Almouloud (2008).

A consequência dessas intempéries manifesta-se na resistência dos estudantes em transitarem dos números naturais para os números racionais. Com efeito, os resultados aqui analisados não deixam dúvidas a respeito do apego dos participantes a propriedades, algoritmos e ações que excedem o campo de validade dos números naturais, como foi o caso dos estudos realizados pelos autores Melo e Andrade (2014), Almeida e Branco (2018), Etcheverria e Aquino (2019), Santos e Fonseca (2019) dos artigos 5, 10, 11 e 12, respectivamente.

A propósito, se o estudante não é capaz de compreender a natureza de uma tarefa, envolvendo frações ou não reconhece que se trata de uma operação (adição, subtração, multiplicação, divisão) com números fracionários, provavelmente, o enfrentamento dessas dificuldades vai muito além da atividade ou operação a que foi submetido, cabendo revisitar a importância dada a cada significado (Bertoni, 2009; Lopes, 2008; Landim; Morais, 2019).

Também, constataram-se embaraços importantes na localização de uma fração na reta numérica, por exemplo, quando vem à tona nos trabalhos de Santanna, Palis e Neves (2013), Jordan et al. (2016), Santos e Fonseca (2019), em ordem, nos artigos 2, 9 e 12. Nesse sentido, mesmo ao empregar a reta numérica, Pantziara e Philippou (2012) ressaltam a importância de abordar o estudo de fração por meio de tarefas que envolvem frações de tamanhos variados; contudo, que representem a mesma quantidade ou medida, como é exemplificado pelo uso da própria reta numérica.

Finalmente, os estudos destacaram, também, a importância de reconhecer frações equivalentes e realizar operações com frações. Além disso, é mencionado o erro comum na utilização do algoritmo do mínimo múltiplo comum e a representação de frações como parte-todo na forma discreta e contínua e o construto quociente.

## **Conclusão**

Este artigo examinou, mediante uma Revisão Sistemática de Literatura, publicações da última década que trataram das dificuldades mais frequentes evidenciadas por estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental diante de situações, que envolviam as ideias de frações, número fracionário e número racional. Para tal, buscou-se responder à questão: Quais os tipos de erros e as circunstâncias em que eles vêm à tona quando estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental resolvem tarefas, envolvendo as ideias de fração, número fracionário e número racional?

A coleta, a organização e a análise dos textos recuperados basearam-se no método PRISMA (Moher et al., 2009). O estudo foi organizado em quatro etapas aqui caracterizadas como Identificação, Seleção, Elegibilidade e Incluídos (Figura 1) que subsidiaram a seleção e o exame de 12 artigos.

Os resultados parecem demonstrar que os processos de ensino e de aprendizagem dos números racionais, sobretudo quando tratados na forma fracionária, ainda, distanciam-se das expectativas previstas no currículo escolar (Brasil, 2018) e das recomendações apresentadas pela literatura (Kieren, 1988; Silva, 2005; Lopes, 2008; Bertoni, 2009; Mandarino, 2010; Pitta-Pantazi; Nicolaou, 2014; Landim; Morais, 2019; Lopes; Barbosa, 2022).

Quando se trata do campo conceitual de fração, os trabalhos pontuam que esse tema, ainda, se mantém com uma barreira à sua compreensão, tanto pelos professores quanto pelos estudantes, justamente por não considerar, dentre outros, a fração como sendo uma das formas de representação de um valor numérico, mas tratada, muitas vezes, como símbolos ou números arbitrários. Além do mais, as análises evidenciam que o construto parte-todo tem ocupado posição de destaque no ensino de frações, de modo que o conceito de fração parece confundir-se com a ideia parte-todo.

Em relação aos objetivos e questões de pesquisa identificados no corpus dos artigos, fica clara a preocupação, por parte dos autores, em identificar e analisar quais são as dificuldades que o tema fração apresenta para os estudantes dos anos finais, especialmente para os estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental ou etapa equivalente, no caso de estudos realizados em outros países. Os instrumentos utilizados nos estudos analisados foram: tarefas, situações-problema e questionários; explorando, intensamente, o campo conceitual de fração.

Com referência aos resultados dos estudos aqui analisados, infere-se, dentre outras coisas, a preocupação dos autores em salientar que as dificuldades

apresentadas pelos estudantes estão ligadas, de forma imediata, às quatro operações básicas de fração, em especial à divisão. Essas dificuldades é que sinalizaram o afastamento dos estudantes do processo de conceitualização ao mesmo tempo em que reforçaram que os números naturais, eventualmente, configuram-se como obstáculo à aprendizagem dos números fracionários, sobretudo, quando as atividades apresentadas forjam situações que são próprias desse conjunto, a exemplo da contagem. Com efeito, errar e aprender são faces de um mesmo fenômeno: tornar-se competente em frações e nas suas operações.

Diante disso, o entendimento é que o presente estudo alcançou o seu propósito, uma vez que o objetivo e o problema aqui delimitados foram alcançados, conforme indicado nesta seção. A trajetória empreendida trouxe à tona outras questões que ficam a título de recomendação para estudos futuros, quais sejam: Quais obstáculos epistemológicos e didáticos alcançam a aprendizagem dos números racionais?; De que maneira as ideias de fração têm sido tratadas nos anos iniciais do Ensino Fundamental no Brasil a partir das recomendações da BNCC (Brasil, 2018)?; A partir de qual concepção, subconstructo ou ideia deve-se iniciar o trabalho com as frações a fim de evitar que fique restrita a ideia parte-todo?.

## Referências

- ALMEIDA, Liliana.; BRANCO, Neusa. **Erros cometidos pelos alunos de 6º ano a operar com números racionais**. Revista da UI\_IPSantarém-Unidade de Investigação do Instituto Politécnico de Santarém, v. 6, n. 1, p. 95-109, 2018.
- ADLER, Mortimer; VAN DOREN, Charles. **Como ler livros: o guia clássico para a leitura inteligente**. São Paulo: É realizações, 2010.
- BERTONI, Nilza Eigenheer. **Pedagogia: Educação e Linguagem matemática IV, frações e número fracionários**. Brasília: Universidade de Brasília, 2009. 95 p.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, MEC/SEB, 2018.
- ETCHEVERRIA, Teresa Cristina; AQUINO, Viviane de Jesus Lisboa; OLIVEIRA, Jackeline dos Santos; LISBOA, Caroline de Carvalho. **Reflexões acerca do Desempenho e das Dificuldades de Estudantes da Educação Básica e Superior nas Operações com Frações**. Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática, [S. l.], v. 4, n. 2, p. 71–88, 2019.
- FIORENTINI, Dario; PASSOS, Carmén Lúcia Brancaglioni; LIMA, Rosana Catarina Rodrigues de (Org.). **Mapeamento da pesquisa acadêmica sobre o professor que ensina Matemática: Período 2001 – 2012**. Campinas, SP: FE/UNICAMP, 2016, 488 p.

GALVÃO, Maria Cristiane Barbosa; RICARTE, Ivan Luiz Marques. Revisão Sistemática da Literatura: conceituação, produção e publicação. *Logeion: Filosofia da Informação*, v. 6, n. 1, p. 57-73, 2019.

GABRIEL, Florence; CHOCHÉ, Frédéric; SZUCS, Dénes; CARETTE, Vicent; REY, Bernard; CONTENT, Aalain. **Uma visão componencial das dificuldades das crianças em aprender frações**. *Fronteiras da psicologia*, v. 4, p. 715, 2013.

HANSEN, Nicole; JORDAN, Nancy; RODRIGUES, Jessica. **Identificando dificuldades de aprendizagem com frações: um estudo longitudinal do crescimento do aluno da terceira à sexta série**. *Psicologia Educacional Contemporânea*, v. 50, p. 45-59, 2015.

JORDAN, Nancy; RESNICK, Ilyse; RODRIGUES, Jéssica; HANSEN, Nicole; DYSON, Nancy. **Estudo longitudinal de Delaware sobre aprendizagem de frações: Implicações para ajudar crianças com dificuldades matemáticas**. *Jornal de dificuldades de aprendizagem*, v. 50, n. 6, pág. 621-630, 2016.

KIEREN, Thomas Ervin. **Conhecimento pessoal de números racionais: seu desenvolvimento intuitivo e formal**. In: *Conceitos e operações numéricas no ensino fundamental*. J. Hiebert; M. Behr (Eds.). Hillsdale, Reston, VA: NCTM; Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum. 1988, p. 162-181.

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Marina Andrade. **Fundamentos de metodologia científica**. 8. ed. São Paulo: Atlas, 2017.

LANDIM, Evanilson; MORAIS, Maria das Dores de. **Análise praxeológica da abordagem de frações em um livro didático do 4º ano do ensino fundamental**. *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, [s.l.], v. 21, n. 5, p.555-565, 6 nov. 2019.

LOPES, Antonio José. **O que nossos alunos podem estar deixando de aprender sobre frações quando tentamos lhes ensinar frações**. *Bolema*, Rio Claro, v. 21, n. 31, p. 1-22, dez. 2008.

LOPES, Roberto Nogueira de Sousa; BARBOSA, Edelweis José Tavares. **Relações Praxeológicas do Professor e do seu Livro Didático: Implicações na Transposição dos múltiplos conceitos das frações**. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, v. 11, n. 25, p. 363-388, 2022.

MANDARINO, Mônica Cerbella Freire. **Coleção Explorando o Ensino**. P. 95-137. 2010.

MELO, Igor Augusto Sampaio da Costa; ANDRADE, Pedro Henrique Freitas. **Análise de erros em questões de adição e subtração com frações**. *Revista WEB-MAT*, v. 1, n. 1, p. 51-60, 2014.

MONTEIRO, Alexandre Branco; GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira. **Dificuldades na aprendizagem de frações: reflexões a partir de uma experiência utilizando testes adaptativos**. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, v. 7, n. 2, p. 103-135, 2014.

MOHER, Davi; LIBERATI, Alessandro; TETZLAFF, Jennifer; ALTMAN, Douglas. **Itens de relato preferidos para revisões sistemáticas e meta-análises: declaração PRISMA**. *PLoS Med*, v. 6, n. 7, p. 264-269, 2009.

NETO, Erivaldo Gumerindo de Sousa; SILVA, Giselly de Oliveira; FILHA, Aguinalda Alves Teixeira; DA SILVA, Dávisson Falcão; BEZERRA, Luis Rodrigo Dandrada. **Dificuldades encontradas na resolução de situações-problemas com números fracionários.** VIII EPBEM - SBEM PB, 2014.

PANTZIARA, Marilena; PHILIPPOU, George. **Níveis de "concepção" de frações dos alunos.** *Estudos Educacionais em Matemática*, v. 79, p. 61-83, 2012.

NICOLAOU, Aristoklis A; PITTA-PANTAZI, Demetra. **Níveis hierárquicos de habilidades que constituem a compreensão da fração no ensino fundamental.** *Revista Internacional de Educação em Ciências e Matemática*, v. 14, p. 757-776, 2014.

ROTH, Elizangela; COSTA, José Roberto. **FRAÇÕES E ANÁLISE DE ERROS: uma nova perspectiva para a sala de aula.** O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, p. 99, 2016.

RUBENS, André; FERNANDES, Inocêncio. **Uma discussão sobre as dificuldades dos alunos do 7º ano na compreensão do conceito de fração e suas operações.** 2013.

SANTANA, Neide; PALIS, Gilda de La Rocque; NEVES, Maria Aparecida Campos Mamede. **Transpondo obstáculos: da Aritmética para a Álgebra.** *Zetetike*, v. 21, n. 1, p. 169-196, 2013.

DA FONSECA, Simone Silva; DOS SANTOS, Renata. **Dificuldades dos alunos do 7º ano do Ensino Fundamental em Aprender Fração.** *Revista Insignare Scientia-RIS*, v. 2, n. 1, p. 50-66, 2019.

SILVA, Maria José Ferreira da; ALMOULOU, Saddo Ag. **As operações com números racionais e seus significados a partir da concepção parte-todo.** *Boletim de Educação Matemática*, v. 21, n. 31, p. 55-78, 2008.

SILVA, Maria José Ferreira da. **Investigando saberes de professores do Ensino Fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série.** 2015. 302 f. Tese (Doutorado) - Curso de Educação Matemática, Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

Submetido em: 26 de maio de 2023.

Aceito em: 25 de fevereiro de 2024.