



Reflexões sobre a Realidade em uma Atividade de Modelagem Matemática

Reflections about Reality in a Mathematical Modelling Activity

Michele Regiane Dias Veronez¹

Gabriele Granada Veleda²

Resumo

As discussões sobre realidade em Modelagem Matemática trazidas neste artigo se baseiam nas argumentações propostas por Negrelli (2008) no que se refere à subdivisão de realidade em realidade inicial e realidade intermediária. A caracterização de Modelagem Matemática assumida tem como foco o estudo de uma situação oriunda da realidade e, nesse sentido, a atividade de modelagem matemática ocorre quando se busca retratar tal realidade, compreendê-la e, talvez, nela interferir, por meio de conhecimentos matemáticos. A fim de compreender como um grupo de alunos de um curso de licenciatura em Matemática lidou com a situação da realidade em uma atividade de modelagem matemática, apresenta-se os recortes que eles fizeram com vistas a encontrar uma solução para o problema advindo da realidade em estudo. Os resultados sinalizam que os recortes adotados pelos alunos influenciaram na construção de uma realidade intermediária que permitiu responder ao problema da realidade inicial.

Palavras-chave: Educação Matemática, Modelagem Matemática, Realidade Inicial, Realidade Intermediária, Modelo Matemático.

Abstract

In this paper, we present and discuss Negrelli's (2008) argumentations about reality in Mathematical Modelling. According to her, in mathematical modelling activities reality is liable of being divided in initial reality and intermediary reality. We understand Mathematical Modelling focuses on study of a situation from reality, in that regard, mathematical modelling activity occurs when someone needs represent, understand and maybe, intervene in reality, using mathematical knowledge. To understand how a student's group, future teachers of Mathematics, worked with a reality situation in mathematical modelling activity, we present which choices students did from reality situation. Results indicate that student's choices influenced to construct an intermediary reality; this intermediary reality allowed students respond the initial reality's problem.

¹ Professora Adjunta da UNESPAR – Universidade Estadual do Paraná – Campus de União da Vitória e professora colaboradora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Estadual do Centro-Oeste do Paraná – UNICENTRO. miredias@gmail.com

² Professora Assistente da UNESPAR – Universidade Estadual do Paraná – Campus de União da Vitória. gabi.granada@gmail.com

Keywords: Mathematics Education, Mathematical Modelling, Initial Reality, Intermediate Reality, Mathematical Model.

Introdução

Uma atividade de modelagem matemática, de modo geral, parte de um problema da realidade, sendo que na busca por soluções para esse problema utiliza-se conhecimentos matemáticos. Todavia, algumas questões podem emergir, por exemplo: De que modo olhar para a realidade em uma atividade de modelagem matemática? Pode essa realidade ser traduzida em linguagem matemática? Como o modelo matemático (cor)responde a tal realidade?

Pautado em questões como essas, busca-se, neste artigo, compreender como um grupo de alunos de um curso de licenciatura em Matemática lidou com uma situação da realidade em uma atividade de modelagem matemática que tinha como tema o resfriamento de uma cerveja em lata.

Neste trabalho, tomamos o conceito de realidade no sentido de mundo, mas não o mundo cartesiano, que tem sua existência em si, totalmente separada do humano. Trata-se do mundo entendido como horizonte de relações na qual vivemos e nos situamos (BEAN, 2007).

Assumindo que no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática a transição de uma situação inicial (problemática da realidade) para uma situação final (solução para a situação inicial) tem caráter subjetivo, a realidade pode ser tratada e representada de diferentes maneiras. Porém, neste trabalho, é adotada a caracterização de Negrelli (2008) acerca da realidade em Modelagem Matemática, a qual é dividida em duas: realidade inicial e realidade intermediária.

Após argumentar sobre a Modelagem Matemática na Educação Matemática e apresentar a compreensão de Negrelli (2008) acerca da realidade em atividades de modelagem matemática, são analisados os registros escritos de um grupo de alunos à luz da realidade inicial e da realidade intermediária. Essa análise é realizada com o intuito de compreender como esses alunos lidaram com a situação da realidade em estudo quando buscavam determinar o tempo que a lata de cerveja deve ficar no interior de um congelador para atingir o resfriamento desejado.

Por fim, são apresentadas algumas reflexões sobre os recortes feitos pelos alunos na tentativa de responder ao problema que originou a atividade de modelagem matemática, sublinhando-se como os conceitos de realidade inicial e realidade intermediária estão relacionados com as fases da Modelagem Matemática na Educação Matemática.

O cenário de investigação e os aspectos metodológicos

Em convergência com o propósito de gerar compreensões sobre o envolvimento dos alunos em uma atividade de modelagem matemática, este estudo apresenta características de uma investigação de natureza qualitativa (ALVES-MAZZOTI, 1998; BOGDAN & BIKLEN, 2010).

A coleta de dados segue orientações de Bogdan e Biklen (2010), uma vez que o ambiente natural é a sala de aula e os dados coletados são em forma de palavras ou imagens. Tal coleta acontece nas aulas da disciplina de Introdução à Modelagem Matemática ofertada na quarta série de um curso de Licenciatura em Matemática e os dados analisados são os registros escritos produzidos pelos alunos durante o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática e o relatório final entregue à professora da disciplina, uma das autoras deste texto.

Para a análise consideramos que “os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos” (BOGDAN & BIKLEN, 2010, p. 50). Logo, analisamos os dados de forma indutiva, na tentativa de construir abstrações, com foco no nosso objetivo de estudo. Isso nos possibilitou gerar interpretações à medida que os dados coletados foram sendo agrupados.

Sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática

Há indícios de que o termo “Modelagem Matemática” foi utilizado no início do século XX na literatura de Engenharia e de Ciências Econômicas com o sentido de descrever, formular, modelar e resolver um problema de alguma área do conhecimento (VIEIRA; CALDEIRA, 2008). Essa caracterização se assemelha à forma como a Modelagem Matemática é assumida na Matemática Aplicada: um método de pesquisa que procura associar a uma realidade um modelo matemático, com a finalidade de entender, propor e resolver problemas a ela relacionados (BASSANEZZI, 2002). Segundo Lesh, Carmona e Hjalmarson (2006), modelos matemáticos são modelos elaborados com o intuito de representar situações da realidade expressos por meio de uma linguagem ou uma estrutura matemática.

Embora a Modelagem Matemática tenha suas origens na Matemática Aplicada e, portanto, carrega consigo algumas características desse contexto, adequações no que se refere

ao desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática foram propostas no âmbito da Educação Matemática a fim de que ela pudesse atender aos interesses educacionais.

Olhar para a Modelagem Matemática na Educação Matemática significa ter de reconhecer suas potencialidades e limites, tanto concernente ao professor quanto ao aluno, já que seus objetivos têm dimensões distintas do contexto da Matemática Aplicada. Enquanto na Matemática Aplicada o objetivo é encontrar uma resposta para o problema da realidade, considerando o máximo de informações e dados desta, na Educação Matemática, a Modelagem Matemática vem como uma possibilidade de discutir conceitos matemáticos com foco na situação da realidade e, ao mesmo tempo, discutir sobre tal realidade por meio de conceitos matemáticos, visando uma formação para a cidadania. Dito de outra forma, por meio dos modelos matemáticos é possível compreender uma situação de interesse da realidade e, muitas vezes, agir sobre ela. No contexto de sala de aula, a Modelagem Matemática viabiliza que o aluno transite entre as ferramentas matemáticas e a situação em estudo. A análise sobre o modelo matemático obtido, com referência à problemática, leva o aluno a avaliar se seus encaminhamentos fazem sentido e, em caso afirmativo, o conduz a pensar sobre como o modelo trata a realidade em foco.

Nossa compreensão de Modelagem Matemática na Educação Matemática, portanto, está ancorada no princípio de que ela é uma atividade humana e que o processo para transitar da situação inicial (problemática da realidade) para a situação final (que representa uma solução para a situação inicial) perpassa por quatro fases, de modo que cada uma delas pressupõem distintas ações por parte do aluno (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

Na busca por encontrar uma solução para a situação investigada primeiramente é necessário que os alunos se informem sobre o tema, ou seja, busquem informações e dados que os auxiliem a compreender e tomarem ciência da situação em estudo. Essas ações são desenvolvidas na primeira fase, a qual Almeida, Silva e Vertuan (2012) denominam inteiração. A segunda fase da Modelagem Matemática na Educação Matemática sugerida por esses autores é a matematização e as principais ações dos alunos nessa fase são o reconhecimento dos aspectos matemáticos do problema, a seleção de variáveis e a formulação de hipóteses. Nesta fase do trabalho podem ocorrer simplificações a fim de que seja possível abordar o problema por meio de estruturas matemáticas e, assim, conduzir à próxima fase, denotada resolução (ALMEIDA, SILVA, VERTUAN; 2012). Nessa fase os alunos formulam um modelo matemático que represente a situação em estudo para, a partir desse modelo, buscar soluções.

Analisar e interpretar essas soluções à luz da realidade são as ações da última fase da Modelagem Matemática, denotada interpretação de resultados e validação (ALMEIDA, SILVA, VERTUAN; 2012). As fases que caracterizam uma atividade de modelagem matemática e o que é esperado nelas está ilustrado na Figura 1.



Figura 1 – Fases de uma atividade de modelagem matemática

Fonte: Adaptado de Almeida, Silva e Vertuan (2012, p.15)

A utilização da Modelagem Matemática em sala de aula muitas vezes é considerada como próxima da aplicação da Matemática, embora, em âmbito internacional, não se assume essa equivalência. Blum e Niss (1991), por exemplo, fazem questão de distinguir aplicações da Matemática e Modelagem Matemática tanto no que se refere ao ponto de partida da atividade quanto em relação ao seu enfoque. Isto é, as aplicações não partem, necessariamente, de problemas relacionados à realidade e, no que concerne ao enfoque, a Modelagem Matemática permite a introdução de novos conceitos e conteúdos matemáticos, ou seja, visa o ensino, enquanto que as aplicações visam a reprodução de técnicas e cálculos. Nacionalmente, na visão de Bean (2007), as direções acima mencionadas fundamentam-se na dicotomia realidade-matemática e, portanto, desconsideram que tanto a Modelagem Matemática quanto as aplicações de Matemática envolvem uma interação dialética entre as situações da realidade e a linguagem matemática. Para esse autor, a distinção entre ambas se encontra nos processos de aplicar e modelar.

Ao olhar para a modelagem matemática e para a aplicação da matemática, de forma geral, constatamos que ambas partem da realidade, isto é, da nossa interação com o mundo. Além disso, ambas partem de situações problemáticas, sendo que a matemática é considerada uma linguagem promissora, capaz de conceituar essas situações e, desse modo, encaminhar soluções. Entendo que o efeito ou objetivo, no caso da aplicação ou utilização de modelos vigentes, é a reprodução da realidade e, no caso da modelagem, a transformação da realidade (BEAN, 2007 p. 39).

Considerando esses dois efeitos, o autor explica que

a aplicação reproduz a realidade por utilizar modelos vigentes nos quais os recortes, hipóteses e premissas tradicionais se adequam ao que está estabelecido a respeito de fenômenos, a modelagem, por sua vez, reconceitualiza e muda a compreensão de fenômenos, ou transforma o enfoque desse entendimento, fundamentando-se em novas hipóteses, premissas ou recortes e transformando o modo como compreendemos e interagimos com o mundo, ou seja, transforma a realidade (BEAN, 2007, p.42).

Neste trabalho também entendemos que a Modelagem Matemática se aproxima a esse “transformar a realidade”, principalmente no sentido de considerar que o modelo matemático obtido não somente descreve ou retrata a situação em estudo em linguagem matemática; ele também permite a obtenção de uma resposta ao problema por meio de interpretações com um olhar atento e cuidadoso. De modo geral, um modelo matemático possui certo grau de generalidade, podendo, inclusive, sugerir um olhar para a situação da realidade para além daquele segundo o qual fora construído. Identificar aspectos da realidade em uma atividade de modelagem matemática nos remete às conceitualizações de realidade proposta por Negrelli (2008).

Uma compreensão de realidade na Modelagem Matemática na Educação Matemática: a realidade inicial e a realidade intermediária

Começemos por compreender o que é realidade. Ao procurar por este vocábulo no dicionário eletrônico Houaiss, encontramos o seguinte: 1) qualidade ou característica do que é real; 2) o que realmente existe; fato real; verdade, e 3) o conjunto das coisas e fatos reais. No dicionário filosófico temos que realidade é característica do que é real; o que é real (RUSS, 1994).

O vocábulo real, que aparece nas definições de realidade, pode ser utilizado como adjetivo ou substantivo. Como adjetivo, o dicionário eletrônico Houaiss define real como relativo ao que é concreto; que existe realmente; que não é falso; genuíno. No dicionário filosófico encontramos que real diz respeito ao “que é dado e não é somente um estado imaginário” (RUSS, 1994, p. 246). Como substantivo, o dicionário eletrônico Houaiss denota real como fato verdadeiro; que existe de fato, relativo aos bens e não às pessoas, e o dicionário filosófico, define como “as coisas mesmas; o que é; conjunto das coisas” (RUSS, 1994, p. 246). Berger e Luckmann (2008) salientam que definir o que é realidade, científica ou filosoficamente, não esgota o que é real.

Explorando esse entendimento acerca da realidade, Negrelli (2008) apresenta uma interpretação para a realidade na Modelagem Matemática. Tomando como foco a realidade que subjaz o problema, a autora aponta que ela é passível de ser dividida em duas, denominadas de realidade inicial e realidade intermediária. Essa distinção é feita baseada na seguinte compreensão:

a modelagem matemática pode ser entendida como um recurso epistemológico se assumirmos a máxima de que só é possível conhecer através de uma representação. A representação pressupõe uma ideia, uma imagem do objeto que deve conter uma semelhança com o mesmo. Representar significa, do ponto de vista epistemológico, ser aquilo por meio do que se conhece alguma coisa (NEGRELLI, 2008, p.13).

A realidade inicial, para Negrelli (2008), é a realidade dada ao aluno, considerada existente independente dele, composta por elementos de natureza social, física, econômica etc. Esta realidade está associada à identificação do problema que se pretende estudar. Emprestando a denominação situação inicial de Almeida, Silva e Vertuan (2012), podemos dizer que a realidade inicial está diretamente relacionada com a situação inicial (ou problemática).

Já a realidade intermediária é construída pelo aluno, criada com base na relação estruturada dos elementos possíveis de serem captados por ele. Esta realidade está relacionada com as informações coletadas e selecionadas pelo aluno, ou seja, a realidade intermediária começa a ser construída desde a primeira fase da Modelagem Matemática na Educação Matemática proposta por Almeida, Silva e Vertuan (2012), a inteiração.

A realidade intermediária é formada pela apreensão de parte da realidade inicial e, segundo Negrelli (2008), “possui alguma correspondência com a realidade da qual se partiu, porém funciona segundo regras que nela podem ser válidas ou não” (p. 40-41). Ainda, para essa autora, “o que nos é dado a conhecer é a realidade intermediária, ou seja, uma representação da realidade inicial que é o próprio objeto do conhecimento” (p. 13). Dada essa aproximação entre a realidade inicial e a realidade intermediária, os problemas a serem resolvidos em cada uma delas podem ser diferentes, já que o problema da realidade inicial é expresso em linguagem natural e o problema da realidade intermediária é expresso em linguagem matemática. Desse modo, as ações dos alunos nas fases de matematização e resolução (selecionar variáveis, formular hipóteses, elaborar um modelo matemático para representar a situação inicial e buscar soluções para essa situação por meio do modelo), são ações com referência à realidade intermediária, pois levam em consideração os dados e informações consideradas pelo aluno como relevantes para resolver o problema. Assim, a realidade intermediária está relacionada

com as três primeiras fases da Modelagem Matemática proposta por Almeida, Silva e Vertuan (2012).

As ações dos alunos na quarta fase da Modelagem Matemática, denominada interpretação de resultados e validação, são ações que levam em consideração a realidade inicial, uma vez que os alunos devem avaliar se as respostas sugeridas pelo modelo matemático fazem sentido no contexto do qual emergiu a situação problema, contexto este que existe independente dos alunos.

A Figura 2 ilustra as relações estabelecidas entre as realidades abordadas por Negrelli (2008) e as fases da Modelagem Matemática na Educação Matemática apresentadas por Almeida, Silva e Vertuan (2012).

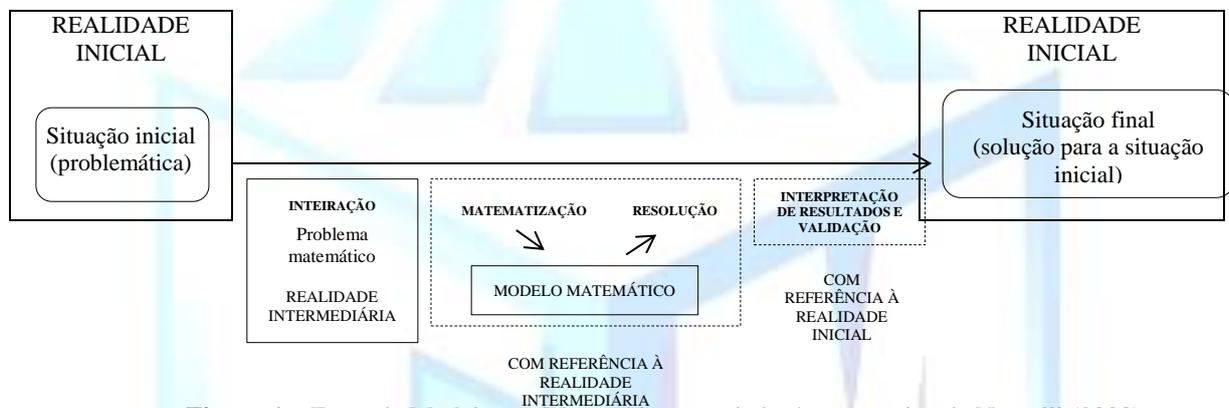


Figura 1 – Fases da Modelagem Matemática associadas à perspectiva de Negrelli (2008)

Fonte: Autores

Nesse esquema os retângulos com traço contínuo indicam que as ações dos alunos acontecem no contexto da realidade escolhida para estudar. Por outro lado, nos retângulos tracejados, as ações que os alunos realizam carregam aspectos da realidade (seja inicial ou intermediária). Esse tracejado indica que as ações têm referência a estas realidades.

Na transição da fase de matematização para a de resolução ocorre a elaboração do modelo matemático e é a partir desse modelo que é possível resolver o problema e, portanto, conduzir à interpretação de resultados e validação. O modelo matemático traz consigo as captações, as aproximações e os recortes feitos pelo modelador, ou seja, o modelo está relacionado com a realidade construída pelo modelador; a realidade intermediária.

Negrelli (2008) salienta que o modelo matemático pode não estar relacionado de forma satisfatória com a realidade inicial, isto é, a solução do problema da realidade intermediária pode não ser a solução do problema da realidade inicial, mas dado o caráter aproximativo do recorte, existe uma adequação empírica com o fenômeno estudado. Nesse sentido, faz-se

coerente o levantamento da seguinte questão: o modelo elaborado pelos alunos responde à realidade inicial?

A seguir, descrevemos uma atividade de modelagem matemática desenvolvida por um grupo de alunos de um curso de licenciatura em Matemática e buscamos, na análise desta, compreender como eles lidaram com a situação em estudo.

Resfriamento da cerveja em lata: uma análise sobre como os alunos lidaram com a realidade

A análise de como os alunos lidaram com a realidade na atividade de modelagem matemática com o tema “resfriamento da cerveja em lata” segue pautada nas interpretações dos registros produzidos pelos alunos. Tais registros compõem os relatórios de aula e a versão final da atividade de modelagem matemática por eles entregue a uma das autoras, naquela ocasião, professora deles. Para ilustrar tais análises, são apresentados fragmentos desses instrumentos, cujo papel é o de elucidar as interpretações das autoras.

Para o desenvolvimento dessa atividade de modelagem matemática os alunos levaram em consideração as informações contidas no Quadro 1.

<p>Muitas vezes tomamos cerveja acima da temperatura esperada, mas como saber qual é a temperatura ideal para beber a cerveja?</p>	<p>A cerveja é a segunda bebida mais consumida no mundo e talvez mais do que qualquer outra, incorporou-se à cultura brasileira, cruzando todas as regiões e todas as classes sociais.</p>
<p><i>Trecho do Relatório 1</i></p>	<p>A cerveja consumida no Brasil é principalmente a do tipo larger ou pilsen, que por ser mais leve, pode ser bebida mais fria, sendo dessa forma adequada ao calor.</p>
<p>A cerveja precisa ficar um tempo no congelador para resfriar e alcançar uma temperatura considerada boa para seu consumo.</p>	<p><i>Trecho do Relatório 1</i></p>
<p><i>Trecho do Relatório 2</i></p>	<p>A partir de análises bibliográficas e testes realizados, constatamos que a cerveja congela à temperatura de $-2,5^{\circ}\text{C}$ e que quando consumida abaixo de 2°C tira a sensibilidade das papilas gustativas, diminuindo a sensação de aroma e sabor. Portanto, consideraremos que a temperatura ideal para o consumo da cerveja do tipo larger ou pilsen é de 2°C.</p>
<p><i>Trecho do Relatório 3</i></p>	

Quadro 1 – Informações coletadas pelos alunos

Fonte: Autores

De posse destas informações, o problema proposto por eles consistia em determinar o tempo que a lata de cerveja deveria ficar em resfriamento para alcançar a temperatura considerada ideal para consumo (problema da realidade inicial). Sendo assim, a realidade inicial, que segundo Negrelli (2008) é composta por elementos existentes independentemente do aluno, é a lata de cerveja na temperatura ambiente, o congelador em temperatura constante e os resultados da pesquisa realizada pelos alunos acerca da temperatura da cerveja.

Para determinar esse tempo “ideal”, os alunos buscaram informações acerca da realidade inicial, ou seja, vivenciaram a fase inteiração, e selecionaram os seguintes elementos para construir a realidade intermediária: a temperatura ideal para se beber a cerveja (2°C), um congelador que mantém a temperatura interna constante ($-3,5^{\circ}\text{C}$) e a temperatura inicial da cerveja (23°C). A partir desse recorte, os alunos passaram à fase da matematização, na qual as ações dos alunos têm referência à realidade intermediária, pois as informações selecionadas para construir essa realidade subjazem as hipóteses elaboradas. Nesse sentido, os alunos optaram por realizar um experimento que consistia em monitorar a temperatura da cerveja em lata dentro do congelador conforme o passar do tempo. Os resultados obtidos estão apresentados na Tabela 1.

Tempo (min)	Temperatura($^{\circ}\text{C}$)	Tempo (min)	Temperatura($^{\circ}\text{C}$)
0	23	70	3,3
10	22,3	80	0,5
20	19,6	90	-2,4
30	17,5	100	-3,3
40	14,3	110	-3,5
50	10,5	120	-3,5
60	7,5		

Tabela 1 – Dados coletados a partir de uma lata de cerveja no congelador.

Fonte: Trabalho de Modelagem Matemática dos alunos

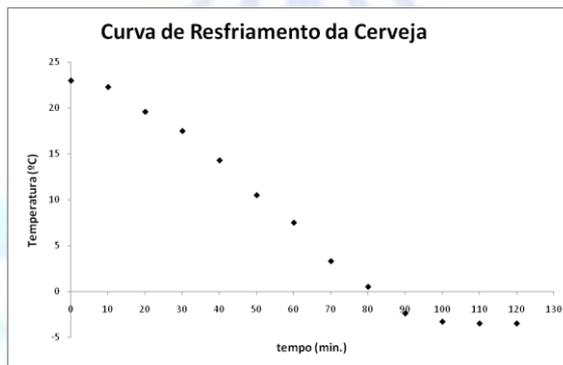
Do mesmo modo que a realidade inicial foi adaptada, constituindo-se uma realidade intermediária, o problema da realidade inicial foi reformulado em termos matemáticos: encontrar uma função que relacionasse as variáveis temperatura da cerveja em lata e o tempo que a lata deve ser mantida no congelador. Este é um problema relacionado com os dados selecionados, ou seja, é um problema da realidade intermediária.

Com os dados obtidos no experimento, os alunos passaram à fase da matematização. Nessa fase eles optaram por utilizar o programa computacional Curve para analisar o comportamento dos dados. Esse programa realiza, a partir da entrada dos pontos e de alguns comandos específicos, ajustes de curvas e disponibiliza suas respectivas leis de formação.

Sendo assim, os alunos puderam escolher, dentre as curvas que o programa disponibilizou, aquela que melhor se ajustou aos valores obtidos no experimento. Para a resolução do problema proposto, eles consideraram a função polinomial (Figura 3) como um modelo matemático para a situação e fizeram aproximações nas casas decimais dos números (parâmetros da função) fornecidos pelo programa.

A partir dos dados experimentais e da utilização de um software conseguimos a seguinte representação gráfica.

Resfriamento da cerveja em função do tempo



Analisando o comportamento dos pontos percebemos que se pode realizar um ajuste polinomial. Realizando uma interpolação polinomial encontramos a seguinte função:

$$f(x) = 0,00004x^3 - 0,006x^2 - 0,041x + 23,02$$

Figura 2 – Encaminhamentos dos alunos na resolução do problema

Fonte: Trabalho de Modelagem Matemática dos alunos

Na fase resolução, antes de calcularem para quais valores de x tem-se $f(x) = 2$, os alunos tiveram a preocupação de verificar se os valores fornecidos pelo modelo correspondiam aos dados observados no experimento. Nas suas considerações, os alunos assumiram que o modelo matemático encontrado $f(x) = 0,00004x^3 - 0,006x^2 - 0,041x + 23,02$ responde à pergunta esboçada por eles.

De fato, esse modelo responde à pergunta da realidade intermediária, pois representa uma relação entre o tempo que a lata de cerveja fica no interior do congelador (x) e a sua temperatura ($f(x)$). Segundo Negrelli (2008), para que a solução sugerida por um modelo matemático seja também aceita como solução para o problema da realidade inicial é necessária uma adequação empírica, sendo assim, cabe ao aluno verificar se a solução fornecida pelo modelo faz sentido para o problema da realidade inicial.

Nessa atividade, a adequação empírica, que corresponde à fase interpretação dos resultados e validação, foi feita em dois momentos (Figura 3). Primeiro os alunos fizeram uma comparação entre os dados obtidos no experimento e os valores fornecidos pelo modelo

matemático com vistas a avaliar se o modelo era aceitável. Depois, eles analisaram as soluções apontadas pelo modelo remetendo-se à realidade inicial, concluindo que apenas uma das três soluções respondia ao problema da realidade inicial.

Para a validação da função obtida em relação aos dados experimentais, calculamos o coeficiente de correlação e verificamos que a qualidade do ajuste é satisfatória.

Adotando 2°C como a temperatura ideal para o consumo da cerveja, em que x é o tempo e $f(x)$ a temperatura, obtemos:

$$x_1 = 79,24 \text{ min} , x_2 = -55,48 \text{ min} \text{ e } x_3 = 116,20 \text{ min} .$$

Analisando os resultados obtidos concluímos que:

$x_3 = 116,20 \text{ min}$ não é válido como solução, pois não condiz com as leis da física. De acordo com a física a temperatura se manterá constante nesse tempo, portanto nunca chegará aos 2°C novamente.

$x_2 = -55,48 \text{ min}$ não é válido como solução, pois não se pode considerar, nessa situação, tempo negativo.

$x_1 = 79,24 \text{ min}$ pode ser aceito como solução.

Figura 3 – Encaminhamentos dos alunos na interpretação da solução
Fonte: Trabalho de Modelagem Matemática dos alunos

Um resumo sobre como os alunos lidaram com a realidade na atividade de modelagem matemática desenvolvida pode ser observado na

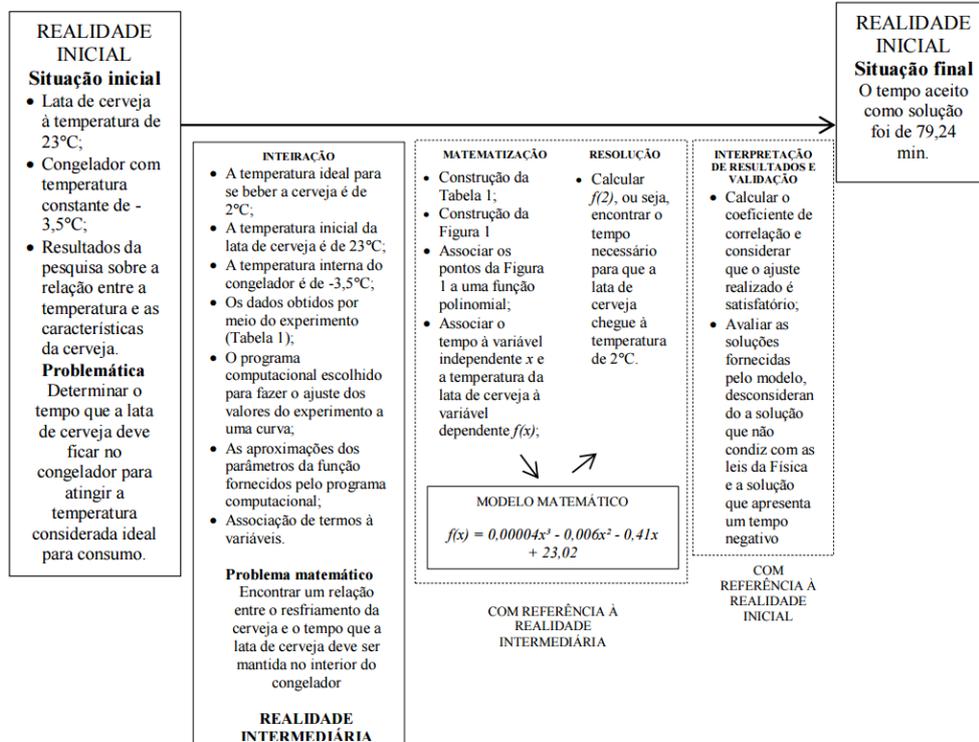


Figura 4.

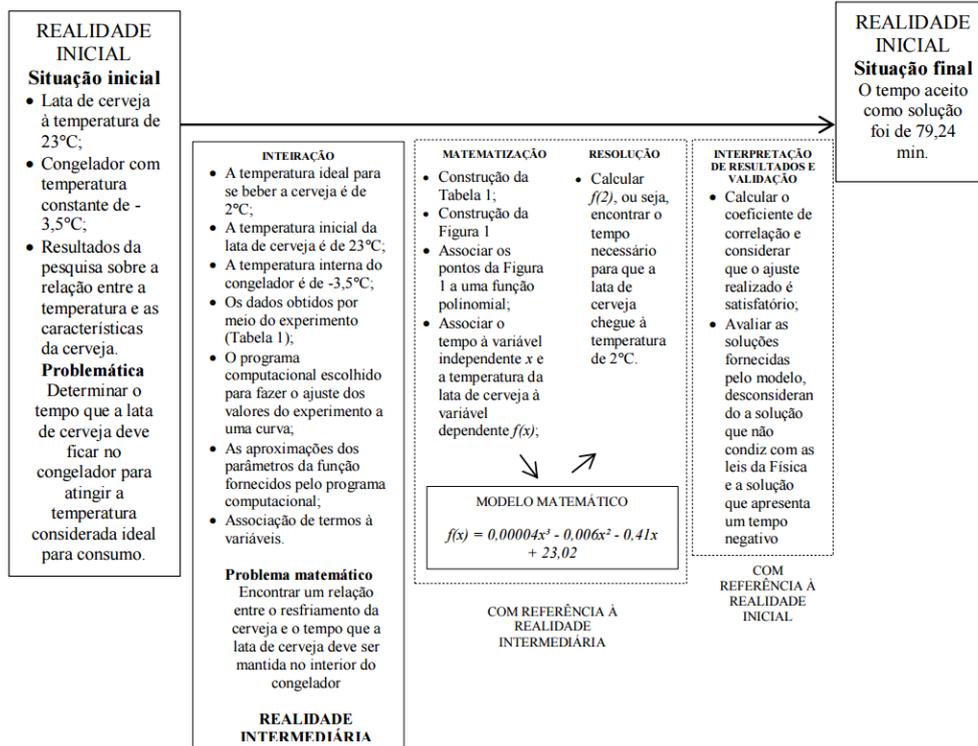


Figura 4– Encaminhamentos dos alunos durante a atividade de modelagem matemática

Fonte: Autores

Reflexões sobre como os alunos lidaram com a situação da realidade em uma atividade de modelagem matemática

Neste artigo defendemos que a Modelagem Matemática pode ser reconhecida como uma alternativa pedagógica. Assim, no contexto de sala de aula, o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática propicia uma compreensão de determinada situação da realidade por meio de um modelo matemático que a descreva ou a represente.

A interação com o mundo, entendido como realidade, envolve, além de ações, conceituações e modelos, entre eles, conceituações matemáticas e modelos matemáticos. Isto permite afirmar que existe uma relação dialética entre Matemática e realidade, vislumbrada na Modelagem Matemática. Nesse sentido, Negrelli (2008) defende que quando se trata da Modelagem Matemática, a realidade é passível de ser dividida em duas: realidade inicial, que traz aspectos independentes do homem, e a realidade intermediária, uma realidade construída a partir da seleção de alguns dados e informações da realidade inicial, considerados relevantes para a solução de determinado problema.

Considerando as colocações de Negrelli (2008), explicitamos como essas realidades (inicial e intermediária) estão relacionadas com as fases da Modelagem Matemática na Educação Matemática.

A partir da análise realizada, reforçamos os apontamentos de Negrelli (2008), uma vez que ao vivenciarem a fase inteiração, os alunos realizaram recortes e simplificações da situação inicial (realidade inicial), construindo, assim, uma realidade intermediária (Figura 5).

Dado que a realidade intermediária é construída a partir de decisões pessoais dos alunos, por vezes, os recortes realizados na fase inteiração acabam por simplificar demais a realidade inicial, o que pode implicar que a resposta obtida por meio do modelo matemático não permita interpretação na realidade inicial. Nesse sentido, se faz relevante investigar como os alunos lidam com a situação da realidade, o que leva a pergunta norteadora deste estudo: o modelo elaborado pelos alunos responde à realidade inicial?

Efetivamente, as respostas fornecidas pelo modelo elaborado pelos alunos satisfazem o problema da realidade intermediária (determinar quais valores de x tem-se $f(x)=0$). Ademais, reconhecemos que para responder ao problema da realidade inicial foi necessária uma adequação empírica, ou seja, uma interpretação das respostas sugeridas pelo modelo à luz da realidade inicial. Os valores numéricos encontrados foram analisados com referência à realidade, se remetendo aos conceitos físicos para justificar que a resposta que satisfaz o problema da realidade inicial é o tempo de 79,24 min (Figura 4).

Assim, sublinhamos que os encaminhamentos assumidos pelos alunos respondem ao problema da realidade inicial, ou seja, as soluções advindas do modelo matemático construído por eles fazem referência à realidade intermediária e, sobretudo, à realidade inicial.

Embora o problema da realidade inicial tenha sido respondido, cabe salientar que outros encaminhamentos poderiam conduzir a outros modelos matemáticos. Conforme os recortes realizados, as respostas obtidas a partir desses modelos poderiam, ou não, sugerir uma solução para o problema inicial, ou seja, fazer referência à realidade inicial.

A atividade de modelagem matemática analisada neste artigo traz à tona as caracterizações de realidade propostas por Negrelli (2008) quando os alunos, em uma situação inicial (realidade inicial), identificaram um problema de seu interesse e, na busca por resolver este problema, construíram uma nova realidade a partir de recortes da realidade inicial, emergindo, assim, uma realidade intermediária. Tal realidade remeteu à ação de reelaborar o problema inicial em termos matemáticos e, como decorrência, foi construído um modelo

matemático com referência a essa nova realidade. Os alunos também analisaram empiricamente as respostas fornecidas pelo modelo matemático com vistas a responder ao problema inicial, reforçando mais uma vez, o que defende Negrelli (2008): que as respostas fornecidas pelo modelo matemático podem, ou não, corresponder a soluções do problema inicial.

A análise descrita neste trabalho do modo como os alunos lidaram com a realidade que buscavam investigar é apenas um olhar para a situação em estudo e, portanto, configura-se como uma possível compreensão da situação com base nas realidades (inicial e intermediária) assumidas.

Referências

ALMEIDA, L. M. W. de; SILVA, K. A. P. da; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto. 2012.

ALVES-MAZZOTTI, A. J. O método nas ciências sociais. In: ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas Ciências Naturais e Sociais: Pesquisa Quantitativa e Qualitativa**. São Paulo: Pioneira, 1998.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto. 2002.

BLUM, W.; NISS, M. Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects– state, trends and issues in mathematical instruction. **Educational Studies in Mathematics**, v. 22, n. 1, p. 37-68, The Netherlands. 1991.

BEAN, D. Modelagem Matemática: uma mudança de base conceitual. In: Conferência Nacional sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática, 5. **Anais...** Ouro Preto, MG. 2007.

BERGER, P. L.; LUCKMANN, T. **A construção social da realidade: tratado de sociologia do conhecimento**. 28 ed. Trad. Floriano de Souza Fernandes. Petrópolis: Vozes, 2008.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. 12 ed. Porto: Porto, 2010.

LESH, R.; CARMONA, G.; HJALMARSON, M. Working group: models and modeling. In: PME-NA, 2006, Mérida. **Proceedings...**Mérida, pp. 1-4, 2006.

NEGRELLI, L. G. **Uma reconstrução epistemológica do processo de Modelagem Matemática para a Educação (em) Matemática**. Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Paraná. Curitiba. 2008.

RUSS, J. **Dicionário de filosofia**. Trad. Alberto Alonso Muñoz. São Paulo: Scipione, 1994.

VIEIRA, E. M.; CALDEIRA, A. D. Vertentes teóricas presentes nas produções científicas de modelagem matemática no cenário internacional: análise dos artigos publicados nas International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications – ICTMA books dos anos 2001 a 2007. In: Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, 12. **Anais...** Rio Claro, SP. 2008.

Submetido em junho de 2016

Aprovado em setembro de 2016

