

Conhecimento Matemático Evidenciado por Professores da Educação Básica por meio do Ensino Exploratório

Mathematical Knowledge Evidenced by Basic Education Teachers Through Exploratory Teaching

Vanessa Garcia Shiinoki¹

Zenaide de Fátima Dante Correia Rocha²

Marília Meletti de Abreu Probst³

RESUMO

O objetivo desta pesquisa é identificar subdomínios do Conhecimento Matemático para o Ensino evidenciados por meio da prática docente dos professores em um curso de mestrado profissional em Ensino de Matemática. A estrutura metodológica utilizada foi qualitativa e interpretativa. Os dados analisados foram produzidos por meio da observação participante da pesquisadora, utilizando seu diário de campo, as escritas dos estudantes e registros fotográficos. Foi possível identificar diferentes subdomínios do Conhecimento Matemático para o Ensino em diferentes momentos: no planejamento das aulas, durante as aulas e na discussão e análise das aulas. Concluímos que o uso de tarefas matemáticas desafiadoras, a abordagem de ensino exploratório e o trabalho colaborativo no planejamento possibilitaram aos professores uma reflexão mais profunda sobre o Conhecimento Matemático do Professor.

PALAVRAS-CHAVE: Subdomínios do Conhecimento Matemático. Prática Docente. Ensino de Matemática.

ABSTRACT

The objective of this research is to identify subdomains of Mathematical Knowledge for Teaching evidenced through the teaching practice of teachers in a master 's degree professional in Teaching

¹ Mestranda Do Programa De Pós-Graduação: Mestrado Em Ensino De Matemática Na Universidade Tecnológica Federal Do Paraná. E-mail: vanessashiinoki@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0009-0003-1767-2006>.

² Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Departamento de Ciências Humanas. Docente permanente do curso de Pós-Graduação: Mestrado Profissional em Ensino de Matemática. E-mail: zenaiderocha@utfpr.edu.br. ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-1489-6245>.

³ Secretaria de Estado da Educação e do Esporte – SEED/PR. Mestre pelo PROFMAT na Universidade Estadual de Londrina (UEL). Email: mariliameletti@hotmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0009-0006-9159-7085>.



Mathematics. The methodological structure used was qualitative and interpretative. The analyzed data were produced through the researcher's participant observation, using her field diary, student writings and photographic records. It was possible to identify different subdomains of Mathematical Knowledge for Teaching at different times: when planning classes, during classes and in discussion and analysis of classes. We conclude that the use of challenging mathematical tasks, the teaching approach exploratory and collaborative work in planning made it possible to the teachers one reflection more in-depth information about the Teacher's Mathematical Knowledge.

KEYWORDS: Subdomains of Mathematical Knowledge. Teaching Practice. Teaching Mathematics.

Introdução

O presente estudo originou-se no âmbito de um programa de Mestrado Profissional em Ensino da Matemática, em particular, em uma disciplina que aborda o Conhecimento Matemático do Professor, após apresentadas aos pós-graduandos, ideias para a implementação de tarefas utilizando a abordagem de ensino exploratório. Essa proposta surgiu como forma de aplicar os conhecimentos teóricos adquiridos ao longo do curso. A estrutura do curso consiste na alternância entre estudos de textos teóricos e práticas direcionadas ao ensino exploratório.

A disciplina tem como proposta apresentar e discutir quadros teóricos, utilizando artigos científicos, como o *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT), proposto pelos autores Ball; Thames; Phelps, (2008) e o *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge* (MTSK) (Carrillo *et al.*, 2018). Além disso, considerando que se trata de um mestrado profissional, a maioria dos participantes é composta por professores atuantes na Educação Básica. Assim, a disciplina também inclui uma abordagem voltada para a docência, visando aprofundar discussões matemáticas relevantes para o ensino nas escolas.

Objetivou-se, nesta pesquisa, identificar os subdomínios do Conhecimento Matemático para o Ensino evidenciados por meio da prática docente dos professores-pesquisadores que participaram da disciplina, base no quadro teórico do Conhecimento Matemático para o Ensino (*Mathematical Knowledge for Teaching - MKT*) proposto por Ball; Thames; Phelps, (2008).

A partir dos dados aqui analisados, observam-se relações entre o quadro teórico do MKT e caminhos práticos para a reflexão profissional dos professores. Ao abordar a prática docente por meio de uma lente teórica robusta e aplicá-la em um contexto real de sala de aula, o estudo traz reflexões pertinentes ao ensino de matemática.

Fundamentação Teórica

O conhecimento profissional necessário ao professor para promover o ensino de Matemática transcende a visão estreita de que seria suficiente ao docente apenas ter conhecimento do conteúdo específico. Tal necessidade é levantada por Shulman (1986, 1987), ao considerar que a prática docente exige mais do que somente o conhecimento específico do conteúdo. Conforme o mesmo autor,

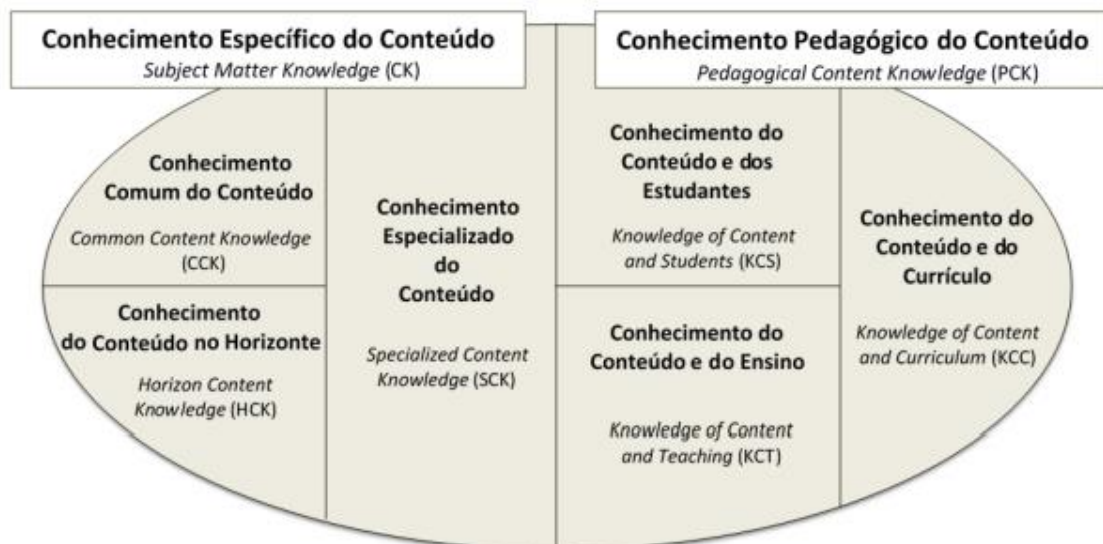
[...] a base de conhecimento para o ensino está na interseção entre conteúdo e pedagogia, na capacidade do professor para transformar o conhecimento de conteúdo que possui em formas que são pedagogicamente poderosas e, mesmo assim, adaptáveis às variações em habilidade e histórico apresentadas pelos alunos (Shulman, 2014, p. 217).

Uma das grandes contribuições de Shulman (1986, 1987) foi introduzir a teoria do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK). Segundo Shulman (2014 p. 206), esse saber constitui-se um "amálgama especial de conteúdo e pedagogia que é a área exclusiva dos professores, seu meio especial de compreensão profissional". Além disso, Shulman (1987) também definiu outros domínios do conhecimento profissional do professor, como o Conhecimento Específico do Conteúdo, Conhecimento Pedagógico Geral, entre outros. No entanto, ainda não havia uma definição para o conhecimento do professor que ensina Matemática. Ball; Thames; Phelps, (2008) propuseram, então, o quadro teórico do Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT). Elias (2021), baseado nesses autores, apresenta essa abordagem estruturada em seis subdomínios:

(i) Conhecimento Comum do Conteúdo, que é o conhecimento do conteúdo necessário, mas não exclusivo ao ensino; (ii) Conhecimento Especializado do Conteúdo, que é o conhecimento matemático necessário especificamente para fins de ensino. Avaliar rapidamente a natureza de um erro, especialmente um erro não familiar, é um exemplo desse subdomínio; (iii) Conhecimento de Conteúdo e dos Estudantes, que é o conhecimento que combina saber sobre os estudantes e saber sobre matemática. Os professores devem antecipar a forma como seus alunos podem pensar e as dificuldades que eles podem encontrar. Ter familiaridade com os erros comuns e saber a razão disso fazem parte desse tipo de conhecimento; (iv) Conhecimento do Conteúdo e do Ensino, que é o conhecimento que combina saber sobre o ensino e saber sobre matemática. Professores precisam estabelecer uma sequência específica do conteúdo para o ensino, escolher que exemplos são mais pertinentes para introduzir um conceito e que exemplos levam os alunos a se aprofundarem no conteúdo; (v) Conhecimento do Conteúdo e do Currículo, que é o conhecimento sobre a maneira como a matemática está organizada ao longo do currículo; (vi) Conhecimento do Conteúdo no Horizonte, que é um conhecimento matemático que permite ao professor ter uma consciência de como temas matemáticos estão relacionados ao longo da matemática incluída no currículo (Elias, p. 1352).

Desta forma, a Figura 1 demonstra a organização do esquema proposto por Ball; Thames; Phelps, (2008) sobre o Conhecimento Matemático para o Ensino - MKT, composto pelos domínios: Conhecimento Específico do Conteúdo (SMK) e Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PKC), com os seus respectivos subdomínios. Considerando o foco e o contexto do estudo que estamos apresentando, direcionamos nossa atenção para um subdomínio do Conhecimento Específico do Conteúdo (SMK): denominado Conhecimento Especializado do Conteúdo e, ainda, a dois subdomínios do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK), que são: o Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes e o Conhecimento do Conteúdo e do Ensino. Vale ressaltar que o desenvolvimento do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo é fundamentado no Conhecimento Específico do Conteúdo.

Figura 1 - Domínios do Conhecimento Matemático para o Ensino - MKT



Fonte: Adaptado de Ball, Thames e Phelps (2008)

Os seis subdomínios do MKT, conforme demonstrado na Figura 1, constituem a base das análises realizadas neste trabalho, desde o planejamento realizado na disciplina de mestrado em Ensino de Matemática até o desenvolvimento completo da aula, com a utilização da tarefa por meio do ensino exploratório.

O ensino exploratório é uma abordagem pedagógica que visa desenvolver a capacidade dos estudantes de explorar conceitos e ideias matemáticas por si próprios, em vez de apenas receber informações. Esse ensino distingue-se do ensino direto pelos papéis ativos desempenhados pelo professor e pelos alunos, pelas tarefas que são propostas e a forma como são geridas, e pela comunicação que é originada na aula (Ponte, 2005a). Essa abordagem incentiva os alunos a se envolverem ativamente no processo de aprendizagem, ou seja, a construção do conhecimento é considerada

um processo pessoal que se efetiva na interação com os outros. Dessa maneira, concebe-se que o conhecimento emerge na interação social, resultado de processos de negociação de significados (Bishop; Goffree, 1986), nos quais o professor desempenha um papel relevante de suporte.

Durante a aula, além de supervisionar o progresso dos estudantes, o professor deve interpretar e compreender a forma como eles abordam a tarefa, bem como explorar suas respostas a fim de conectar e articular suas ideias com o que se espera que aprendam. Desse modo, o ensino exploratório da Matemática é entendido como uma atividade complexa e considerada difícil por muitos professores (Stein *et al.*, 2008).

Diversas pesquisas (Cyrino; Jesus, 2014; Ponte, 2005b; 2014; Stein; Smith, 2009; Stein *et al.*, 2008) apontam para a importância das tarefas e de suas escolhas para o ensino de Matemática. Stein e Smith (2009), por exemplo, consideram as tarefas matemáticas em sala de aula como a base para a aprendizagem dos estudantes. Canavarro (2011, p.11) afirma que “é crucial o papel e a ação do professor, que começa com a escolha criteriosa da tarefa e o delineamento da respectiva exploração matemática, com vistas ao cumprimento do seu propósito matemático”.

Uma aula com abordagem no ensino exploratório, conforme descrito por Menezes, Oliveira e Canavarro (2013), é estruturada em quatro fases distintas. Na primeira fase, conhecida como “introdução da tarefa”, o professor auxilia na compreensão da tarefa, esclarece o que for necessário para que o objetivo seja compreendido e desafia os estudantes. Durante a segunda fase, “realização da tarefa”, os estudantes trabalham de forma autônoma, enquanto o professor os apoia sem diminuir o desafio cognitivo, é também no final desta fase que o professor precisa selecionar quais serão as tarefas discutidas posteriormente.

Nas duas últimas fases, a aula transcorre de maneira colaborativa com toda a turma. Na terceira fase, “discussão da tarefa”, o professor realiza a mediação do diálogo para promover conexões entre as ideias dos estudantes, confrontando e comparando as resoluções, a fim de discutir acertos e erros apresentados. Na última fase, “sistematização das aprendizagens matemáticas”, é necessário que o professor consiga retomar os objetivos da tarefa na sistematização dos conceitos matemáticos e estabelecer conexões com aprendizados anteriores.

Com base na discussão a respeito de tarefas e considerando o ensino exploratório, assumimos essa perspectiva para fundamentar a abordagem na

introdução do ensino de fração, conteúdo matemático escolhido pelos estudantes (também professores da Educação Básica) a ser trabalhado com duas turmas de 5º ano do Ensino Fundamental.

Contexto da Pesquisa e os Procedimentos Metodológicos

No primeiro trimestre de 2023, o grupo mestrando participantes da disciplina do curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática era constituído por quatro professores, dois desses possuíam formação inicial na Licenciatura em Matemática e atuavam em escolas Estaduais de Ensino do Paraná, enquanto os outros dois possuíam formação na Licenciatura em Pedagogia e lecionavam em escolas Municipais do Paraná. Assim, todos os mestrando atuavam como docentes da Educação Básica.

O trabalho iniciou-se na disciplina do mestrado com o planejamento das aulas, depois, as aulas planejadas foram aplicadas por uma das mestrandas, a primeira autora, nas salas de aula em que lecionava na Educação Básica. Dessa forma, a tarefa foi implementada pela professora-pesquisadora em duas turmas do 5º ano do período matutino, envolvendo um total de 60 estudantes, em uma escola Municipal situada na zona sul de Londrina, no estado do Paraná.

A metodologia adotada neste estudo baseia-se em uma abordagem qualitativa com ênfase na interpretação dos dados. Foram analisadas informações coletadas por meio da observação participante da pesquisadora, registros escritos dos estudantes e registros fotográficos. Essa estruturação metodológica permitiu uma compreensão aprofundada dos resultados obtidos.

Análise e discussão dos resultados

Para a análise dos dados, utilizou-se o referencial teórico do MKT de Ball; Thames; Phelps, (2008), buscando identificar os diferentes subdomínios presentes em momentos distintos: no planejamento da aula, na implementação do planejamento e na discussão e análise posterior. A maioria dos processos envolvidos na pesquisa foram realizados de maneira colaborativa, exceto a implementação do planejamento, em que atuou uma das professoras-pesquisadoras, somente.

Detalhamos nos próximos tópicos cada etapa do trabalho, descrevendo todo o processo à luz do referencial teórico proposto na pesquisa.

Planejamento da Aula

Ao fazer o planejamento de uma aula, é indispensável que o professor tenha domínio do conteúdo que irá ensinar e que saiba como ensinar. Segundo Ponte (1999), o conhecimento dos professores está intimamente ligado à sua prática letiva. Kraemer (2008, p. 4 *apud* Serrazina, 2012, p. 273) afirma que “planificar é uma das tarefas mais difíceis do professor”, onde o professor irá utilizar suas referências do que é

ensinar e aprender matemática, o seu conhecimento da matemática que ensina, designadamente, dos seus conteúdos, das trajetórias e modelos presentes nos livros que utiliza, o seu conhecimento daquilo que os alunos sabem e da sua maneira de aprender nos diferentes domínios do currículo (Serrazina, 2012, p. 274).

Desse modo, o momento do planejamento foi realizado com cautela, tendo como base os conceitos estudados durante as aulas da disciplina. O planejamento da aula ocorreu em três etapas: na primeira etapa foram propostas três tarefas, sendo eleita apenas uma, aquela que mais se adequou aos objetivos da disciplina e a faixa etária dos estudantes. De acordo com Serrazina (2012), é importante pensar em estratégias de aula que envolvam materiais adequados e formas de representação que estimulem o aprendizado dos estudantes, sendo fundamental considerar o nível etário. Segundo Stein e Smith (2009), as tarefas são peças-chave na construção do conhecimento matemático dos estudantes, por isso, destacam a necessidade de colocar as tarefas no centro das discussões sobre o ensino da disciplina, pois consideram, a qualidade das tarefas utilizadas em sala de aula como um fator importante para o êxito da aprendizagem dos estudantes.

De acordo com Canavarro (2011), o ensino exploratório está relacionado ao trabalho que os estudantes realizam e às importantes tarefas que fazem emergir das ideias matemáticas que posteriormente são sistematizadas na discussão coletiva, de modo que

para que isto aconteça, é crucial o papel e a ação do professor, que começa com a escolha criteriosa da tarefa e o delineamento da respectiva exploração matemática com vista ao cumprimento do seu propósito matemático, orientado pelas indicações programáticas. Em aula, para além de gerir o trabalho dos alunos, o professor precisa de interpretar e compreender como eles resolvem a tarefa e de explorar as suas respostas de modo a aproximar e articular as suas ideias com aquilo que é esperado que aprendam (Canavarro, 2011, p. 11).

Assim, considera-se que o ensino exploratório potencializa a aprendizagem dos estudantes e que a ação do professor é fundamental em todas as fases deste processo.

Na segunda etapa, os cinco integrantes, sendo o professor da disciplina e os quatro mestrandos, estruturaram o planejamento da aula e elencaram as resoluções corretas e incorretas da tarefa proposta. De acordo com Canavarro (2011), o professor precisa conhecer bem a tarefa que irá desenvolver com os estudantes, portanto, precisa resolver efetivamente o maior número de formas que conseguir, variando as estratégias e as representações usadas. O processo ocorreu de maneira colaborativa, no decorrer da aula da disciplina, com duração de 3 horas.

Na terceira etapa, os participantes fizeram os registros das possíveis resoluções da tarefa, ou seja, as antecipações corretas e incorretas das resoluções dos estudantes. Canavarro (2011 p. 13) afirma que “ao antecipar, o professor fica mais apto a explorar todo o potencial da tarefa para as aprendizagens matemáticas dos alunos e a tomar decisões acerca de como estruturar as apresentações e gerir as discussões”. Diante disso, fica evidente a importância de um planejamento bem estruturado e discutido antecipadamente.

Durante o planejamento da aula, foi observado que os professores fizeram uso de diversos subdomínios do quadro teórico MKT. Em particular, utilizaram o Conhecimento do Conteúdo e do Currículo ao consultarem os documentos da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018), a fim de determinarem o conteúdo a ser abordado nas aulas. Além disso, empregaram o Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes ao anteciparem as abordagens corretas e incorretas para a resolução do problema. O Conhecimento do Conteúdo e do Ensino também foi aplicado ao selecionarem estratégias de resolução e ao regularem as intervenções a serem empregadas durante as aulas. Por fim, valeram-se do Conhecimento Especializado do Conteúdo, que abrange o conhecimento matemático específico para fins de ensino.

Implementação do Planejamento

Nas aulas realizadas com estudantes do 5º ano foi adotada uma abordagem exploratória para o ensino, dividida em quatro fases estruturadas. Primeiro, a professora apresentou a tarefa aos estudantes, incentivando-os à apropriação e ao envolvimento com ela (primeira fase - introdução da tarefa). Em seguida, os estudantes trabalharam autonomamente, aplicando seus conhecimentos prévios matemáticos para resolver a tarefa (segunda fase - realização da tarefa). Posteriormente, coletivamente discutiram as produções matemáticas resultantes da tarefa, visando a ampliação do conhecimento e a análise dos resultados (terceira fase - discussão da tarefa). Por fim, a professora, juntamente com os estudantes produziram uma síntese final, em que foi possível sistematizar as aprendizagens mais

relevantes a partir da discussão (quarta fase - sistematização das aprendizagens matemáticas). Isso contribuiu para oportunizar uma nova experiência de aprendizado aos estudantes.

A primeira e a segunda aula juntas tiveram duração de 120 minutos, e a terceira aula de 100 minutos, tempo maior que o previsto no planejamento. Durante o processo de ensino, cada turma foi subdividida em cinco grupos distintos, compostos por cinco ou seis alunos.

Na introdução da tarefa, conforme apresentada na Figura 2, a professora realizou a leitura minuciosa do enunciado, perguntou aos estudantes se havia alguma palavra ou situação que não estava clara, e os incentivou a esclarecer quaisquer dúvidas. Além disso, encorajou os estudantes a registrarem cada detalhe, permitindo que criassem suas próprias estratégias para alcançar a solução desejada.

Figura 2 - Tarefa piquenique

Quatro amigas estão organizando um piquenique e combinaram que cada uma levará um tipo de lanche, como mostra o quadro a seguir:

PESSOAS	LANCHE
Ana	8 sanduíches
Luíza	1 torta salgada
Júlia	3 garrafas de suco
Maria	6 cupcakes

a) Se no piquenique elas dividirem o lanche igualmente, quanto cada uma poderá consumir de cada item?

b) Em outro dia, Luiz e Pedro se juntaram ao grupo. As quatro meninas levaram o mesmo lanche, Pedro levou mais uma torta salgada igual a que a Luíza levou e Luiz um pacote com 9 laranjas. Agora que o grupo aumentou, quanto cada um poderá consumir de cada item?

PESSOAS	LANCHE
Ana	8 sanduíches
Luíza e Pedro	2 tortas salgadas
Júlia	3 garrafas de suco
Maria	6 cupcakes
Luiz	9 laranjas

Fonte: Adaptado Oliveira; Garcia (2014, p. 10)

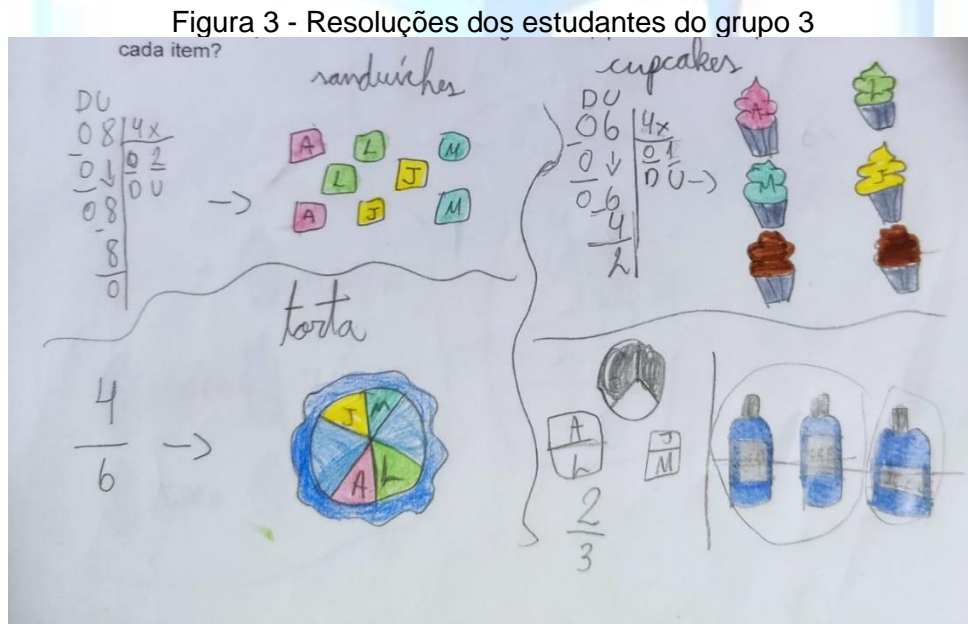
Após a introdução da tarefa, os grupos a realizaram de maneira autônoma. Durante esse momento, a professora circulou pela sala, acompanhando os grupos para regular as interações entre os estudantes, incentivou os registros escritos, procurou compreender as diferentes maneiras de resolução e organizou a sequência para a apresentação no momento da discussão coletiva. “A seleção criteriosa pelo

professor proporciona que sejam as ideias matemáticas importantes as discutidas pela turma” (Canavarro, 2011, p. 14). Esse momento se mostrou de suma importância para a próxima etapa, a discussão.

Durante a discussão, a professora retomou as questões da tarefa matemática, incentivando os estudantes a explicarem suas estratégias, discutirem e respeitarem as diferentes resoluções apresentadas. A docente instigou a análise, o confronto e a comparação entre resoluções, identificou e colocou à discussão os equívocos matemáticos das resoluções, procurando promover a atitude de respeito e interesse pelos diferentes resultados.

Para esse artigo, devido ao fato de que a proposta da tarefa gerou uma grande discussão, selecionamos alguns momentos que se apresentaram mais ricos para uma análise mais detalhada.

O primeiro aspecto destacado refere-se ao grupo 3, que, ao realizar a tarefa, não demonstrou preocupação com a possibilidade de haver resto nas divisões ou nas representações que produziram, como evidenciado na Figura 3. Os estudantes desse grupo argumentaram que essa exigência não estava claramente especificada no enunciado da tarefa.



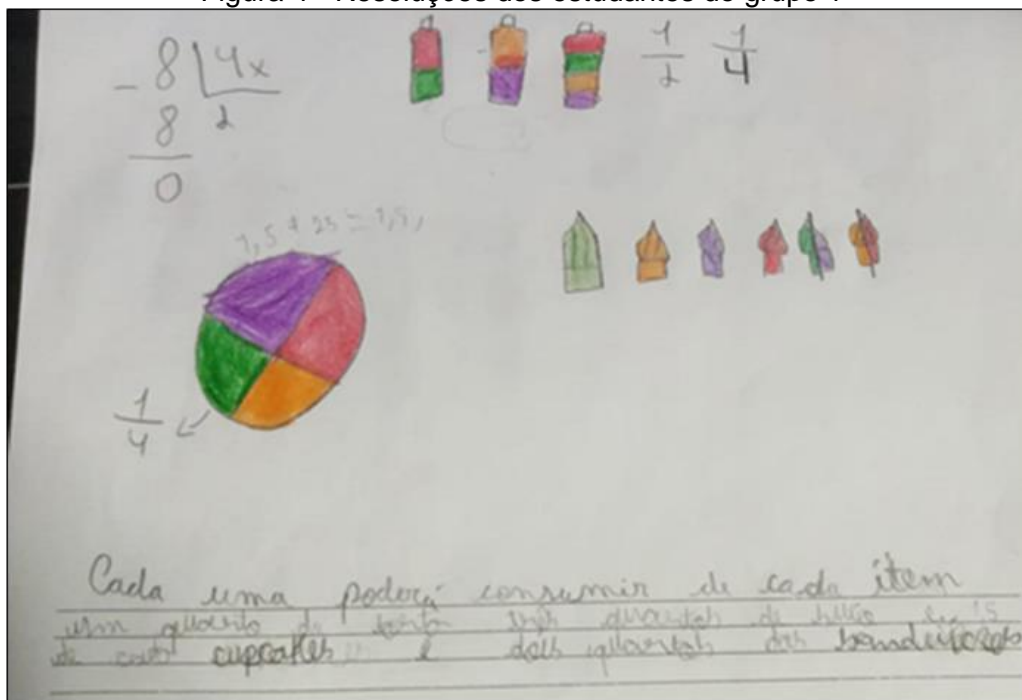
Fonte: Dados da pesquisa

No momento da discussão, outros grupos relataram que realizaram a tarefa considerando que não sobraria alimentos, pois tudo seria dividido. No entanto, os estudantes do grupo 3, reafirmaram que a tarefa não trazia essa informação e seguiram com a explicação de como realizaram o restante da tarefa. Após a explicação do grupo 3, a professora aproveitou o momento para dizer aos estudantes

que pode haver diferentes resoluções e pensamentos para uma mesma tarefa. Nesse momento, a professora evidenciou o Conhecimento do Conteúdo e do Estudante, uma vez que considerou as diferentes resoluções e as diversas maneiras de raciocínio apresentadas por eles.

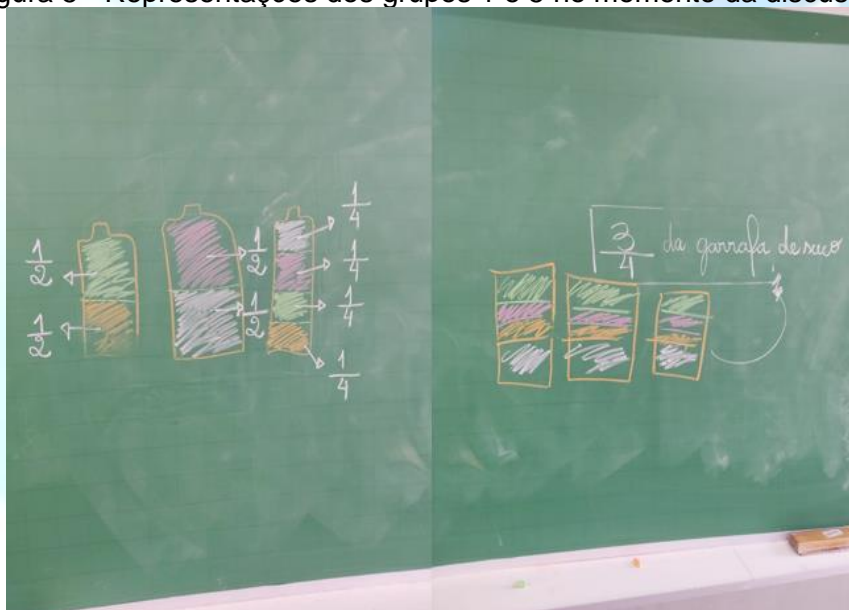
O grupo 1, em sua resposta, afirmou que cada participante do piquenique poderá consumir três quartos de suco. Essa resposta chamou a atenção da professora, pois, ao lado das representações escreveram $1/2$ e $1/4$ e não há a representação $3/4$, conforme a Figura 4. Os participantes do grupo fizeram a representação na lousa e não souberam explicar como chegaram à fração $3/4$. Imediatamente o estudante do Grupo 5, se prontificou a ir ao quadro para fazer a representação de como pensou. Fez os desenhos, explicou o seu pensamento e a professora registrou a fração que foi verbalizada pelo estudante, conforme mostra a Figura 5. O estudante desenha 3 retângulos, cada retângulo representa uma garrafa de suco dividida em quatro partes iguais, em seguida, usa as mesmas cores que o grupo 1 havia usado, representando $1/4$ para cada pessoa em cada garrafa de suco e chega a conclusão, estabelecendo oralmente a adição de frações com denominadores iguais, afirmando que $1/4 + 1/4 + 1/4$ é igual a $3/4$.

Figura 4 - Resoluções dos estudantes do grupo 1



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 5 - Representações dos grupos 1 e 5 no momento da discussão



Fonte: Dados da pesquisa

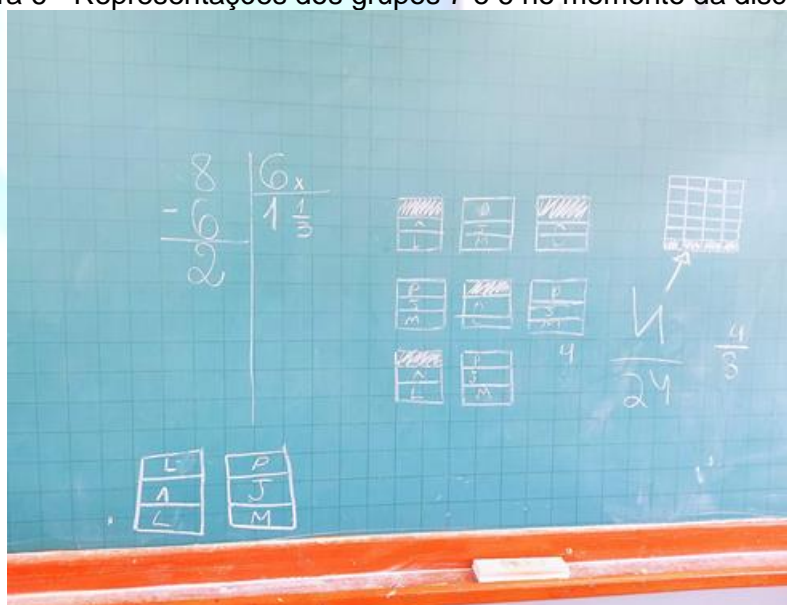
O grupo 7 foi convidado a apresentar a sua resolução. Um dos estudantes, realiza a divisão $8 \div 6 = 1$ (retratado à esquerda, na figura 6), como ainda não haviam aprendido a divisão com quociente decimal, o estudante realiza o algoritmo e mostra que sobraram 2 sanduíches, desenha os dois sanduíches e reparte cada um em 3 partes iguais, depois, escreve a inicial de cada participante do piquenique e coloca a fração ao lado do número 1 no quociente e afirma que cada um comerá 1 sanduíche mais $\frac{1}{3}$. Nesse momento a professora questiona o estudante se há uma outra

maneira de dividir os sanduíches entre os participantes do piquenique. O grupo não se manifesta e outro grupo toma a frente.

Conforme a Figura 6, o estudante do Grupo 6, desenha 8 sanduíches e divide cada sanduíche como os dois sanduíches que haviam sobrado, após desenhar, coloca as iniciais dos participantes do piquenique e marca a parte que pertence à participante Luiza e chega à conclusão de que cada um comeu $\frac{4}{24}$ do sanduíche. Nesse momento, a professora relembra com os estudantes, o que o numerador e o denominador representam em uma fração. Em seguida, representa a fração $\frac{4}{24}$ para que os estudantes consigam estabelecer uma relação entre as duas representações.

Após a discussão, apoiados pela explicação da professora, chegam à conclusão de que cada participante comeu $\frac{4}{3}$ do sanduíche. Essa intervenção evidencia o Conhecimento Especializado do Conteúdo, pois a professora tem o domínio do conteúdo que está sendo ensinado, assim como é expresso o Conhecimento do Conteúdo e do Ensino, no momento que a professora auxiliou na compreensão e na representação da fração $\frac{4}{3}$ e, também, o Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes, pois os professores-pesquisadores, no planejamento, anteciparam a forma dos estudantes pensarem e as dificuldades que eles poderiam encontrar.

Figura 6 - Representações dos grupos 7 e 6 no momento da discussão



Fonte: Dados da pesquisa

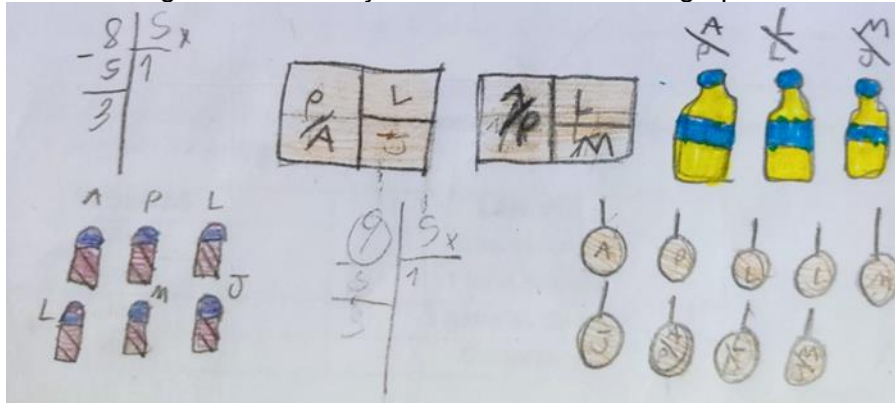
O grupo 8, foi convidado a apresentar e demonstraram como dividiram as duas tortas para os 8 participantes do piquenique. Como estavam bastante tímidos, pediram

para a professora fazer a representação no quadro, assim como fizeram em sua tarefa conforme segue na Figura 7.

Em seguida, a professora questionou se os participantes receberam a mesma quantidade conforme foi apresentado no enunciado. O grupo 8 conversou e pediu para a professora fazer novamente a torta ao lado e dividir as duas tortas em 4 partes iguais e chegaram à conclusão que 2 participantes do piquenique receberam 2 pedaços da torta e 4 participantes, receberam apenas 1 pedaço. Ao serem questionados, um dos estudantes traz uma outra resolução e decide demonstrar na lousa. Ele divide as duas tortas em 6 partes e afirma que cada participante recebeu $\frac{2}{12}$ da torta.

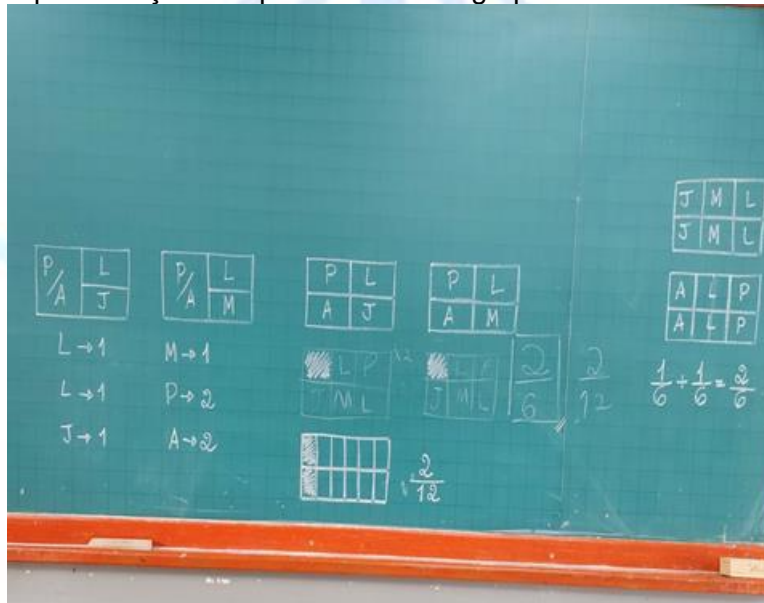
A partir da fração representada $\frac{2}{12}$, a professora relembrou com os estudantes, o que o numerador e o denominador representam em uma fração e para demonstrar, desenhou uma torta que representa a fração $\frac{2}{12}$ com a intenção de comparar as diferentes representações. O grupo 8, com o apoio dos outros estudantes da turma, chegou à conclusão de que a fração que melhor representa a parte da torta que cada participante consumirá é $\frac{2}{6}$. Para contextualizar a função dos denominadores a professora trouxe na discussão a adição de frações com denominadores iguais, como mostra a Figura 8, evidenciando o Conhecimento Especializado do Conteúdo, o Conhecimento do Conteúdo e do Ensino e também o Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes, todos se relacionando entre si.

Figura 7 - Resoluções dos estudantes do grupo 8



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 8 - Representações da professora e do grupo 8 no momento da discussão



Fonte: Dados da pesquisa

A partir do relato sobre o momento da discussão é possível observar que os subdomínios Conhecimento do Conteúdo e do Ensino, Conhecimento de Conteúdo e dos Estudantes e Conhecimento Especializado do Conteúdo foram utilizados pela professora, uma vez que algumas dessas resoluções já haviam sido antecipadas no momento do planejamento. A professora, também conseguiu introduzir conteúdos como a adição de frações com denominadores iguais e diferentes, números mistos e frações impróprias, esse último como estava estabelecido no objetivo do planejamento e todo esse processo foi apoiado pelo Conhecimento do Conteúdo e do Ensino e pelo Conhecimento Especializado do Conteúdo.

Na sistematização das aprendizagens matemáticas, a professora perguntou aos estudantes quais conteúdos foram abordados na tarefa. Os estudantes responderam: frações, divisões e números com vírgula. Diante das respostas dos estudantes foram elencadas as situações que encontramos os conteúdos relatados

por eles. A professora comentou que além dos conteúdos citados por eles, também foi discutido a adição de frações com denominadores iguais e diferentes, números mistos e frações impróprias. Esse momento evidenciou o Conhecimento do Conteúdo no Horizonte, já que esses conteúdos são previstos para retomada e aprimoramento ao longo da jornada escolar.

Discussão e Análise Posterior a Implementação

A tarefa escolhida possibilitou a retomada dos conteúdos relacionados às frações, a ideia de parte/todo (todo contínuo e todo discreto) e promoveu a introdução de conteúdos novos, por exemplo, as frações impróprias e adição de frações com denominadores iguais e diferentes, sendo essa última apenas com a representação de ilustrações.

Embora a maioria dos estudantes não tenha demonstrado a representação numérica das frações em suas respostas descritivas, observou-se que as frações foram utilizadas em diversas situações durante a resolução das tarefas.

Ao analisar as resoluções das tarefas, verificamos que os estudantes não apenas conseguiram estabelecer conexões entre as tarefas propostas e o conceito de frações, mas também que superaram as expectativas ao incorporar números decimais em suas abordagens. Essa constatação revela a flexibilidade do pensamento matemático dos estudantes, demonstrando uma compreensão aprofundada das relações numéricas.

As antecipações planejadas desempenharam um papel fundamental no desenrolar da aula, uma vez que a professora estava preparada para diferentes possibilidades de resolução,

portanto, os professores necessitam antecipar o que os alunos pensam, quais as dificuldades que podem sentir, as suas motivações, ou seja, situações que exigem interação entre a compreensão matemática e o conhecimento do pensamento matemático dos seus alunos. (Ferreira; Ribeiro; Ribeiro 2017, p. 503)

Essa abordagem permitiu uma intervenção pedagógica efetiva diante das situações apresentadas, promovendo situações significativas e um ambiente de aprendizagem enriquecedor.

A escolha dos professores por desenvolver a tarefa com o conteúdo matemático de frações teve por mote apresentar uma consonância entre teoria e prática. Conforme, Vale (2012, p. 184) “a construção de boas tarefas requer uma interface entre o teórico e o prático, entre as intenções e a realidade, entre a tarefa e

o aluno”. Desse modo, ela se evidenciou como potencial tarefa para alcançar o que foi proposto.

Destaca-se que após a aplicação das aulas, os mestrandos discutiram e refletiram sobre cada momento da aula na disciplina e surgiu um ponto pertinente que pode ser aprimorado em relação à tarefa proposta. A tarefa mostrou-se extensa e, em algumas situações, se repetiram no item "b" em relação ao item "a". Desse modo, a sugestão é que em futuras aplicações sejam priorizadas situações mais relevantes para alcançar os objetivos propostos, tornando a tarefa mais concisa e permitindo uma exploração mais detalhada durante as discussões.

Consoante a Rodrigues (2021, p.31) “avaliar os pontos positivos e os negativos de uma aula e o impacto que ela teve nas aprendizagens dos alunos é uma prática que pode trazer novas oportunidades de discussões” e foi essa a trajetória percorrida pelos professores/estudantes da disciplina, discutir, principalmente, as contribuições promovidas e as reflexões acerca dos subdomínios do quadro do Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT).

Considerações finais

As análises mostram que os subdomínios do Conhecimento Matemático para o Ensino - MKT baseados em Ball; Thames; Phelps, (2008) foram evidenciados pelos mestrandos durante o processo de planejamento e na implementação da aula, sendo os subdomínios do Conhecimento do Conteúdo e do Ensino, do Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes e do Conhecimento Especializado do Conteúdo revelados os mais presentes no decorrer de todo o processo.

A partir dessas considerações, defende-se que a prática com ensino exploratório pode oferecer aos professores uma visão mais atenta dos processos de resolução e dificuldades dos alunos, incentivando-os a questionar a forma como propõem tarefas e conduzem a comunicação em sala de aula. Além disso, evidencia-se a necessidade de uma preparação cuidadosa da aula, observação e reflexão posterior, tornando o ensino exploratório um processo promissor para o desenvolvimento profissional dos professores.

A respeito dos subdomínios mobilizados durante todo o processo, entendemos que o trabalho colaborativo realizado durante as aulas na disciplina, foi fundamental para a reflexão e a manifestação desses subdomínios em cada etapa estabelecida, assim como também para a professora, ao refletir sobre a sua prática docente.

Conclui-se que o trabalho colaborativo, o uso de tarefas matemáticas desafiadoras e a abordagem pautada no ensino exploratório são fatores que

favorecem a prática docente dos professores, tendo como norte a utilização do referencial teórico adotado.

Referências

BALL, Deborah Loewenberg; THAMES, Mark Hoover; PHELPS, Geoffrey. Content knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, n. 59, p. 389-407, 2008.

BISHOP, Alan James.; GOFFREE, Ferdinand. Classroom organization and dynamics. In: Christiansen, B.; Howson, A. G.; Otte, M. (Eds.), **Perspectives on mathematics education**. Dordrecht: D Reidel, p. 309-365, 1986.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

CANAVARRO, Ana Paula. Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. **Educação e Matemática**, n. 115, p. 11-17, 2011. Disponível em: <https://dspace.uevora.pt/rdpc/handle/10174/4265>. Acesso em: 10 ago. 2023.

CARRILLO-YAÑEZ, José; CLIMENT, Nuria; MONTES, Miguel Ángel; CONTRERAS-GONZÁLEZ, Luis Carlo. The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model*. **Research in Mathematics Education**, [s. l.], v. 20, n. 3, p. 236-253, 2018.

CYRINO, Márcia; JESUS, Cristina. Análise de tarefas matemáticas em uma proposta de formação continuada de professoras que ensinam matemática Analysis of mathematical tasks in a continuing primary teacher education scheme. **Ciência & Educação** (Bauru), [s. l.], v. 20, p. 751-764, 2014.

ELIAS, Henrique Rizek. A escrita como um meio para mobilizar o conhecimento matemático docente. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2021. **Anais [...]**. [S. l.: s. n.], 2021. p. 1. Disponível em: <https://www.even3.com.br//anais/viiiisipemvs2021/382158-a-escrita-como-um-meio-para-mobilizar-o-conhecimento-matematico-docente>. Acesso em: 15 set. 2023.

FERREIRA, Miriam Criez Nobrega; RIBEIRO, Miguel; RIBEIRO, Alessandro Jacques. Conhecimento matemático para ensinar Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. **Zetetike**, [s. l.], v. 25, n. 3, p. 496-514, 2017.

MENEZES, Luís., OLIVEIRA, Hélia., CANAVARRO, Ana Paula. Descrevendo as Práticas de Ensino Exploratório da Matemática: O caso da professora Fernanda. **Actas del VII CIBEM**. Montevideo, Uruguay: CIBEM, 2013.

OLIVEIRA, Maria Borin; GARCIA, Tânia Marli Rocha. **Frações: explorar para compreender**. Governo do Paraná, 2014.
http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_unespar-paranavai_mat_pdp_maria_borin_de_oliveira.pdf

PONTE, João Pedro da. Didáticas específicas e construção do conhecimento profissional. In: TAVARES, J. (Ed.). Investigar e formar em educação: **Actas do IV congresso da SPCE**. Porto: SPCE, p. 59-72, 1999.

PONTE, João Pedro da. **Gestão curricular em matemática**. O professor e o desenvolvimento curricular, [s. l.], p. 11-34, 2005a.

PONTE, João Pedro da. **A formação do professor de Matemática: Passado, presente e futuro.** In: SANTOS, Lurdes; CANAVARRO, Ana Paula; BROCARDO, João (Eds.). Educação matemática: Caminhos e encruzilhadas. Lisboa: APM, p. 267-284, 2005b.

PONTE, João Pedro da. **Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática.** Práticas Profissionais dos Professores de Matemática, p. 13-27, 2014. Disponível em:

https://www.researchgate.net/publication/275409996_Tarefas_no_ensino_e_na_aprendizagem_da_Matematica. Acesso em: 11 set. 2023.

RODRIGUES, Silmara Ribeiro. **Conhecimento matemático para o ensino mobilizado por uma professora no contexto do estudo de aula.** 2021. masterThesis - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, [s. l.], 2021. Disponível em: <http://repositorio.utfpr.edu.br:8080/jspui/handle/1/25662>. Acesso em: 10 jun. 2023.

SERRAZINA, Maria de Lurdes Marquês. Conhecimento matemático para ensinar: papel da planificação e da reflexão na formação de professores. **Revista Eletrônica de Educação**, [s. l.], v. 6, n. 1, p. 266-283, 2012.

SHULMAN, Lee S. Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. **Educational Researcher**, [s. l.], v. 15, n. 2, p. 4, 1986.

SHULMAN, Lee S. Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, v. 57, n. 1, p. 1-22, 1987.

SHULMAN, Lee S. Conhecimento e ensino: fundamentos para a nova reforma. **Cadernos Cenpec | Nova série**, [S.l.], v. 4, n. 2, dez. 2014. Disponível em: <https://cadernos.cenpec.org.br/cadernos/index.php/cadernos/article/view/293.%20Acesso%20em%3A%2012>>. Acesso em: 20 out. 2023.

STEIN, Mary Kay ; ENGLE, Randi A.; SMITH, Margaret Schwan.; HUGHES, Elizabeth K. Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. **Mathematical Thinking and Learning**, [s. l.], v. 10, n. 4, p. 313-340, 2008.

STEIN, Mary Kay ; HENNINGSEN, Marjorie; SMITH, Margaret Schwan; SILVER, Edward A.; **Implementing Standards-Based Mathematics Instruction: A Casebook for Professional Development.** [S. l.]: Teachers College Press, 1234 Amsterdam Avenue, New York, NY 10027, 2000. Disponível em: Acesso em: 18 set. 2023.

STEIN, Mary Kay; SMITH, Margaret Schwan. Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão da investigação à prática. **Educação e Matemática**, Lisboa, n. 105, p. 22-28, 2009.

VALE, Isabel. As tarefas de padrões na aula de matemática: um desafio para professores e alunos. **Revista Interacções**, [s. l.], v. 8, n. 20, 2012. Disponível em: <https://revistas.rcaap.pt/interaccoes/article/view/493>. Acesso em: 10 ago. 2023.

Submetido em novembro de 2023

Aceito em julho de 2024