

Modelagem na Educação Matemática: Aproximações com Educação Matemática de Higginson e os Paradigmas Emergentes e da Complexidade

*Dionísio Burak*¹

*Samuel Francisco Huf*²

*Laynara dos Reis Santos Zontini*³

*Marcio André Martins*⁴

RESUMO

Este artigo foca o tema Modelagem Matemática na concepção da Educação Matemática e investiga: Quais as aproximações entre a Educação Matemática e a Modelagem na Educação Matemática segundo a concepção de Burak? E, quais bases teóricas e epistemológicas constituem a Modelagem? O objetivo geral é explicitar os constructos científicos do tetraedro de Higginson, a configuração da Educação Matemática nessa perspectiva e as dimensões que a constituem, buscando as aproximações com a Modelagem. Trata-se de uma investigação do tipo bibliográfica de natureza qualitativa/interpretativa, a partir dos referenciais que versam sobre Educação Matemática e Modelagem. Os resultados apontam uma aproximação estreita entre as etapas da Modelagem e as dimensões da Educação Matemática, as quais são importantes no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, e a importância dos paradigmas Emergente e da Complexidade para sustentar os procedimentos e as práticas com a Modelagem na Educação Matemática.

PALAVRAS-CHAVE: Epistemologia da Complexidade; Dimensões da Educação Matemática; Pensamento complexo.

ABSTRACT

This article focuses on Mathematical Modeling in the conception of Mathematics Education and investigates: What are the approaches between Mathematics Education and Modeling in Mathematics Education according to Burak's concept? And what theoretical and epistemological bases constitute Modeling? The general objective is to explain the scientific constructs of Higginson's tetrahedron, the

¹ Universidade Estadual do Centro-Oeste. dioburak@yahoo.com.br. <https://orcid.org/0000-0002-1345-1113>

² Universidade Estadual do Centro-Oeste. samuelhuf@gmail.com. <https://orcid.org/0000-0002-5917-7746>

³ Instituto Federal do Paraná. laynara.zontini@ifpr.edu.br. <https://orcid.org/0000-0001-5850-1025>

⁴ Universidade Estadual do Centro-Oeste. mandre@unicentro.br. <https://orcid.org/0000-0002-7094-1215>



configuration of Mathematics Education in this perspective, and the dimensions that constitute it, seeking approximations with Modeling. This is a bibliographic investigation of a qualitative/interpretive nature, based on references that deal with Mathematics Education and Modeling. The results point to a close approximation between the stages of Modeling and the dimensions of Mathematics Education, which are important in the process of teaching and learning Mathematics, and the importance of emerging paradigms and Complexity to support procedures and practices with Modeling in Mathematics Education.

KEYWORDS: Epistemology of Complexity; Dimensions of Mathematics Education; Complex thinking.

Introdução

Ao longo das últimas quatro décadas, ou mais precisamente a partir do final dos anos de 1980, surge no cenário do ensino da Matemática, no Brasil, as expressões Educação Matemática, e Modelagem Matemática na concepção da Educação Matemática. Essas expressões se incorporaram de forma imprópria às terminologias Matemática e Modelagem Matemática.

As expressões Matemática e Educação Matemática, muitas vezes são tomadas como sinônimas, no entanto há diferenças, não sobre os métodos de se fazer a Matemática, mas sobre a natureza, o objeto e a metodologia. Além da preocupação com a maneira de abordar os processos de ensino e aprendizagem, principalmente no âmbito da Educação Básica.

Também as expressões Modelagem e Modelagem na Educação Matemática são mencionadas como se fossem análogas, no entanto, essas duas formas de nomeá-las possuem algo sinonímico, isto é, têm conotações diferentes. Assim, este artigo busca explicitar os constructos científicos do tetraedro de Higginson, a configuração da Educação Matemática nessa perspectiva e as dimensões que a constituem, buscando as aproximações com a Modelagem Matemática⁵.

Na busca por alcançar o objetivo elencado, desenvolvemos uma investigação do tipo bibliográfica de natureza qualitativa/interpretativa, a partir dos referenciais que versam sobre Educação Matemática e Modelagem. A seguir o texto apresenta o embasamento teórico sobre a Educação Matemática, na sequência a Modelagem na concepção da Educação Matemática e as considerações finais.

Educação Matemática

A expressão educação matemática começa a ser utilizada no Brasil, possivelmente a partir de um movimento denominado Educação Matemática,

⁵ Neste artigo utilizaremos a expressão Modelagem na Educação Matemática significando Modelagem Matemática na Educação Matemática, ou simplesmente Modelagem para diferenciar da Modelagem Matemática, originária da Matemática Aplicada.

sucedido na década de 1980, bem como a expressão educador matemático⁶. Na literatura da língua inglesa a expressão educação matemática é entendida como uma nova disciplina e o termo educadores matemáticos é um designativo para todos aqueles cujos fazeres tem relação com o ensino e aprendizagem da Matemática (Griffiths, H.B.; Howson, G.1974 *apud* Rius, 1989).

A Educação Matemática na concepção de Higginson (1980) consideramos que faz mais sentido do que a expressão Matemática, quando se trata do ensino de Matemática, principalmente no âmbito da Educação Básica, pois sua constituição envolve a área da Matemática além das disciplinas que são fundamentos da Educação. No início dos anos 80, Willian Higginson valendo de sua licença sabática⁷ realizou estudos na Universidade de Cambridge, a segunda universidade mais antiga ainda em funcionamento no país, fundada no ano de 1209.

Em seus estudos, após leituras e reflexões a partir de relatórios, livros e depoimentos neles contidos em relação à Matemática e seu ensino, Higginson (1980, p. 1) em relação à instrução programada vigente a sua época, questionou-se: “Por que isso, depois de mais de um quarto de milênio das viagens de Gulliver, que se deu em 1669, os educadores de matemática, ainda estão no estágio de busca da "composição" metodológica "apropriada". Diante dessa questão, Higginson (1980, p. 2) buscou explicitar três suposições em relação à natureza, objetivo e eficácia da educação matemática, pois servem de fundamentos para a continuidade do que se segue:

1. Alguns indivíduos como professores, escritores de currículos, formadores de professores e pesquisadores têm como parte de sua responsabilidade profissional as questões relacionadas ao conhecimento da Matemática, estes são os educadores matemáticos e a disciplina que abarca suas preocupações é a “educação matemática”.

2. O objetivo de um educador matemático é aperfeiçoar tanto intelectual como emocional a experiência da aprendizagem dos estudantes.

3. Para a maioria dos estudantes a experiência de aprendizagem não foi intelectualmente e nem emocionalmente satisfatória e também não os tornou mais competentes.

⁶ A expressão “educador matemático” é comumente utilizada nos EUA, para designar qualquer professor que ensina matemática.

⁷ É a licença por certo tempo, normalmente 01(ano), com vencimentos integrais, que pode ser concedida ao docente, após cumprir certo tempo de efetivo exercício, para que possa desenvolver, em outra instituição de ensino ou pesquisa, projetos de ensino, pesquisa e/ou extensão vinculado à sua área de conhecimento.

A partir dessas proposições e sendo elas consideradas adequadas é plausível admitir que os educadores matemáticos, ou educadores de matemática têm que contabilizar esse contexto, e uma questão se apresenta: Por que tantas crianças têm tanta dificuldade em aprender matemática? Diante dessa questão e fruto de suas reflexões e proposições sobre o contexto em estudo, o autor expressa que:

O fundamental para o que se segue é a convicção de que nós temos tido uma visão excessivamente estreita dos fatores que estão a influenciar a nossa disciplina. Não conseguimos criar qualquer grande, teoria ou metodologias em educação matemática em grande parte porque temos ignorado alguns aspectos essenciais de seus fundamentos (Higginson, 1980, p. 3).

Dessa forma, Higginson elabora um esboço de uma estrutura de Educação Matemática, constituída por quatro dimensões e que, ao compreender as relações estruturais entre essas dimensões sob a forma de um tetraedro, estaremos em melhor posição para entender de forma mais clara o que aconteceu e o que pode acontecer no futuro quando estudantes se depararem com a Matemática.

Ainda, para Higginson (1980, p. 4), qualquer concepção de Educação Matemática deve estar fundamentada na disciplina da Matemática. O autor reconhece que a Matemática é uma área que apresenta controvérsias, debates, no entanto, para o prosseguimento a questão que se coloca é: existe algo além de Matemática significativamente envolvida na educação matemática? Além disso, Higginson (1980) coloca que esta questão é a raiz de um dos mais graves problemas, a lacuna de incompreensão entre matemáticos e educadores de matemática, a percepção de que para alguns pesquisadores matemáticos nada além da matemática realmente conta na educação matemática.

A afirmação de Higginson está corroborada por Hardy⁸ (1925, p. 309) em Higginson (1980, p. 4) no contexto do seu discurso presidencial na Associação Matemática quando afirmou “há uma coisa apenas de atribuição primária que um professor deve fazer, um honesto tentar entender o assunto que ele ensina, bem como ele pode, e deve expor a verdade a seus alunos até os limites de sua paciência e capacidade”. A experiência educacional de Hardy consistiu dos dias de estudante em Winchester e Cambridge e também em posições de ensino em Cambridge e Oxford. Sua afirmação é o tipo de visão que promove sentimentos ruins entre os matemáticos

⁸ Godfrey Harold Hardy (nascido em 7 de fevereiro de 1877, falecido em 1 de dezembro de 1947) foi um matemático inglês. É conhecido principalmente na teoria dos números e análise matemática. De 1931 a 1942 foi Professor Sadleiriano de Matemática Pura na Universidade de Cambridge.

e educadores matemáticos, uma vez que aos olhos dos primeiros esses últimos são reduzidos a colegas menos produtivos.

Dessa forma, fica clara que a primeira dimensão da Educação Matemática é a Matemática. No entanto, outro matemático, Littlewood (1953) em Higginson (1980, p. 4), por exemplo, em suas lembranças de seu primeiro posto de ensino, observou que parte dos seus deveres era dar uma palestra aos alunos-professores sobre “Princípios da Matemática’, uma tarefa que ele descreveu como, um fracasso completo”. (Tradução nossa). A qualquer pessoa que não seja um pequeno grupo de matemáticos de clausura, no entanto, parece óbvio que existe uma segunda dimensão fundamental na Educação Matemática, a Psicológica.

Mesmo do ponto de vista conservador de Hardy, a importância das habilidades mentais e interesses dos indivíduos é indiretamente reconhecida. Acrescente-se ainda, que segundo Hardy “o professor deve ‘compreender’ tanto do assunto como ele pode e é reconhecido que os alunos têm limites à sua ‘paciência e capacidade”’. (Tradução nossa). (Hardy, apud Higginson, 1980, p. 4).

Recentemente, com maior aprofundamento dos estudos, segundo Higginson (1980), tem aumentado a consciência de muitas características matemáticas nos processos gerais de pensamento, isto significa que o crescimento do desenvolvimento cognitivo se tornou uma parte importante da Psicologia e um assunto de maior interesse dos educadores matemáticos. Portanto, pode-se afirmar que a batalha pelo reconhecimento de uma dimensão psicológica na educação matemática tem sido vencedora, para quase todos os fins, já há algum tempo.

Outro fator que Higginson (1980) observa é o reconhecimento do papel dos fatos sociais e culturais, mas esse é um processo que ainda está em andamento. Este reconhecimento está surgindo devido ao aumento da sensibilidade para a dinâmica interpessoal das salas de aula e o papel desempenhado pelas escolas. Outro fator que influencia de modo considerável o ensino da matemática é uma gama de tecnologia disponível

A maior parte do ensino e aprendizagem de matemática ocorre dentro dessas instituições complexas, que envolvem condições socioeconômicas e culturais distintas, e assim consideramos a Sociologia⁹, englobando as ciências sociais e culturais, como se constituindo a terceira dimensão presente no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Em síntese:

⁹ Higginson (1980, p. 4) utiliza o nome Sociologia para englobar as ciências sociais de modo geral.

A dimensão Psicológica da Educação Matemática preocupa-se principalmente com a forma como o indivíduo realiza tentativas de aprender matemática. A dimensão sócio-cultural lida com a influência de grupos de indivíduos e suas criações nesta experiência (Higginson, 1980, p. 4).

É com fundamento nesse entendimento que, para Higginson (1980), a função da linguagem passa a ser de muita relevância para a comunicação discursiva em aula. O argumento, segundo Higginson, é que a Educação Matemática tem suas raízes nas três áreas relativamente distintas a Matemática, a Psicologia e a “Sociologia” (representando um conjunto de “ciências sociais”). Embora possa parecer que as portas estão todas abertas para os avanços, Higginson (1980, p. 4) faz um alerta meritório que na Educação Matemática “ainda existe uma grande lacuna nos seus fundamentos e, é uma lacuna que é particularmente importante porque é tão pouco frequentemente reconhecida como tal”.

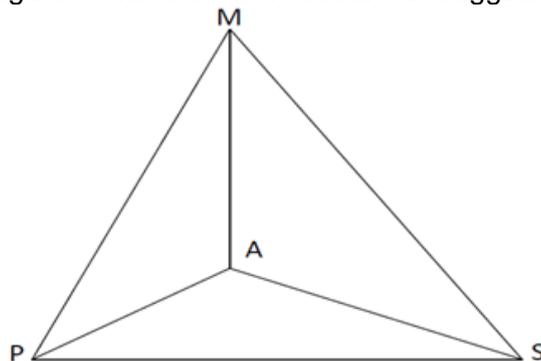
Além disso, considera que a atividade intelectual é baseada em algum conjunto de pressupostos de tipo filosófico quando expressa:

Os pressupostos particulares variam de disciplina para disciplina e entre indivíduos e grupos dentro de uma disciplina. Podem ser explicitamente reconhecidos ou apenas tacitamente, mas sempre existirão. Reduzidos à sua essência estes pressupostos lidam com preocupações tais como: a natureza do “conhecimento”, “ser”, “bom”, “beleza”, “propósito” e “valor”. Mais formalmente, temos, respectivamente, os campos de epistemologia, ontologia, ética, estética, teleologia e axiologia (Higginson, 1980, p. 4).

Dessa forma, o autor considera a Filosofia como sendo a quarta dimensão da Educação Matemática e mais formalmente, congrega, os campos de epistemologia, ontologia, ética, estética, teleologia e axiologia, que de modo geral representam as questões da verdade, certeza e coerência lógica. Para Higginson, assim como no campo da dimensão psicológica há na dimensão filosófica um campo particular que está intimamente interligado com as ideias matemáticas, é a área da epistemologia.

É neste contexto que apresentamos o tetraedro de Higginson denominado MAPS, ou o modelo que representa a estrutura da Educação Matemática, constituído pela Matemática, Filosofia, Psicologia e Sociologia, conforme Figura 1:

Figura 1 - Modelo do Tetraedro de Higginson



Fonte: Burak e Klüber (2008, p. 98).

De acordo com o Tetraedro MAPS, onde M=Matemática; A=Filosofia; P=Psicologia e S=Sociologia e, conforme Higginson (1980, p.5) “há várias maneiras pelas quais se pode visualizar as contribuições das quatro áreas fundamentais para a Educação Matemática”. Além disso, para o autor, o fato de ser representado pelo tetraedro pode ser uma forma de perceber rapidamente a alegação de que as quatro áreas fundamentais são, não somente necessárias, mas também suficientes para determinar a natureza da Educação Matemática.

Voltando à consideração do próprio modelo, observamos que se pode acentuar o seu contínuo ou discreto. Sob um ponto de vista contínuo, pode-se postular a existência de algum ponto de otimização que varia com o Tempo.

A ideia nisso é que ao longo do tempo há significativas mudanças em todas as formas das dimensões constituintes; novo aparelho é inventado, mais matemática é criada, melhores entendimentos da psicologia humana e valores da sociedade são alcançados. Portanto, se no tempo t_1 a melhor combinação de M, A, P e S produziram uma posição ideal de p_1 em algum lugar em O, ponto interior do tetraedro, mais tarde, t_2 o ponto de otimização poderá ter mudado no interior de tetraedro (Higginson, 1980, p. 5).

Da afirmação do autor chega-se à compreensão de que a Educação Matemática não é estática, e que não há nenhuma educação matemática ideal para todos os lugares ou para todos os indivíduos de um mesmo lugar. Para Higginson (1980) isto significa que ela, a Educação Matemática, é dinâmica e que está aberta para receber outras áreas tais como a Linguagem e, ainda outras áreas que podem favorecer o processo de ensino e aprendizagem como a Antropologia que pertence às ciências sociais, mas que ajuda muito no processo de ensino e aprendizagem, a refletir sobre a dinâmica da sala de aula.

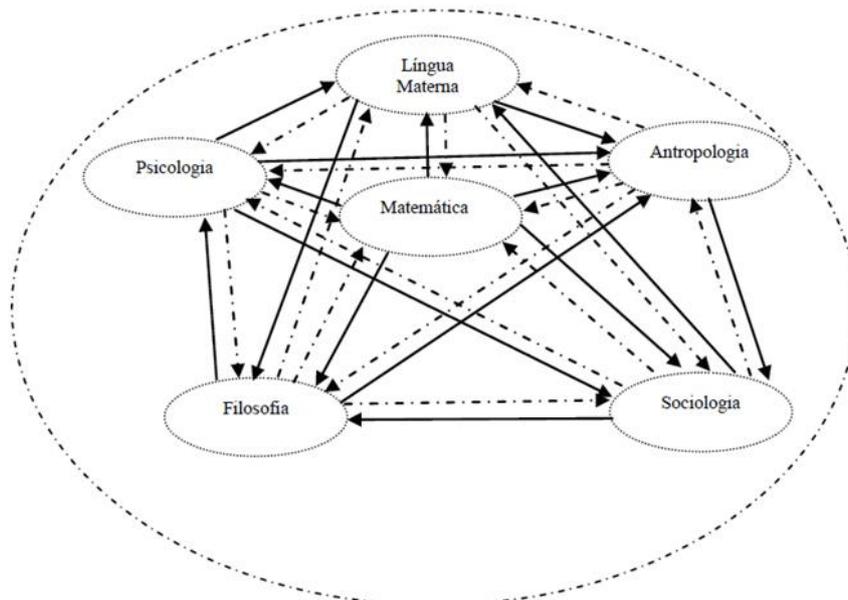
A linguagem natural e sua importância, para uma melhor compreensão dos estudantes, também é confirmada por Lorensatti (2009), pois um bom entendimento pode dar suporte aos estudantes na interpretação de problemas matemáticos, isso

quando eles estão familiarizados com a linguagem e os termos matemáticos, que em conjunto podem ajudá-los na resolução do problema em estudo. Como diz Stubbs (1987) em Menezes (2000, p. 179) “ensinar e aprender confundem-se com a própria comunicação. Neste sentido, reflectir (sic) sobre as práticas de sala de aula, em que a linguagem assume grande preponderância, parece plenamente sustentável”. Ainda segundo Menezes (2000, p. 179), “A linguagem é um aspecto central em todas as actividades (sic) humanas e em particular nas aulas”. Nesse entendimento, o autor vai além, expressando que a ligação entre linguagem e comunicação é evidente uma vez que a comunicação é a principal função da linguagem.

Para Oliveira (2007, p. 129) desde as reformas curriculares que marcaram a década de 1980, em todos os países, “o ensino de Matemática procura focalizar os saberes do aluno dando oportunidade para a criação dos seus próprios procedimentos, desenvolvimento do seu raciocínio, da criatividade, além de priorizar a aquisição e a comunicação da linguagem matemática.”

A importância dessas novas áreas que fazem parte das ciências sociais nos estudos de Burak e Klüber (2008), possibilitam uma nova configuração da Educação Matemática (Figura 2), em superação ao ideário geométrico do tetraedro MAPS (Higginson, 1980), com a adição da Linguagem e a Antropologia, que mesmo adaptada à educação, em situações de aulas, possibilitam ganhos no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Figura 2 - Nova configuração da Educação Matemática
Educação Matemática



Fonte: Burak e Klüber (2008, p. 98).

Esta nova configuração da Educação Matemática mostra as interações que se podem estabelecer entre as áreas que a constituem. Esta nova configuração expressa a relação da Matemática com as outras áreas da Educação e das Ciências Humanas e Sociais, então podemos inferir que a Educação Matemática é orientada pelas Ciências Naturais e pelas Ciências Sociais e Humanas. Pode-se mesmo dizer que nesse entendimento a Educação é a substantivação e Matemática é a adjetivação, portanto a Matemática dá qualidade a essa Educação e dessa forma pode promover novos enfoques, além de possibilidade de novas interações.

Isso possibilita tratar a Matemática em relação ao processo de ensino e aprendizagem em contextos que podem promover múltiplas interações entre as áreas que a constituem, as quais interagem de forma recíproca.

Modelagem na Concepção da Educação Matemática

A Modelagem na concepção da Educação Matemática, ou simplesmente Modelagem na Educação Matemática proposta por Burak (1992; 1998 e 2010) se constitui a concepção adotada, por nos identificarmos com as etapas para o desenvolvimento das práticas em sala de aula em consideração aos princípios que norteiam a prática. Essa concepção segue os pressupostos da Educação Matemática na concepção de Higginson. Além disso, tal concepção também está alinhada aos pressupostos da complexidade de Morin (2014), considerando que:

Edgar Morin leitura indispensável para todos aqueles que trabalham na e com Educação e que possuem preocupações referentes à produção do conhecimento multidimensional, a complexidade do

pensamento globalizante e a consciência reflexiva de si e do mundo, a partir da crítica e da reflexão transformadoras (Petraglia, 1995, p. 12).

Corroboramos com a ideia de que o ser humano vive a própria construção de sua identidade, que pressupõe “a liberdade e a autonomia, para tornar-se sujeito, a partir das dependências que alimenta, necessita ou tolera, como por exemplo, da família, da escola, da linguagem da cultura, da sociedade etc.” (Morin *apud* Petraglia, 1995, p. 60)

Assim, acrescenta-se às dimensões da Educação Matemática a concepção de Ciência proposta por Santos (2006) do paradigma emergente e a concepção de Ciência do pensamento complexo de Morin (2014). Consideramos a importância do Paradigma Emergente, em substituição ao paradigma moderno, conforme Santos (2006, p.17), iniciado com a revolução científica dos séculos XVI, “pelas mãos de Copérnico, Galileu e Newton começava a deixar os cálculos esotéricos dos seus cultores para se transformar no fermento de uma transformação técnica e social sem precedentes na história da humanidade”. Para Santos (2006), era uma fase de transição que deixava perplexos os espíritos mais atentos e os fazia refletir sobre as novas bases da sociedade em que viviam e também em relação ao impacto das oscilações a que iam estar sujeitos pela nova ordem científica.

Hoje, neste século XXI, somos todos protagonistas e produtos dessa nova ordem, testemunhos vivos das transformações que ela produziu, segundo Santos (2006). Mesmo decorrido mais de dois séculos e não sendo hoje o que éramos no início dos anos de 1985, data da publicação dessa edição, considera o autor que:

estamos de novo perplexos, perdemos a confiança epistemológica; instalou-se em nós uma sensação de perda irreparável tanto mais estranha quanto não sabemos ao certo o que estamos em vias de perder; admitimos mesmo, noutros momentos, que essa sensação de perda seja apenas cortina de medo atrás da qual se escondem as novas abundâncias da nossa vida individual e colectiva (sic) (Santos, 2006, p. 17).

Sob a égide desse novo paradigma denominado paradigma dominante, este modelo de racionalidade que preside à ciência moderna constituiu-se, a partir da revolução científica do século XVI e desenvolvido nos séculos seguintes basicamente no domínio das ciências naturais e:

no século XIX este modelo de racionalidade se estende às ciências sociais emergentes. A partir de então pode falar-se de um modelo global de racionalidade que admite variedade interna, mas que se distingue e defende, por via de fronteiras ostensivas e ostensivamente policiadas, de duas formas de conhecimento não científico (e, portanto, irracional) potencialmente perturbadoras e intrusas: o senso

comum e as chamadas humanas ou estudos humanísticos (Santos, 2006, p. 21).

A marcha desenfreada das sociedades e civilizações em busca de progresso e desenvolvimento da ciência, da razão e da técnica, culminou numa grande crise, que Morin (2014) considera hoje, planetária. Para Morin (1981) citado por Petraglia (2011, p. 73) parafraseando Antonio Negri, em relação a expressão crise expressa que: “A crise não é o contrário do desenvolvimento, mas a própria forma deste”.

Se por um lado, o desenvolvimento permitiu ao mundo moderno muitos feitos para o “conforto e bem-estar da humanidade, avião, telefone, eletrodomésticos, computador, etc.”. [...] e notar seus efeitos positivos nas mais diversas áreas como saúde, habitação, economia, política e educação, etc.”. (Petraglia, 1995, p. 64).

Por outro lado, Petraglia (1995) também considera necessário que se questione os efeitos colaterais produzido por esse desenvolvimento que tornou o ser humano de certa forma, uma espécie robotizada, individualista, egocêntrico e que gradativamente perde a noção de solidariedade. É neste contexto da crise e seus efeitos que o pensamento de Morin nos remete à reflexão da função da Educação e maneiras que ela pode contribuir para a superação da crise.

O saber atual, herança do século XIX, em que se buscava o desenvolvimento técnico e científico, com a valorização da especialização como único caminho para o progresso, em detrimento da unidade e da complexificação. Conforme Morin (1982), esses efeitos se refletem hoje na educação sob diversas formas permeando o currículo das nossas escolas.

As crianças aprendem a história, a geografia, a química e a física dentro de categorias isoladas, sem saber, ao mesmo tempo que a história sempre se situa dentro de espaços geográficos e que cada paisagem geográfica é fruto de uma história terrestre, sem saber que a química e a microfísica têm o mesmo objeto, porém em escalas diferentes. As crianças aprendem a conhecer os objetos isolando-os, quando seria preciso, também os recolocar em seu meio ambiente para melhor conhecê-los sabendo que todo ser vivo só pode ser conhecido na sua relação com o meio que o cerca, onde vai buscar energia e organização (Morin, 1982, p. 217)

Como decorrência, temos um currículo escolar que é mínimo e fragmentado. Não oferece, por meio de suas disciplinas, a visão do todo, seja do curso ou conhecimento uno, nem favorece a comunicação e o diálogo entre os saberes, o que não permite uma visão de conjunto e de globalização, aspectos que favorecem a aprendizagem.

A necessidade das relações das partes que integralizam o todo, se dá a partir da complexidade que se explica pelos múltiplos aspectos influentes no processo de

pensar. O pensamento não algo estático, indica movimento; e segundo Petraglia (1995, p. 69), “é este ir e vir que permite a criação e com ela a elaboração do conhecimento. É o que justifica o rompimento do sujeito com o pensamento, linear e reducionista, presente no paradigma da simplicidade, privilegiando na atualidade, o paradigma da complexidade”.

Com isso, a Modelagem na concepção da Educação Matemática parece ser uma forma de ruptura com o paradigma da ciência moderna, na medida em que absorve os fundamentos dos novos paradigmas denominados de emergente e da complexidade.

A Modelagem na concepção da Educação Matemática, segundo Burak (1992, 1998, 2010), vale-se de dois princípios, além de sugerir cinco etapas, não rígidas para o desenvolvimento das práticas com Modelagem. O primeiro princípio embasado no interesse e motivação, se fundamenta na Psicologia Cognitiva e nos estudos de Dewey¹⁰.

John Dewey (1859-1952) foi um pedagogo e filósofo norte-americano que exerceu grande influência no movimento de renovação da educação em várias partes do mundo. Dewey considerava a natureza como a realidade última e postulava uma teoria do conhecimento baseada na experimentação e na verificação, ideias que foram a origem da “Escola de Chicago”. Essa filosofia foi também a base de suas concepções sobre educação, que deveria concentrar-se nos interesses da criança e no desenvolvimento de todos os aspectos de sua personalidade.

Segundo Dewey (1902), em Santos e Cardozo (2019), seria errôneo cultivar as tendências e interesses das crianças “tais como são”. Uma educação eficaz requer que o educador explore as tendências e os interesses para orientar o educando até o ápice em todas as matérias, sejam elas científicas, históricas ou artísticas.

O segundo princípio diz respeito a maneira de se coletar os dados sobre o tema a ser tratado. O qual é enunciado como: os dados, sempre que possível, devem ser coletados no ambiente onde se dá o interesse do grupo ou dos grupos. Este princípio fundamenta-se no ponto de vista da Etnografia e envolve duas hipóteses sobre o comportamento Humano, são elas:

¹⁰ Os estudos de John Dewey constam do livro Democracia e Educação John Dewey (1859-1952) foi um pedagogo e filósofo norte-americano que exerceu grande influência no movimento de renovação da educação em várias partes do mundo. Disponível em: [https://www.ebiografia.com/john_dewey/#:~:text=John%20Dewey%20\(1859%2D1952\),na%20experim%20verifica%C3%A7%C3%A3o%20na%20verifica%C3%A7%C3%A3o](https://www.ebiografia.com/john_dewey/#:~:text=John%20Dewey%20(1859%2D1952),na%20experim%20verifica%C3%A7%C3%A3o%20na%20verifica%C3%A7%C3%A3o). Acesso em 20 de junho de 2023.

A hipótese naturalístico-ecológica que afirma ser o comportamento humano significativamente influenciado pelo contexto em que se situa e a hipótese qualitativo-fenomenológica, que afirma ser praticamente impossível entender o comportamento humano sem o quadro de referência dentro do qual os indivíduos interpretam seus pensamentos, sentimentos e ações (Wilson, 1977 *apud* Ludke; André, 1986, p. 15).

Além disso, outro fato determinante para se coletar os dados de uma investigação durante as práticas com Modelagem reside no fato de que para Wolcott (1975) em Lüdke e André (1986) o uso da Etnografia em Educação pode envolver uma preocupação maior – pensar o ensino e a aprendizagem em um contexto mais amplo.

As cinco etapas, não rígidas, sugeridas para o desenvolvimento de práticas com Modelagem na Educação Matemática: 1) escolha do tema; 2) pesquisa exploratória; 3) levantamento do(s) problema(s); 4) resolução do(s) problema(s) e o trabalho com os conteúdos no contexto do tema; 5) Análise crítica da(s) solução(ões), também estão em harmonia com os pressupostos da Educação Matemática na concepção de Higginson (1980), e com os paradigmas do Paradigma Emergente de Boaventura de Sousa Santos (2006) e o Paradigma do Pensamento Complexo de Edgar Morin (2014).

1) Escolha do tema: A escolha do tema, pelos estudantes, envolve algumas das dimensões mencionadas por Higginson (1980), além das epistemologias do pensamento complexo. Ao partilhar o processo de ensino com os estudantes em relação à possibilidade de escolherem o tema para a prática com Modelagem, estão envolvidas dimensões da Psicologia Cognitiva: quando o interesse considerado para Dewey (1916, p. 81) “Educaionalmente, então segue que para atribuir importância ao interesse significa anexar alguma característica de sedução ao material de outra forma indiferente; para garantir atenção e esforço, oferecendo um suborno de prazer”. E ainda, complementa com uma crítica de Dewey (2010) aos tradicionalistas por não aliar os programas e disciplinas aos interesses dos estudantes. “Na realidade, os interesses não são senão atitudes a respeito de possíveis experiências; não são conquistas; seu valor reside no entusiasmo que proporcionam, não no sucesso que representam” (Dewey, 1902, p. 280, *apud*, Santos; Cardoso, 2019).

O interesse não significa que o estudante fará o que deseja, mas quando o professor observa interesse sobre um assunto contará com o entusiasmo do estudante ou do grupo de estudantes no aprofundamento desses conteúdos. Outro ponto a ser considerado é que ao professor compartilhar o processo de ensino com os estudantes, estes se tornam indiretamente corresponsáveis pela aprendizagem.

Além disso, outros fatores ocorrem na ação da escolha de um tema entre o grupo ou os grupos de estudantes: desenvolve o poder do diálogo, da capacidade de sustentação de um ponto de vista, também o respeito com a opinião do outro, a liberdade à manifestação, o tema em si mostra a indissociabilidade entre cada um dos participantes e o mundo, além de uma visão sistêmica (Morin, 2014) pois todos os participantes são envolvidos no processo da escolha do tema. Sob o ponto de vista da Educação Matemática atende a uma das dimensões colocadas por Higginson (1980), a dimensão sociológica que reflete a cultura, ao cotidiano do grupo, à condição socioeconômica, ou a outros aspectos dos grupos envolvidos. Aí está também a dimensão filosófica, quando mostra preocupação com a natureza do conhecimento do propósito, do valor, se faz presente, além da linguagem como forma de comunicação.

2) Pesquisa Exploratória: Esta etapa da Modelagem na Educação Matemática é dedicada à pesquisa exploratória, significa que nessa etapa se buscam os dados sobre o tema escolhido, buscando conhecer elementos diversificados sobre o assunto. Sempre que possível, as buscas de informações devem ser realizadas no local onde se dá o interesse do grupo ou grupos. Um dos principais objetivos dessa etapa é a possibilidade de surgimento de insights, ou ideias sobre o assunto em estudo, aspectos ainda não definidos, além de ter um maior aprofundamento para compreensão do tema e coletar informações para uma completa compreensão do assunto.

A pesquisa exploratória pode ainda relacionar-se com o pensamento de Montaigne em Morin (2014, p. 21) quando expressa que em relação à primeira finalidade do ensino “mais vale uma cabeça bem-feita do que uma cabeça cheia”. Uma cabeça bem-feita significa que “em vez de acumular o saber, é mais importante dispor ao mesmo tempo de: uma aptidão geral para colocar e tratar problemas e princípios organizadores que permitam ligar os saberes e lhes dar sentido” (Ibidem). Assim, é preciso buscar as informações, organizar essas informações e compreender as complexidades advindas das formas de coletar e da quantidade dos dados. É o que se pode denominar princípio do circuito retroativo (Morin, 2014). Este princípio rompe com o princípio da causalidade linear: a causa age sobre o efeito e o efeito age sobre a causa. Também em alguma medida o princípio dialógico (Morin, 2014), pois que ao mesmo tempo em que buscamos algumas informações obtemos tantas outras que provoca caos e desordem, e que embora um possa suprimir outro eles são importantes pois podem colaborar e produzir organização e a complexidade. Sob o ponto de vista da Educação Matemática, além da dimensão cognitiva envolvida, a

linguagem e a tecnologia também se fazem presentes no âmbito escolar, além da própria dinâmica interpessoal presente pela função social desempenhada pela escola.

3) Levantamento do(s) problema(s): Esta etapa da Modelagem descortina a possibilidade e a capacidade dos estudantes em perceberem as questões envolvendo a Matemática, e outras áreas do conhecimento tais como a Economia, Meio Ambiente, Física, Química, Biologia, Agronomia, Veterinária, entre outras. Essa é uma forma de percepção de que os conhecimentos de um tema, qualquer que seja este, é sempre parte de um conhecimento maior.

Segundo Morin (2014, p. 94), “a sociedade está presente em cada indivíduo, enquanto todo, através de sua linguagem, sua cultura, suas normas”, assim podemos considerar que um conhecimento qualquer está contido no conhecimento universal. Sob o ponto de vista pedagógico, essa etapa de levantamento de problemas pelos estudantes, mediados pelo professor, de certa forma envolve também o princípio do circuito recursivo (Morin, 2014), considerando que somos produtos de um sistema de reprodução, mas que nesse mesmo sistema que não pode se reproduzir se nós não nos tornamos também produtores.

Assim, quando se trocam ideias, se constroem hipóteses, levantam-se questões sobre um determinado tema trazemos à discussão o princípio da reintrodução do conhecimento, uma vez que “todo conhecimento é uma reconstrução/tradução feita por uma mente/cérebro em uma cultura e época determinada” (Morin, 2014, p. 96).

Esta etapa tem caráter formativo e pedagógico na medida em que tem importância no desenvolvimento cognitivo, percepção em relação à teoria científica e, o envolvimento de várias áreas do conhecimento. Dessa forma, os problemas elaborados/construídos em uma prática com Modelagem, são distintos dos problemas dos livros texto: possuem caráter genérico, são elaborados a partir dos dados coletados na etapa da pesquisa exploratória e podem envolver outras áreas do conhecimento. No propósito da compreensão, para os estudantes os conceitos trabalhados fazem sentido, pois foram construídos a partir de um contexto, no qual os estudantes foram protagonistas.

4) Resolução do(s) problema(s) e o trabalho de conteúdos no contexto do tema: Nesta quarta etapa da Modelagem na concepção da Educação Matemática é destinada à resolução do(s) problema(s) e ao desenvolvimento de conteúdos no contexto do tema. É nesta etapa que os estudantes mobilizam seus conhecimentos disponíveis para a resolução dos problemas. O uso da expressão resolução, utilizada

aqui, tem uma conotação diferente de solucionar o problema, pois consideramos que a resolução compreende um método, forma ordenada para encontrar os resultados. Se, por exemplo, estou com dor de cabeça encontro uma solução tomando um remédio para parar a dor. A resolução dá mais trabalho pois, seria observar a causa, decidir e transformar. Já solução significa o desejo de solucionar. Consideramos que no âmbito da Educação Matemática o uso da expressão resolver e solucionar apresentam distinções sutis, para o propósito desejado.

Essa etapa envolve a cognição, um campo de estudo da Psicologia da Cognição que estuda todas as formas de conhecimento e por conseguinte, o pensamento o raciocínio, a compreensão e a meta – cognição. Desse modo, pode-se depreender que a cognição está intimamente ligada à aprendizagem e ao desenvolvimento intelectual, mas também segundo Wallon (1934) está ligada no desenvolvimento das emoções, por meio do raciocínio, percepção, linguagem memória. Em relação à complexidade, a resolução dos problemas, originários de uma temática, que abrigam várias áreas do conhecimento, expõe traços do princípio da reintrodução do conhecimento em todo conhecimento. Nisso, segundo Morin (2014), opera a restauração do sujeito e revela o problema cognitivo central: da percepção à teoria científica, de que todo conhecimento é uma construção/reconstrução, feita por uma mente/cérebro, em uma cultura e época determinadas. Além disso, as hipóteses levantadas, muitas vezes na resolução de um problema, introduzem o princípio do circuito recursivo, com os indícios de autoprodução e auto-organização. Observa-se, ainda segundo Morin (2011) a organização sistêmica e nesse entendimento o todo está nas partes e as partes estão no todo.

5) Análise crítica da (s) solução(ões): A etapa da análise crítica das soluções constitui a quinta etapa da Modelagem na Educação Matemática. É a etapa em que se analisa as soluções dos problemas, matemáticos ou não, buscando de forma crítica examinar, as respostas, as estratégias, os procedimentos, as hipóteses possíveis, a coerência lógica nas resoluções, e constituem a dimensão Matemática. Sob o ponto de vista das dimensões da Educação Matemática observa-se, além da dimensão matemática as dimensões da psicologia que envolve o pensamento reflexivo, a meta cognição, as dimensões sociais, ao trabalhar e encontrar respostas, as preocupações sociais, a dimensão filosófica, sob o aspecto da ética, axiologia entre outros.

Sob o ponto de vista da complexidade, o princípio sistêmico se faz presente, uma vez que envolve todos os participantes e suas contribuições nas discussões. Sob o ponto de vista pedagógico, observa-se que é um momento especial de reflexão

proporcionado pelo professor e os participantes, capaz de promover também um estudante reflexivo na medida em que cria estratégias, realiza análises, levanta e testa hipóteses.

Do ponto de vista da postura dos estudantes, as ações desenvolvem a autonomia e a construção de um ser com autoestima, pelo protagonismo em todas as etapas das práticas com Modelagem na Educação Matemática, na medida em que se permite ao estudante ter suas escolhas, buscar os dados, levantar os problemas, resolvê-los e analisar e discutir as soluções encontradas. Portanto, um ser capaz de assumir responsabilidades com sua comunidade.

Considerações Finais

Este escrito buscou novos esclarecimentos sobre a Educação Matemática e a Modelagem na concepção da Educação Matemática. Temos como referencial artigos que tratam da Educação Matemática na concepção de Higginson (1980) e a concepção de Modelagem na Educação Matemática de Burak (1992, 1998, 2004, 2010, 2020). Retomando as questões investigadas: Quais as aproximações entre a Educação Matemática e a Modelagem na Educação Matemática segundo a concepção de Burak? E, quais bases teóricas e epistemológicas constituem a Modelagem? Com a exposição feita podemos pontuar que há uma forte vinculação entre a concepção de Educação Matemática de Higginson (1980) e os pressupostos da Modelagem na concepção de Burak (2004). Essa vinculação se mostra na descrição de cada uma das etapas da Modelagem. Em cada uma das etapas, desde a escolha do tema perpassando pela pesquisa exploratória, levantamento do(s) problema(s), resolução do(s) problemas, até a etapa das análises críticas da(s) solução ou soluções podem ser verificadas as dimensões da Educação Matemática, seja a dimensão da Psicologia, da Sociologia, da Filosofia além da Matemática. Em todas as etapas são constatadas as dimensões apontadas pelo tetraedro de Higginson e na atual configuração da Educação Matemática. Esses pontos, deveriam merecer uma maior atenção dos professores que ensinam matemática, principalmente aqueles que exercem a docência na Educação Básica.

Dessa forma, destacamos “que não se trata de não trabalhar os conceitos matemáticos de maneira cuidadosa e conceitual, mas de ampliar as possibilidades de aprendizagem e permitir a construção de conhecimentos significativos para os estudantes” (Zontini, Burak, 2022, p. 816), a partir da compreensão dos constructos teóricos que sustentam a Educação Matemática.

Além disso, o escrito estabelece um panorama que abarca a epistemologia da complexidade de Morin (2014), ao amoldar-se às práticas com Modelagem na Educação Matemática, por meio das suas 5 etapas, conforme os princípios do pensamento complexo.

Com isso, esperamos contribuir com a compreensão sobre o constructo teórico que sustenta a Modelagem na Educação Matemática, o que é importante para pesquisadores e professores. Além disso, esperamos fomentar que as práticas de Modelagem se tornem cada vez mais presentes na sala de aula, considerando suas diversas contribuições para a formação dos estudantes.

Referências

- BURAK, Dionísio. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino aprendizagem**. 1992. 459 f. Tese (Doutorado em educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.
- BURAK, Dionísio. Uma experiência com a Modelagem Matemática. **PRÓ-MAT**, Curitiba, v. 1, p. 32-47.1998.
- BURAK, Dionísio. A Modelagem Matemática e a sala de aula. I Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática I EPMEM. **Anais...** Londrina, 2004.
- BURAK, Dionísio. Uma perspectiva de Modelagem Matemática para o ensino e a aprendizagem de Matemática. In: Célia Finck Brandt; Dionísio Burak; Tiago Emanuel Klüber. (Org.). **Modelagem Matemática: uma perspectiva para a Educação Básica**. 1ªed. Ponta Grossa: Editora UEPG, v. 1, p. 11-33. 2010 (a).
- BURAK, Dionísio. Modelagem Matemática sob um olhar da educação matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Revista de Modelagem na Educação Matemática**, v. 1 n. 1, p. 10 – 26, 2010(b).
- BURAK, Dionísio; KLUBER, Tiago Emanuel. Educação matemática: contribuições para a compreensão de sua natureza. **Acta Scientiae ULBRA**. Canoas. v. 10, p. 93-106, Jul-dez, 2008. Disponível em: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/68/0>. Acessado em 21 de junho de 2023.
- BURAK, Dionísio. ZONTINI, Laynara dos Reis Santos. Práticas com modelagem na formação do professor da Educação Básica: a busca por uma nova racionalidade. **Revista Práxis Educativa**, v 15, p 1-20, 2020.
- DEWEY, John. **Democracy and Education: an Introduction to the Philosophy of Education**. Columbia University, New York City, August, 1916. 223p. Disponível em: https://iwcenglish1.typepad.com/Documents/dewey_democracy_and_education.pdf. Acessado em 21 de junho 2023.
- HARDY, Godfrey Harold. What is Geometry? Presidencial Adresse to the Mathematical Associativo, 1925 **Mathematical Gazette** XII, 175, March. 1925, p. 309-316.

HIGGINSON, William. **On the Foundations of Mathematics Education.**, v. 1, n. 2, p. 3-7, 1980. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/40247706>. Acessado em 21 de junho 2023.

LORENSATTI, Edi Jussara Candido. Linguagem matemática e Língua Portuguesa: diálogo necessário na resolução de problemas matemáticos. **Conjectura: filosofia e educação**, v. 14, n. 2, p. 89-99, 2009. Disponível em: <https://www.ucs.br/site/midia/arquivos/linguagem.pd>. Acessado em 21 de junho 2023.

LUDKE, Menga; ANDRÉ, Marli. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MENEZES, Luís. Matemática Linguagem e comunicação. **Revista Millennium**, Instituto Politécnico de Viseu, n.20, out. 2000, p. 178-196. Disponível em: https://repositorio.ipv.pt/bitstream/10400.19/899/6/56789934589_mlc.pdf. Acessado 21 de junho 2023.

MORIN. Edgar. **Ciência com consciência**. Lisboa, Europa-América, 1982.

MORIN. Edgar. **Introdução ao pensamento complexo**. 4 ed. Porto Alegre: Sulina, 2011.

MORIN. Edgar. **A cabeça bem-feita: repensar a reforma reformar o pensamento**. Tradução Eloá Jacobina, ed.21. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2014

OLIVEIRA, Nanci de. Linguagem, comunicação e matemática. **Revista de Educação**, v.10, n.10, p.129-140, 2007.

PETRAGLIA, Izabel Cristina. **Edgar Morin: a educação e a complexidade do ser e do saber**: Petrópolis, RJ: Vozes, 1995.

PETRAGLIA, Izabel Cristina. **Edgar Morin: a educação e a complexidade do ser e do saber**: Petrópolis, RJ: Vozes, 13 ed. 2011.

RIUS, Elisa Bonilla. Educación Matemática: una reflexión sobre su naturaleza y sobre su metodología. **Educación Matemática**. México: Iberoamérica, v.1, n.2, p. 28-42, ago. 1989.

SANTOS, Boaventura de Sousa. **Um discurso sobre as ciências**. 4.ed São Paulo: Cortez, 2006.

SANTOS, Cleidison da Silva. CARDOSO, Alessandra Lopes. As formas simbólicas Cassireriana: um ponto de interseção entre Dewey e Bruner. **Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento**. Ano 04, ed. 05, v.3, p. 98-113, 2019. Disponível em: <https://www.nucleodoconhecimento.com.br/filosofia/ponto-de-intersecao>. Acessado em 21 de junho de 2023.

ZONTINI, Laynara dos Reis Santos; BURAK, Dionísio. Modelagem em uma concepção de Educação Matemática: elementos à construção de uma nova racionalidade. **Revista Thema**, Pelotas, v. 21, n. 3, p. 796–817, 2022. Disponível em: <https://periodicos.ifsul.edu.br/index.php/thema/article/view/2794>. Acesso em: 22 jun. 2023.

WALLON, Henrique. **Les origines du caractère chez l'enfant**. Paris: P.U.F., 1934.

Submetido em outubro de 2023

Aceito em março de 2024

