



**A Imaginação e a Intuição na Dinâmica do Conhecimento
Matemático: subsídios para uma pesquisa epistemológica e
pedagógica**

**The Imagination and Intuition in the Dynamics of Mathematical
Knowledge: support for epistemological and pedagogical research**

Lucimar Donizete Gusmão¹

Valdeni Soliani Franco²

José Carlos Cifuentes³

RESUMO

A pesquisa, desenvolvida neste artigo, é de natureza teórica. Ela procura reunir subsídios para colocar em suas devidas bases epistemológicas o problema da elaboração de uma “epistemologia da imaginação e da intuição” no campo da matemática e de seu ensino. Tem por finalidade fundamentar a interdisciplinaridade entre a matemática, a arte e outras ciências, favorecendo a compreensão da própria matemática com implicações para seu ensino. Em se tratando de compreender a matemática, ela terá como base teórica a epistemologia e a filosofia da ciência de Henri Poincaré e de Gaston Bachelard. Ambos trouxeram muitas contribuições nesse campo; suas concepções sobre a construção da ciência, a relação com a matemática e o papel da imaginação e da intuição entram em diálogo em suas obras. A imaginação e a intuição, em complemento à lógica, são motores do pensamento matemático, que, por meio de sua dinamicidade favorece a criatividade na própria matemática e sua aplicação nas outras ciências.

PALAVRAS-CHAVE: Educação Matemática. Conhecimento Matemático. Epistemologia da Imaginação e da Intuição. Interdisciplinaridade.

ABSTRACT

The survey developed in this article has theoretical nature. It seeks to join theoretical elements to put in their appropriate epistemological bases the problem of devising a "epistemology of imagination and intuition" in the

¹ Mestre em Educação em Ciência e em Matemática; Universidade Federal do Paraná – UFPR; doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática; Universidade Estadual de Maringá – UEM, Maringá/PR, Brasil. E-mail: lucimar.gusmao@gmail.com.

² Doutor em Matemática; Universidade de São Paulo (São Carlos) – USP/São Carlos; professor do Departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática; Universidade Estadual de Maringá – UEM, Maringá/PR, Brasil. E-mail: vsfranco@gmail.com.

³ Doutor em Matemática; Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP; professor do Departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática; Universidade Federal do Paraná – UFPR, Curitiba/PR, Brasil. E-mail: jccifa@gmail.com.

field of mathematics and its teaching. It also aims to support the interdisciplinarity between mathematics, art and other sciences, favoring the understanding of mathematics itself with implications for your teaching. When it comes to understand the math, it will have as theoretical basis the epistemology and the philosophy of science of Henri Poincaré and Gaston Bachelard. Both of them brought a lot of contributions in this field; their conceptions of the construction of science, the relation with the math and the role of imagination and intuition come into dialogue in their works. Imagination and intuition, in addition to logic are mathematical thought engines, which through its dynamic benefit creativity in mathematics itself and in its application in other sciences.

KEYWORDS: Mathematics Education. Mathematical Knowledge. Epistemology of the Imagination and Intuition. Interdisciplinarity.

Introdução

O conhecimento matemático socialmente produzido pela humanidade, coletiva e historicamente, exige formas diferenciadas para apreendê-lo. Comumente aceita-se que essa apreensão está ligada às formas que privilegiam a racionalidade, a lógica, as regras, o rigor. No entanto, a apreensão da matemática e do “mundo”, em que o conhecimento matemático tem papel fundamental, vale-se também de aspectos ligados à sensibilidade, à imaginação e à intuição, cuja racionalidade escapa de qualquer lógica.

Em GUSMÃO (2013), defende-se uma educação matemática que valorize o sensível, uma educação da sensibilidade, uma forma de pensar, capaz de desenvolver e refinar as percepções acerca do mundo e das coisas do mundo, inclusive do mundo racional, percepções que também podem envolver a própria matemática, quando enfocada do ponto de vista estético. Esse trabalho teve a finalidade de trazer subsídios teóricos para fortalecer a relação interdisciplinar entre matemática e arte, ou melhor, entre matemática e estética (a ciência do conhecimento sensível). Nele enfatizou-se a importância de se ascender ao conhecimento matemático por meio dos processos que envolvem, além da razão, também a sensibilidade no campo da matemática, e que estão relacionados com a intuição, a imaginação, a espontaneidade, a liberdade e a criatividade.

Neste artigo busca-se ampliar essa discussão, procurando reunir subsídios para colocar em suas devidas bases epistemológicas o problema da elaboração de uma “epistemologia da imaginação e da intuição” no campo da matemática, visando também, fundamentar a interdisciplinaridade entre a matemática, a arte e outras ciências, favorecendo uma compreensão mais alargada da própria matemática e seu ensino.

Com o intuito de elaborar uma epistemologia da imaginação e da intuição no campo da matemática, buscou-se subsídios teóricos na epistemologia e filosofia da ciência de Henri Poincaré (1854-1912) e de Gaston Bachelard (1884-1962). Ambos trouxeram, como veremos mais adiante, muitas contribuições nesse campo, em especial suas concepções sobre a

construção da ciência, a relação desta com a matemática, relação em que a imaginação e a intuição entram em diálogo com ela, diálogo que é um dos principais motivadores desta pesquisa.

Discutir a epistemologia de Poincaré e de Bachelard nos coloca a assumir uma postura filosófica diante do conhecimento a ser (re)elaborado para o campo da matemática e da educação matemática, em interconexão com as outras ciências. Nesse contexto, a matemática é um fazer, uma forma de pensar, e não só um saber. Sobre essa questão, Cifuentes (2010, p. 20) afirma que ela “é um movimento, fazer matemática é como fazer filosofia, o filosofar, e por que não, no caso da matemática, o matematizar, tendo ambas as atividades uma raiz comum”.

Falar de “epistemologia da imaginação e da intuição” no contexto da matemática, onde a lógica é soberana, é quase um paradoxo, no entanto, a racionalidade da imaginação, da intuição, envolvendo também os processos de criação, que se pretende aqui colocar em evidência, pode possibilitar a elaboração dessa epistemologia e permitir uma melhor compreensão da própria matemática e de seu papel na educação matemática.

No decorrer deste artigo, aparecerá em vários momentos a expressão ‘compreender a matemática’, assim, é importante salientar o sentido de *compreensão* que será adotado no contexto da estética, a ciência do conhecimento sensível. Para motivar a resposta à pergunta ‘o que significa compreender a matemática?’, faz-se outro questionamento: o que significa compreender a poesia? Compreender a poesia não é apenas entender o que ela diz literalmente, sua ordenação de palavras, sua racionalidade, sua lógica, mas é também captar o sentimento que ela traz, a sensibilidade que desperta no leitor. Voltando à questão sobre o que significa compreender a matemática, analogamente à poesia, compreender a matemática não seria apenas entender sua racionalidade, seus encadeamentos lógicos, seus processos algorítmicos, a matemática pensada tradicionalmente, caracterizada pela exatidão e a certeza, mas, também apreender a sensibilidade que está por trás dos conceitos matemáticos em estudo, ou melhor dizendo, ter a “experiência estética” desses conceitos. Nesse entendimento de “compreensão” em matemática está colocada a relação entre matemática e arte (GUSMÃO, 2013) que será relevante nesta discussão. E porque não dizer, entre a matemática e outras ciências.

A apreensão estética na relação da matemática com a arte e outras ciências, reside na “percepção” da disposição, da ordem, da elegância e da harmonia dos objetos matemáticos em suas relações mútuas. Essa harmonia ajuda a interpretar a natureza e a realidade estudada por

essas ciências. E para interpretá-las, é fundamental compreender a matemática. Nisso contribuem, além da lógica, também a imaginação e a intuição.

E qual a motivação para elaborar uma epistemologia da imaginação e da intuição em matemática, problema central desta pesquisa?

Segundo Bachelard (1978b, p. 92), “a ciência cria com efeito uma filosofia”. Ainda, a “ciência costuma postular uma realidade. [...] Essa realidade, cujo conhecimento não pode ser esgotado, suscita uma pesquisa sem fim. [...] Vamos, pois, adotar como postulado da epistemologia o caráter sempre inacabado do conhecimento” (Id., 2004, p. 16-17).

Nesse sentido, pode-se dizer, com Bachelard, que a matemática cria uma epistemologia. É a ciência na sua dinamicidade que engendra a nova filosofia da ciência. Aplicado ao campo da matemática, será a própria matemática em sua dinamicidade, a qual envolve além da lógica, a imaginação e a intuição, que permitirá o desenvolvimento de uma filosofia da matemática, em particular, de uma epistemologia da imaginação e da intuição em matemática.

E indaga-se, e por que não? É “preciso forçar a natureza e ir tão longe quanto o nosso espírito” (Id., 1978a, p. 21). A filosofia como a matemática não é um campo fechado, mas aberto e dinâmico e essa nova epistemologia deve elaborar-se a partir das transformações que norteiam o universo da imaginação e da intuição matemáticas. Essa procura de uma epistemologia, a partir da dinamicidade da própria matemática, como propõe Bachelard para a ciência, torna-se uma metodologia de pesquisa no próprio caminhar desse trabalho. Esse é o desafio.

Este artigo visa colocar em evidência elementos para justificar uma tal epistemologia baseado, principalmente, nas concepções de Poincaré e Bachelard sobre a relevância da imaginação e da intuição nos pensamentos estético e matemático. Especial destaque será dado às “visões” epistemológica (“diurna”) e poética (“noturna”) da ciência desenvolvidas por Bachelard. Sua vertente epistemológica da ciência é a da filosofia do pensamento científico, objetivo e lógico, enquanto que sua vertente poética da ciência é a do devaneio do pensamento pautado na intuição, a imaginação e nos processos criativos.

Este trabalho é parte da pesquisa de doutorado da primeira autora sob a orientação e co-orientação do segundo e terceiro autor respectivamente.

A intuição, a imaginação e a capacidade de criação como propulsores da dinâmica do conhecimento

Sobre a imaginação e a intuição, no campo da matemática, muitos autores trazem diversas perspectivas em favor do aprimoramento dessas capacidades para o ensino e para a compreensão da própria matemática. Dentre eles cita-se: Bachelard (1994, 1997, 2001, 2003, 2013), Brunshvicg (1945), Brutter (1998), Cifuentes (2003, 2005, 2010, 2013), Del Vecchio Junior (2005, 2010), Fischbein (1987), Hadamard (2009), Heinzmann (2013), Negrelli (2008), Paiva (2005), Paty (2001), Poincaré (1946, 1988, 1995), entre tantos outros.

Sobre a intuição

Para Brutter (1998, p. 74), a intuição é:

um conjunto de atividades mentais que engloba a observação e a reminiscência de fatos análogos e de indícios. É a manifestação muito apurada e muito elaborada da racionalidade profunda do ser. As qualidades intrínsecas, a formação, e, em particular, o exercício estão na origem da manifestação desta intuição.

Segundo Heinzmann (2002 apud DEL VECCHIO JUNIOR, 2010, p. 130), há três usos do termo intuição que são mais destacados:

- a) A intuição concebida como ferramenta para ater-se a domínios cientificamente inacessíveis. Muitas vezes comparável ao instinto, intuição, nesse sentido, é um fenômeno frequente das obras literárias, místicas ou religiosas, mas igualmente das filosóficas.
- b) A intuição concebida como instrumento de invenção científica. Nesse sentido, ela pode ter uma função heurística ou crítica-normativa. As atuais representações de figuras geométricas são um exemplo da primeira função [...].
- c) A intuição como base epistemológica do conhecimento. Se quisermos assegurar à palavra *intuição* tomada nessa última perspectiva o máximo de rendimento semântico, ela designará uma apreensão simples (direta, imediata, sem conceito) de um objeto ou da validade de um domínio do conhecimento, em oposição a um conhecimento discursivo, intermediário, por demonstração.

Com relação à intuição matemática, segundo Del Vecchio Junior (2010) é possível considerá-la principalmente a partir da segunda e da terceira alternativas. Assim, à intuição matemática

cabe o ato originário, fundamental, do qual decorre a definição e a construção dos objetos matemáticos (algo intimamente ligado à capacidade humana de criar hipóteses e analogias), bem como a noção geral e percepção de unidade do conhecimento (Ibid., p. 131).

A intuição matemática é uma capacidade humana que se aprende, se aprimora ao longo da vida, podemos dizer que “ela é elástica” (NAGEL e NEWMAN, 1973). A maturidade matemática do ser humano é aprimorada. À medida que se estuda matemática, entra-se em conexão com ela, alimentando a nossa intuição matemática. “Seria muito cômodo se, depois de conhecer os dados de um problema, fossemos deitar e encontrássemos a solução completa ao acordar no dia seguinte” (HADAMARD, 2009, p. 61). Porém, para que a matemática possa constituir-se como ciência, é necessário que passe da “intuição ingênua a uma intuição refinada” (BRUNSCHVICG, 1945, p. 488, tradução nossa).

De acordo com Brunshvicg, “em cada etapa decisiva do pensamento matemático vamos encontrar já a noção de intuição” (1945, p. 466, tradução nossa). E continua, “não se recorre mais a dados da intuição só para facilitar o raciocínio; é, na espera da demonstração, um instrumento de descoberta” (Ibid., p. 475, tradução nossa).

Nesse aspecto, resolver um problema guiado pela intuição não é uma questão de sorte, não é fruto do acaso, mas um pensar constante, um trabalho de alta racionalidade sem ser puramente lógica, um esforço voluntário e intenso da consciência, muitas vezes de dias e até anos. É por meio de uma maturidade matemática que uma educação da sensibilidade habilita a intuição para fazer matemática. A intuição é “faculdade que nos faz ver o fim de longe” (POINCARÉ, 1995, p. 21), nos permite e nos habilita a escolher o caminho a seguir, como em um jogo de xadrez para cujo desenvolvimento não basta apenas conhecer as regras do jogo.

Além disso, “uma intuição não se demonstra, se experimenta. E se experimenta multiplicando, ou mesmo modificando as condições da sua utilização” (BACHELARD, 1999, p. 9). Portanto, a intuição matemática está mais do lado da experiência matemática que do raciocínio lógico.

Como o raciocínio argumentativo, a intuição é um modo de conhecimento, mas nem um nem outro são autônomos. Ambos agem de modo colaborativo. Há então, “ao pé da letra, um "mundo inteligível", um mundo de entidades racionais, como há um "mundo sensível", um mundo de dados sensíveis. Os dois mundos têm uma estrutura análoga” (BRUNSCHVICG, 1945, p. 427, tradução nossa).

Segundo Poincaré (1995), para fazer aritmética, geometria ou qualquer ciência, é preciso algo mais que a lógica pura, essa só nos levaria sempre a tautologias e para designar essa coisa, não há outra palavra senão ‘intuição’. Ela é o motor da criatividade em diversas situações. E na consolidação do conhecimento, a intuição é complemento da lógica.

No campo da geometria, a intuição é alimentada pelas imagens. A representação dos conceitos geométricos por meio de imagens é um dos recursos mais utilizados no processo de ensino e de aprendizagem em matemática. O desenvolvimento do pensamento geométrico pressupõe o aprimoramento e amadurecimento dessa intuição geométrica.

As próprias demonstrações, mesmo em se tratando de raciocínios lógicos, têm suas formalizações precedidas de ensaios intuitivos que, muitas das vezes, são suprimidos no discurso dos matemáticos e em sua redação final.

Poincaré “indispôs contra todas as novas teorias que costumamos identificar com o novo espírito da matemática nos fins do século XIX e primeiros anos do século XX: a nova lógica, a teoria dos conjuntos, o formalismo hilbertiano” (SILVA, 1992, p. 43). Colocou-se em defesa da intuição na construção do conhecimento matemático e, decorrente dela, a imaginação, a invenção e a criatividade, nesse campo, se desvelam. A intuição também se impõe ao se relacionar o mundo matemático com o mundo real, pois só ele pode “transpor o abismo que separa o símbolo da realidade” (POINCARÉ, 1889, apud PATY, 2001, p. 175-176). É a intuição que faz a unidade de um raciocínio, como no desenvolvimento de um jogo de xadrez, é ela que ilumina o caminho, conduz os matemáticos e lhes permite inventar. É a intuição que nos coloca em contato com a realidade, mas ela necessita da lógica para formalizar e complementar as ideias de um pensamento intuitivo.

Sobre a imaginação

Canguilhem, na apresentação da obra *Estudos* (2008, p. 8-9), uma coletânea de artigos de Bachelard, afirma que esse autor, ao elaborar a frase “sob certos aspectos, falar das fronteiras da Química é tão inútil quanto falar das fronteiras da Poesia”, já vislumbrava o poder ilimitado da imaginação na ciência.

A “imaginação é uma faculdade específica. A ela pertence essa função do irreal, que psiquicamente é tão útil como a função do real” (LESCURE, 1999, p. 128). “Não é o conhecimento do real que nos faz amar apaixonadamente o real. É o sentimento que constitui o

valor fundamental e primeiro. A natureza, começamos por amá-la sem conhecê-la, sem vê-la bem, realizando nas coisas um amor que se fundamenta alhures” (BACHELARD, 1997, p. 119).

A imaginação é dinâmica, porém, é um movimento corajoso. “Essa imagem dinâmica fundamental é, pois uma espécie de luta em si. Mais que ninguém, o nadador pode dizer: o mundo é a minha vontade, o mundo é a minha provocação. Sou eu que agito o mar” (Ibid., p. 174).

Para Bachelard (1997), nunca o conhecimento parecerá o suficientemente trabalhado, acabado. Diante da imaginação criadora, diante do desejo de novidade, ele nunca acaba de sonhar, é a força propulsora da imaginação, força inesgotável que promove o novo. A imaginação imagina a criação e vida das coisas com as luzes vitais. “A imaginação em sua forma criadora, impõe um devir a tudo o que ela cria” (Ibid., p. 70). Considerar os conhecimentos como um ente inacabado, nos coloca diante de novos meios de análise e que dão impulso à imaginação em múltiplos caminhos. Assim, “a imaginação tem uma necessidade incessante de dialética. Para uma imaginação bem dualizada, os conceitos não são centros de imagens que se acumulam por semelhança; os conceitos são pontos de cruzamentos de imagens, cruzamentos em ângulo reto, incisivos, decisivos” (Ibid., p. 54).

Assim, da vertente poética de Bachelard (o Bachelard dito “noturno”), devemos conceber que a imaginação não é uma faculdade entre outras. Ela é o poder constitutivo que nos afirmam como sujeitos capazes de interpretar os fenômenos como objetos. A imaginação é para a poesia o que o trabalho de pesquisa é para o pensamento científico: sua infraestrutura essencial. É a imaginação que nos faz mergulhar na profundidade das coisas. Ela nos faz descobrir as forças vivas da natureza. A imaginação “inventa mais que coisas e dramas; inventa vida nova, inventa mente nova; abre olhos que tem novos tipos de visão” (Id., 2008, p. 18), ou seja, visão da imaginação. Nesse aspecto, a imaginação provoca a razão. “Quando a imaginação começa a razão recomeça. Ambas nos fazem aceder ao universo do espírito, isto é, a uma realidade superior” (JAPIASSU, 1976, p. 25). Ambas são necessárias ao conhecimento. “O ser entregue à razão encontra forças na solidão. Tem em si os meios para corrigir-se. [...] Mediante a razão, tudo pode começar de novo” (BACHELARD, 1999, p. 89). Solidão no sentido da poética que leva o poeta, assim como o cientista, a criar, a criar de novo.

Além de Gaston Bachelard e de Henri Poincaré pode-se recorrer ainda a René Descartes e Albert Einstein, quem ao falar sobre suas investigações, mostraram que a base de seus trabalhos no campo da ciência era impregnada de imaginação e intuição.

Descartes, nas *Regulae ad Directionem Ingenii* [Regras para a direção do espírito], citado por Hadamard (2009, p. 104), afirma que

[...] a imaginação, sozinha, é incapaz de criar a ciência. [...] No entanto, [...] devemos, em certos casos, recorrer a ela. Primeiro, ao fixá-la sobre o objeto que queremos considerar, vamos impedir que ele se disperse e nos atrapalhe; depois e sobretudo, ela pode despertar em nós certas ideias.

No mesmo trabalho, continua Descartes,

a imaginação será muito útil, sobretudo, quando se tiver de resolver um problema não por simples dedução, mas por várias deduções sem ligações entre si, das quais, a seguir, será preciso fazer a enumeração completa e coordenar os resultados (Ibid., p. 104).

A imaginação assume várias formas, pode ser a capacidade de “construir” imagens mentais a partir de objetos que conhecemos ou pode ser a criatividade que não depende de algo concreto para surgir. Essa imaginação permite-nos ver o que não está lá. A imaginação, ao tornar o mundo presente em imagens, nos faz pensar (ARANHA e MARTINS, 2009). Nesse sentido, Felício (1994, p. 56) acrescenta, “não é necessário que uma imagem se refira a uma experiência real que se imagina, pois a imagem ‘se imagina’. [...] Essa imagem pode nascer espontaneamente na consciência, dinamizando-a e induzindo-a no pensamento”.

Os seres humanos, por meio de imagens e da imaginação criam um universo significativo em seu encontro com o mundo. Imaginar “é um pensar específico sobre um fazer concreto” (OSTROWER, 2010, p. 32).

A imaginação na contemporaneidade é preterida em favor do conhecimento intelectual proveniente da razão, no entanto,

a própria ciência, que pretende ser um conhecimento rigoroso das “coisas como são”, é filha direta da imaginação. A criação de normas de objetividade, para que a razão se discipline e não sofra interferências dos valores e emoções, é um produto da imaginação. Aliás, a ciência surge, nos primórdios do século XVII, quando a imaginação de Galileu leva-o a afirmar: “vamos supor que um corpo caia sem sofrer interferências do atrito com o ar”. Isto é, imaginemos uma coisa inexistente em nosso mundo: a queda livre, sem interferências da atmosfera, o movimento contínuo. A imaginação é, portanto, o dado fundamental do universo humano e o motor de todo ato de criação. Precisamos notar também que em qualquer ato criativo não há apenas uma mobilização da razão, da esfera lógica (que se dá através dos símbolos). Como já se observou, nossa razão, nossos símbolos (linguísticos, matemáticos, etc.), estão sempre apoiados nas nossas vivências nos nossos sentimentos (DUARTE JR, 1991, p. 52).

A imaginação é a “atividade que inclui o uso produtivo do material sensorial que leva à descoberta científica, bem como o uso similar desse material que leva à obra de arte, não havendo uma diferença essencial entre os dois processos” (READ, 2001, p. 71-72). A descoberta científica aqui é entendida como a materialização do fato científico. No entanto, a “educação deveria ter como propósito fundamental a potencialização da capacidade cognitiva nos indivíduos pelo uso da imaginação” (EFLAND, 2010, p. 343).

Pela imaginação o homem ordena o mundo numa estrutura significativa e permite criar mundos possíveis e melhores possibilidades de ser e sentir-se parte integrante dele; por meio dela, somos impelidos a visualizar aquilo que não temos a oportunidade de experimentar na vida cotidiana, rompendo o estreito espaço que o cotidiano nos reserva. Ainda, por meio da imaginação, o homem é estimulado a produzir conhecimento, particularmente na ciência e na matemática.

Em 2013, Cifuentes, em uma entrevista concedida ao Programa *Caldo de Cultura* da TV da Universidade Federal do Paraná – UFPR, a respeito da exposição, “A magia de Escher” ocorrida no Museu Oscar Niemeyer, em Curitiba, coloca que:

A matemática do século XX incorpora aspectos qualitativos e exige, além da visão do olhar, uma visão da imaginação. No entanto, deve superar a visualidade bidimensional e tridimensional das representações do mundo que nos cercam e atingir uma visualização de ordem superior. Essa matemática vai além dos números e das fórmulas, incorporando novas geometrias, por exemplo, as geometrias não-euclidianas. Essa nova matemática lida com transformações, distorções, objetos que podem ser modificados sem perder certas qualidades, próprias da matemática. Essa nova matemática precisa ser capturada, por meio também da sensibilidade. Não pode ser vista com o olhar da visão, mas sim deve ser pensada, capturada pela imaginação. Essa nova matemática ultrapassa a tridimensionalidade e alcança a tetradimensionalidade. Para conhecê-la é necessária uma visão, um pensamento e uma imaginação mais refinados (CIFUENTES, 2013).

O processo de construção do conhecimento é interpolado pelo sujeito cognoscente e, como tal, está sujeito a hipóteses, erros e retificações, razão e emoção. O sujeito, na sua essência, é ao mesmo tempo um homem da ciência e da poética, entendida esta como o processo de criação. A imaginação, capacidade ligada mais à experiência estética, está intrínseca no sujeito e se manifesta no seu poder de agir, de interpretar e de transformar, assim, o sujeito tem a capacidade de desconstruir para poder reconstruir, ou seja, (re)inventar.

Essas capacidades do sujeito de imaginar, intuir, criar, se revelam mais espontaneamente na arte, seu campo natural, porém estão presentes também na matemática e

faz parte da interpretação de fenômenos que as diversas ciências estudam (com ênfase na palavra ‘interpretação’).

A imaginação é o motor da criação! E a curiosidade é o motor da imaginação!

A arte, nesse processo, é contemplada, pois ela tem como um de seus objetos o conhecimento através da própria sensibilidade, capaz de produzir conhecimento sensível, um conhecimento de natureza diferente daquele produzido pela cientificidade e racionalidade. Arte, entendida aqui, não como um fazer, como uma técnica (uma poética), mas como uma forma de pensar (uma estética), que busca a experiência do sensível e que tem por finalidade despertar o sentimento do prazer e da experiência estética no campo da matemática. A arte compreende as dimensões do emocional, da liberdade, da naturalidade, da espontaneidade, da harmonia e da beleza (GUSMÃO, 2013). Fatores fundamentais, juntamente com a racionalidade alimentada pela imaginação e a intuição, para a compreensão da matemática e interpretação da realidade.

Encontra-se na arte um meio para adaptar mais diretamente os princípios de criação. Bachelard citando Gaston Roupnel, afirma:

[É] a Arte a que nos liberta da rotina literária e artística... Ela nos cura da fadiga social da alma e rejuvenesce a percepção gasta. Ela restitui à expressão envergonhada, o sentido ativo e a representação realista. Ela devolve a verdade à sensação e a probidade à emoção. Ela nos ensina a nos valermos de nossos sentidos e de nossas almas como se nada tivesse corrompido ainda seu vigor ou estragado sua clarividência. Ela nos ensina a ver e escutar o Universo como se apenas tivéssemos agora a revelação sadia e espontânea de si. Ela traz diante do nosso olhar a graça de uma Natureza que desperta. Ela nos entrega os momentos encantadores do início da manhã, resplandecentes de criações novas. Ela nos devolve, por assim dizer, o homem maravilhado que ouviu nascerem as vozes na Natureza, que assistiu à aparição do firmamento e diante o qual o Céu elevou-se como um Desconhecido. [...] a Arte é o sentido da Harmonia que nos restitui o suave ritmo do Mundo e nos devolve ao infinito que nos chama (1999, p. 89-90, tradução nossa).

Assim, o poder da imaginação na matemática está na sua capacidade de criar e recriar novos mundos, na “percepção” das estruturas, de expandir-se constantemente, de superar os obstáculos que impedem o desenvolvimento das ciências. E na educação, de valorizar os erros, dando a eles uma conotação positiva. Tais argumentos, em favor de uma imaginação criadora, são necessários para promover um dinamismo no saber, no conhecimento do nosso tempo atual. Para esse dinamismo ser detidamente fundamentado torna-se necessária uma confrontação dialética entre as ideias epistemológicas, filosóficas e poéticas do Bachelard “diurno” e “noturno”, bem como uma fusão dessas ideias com as de Poincaré para o entendimento do entre

o pensamento científico, permeado pela racionalidade, e a intuição reforçada pela imaginação poética.

A criatividade em matemática

A criatividade, uma faculdade que envolve também o lado qualitativo do pensamento matemático, está ligada ao que Gaston Bachelard chama de ‘surracionalismo’, termo criado por ele a partir do surrealismo nas artes, na qual, multiplicam-se as formas de pensar o conhecimento científico. Nesse aspecto, concebe a imaginação como fonte, como o que impulsiona o pensamento e o faz dinâmico, vivo e criativo (JAPIASSU, 1976). Ao mesmo tempo, aproxima-se das ideias de Poincaré quando defende o papel central desempenhado pela intuição na matemática. Para Poincaré, a matemática não pode desprezar a intuição, pois ela atua como ponto de partida para construir um sistema, e a ciência funciona como um sistema de relações. Nesse sentido, a intuição complementa a lógica (POINCARÉ, 1995). São características do processo criativo, em que a imaginação e a intuição intervêm em consonância com ações de combinar, ligar, colocar em relação.

O ato criador está intimamente ligado à imaginação, compreendida nesse processo como a “articulação dos sentimentos, a sua transformação em imagens e ao encontro de símbolos que expressem esses processos e resultados” (DUARTE JR, 2005, p. 98). A atitude criadora, segundo Duarte Jr (1991, p. 54) constitui um ato de rebeldia, um ato de coragem na medida em que o criador

nega o estabelecido, o existente, para propor um outro caminho, uma outra forma, enfim, para propor o novo. O novo surge a partir de um descontentamento com relação ao estabelecido. Nesses termos qualquer ato criativo é sempre subversivo, pois visa à alteração, a modificação do existente.

D’Ambrósio (2011), na conferência de abertura proferida na XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática – CIAEM, realizada em Recife/PE, afirma que uma das melhores conceituações que ele conhece sobre o que é matemática e sobre a criatividade está na entrevista que Ennio De Giorgi, um grande matemático do século XX, concedeu, poucos meses antes de sua morte, em 1996, a Michelle Emmer. D’Ambrósio conta que nessa entrevista De Giorgi diz: “Matemática é a única ciência com a capacidade de passar da observação de coisas visíveis à imaginação de coisas não visíveis. Este é, talvez, o segredo da força da matemática.” Ainda, “Eu penso que a origem da criatividade em todos os campos é aquilo que

eu chamo a capacidade ou disposição de sonhar: imaginar mundos diferentes, coisas diferentes, e procurar combiná-los de várias maneiras”, o que nos remete a Bachelard.

A atividade científica, assim como a atividade matemática, é criadora e requer uma razão irrequieta e pronta para criar o novo, exigindo para tanto, recorrer à intuição e à imaginação. A razão aberta configura-se como a única alternativa para uma ciência que se empenha na busca do novo. Ao “dar existência ao irreal, essa razão torna-se análoga à arte” (PAIVA, 2005, p. 110).

Ciência e poesia, que para Bachelard são dois contrários bem feitos que devem caminhar juntas, se complementam no caráter dinâmico do pensamento que, mobilizados pela imaginação, definem a condição humana e contribuem para a criação, (re)construção de conhecimentos, particularmente na matemática, na arte e nas ciências.

Torna-se essencial para o homem, conceber o mundo sob dois pontos de vista, o da ciência com o auxílio da epistemologia, e o da poesia com auxílio da estética, assim, o real que é matéria da ciência, se completa com a função do irreal que provém de processos de criação. No entanto, a ciência, “elevou a epistemologia ao nível da física da relatividade e a doutrina do imaginário ao nível da produção poética liberada pela explosão surrealista” (JAPIASSU, 1976, p. 11), valorizando a racionalidade, em detrimento da poesia.

Dialetizar os pensamentos racionais e imaginativos é aumentar a possibilidade de criar e recriar novos mundos, novos cotidianos, permitindo, dessa forma, evoluir e ampliar os conhecimentos nas diversas áreas do saber, particularmente na ciência e na matemática. Os estudos de Bachelard se apresentam como uma liberação. O caminho que ele propõe para ser percorrido exige disponibilidade, paciência, abertura e coragem de transpor barreiras e vencer os obstáculos epistemológicos e pedagógicos.

Nenhum método puramente racional e “mecânico, que não pede ao espírito nenhum esforço de invenção, não pode ser realmente fecundo” (BACHELARD, 1978b, p. 173).

Henri Poincaré e Gaston Bachelard: interfaces a respeito das relações entre ciência e realidade

Poincaré, matemático, geômetra e físico francês, foi considerado um grande mestre e um grande professor. Em nível teórico (ele não foi um cientista experimental), contribuiu com a filosofia da ciência, sendo um grande divulgador científico de assuntos avançados, contribuiu também com o desenvolvimento do pensamento qualitativo da matemática, elaborou numerosas

reflexões sobre temas fundamentais como o espaço, o tempo, a ciência e a natureza do conhecimento físico e matemático. Foi considerado não somente um matemático universal, mas um filósofo profundo que intervinha nos debates filosóficos com discussões a respeito dos recentes desenvolvimentos da ciência de sua época. Um ponto forte no seu trabalho foi discutir o papel da hipótese e da intuição na ciência (BOTTAZZINI, 2012).

Bachelard, filósofo da ciência e epistemólogo francês, licenciou-se em matemática em 1912 e filosofia em 1920 e doutorou-se em letras em 1927. Foi professor de física, química e filosofia. A produção intelectual de Bachelard teve duas vertentes. De um lado, o da epistemologia do universo científico, tratava-se mais precisamente de uma filosofia das ciências ou uma filosofia da descoberta científica que buscava o conhecimento na objetividade do pensamento lógico, na razão, nesse contexto foi chamado de “homem diurno”. Do outro, está o “homem noturno”, o Bachelard do devaneio poético, que pautava seu conhecimento na poética, na intuição, na imaginação e nos processos criativos (JAPIASSU, 1976).

O Bachelard “noturno” traz para discussão e reflexão, no campo da filosofia da ciência, as capacidades de imaginar e intuir, fazendo-as conhecer novo papel na elaboração dos conhecimentos. Por sua vez, a questão da imaginação para Poincaré toma forma na sua filosofia sob a alcunha de exercício da intuição. Nesse sentido, descoberta e criação interpenetram-se, movidos pela imaginação e a intuição.

Além de dinâmicos, os pensamentos de Poincaré e Bachelard são extremamente fecundos e fazem constante apelo à criação no domínio da arte, da poesia e da ciência. O ato criador não se reduz ao ato de imaginar. Começa por uma atitude de profunda admiração das coisas. Somos todos seres profundos com capacidades imensas para criar, imaginar, poetizar e produzir. A poética é um caminho para a descoberta das forças vivas da natureza e da profundidade dos dramas humanos.

Um ponto de aproximação entre as ideias de Poincaré e de Bachelard está, cada qual no seu campo de ação, na compreensão da realidade.

Para Poincaré (1946), a partir de uma realidade exterior encontra-se um modelo matemático para interpretá-la, utilizando para isso de hipóteses, que são aproximações idealizadas da própria realidade, aproximações que possibilitam a constituição do que é chamado de ‘fato científico’. A “percepção da realidade vem acompanhada de certos parâmetros de seleção como homogeneidade, simplicidade, regularidade, dentre outros, que, no fundo, têm um caráter de estrutura matemática” (NEGRELLI, 2008, p. 35).

A relação entre a realidade e a matemática que pretende representá-la é estudada no processo de modelagem matemática, do ponto de vista epistemológico em Negrelli (2008).

Para Negrelli, são as hipóteses que permitirão realizar um recorte da realidade inicial (o mundo exterior), surgindo uma realidade intermediária, que é a que será modelada. A realidade intermediária é

uma representação recortada da realidade inicial que será modelada matematicamente. É formulada através de hipóteses e aproximações simplificadoras dadas por situações limites, que são obtidas geralmente por intuição sobre a realidade inicial, pois supõem uma escolha. É uma abstração da realidade inicial que supõe a identificação de uma situação bem estruturada desta. Salientamos que o que tem ‘estrutura’, pensada até como um conceito matemático, é a realidade intermediária e não a realidade inicial (Ibid., p. 40).

Por sua vez, para o Bachelard epistemológico, dito “diurno”, a partir de um modelo matemático já elaborado, ou seja, a partir de uma teoria já constituída, observa-se e interpreta-se o “recorte da realidade”, criando, nesse processo, os fenômenos a serem estudados. Os “modelos matemáticos, ao mesmo tempo em que criam os fenômenos, estimulam a razão a recriar, possibilitando o germinar de realidades inauditas, em cujas construções, o pensamento e a experiência não se dissociam” (PAIVA, 2005, p. 111). “Sem teoria nunca saberíamos se aquilo que vemos e aquilo que sentimos correspondem ao mesmo fenômeno” (BACHELARD, 1978a, p. 7). A teoria “é a verdade matemática que ainda não encontrou a sua realização completa. [...] A teoria insiste, não hesita, a preço de algumas modificações de base, em procurar as realizações de um conceito inteiramente novo, sem raiz na realidade comum” (Ibid., p. 21). Entra em cena então a imaginação, que permite elaborar, interpretar e construir uma intuição sobre esse real.

A epistemologia científica do Bachelard “diurno” buscava interpretar o mundo por meio do conhecimento proveniente da objetividade do pensamento, da razão e do método científico e, como tal, remete a regras, a procedimentos, inclusive à lógica. Porém, Bachelard após um certo período de sua vida, começa a dar menos ênfase ao racionalismo da ciência contemporânea e passa a investigar o mundo problemático das questões colocadas pela imaginação poética no campo das ciências. E são essas ideias que interessam neste trabalho, já que, a apreensão do mundo pela ciência se vale de aspectos ligados à intuição e à imaginação, cuja racionalidade escapa de qualquer lógica. É, então, a imaginação e a intuição à procura de uma epistemologia.

A solidariedade de tensão provocada pelas ideias do Bachelard “noturno” e “diurno” e das ideias de Poincaré que confronta a lógica com a intuição coloca em evidência que o homem é, ao mesmo tempo, razão e imaginação, que o cientista, homem comum, também produz conhecimento a partir de sua imaginação, assim como a produção do poeta que é também carregada de método e de rigor no mundo surracional. Assim, ambos produzem por um processo que envolve, além da racionalidade – ligada à objetividade, a sensibilidade – ligada a subjetividade.

A intuição, a imaginação e a criatividade no fazer e no aprender matemática a partir das ideias pedagógicas de Poincaré e Bachelard

A imaginação pode ser a mediadora entre o pensamento e a sensibilidade, entre a representação e a abstração. Imaginar é a capacidade de ver além do olhar, além da imediatez do que é dado, de criar possibilidades, ideias novas, fundamentais para a criação em matemática. Embora o foco aqui não seja os aspectos cognitivos da imaginação, e sim os epistemológicos, ela é uma capacidade que pertence ao sujeito, portanto, ao ser estimulada pode contribuir na construção de conhecimentos e no entendimento de sua dinamicidade, particularmente, no ensino da matemática.

As ideias de Poincaré e de Bachelard extrapolam os campos da Filosofia e da Epistemologia, alcançando outras áreas do saber como o Ensino, mesmo que essas ideias não estejam explícitas em suas obras.

Em Bachelard, a discussão sobre o ensino está presente por meio da ideia de “formação”, especialmente na “formação do espírito (científico)”. Essa ideia segundo Bachelard “é muito mais completa e abrangente do que a de educação, pois não traz no seu bojo as conotações que esta última apresenta e que são oriundas da tradição que nos leva a compreender o conhecimento como ato de repetir e de memorizar ideias” (BARBOSA e BULCÃO, 2004, p. 50-51).

Para Bachelard, a formação implica essencialmente na desconstrução e reconstrução pelo qual o sujeito precisa romper com os obstáculos epistemológicos e pedagógicos, com os retardos e concepções pré-estabelecidas que o impedem de atingir o conhecimento. Nesse processo, o “espírito se revela como um ser a instruir, ou seja, como um ser a criar. O conhecimento se dinamiza por sua historicidade. Por ter uma história, ele tem um destino. Essa história é pedagógica” (BACHELARD, 2008, p. 80).

Assim, “as instâncias pedagógicas revelam-se eficazes e indispensáveis. Elas nos mostram que a ciência é escola, uma escola permanente” (Id., 1966, p. 29, tradução nossa).

Bachelard (Ibid., p. 13, tradução nossa) em conversa com Brunshvicg, afirma que, sem dúvida, “é mais professor que filósofo e que a melhor maneira de medir a solidez de ideias científicas é por meio do ensino. [...] Ensinar é a melhor maneira de aprender”.

O homem dedicado à cultura científica é um eterno estudante. A escola é o maior modelo de vida social. Continuar estudante deve ser o anseio de todo professor. Por causa da prodigiosa diferenciação do pensamento científico e da necessária especialização, a cultura científica coloca o mestre numa situação de estudante (Ibid., p. 23, tradução nossa).

Para Bachelard, as noções científicas têm grande relação com os aspectos pedagógicos e essa relação se estabelece socialmente.

Para que a ciência objetiva seja plenamente educadora, é preciso que seu ensino seja socialmente ativo. É um alto desprezo pela instrução o ato de instaurar, sem recíproca, a inflexível relação professor-aluno. A nosso ver, o princípio pedagógico fundamental da atitude objetiva é: Quem é ensinado deve ensinar. Quem recebe instrução e não a transmite terá um espírito formado sem dinamismo nem autocrítica. Nas disciplinas científicas principalmente, esse tipo de instrução cristaliza no dogmatismo o conhecimento que deveria ser um impulso para a descoberta (Id., 1996, p. 300).

Segundo Barbosa e Bulcão (2004, p. 51) a “problemática da formação em Bachelard, se desenvolve a partir de dois eixos distintos [...]: o eixo da razão e o da imaginação”. Esses dois eixos, que se mostram, em princípio opostos entre si, contribuem para o desenvolvimento do espírito humano. Nesse sentido, podem-se caracterizar as ideias pedagógicas de Bachelard como pedagogia da razão e pedagogia da imaginação. Ambas, em consonância, contribuem para a formação integral do sujeito.

Poincaré também discorre sobre o ensino, suas ideias pedagógicas não foram reunidas em um único documento, mas estão dispersas em suas obras, particularmente em *A Ciência e a Hipótese* (1988, original de 1902), *O Valor da Ciência* (1995, original de 1905), *Ciência y Método* (1946, original de 1908) e em artigos como *Les fondements de la géometrie*, *La notation différentielle et l'enseignement*, *La logique et l'intuition dans la science mathématique et l'enseignement* e *Les définitions générales en mathématiques*, *L'invention mathématique*, entre outros (BRUTTER, 1998).

No que diz respeito à matemática, Poincaré faz uma crítica às práticas pedagógicas ditas tradicionais. Afirma que ao tornar-se rigorosa, “a matemática assume um caráter artificial [...],
 Perspectivas da Educação Matemática – INMA/UFMS – v. 10, n. 22 – Ano 2017

ela esquece suas origens históricas; vemos como as questões podem ser resolvidas, mas já não vemos como e porque elas aparecem” (Ibid., p. 53). Nesse aspecto, é fundamental trabalhar no ensino a gênese e evolução das ideias matemáticas, as quais foram impulsionadas pela imaginação e intuição para sua criação.

É fato que o estudo da matemática pode favorecer a formação de diversos modos de pensar e raciocinar. Este estudo pressupõe que não nos contentamos em ensinar receitas aos alunos, essa “cozinha escolar” é insípida e não permite a formação do espírito. É indispensável que esses alunos entrem em contato com as ideias e as teorias matemáticas, que consigam dominá-las, primeiro para se exercitarem no raciocínio, mas também para desenvolver a imaginação e a intuição. Dentre os ramos da matemática, o exercício da geometria é o mais apto para favorecer a expressão da intuição. Nela encontramos mais facilmente construções e, por meio dessas construções, é possível conduzir o espírito à elaboração de pequenos *puzzles*, fazer relações mentais atraentes e despertar a emoção estética na matemática (Ibid., 1998).

Considerações

O interesse nesta pesquisa é discutir e defender o papel da intuição na elaboração e no acesso aos fundamentos matemáticos e mostrar que sua intervenção pode, de fato, constituir-se como um “elemento metodicamente justificável” (HEINZMANN, 2013, p. 12) no caminho para o conhecimento matemático.

O propósito é apontar, de uma maneira racional, o papel da intuição na elaboração, interpretação e compreensão dos conhecimentos matemáticos e de sua dinâmica. Isso não significa dizer que esse uso da intuição seja sempre necessário para essa compreensão, mas que em certos casos é fundamental. Portanto, a intuição não deve ser eliminada desse processo, ela complementa a lógica, mas é necessário educá-la, por meio de um trabalho intenso, consciente e intelectual de formação.

O desafio então é saber sob quais condições o acesso intuitivo ao conhecimento pode ser considerado como racional, isto é, tem uma racionalidade. Quando se fala em intuição, não se está referindo ao comportamento, a articulação e percepção do mundo, de forma imediata baseada no senso comum, mas sim à capacidade de identificar o que é inteligível, isto é, racionalmente acessível e que permita ascender ao conhecimento, especialmente o matemático. Esse que tem sua primazia na racionalidade.

A imaginação e a intuição estão mais do lado do irracional, porém, apesar disso, essas capacidades têm, também, uma certa racionalidade. De todos os graus de racionalidades, o mais perfeito é o que corresponde à lógica pura, os outros graus de racionalidades se afastam um pouco da lógica como a concebemos. O que se defende neste trabalho é a racionalidade por traz da imaginação e da intuição na construção do conhecimento matemático, o que pode ser fundamentado por meio da elaboração de uma “epistemologia da imaginação e da intuição”, epistemologia que pode ser construída a partir das ideias de Poincaré e, principalmente de Bachelard, procurando o traço de sua epistemologia “diurna” no seu pensamento “noturno”.

Por fim, espera-se que essa pesquisa traga para os professores de matemática, e àqueles em formação, esclarecimentos, reflexões, argumentações e ideias que possam contribuir na elaboração de metodologias inovadoras para seu ensino da matemática em que a imaginação, a intuição e a criatividade estejam presentes, pois, além da formação matemática promovida, é necessário desenvolver uma cultura matemática, que reflita o verdadeiro pensamento matemático e científico contemporâneo.

Referências

ARANHA, M. L. A.; MARTINS, M. H. **Filosofando**: introdução à filosofia. 4ª ed. São Paulo: Moderna, 2009.

BACHELARD, G. **Le rationalisme appliqué**. 3ª ed. Paris: P.U.F., 1966.

_____. A filosofia do não. In: PESSANHA, J. A. M. **Os pensadores**. 2ª ed. São Paulo: Abril Cultural, 1978a.

_____. O novo espírito científico. In: PESSANHA, J. A. M. **Os pensadores**. 2ª ed. São Paulo: Abril Cultural, 1978b.

_____. **A psicanálise do fogo**. Trad. Paulo Neves. São Paulo: Martins Fontes, 1994.

_____. **A água e os sonhos**: ensaio sobre a imaginação da matéria. Trad. Antônio de Pádua Danesi. São Paulo: Martins Fontes, 1997.

_____. **La intuición del instante**. Trad. de Jorge Ferreiro. 2ª ed. México: FCE, 1999.

_____. **O ar e os sonhos**: ensaio sobre a imaginação do movimento. Trad. Antônio de Pádua Danesi. 2ª ed. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

_____. **A terra e os devaneios do repouso**: ensaio sobre as imagens da intimidade. Trad. Paulo Neves. 2ª ed. São Paulo: Martins Fontes, 2003.

_____. **Ensaio sobre o conhecimento aproximado**. Trad. Estela dos Santos Abreu. Rio de Janeiro: Contraponto, 2004.

_____. **Estudos**. Trad. Estela dos S. Abreu. Rio de Janeiro: Contraponto, 2008.

_____. **A terra e os devaneios da vontade**: ensaio sobre a imaginação das forças. Trad. Maria Ermantina de A. P. Galvão. 4ª ed. São Paulo: Martins Fontes, 2013.

BARBOSA, E; BULCÃO, M. **Pedagogia da razão, pedagogia da imaginação**. Petrópolis: Vozes, 2004.

BOTTAZZINI, U. Intuição ou a máquina de Chicago. In: Gênios da ciência: a vanguarda da matemática. **Revista Scientific American Brasil**, São Paulo, 2ª ed., p. 21-22, 2012.

BRUNSCHVICG, L. **Las etapas de la filosofía matemática**. Buenos Aires: Lautaro, 1945.

BRUTTER, Claude-Paul. **Compreender as matemáticas**: as dez noções fundamentais. Trad. Luís Paulino Leitão. Lisboa: Instituto Piaget, 1998.

CIFUENTES, J. C. Fundamentos estéticos da matemática: da habilidade à sensibilidade. In: BICUDO, M. A. V. (Org). **Filosofia da educação matemática**: Concepções e Movimento. Brasília: Plano, 2003.

_____. Uma via estética de acesso ao conhecimento matemático. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, n. 46, p. 55-72, 2005.

_____. Do conhecimento matemático à educação matemática: uma “odisséia espiritual”. In: CLARETO, S. M.; DETONI, A. R.; PAULO, R. M. (org). **Filosofia, matemática e educação matemática**: compreensões dialogadas. Juiz de Fora: Ed. UFJF, 2010.

_____. A magia de Escher (M.C. Escher): entrevista. [08 maio, 2013]. Curitiba. **UFPR TV**. Entrevista concedida ao Programa Caldo de Cultura, UFPR. Disponível em: <<http://www.youtube.com/watch?v=H42B-OARxz0&feature=youtu.be>>. Acesso em: 06 jul. 2013.

D’AMBROSIO, U. Priorizar história e filosofia da matemática na educação. In: **Anais da XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática - CIAEM**. Recife, 2011. Publicado em CD-ROM.

DEL VECCHIO JUNIOR, J. **A filosofia de Henri Poincaré**: a natureza do conhecimento científico e os paradoxos da teoria dos conjuntos. 2005. 109f. Dissertação de Mestrado em Filosofia. Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas. Universidade de São Paulo/SP.

_____. **Metafísica e racionalidade científica**: um ensaio sobre os fundamentos da matemática. 2010. 248f. Tese de Doutorado em Filosofia. Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas. Universidade de São Paulo/SP, 2010.

DUARTE JUNIOR, J. F. **Por que arte-educação?** 6ª ed. Campinas: Papirus, 1991.

_____. **Fundamentos estéticos da educação**. 8ª ed. Campinas: Papirus, 2005.

EFLAND, A. D. Imaginação na cognição: o propósito da arte. In: BARBOSA, A. M. **Arte/educação contemporânea: Consonâncias Internacionais**. 3ª ed. São Paulo: Cortez, 2010.

FISCHBEIN, E. **Intuition in science and mathematics: an educational approach**. Dordrecht: Reidel, 1987.

FELÍCIO, V. L. G. **A Imaginação simbólica nos quatro elementos bachelardianos**. São Paulo: Edusp, 1994.

GUSMAO, L. **Educação matemática pela arte: uma defesa da educação da sensibilidade no campo da matemática**. 2013. 153f. Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e em Matemática. Linha de Pesquisa: Educação Matemática e Interdisciplinaridade. Universidade Federal do Paraná, Curitiba/PR.

HADAMARD, J. **Psicologia da invenção matemática**. Trad. Estela dos Santos de Abreu. Rio de Janeiro: Contraponto, 2009.

HEINZMANN, G. **L'intuition épistémique**. Une approche pragmatique du contexte de justification en mathématiques et en philosophie. Paris: Vrin, collection Mathesis, 2013.

JAPIASSU, H. **Para ler Bachelard**. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1976.

LERCURE, J. Introducción a la poética de Bachelard. In: BACHELARD, G. **La intuición del instante**. Trad. de Jorge Ferreiro. 2ª ed. México: FCE, 1999.

NAGEL, E.; NEWMAN, J. R. **Prova de Gödel**. Trad. Gita K. Guinsburg. São Paulo: Perspectiva e Edusp, 1973.

NEGRELLI, L. G. **Uma reconstrução epistemológica do processo de modelagem matemática para a educação (em) matemática**. 2008. 94 f. Tese de Doutorado em Educação – Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2008.

OSTROWER, F. **Criatividade e processos de criação**. Petrópolis: Vozes, 2010.

PAIVA, R. **Gaston Bachelard: a imaginação na ciência, na poética e na sociologia**. São Paulo: Annablume e FAPESP, 2005.

PATY, M. A criação científica segundo Poincaré e Einstein. **Estudos avançados**, São Paulo, v. 15, n. 41, p. 175-176, abr. 2001. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S010340142001000100013&lng=en&nrm=iso>. Acesso em: 07 jul. 2016.

POINCARÉ, H. **Ciência y método**. 2ª ed. Buenos Aires: Espasa-Calpe, 1946.

_____. **A ciência e a hipótese**. Brasília: UnB, 1988.

_____. **O valor da ciência.** Rio de Janeiro: Contraponto, 1995.

READ, H. **A educação pela arte.** Trad. Valter Lellis Siqueira. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

SILVA, J. J. A filosofia da matemática de Poincaré. In: ÉVORA, F. R. R. **Século XIX: o nascimento da ciência contemporânea.** Campinas: Coleção CLE Unicamp, 1992.

Submetido em julho de 2016

Aprovado em abril de 2017

