REVISTA DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL (UFMS)

ISSN 2359-2842 Volume 18, número 49 – 2025 DOI: 10.46312/pem.v18i49.21142

A compreensão de crianças do 1º e 2º anos do Ensino Fundamental sobre adição e subtração: transformações, relações inversas e estimativas

First and second graders' understanding of addition and subtraction: transformations, inverse relations and estimates

Maria Soraia Silva Cruz[1]

Alina Galvão Spinillo[2]

Jane Correa[3]

RESUMO

O presente estudo tem por objetivo examinar como crianças com diferentes níveis de habilidade acerca das operações de adição e subtração lidam com os princípios da complementaridade e da inversão e como realizam cálculos por estimativa. Os participantes, estudantes do 1º e 2º ano do Ensino Fundamental, realizaram três tarefas: Tarefa A relativa ao princípio da complementaridade; Tarefa B relativa ao princípio da inversão e Tarefa C envolvia cálculos por estimativa a partir de pontos de referência. Foi observado que a compreensão das transformações associadas ao princípio da complementaridade não garantia nem a compreensão das transformações sucessivas e inversas associadas ao princípio da inversão nem o sucesso com cálculos por estimativa. A conclusão foi que o princípio da inversão e estimar resultados de adições e subtrações são um desafio para as crianças. Os resultados são interpretados a partir das demandas cognitivas relativas a cada tarefa.

PALAVRAS-CHAVE: Adição e Subtração. Transformações. Relações Inversas. Estimativa. Crianças.

[1] Instituto Federal de Pernambuco. Email: msoraiacruz@hotmail.com ORCID:https://orcid.org/0000-0001-5112-7990

[2] Universidade Federal de Pernambuco. Email: alinaspinillo@hotmail.com .ORCID:https://orcid.org/0000-0002-6113-4454

[3] Universidade Federal do Rio de Janeiro. Email: jncrrea@gmail.com.ORCID:https://orcid.org/0000-0001-6037-4192

ABSTRACT

The present study aimed to examine how children with different levels of ability regarding these operations deal with the complement and inversion principles, and how they perform calculations by estimation. The participants, 1st and 2nd graders of Elementary School, performed three tasks: Task A was related to the complement principle, Task B was related to the inversion principle, and Task C involved calculations by estimation based on reference points. It was observed that understanding the transformations associated with the complement principle did not guarantee the understanding of the successive and inverse transformations associated with the inversion principle, or success with calculations by estimation. It was concluded that the principle of inversion and estimating results of addition and subtraction operations are challenging for children. The results are interpreted according to the cognitive demands of each task.

KEYWORDS: Addition and Subtraction. Transformations. Inverse Relationships. Estimation, Children.

Introdução

As operações de adição e subtração envolvem a compreensão de conhecimentos que são gradativamente dominados pelas crianças, como pressupõem teorias cognitivas como a piagetiana (Piaget; Moreau, 2001) e a de Vergnaud (1979; 1990) que fundamentam a perspectiva adotada nesta investigação. De maneira específica, Torbeyns *et al*. (2016) apontam seis princípios relativos ao domínio desses conceitos:

(i) o princípio da comutatividade que se aplica à adição, referindo-se ao fato de que a ordem em que as quantidades são adicionadas não interfere no resultado, uma vez que a + b resulta em um mesmo valor que b + a;

(ii) o princípio da associatividade entre adição e subtração que é a compreensão de que não importa em que ordem as operações são realizadas, desde que a sequência delas não seja alterada (a + b - c = [b - c] + a);

(iii) o princípio da negação subtrativa que se refere ao fato de que qualquer número subtraído de si mesmo resulta em zero (a - a = 0);

(iv) o princípio da identidade[1] que se refere ao fato de que se nada é retirado ou adicionado, o número permanece constante (a - 0 = a ou a + 0 = a);

(v) o princípio da complementaridade que se refere à relação parte-todo que rege essas operações, uma vez que a + b = c implica em c - b = a e c - a = b, e que a diferença entre c - b pode ser determinada adicionando a b uma quantidade até chegar em c; e

(vi) o princípio da inversão entre adição e subtração que pressupõe que a ação de adicionar uma quantidade a outra pode ser cancelada quando se subtrai a mesma quantidade e vice-versa (a + b - b = a ou a - b + b = a).

Alguns desses princípios são enfatizados por Björklund, Marton e Kullberg (2021), especificamente as relações parte-todo que requerem a capacidade de diferenciar as partes e o todo, decompor números, compreender o princípio da comutatividade e as relações inversas entre adição e subtração. Considerando esses princípios como fundamentais para o desenvolvimento de habilidades aritméticas, os autores analisam uma série de procedimentos adotados por crianças de 4 a 7 anos na resolução de tarefas envolvendo adição e subtração com números entre 1 e 10, concluindo que o insucesso dessas nessa faixa etária pode decorrer da falta de compreensão de um ou de vários desses princípios conjuntamente.

Kullberg *et al*. (2020) ressaltam que a compreensão da composição e da decomposição dos números e as relações parte-todo aumentam a possibilidade de sucesso de crianças na resolução de tarefas com essas operações. Esse sucesso foi observado quando elas eram instruídas a utilizar os dedos das duas mãos como estratégia para compor e decompor números de 1 a 10.

O princípio da inversão entre adição e subtração e as relações parte-todo estão intimamente associados ao princípio da complementaridade que está imbricado nas transformações. Segundo Vilette (2002), ao compreender essa associação é possível raciocinar usando as relações parte-todo e a composição aditiva dos números (complementaridade). Assim, em ambos os princípios se enfatizam as transformações, como será discutido a seguir.

O princípio da complementaridade, o princípio da inversão e as transformações

De acordo com Vergnaud (1979; 1982; 2009), as operações de adição e subtração fazem parte do Campo Conceitual das Estruturas Aditivas, caracterizando-se por situações que se configuram por um estado inicial, uma transformação (acréscimo ou retirada) e um estado final. Essa caracterização remete ao princípio da complementaridade que envolve relações parte-todo. Nessas situações, a incógnita pode estar associada ao estado inicial, final ou à transformação. O grau de dificuldade na resolução de uma situação varia de acordo com a posição da incógnita, uma vez que quando a incógnita se refere ao estado final é mais fácil de ser encontrada do que quando se refere ao estado inicial ou à transformação (De Corte; Verschaffel, 1987).

A transformação tem sido objeto de interesse em diversos estudos, uma vez que compreender o efeito de uma dada transformação sobre o estado inicial não é algo trivial (e.g., Bryant, 2013; De Corte; Verschaffel, 1987; Vilette, 2002). Nessas investigações, as crianças são solicitadas a resolver situações em que as transformações que podem ser únicas (a + b = c ou a – b = c) ou sucessivas (a + b -

b = c). Em uma transformação única é necessário saber se haveria um aumento ou diminuição da quantidade inicial; e em uma dupla transformação é preciso saber se haveria o cancelamento de uma operação sobre a outra, de modo que a quantidade inicial não sofreria qualquer alteração. Se por um lado, situações que envolvem a transformação única permitem examinar a compreensão sobre o princípio da complementaridade, por outro lado, situações que envolvem transformações sucessivas permitem examinar o entendimento acerca do princípio da inversão.

O princípio da inversão é noção fundamental para uma compreensão conceitual das operações aritméticas (Piaget; Moreau, 2001). Especial atenção tem sido dada a esse princípio em situações de transformações duplas que se caracterizam por operações de três termos em que uma quantidade é adicionada e outra é subtraída (ou vice-versa) de uma quantidade inicial. Essas transformações, examinadas na presente investigação, podem gerar o aumento (8 + 5 – 2), a diminuição da quantidade inicial (8 + 2 – 5) ou não gerar qualquer alteração (8 + 5 – 5), uma vez que a uma transformação pode cancelar a outra, sendo denominadas transformações sucessivas e inversas. Situações que envolvem transformações sucessivas e inversas podem ser resolvidas sem que seja realizada qualquer computação, através da estratégia denominada atalho (*shortcut strategy*) que é um indicador da compreensão da inversão (Robinson; Dubé, 2013).

Vilette (2002) observou um desempenho muito limitado de crianças em situações que envolviam transformações sucessivas e inversas, concluindo que antes dos 4-5 anos as crianças não consideram a adição e a subtração operações inversas, apesar de realizarem com sucesso essas operações quando a transformação é única. Esse resultado corrobora o que foi observado em outras investigações que revelaram que a dupla transformação é um desafio para elas, embora sejam mais facilmente compreendidas quando material concreto ou gravuras são disponibilizados (Bryant; Christie; Rendu, 1999; Gilmore; Bryant, 2008; Guilmore; Spelke, 2008).

Além de pesquisas que investigam se crianças compreendem ou não as relações inversas entre essas operações, há aquelas que examinam se elas podem, por meio de intervenções, desenvolver o princípio da inversão, como é o caso do estudo conduzido por Lai, Baroody e Johnson (2008) com crianças de 4 a 5 anos. O principal resultado foi que após a intervenção, as crianças de 5 anos passaram a atentar para a regularidade da inversão e a considerar a adição e a subtração operações relacionadas.

Outro estudo nesta mesma direção foi o de Ching e Wu (2019). Além de um grupo controle, crianças de 4 a 5 anos foram divididas em grupos em função dos suportes de representação oferecidos durante a intervenção voltada para a resolução de operações com transformações sucessivas: representações abstratas, representações concretas, representações concretas para abstratas e representações abstratas para concretas. Em todas as situações, houve um avanço dos participantes dos grupos experimentais quando comparados ao grupo controle. A situação que envolvia as representações concretas para abstratas foi a mais efetiva. Assim, o uso de múltiplas representações foi considerado mais apropriado que o uso de um único tipo de representação e a ordem de apresentação das representações era fator importante para uma aprendizagem bem-sucedida.

Transformações sucessivas e inversas têm sido investigadas por meio de dois paradigmas metodológicos. Em um deles, os participantes são solicitados a resolver situações que requerem computações numéricas (e.g., Bisanz *et al*., 2009; Gilmore; Bryant, 2008; Robinson; Dubé, 2013); em outro, os participantes são solicitados a emitir julgamentos sobre uma dada situação, respondendo se a quantidade inicial aumentou, diminuiu ou não se alterou (e.g. Baroody; Lai, 2007; Canobi, 2005). A presente pesquisa adota este segundo paradigma ao investigar o conhecimento de crianças acerca de transformações sucessivas e inversas.

Estimativas e operações aritméticas

Dado o foco do presente estudo, as discussões, a seguir, versam sobre um aspecto considerado importante acerca das operações aritméticas: a capacidade de realizar cálculos por estimativa. O cálculo por estimativa pode ser definido como uma resposta aproximada a um problema ou operação aritmética sem que seja necessário fornecer uma resposta exata (Correa; Moura, 1997; Lemaire; Lecacheur, 2002). Estudiosos da área documentam uma grande variedade de estratégias adotadas por crianças (e, até mesmo, por adultos) ao realizarem cálculo por estimativa, como, por exemplo, a estratégia de arredondamento e de aproximação aplicada a um ou a ambos os termos de uma operação aritmética para chegar a um resultado (e.g., Case; Sowder, 1990; Sekeris; Verschaffel; Luwel, 2021).

Pesquisas revelam que a habilidade de estimar está associada à habilidade de cálculo, assim como pode ser facilitada pela presença de material concreto (Dowker, 2013; 2019). Cálculos por estimativa também são facilitados quando pontos de referência são fornecidos. No caso de operações aritméticas, quantidades múltiplas de 5, 10 e 100 são pontos de referência que servem de âncoras que facilitam o raciocínio. Por exemplo, para calcular o resultado aproximado de 89 + 93 o número 100 pode ser usado como ponto de referência, pois, se 93 é quase 100, e 89 é quase 90, o resultado será próximo a 200.

Realizar estimativas também envolve a capacidade de reconhecer se um resultado obtido é razoável ou absurdo. Este aspecto foi investigado por Dowker (1997) que solicitou que crianças julgassem se uma estimativa feita por personagens fictícios era considerada razoável (3 + 3 = 5) ou absurda (2 + 2 = 100). Importante comentar que a maioria dos estudos sobre cálculo por estimativa versa sobre adição, sendo interessante investigar também a subtração por estimativa, como feito na presente pesquisa.

Diante dessas considerações e da relevância desses conceitos para aquisições matemáticas futuras, o presente estudo versa sobre o princípio da complementaridade, sobre o princípio da inversão e sobre cálculos por estimativa a partir de pontos de referência. O princípio da complementaridade (relações parte-todo e composição aditiva dos números) e o princípio da inversão são examinados sob a perspectiva das transformações: transformação única associada ao princípio da complementaridade e transformações sucessivas e inversas associadas ao princípio da inversão. A capacidade de estimar é examinada a partir de cálculos por estimativa acerca de resultados de operações de adição e de subtração. Esses aspectos são investigados por meio de tarefas em que os participantes são solicitados a emitirem julgamentos acerca das situações que lhes são apresentadas.

Para a realização deste estudo, estudantes do 1º e 2º ano do Ensino Fundamental foram agrupados em função do domínio que apresentavam sobre esses conceitos, formando grupos com diferentes níveis ou perfis de habilidade, ou seja, com o domínio relativo equivalente do conjunto de habilidades avaliadas. Este recurso analítico-metodológico tem sido utilizado em pesquisas com crianças (e.g.,Torbeyns; Verschaffel; Ghesquière, 2004; Torbeyns *et al*. 2018).

Diante dessas considerações, o presente estudo tem por objetivo examinar como crianças com diferentes perfis de habilidade em relação à adição e subtração lidam com dois desses princípios, no caso o princípio da complementaridade e o princípio da inversão e como elas realizam cálculos por estimativa a partir de pontos de referência. De modo geral, a expectativa é que, devido aos diferentes perfis de habilidade, crianças de um mesmo ano escolar apresentem diferenças quanto ao desempenho em relação a um ou a alguns dos aspectos investigados acerca das operações de adição e subtração. O uso deste recurso analítico-metodológico pode contribuir para identificar as possibilidades e as dificuldades que os estudantes desses anos iniciais de escolaridade experimentam frente a cada um desses aspectos.

A pesquisa poderá esclarecer, ainda, se um princípio seria mais difícil de compreender que o outro, quais as relações entre eles e a capacidade de realizar cálculos por estimativa por meio de pontos de referência. A investigação assume um caráter inovador ao examinar esses três aspectos em uma mesma população de crianças com diferentes perfis de habilidade. Em uma perspectiva psicológica, o estudo poderá fornecer informações acerca do desenvolvimento do raciocínio aritmético, especificamente no que tange às operações de adição e subtração.

Método

Esta pesquisa é de natureza descritiva, quase-experimental e adota uma abordagem quanti-qualitativa. De acordo com Gil (2017), a pesquisa descritiva busca caracterizar fenômenos e identificar possíveis relações entre variáveis. O delineamento quase-experimental, por sua vez, permite realizar observações mais flexíveis que os experimentais naturais, utilizando grupos de participantes previamente definidos (não aleatórios). A abordagem quanti-qualitativa enriquece a análise ao combinar a precisão e a objetividade dos dados numéricos com a profundidade interpretativa dos dados qualitativos, proporcionando uma compreensão ampla e integrada do objeto de estudo.

Participantes

Participaram do estudo 47 crianças, cursando o Ensino Fundamental de escolas públicas municipais da Região Metropolitana do Recife, Brasil. Vinte e três delas frequentavam o 1° ano, com idade média de 6 anos e 8 meses (Média = 80 meses; Desvio Padrão = 4 meses), e 24 frequentavam o 2º ano, com idade média de 7 anos e 6 meses (Média = 90 meses; Desvio Padrão = 4 meses). Os critérios de inclusão considerados foram o ano escolar (1º e 2º anos do Ensino Fundamental), a natureza administrativa da escola que era pública e crianças que não apresentassem limitações intelectuais ou sensoriais. E como critérios de exclusão, os casos com diagnóstico de transtornos neurológicos, incluindo Deficiência Intelectual (DI) e Transtorno do Déficit de Atenção e Hiperatividade (TDAH). A participação foi voluntária e autorizada pelos respectivos responsáveis mediante a assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE). A pesquisa foi aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Federal de Pernambuco (nº 526.504).

Considerando os objetivos do estudo, os participantes foram agrupados em função do perfil de habilidade que apresentaram, a partir dos escores obtidos, nas três tarefas que compõem esta investigação, conforme descrito adiante. Assim, foram constituídos dois grupos: Grupo 1 (maior domínio) formado por 37 crianças e Grupo 2 (menor domínio) formado por 10 crianças.

Instrumentos, materiais e procedimentos

Foram apresentadas três tarefas adaptadas de estudos anteriores (Spinillo, 2006; Spinillo; Correa; Cruz, 2021). A Tarefa A versava sobre o princípio da complementaridade por meio de transformação única e a Tarefa B sobre o princípio da inversão através de transformações sucessivas e inversas. A Tarefa C versava sobre a capacidade de estimar resultados de operações de adição e de subtração, a partir de pontos de referência.

As crianças foram entrevistadas, individualmente, em uma única sessão com duração aproximada de 25 minutos. A ordem de aplicação das tarefas e dos itens em cada uma delas foi aleatória, decidida por sorteio com cada participante, atendendo à condição de que nunca dois itens de uma mesma operação fossem apresentados consecutivamente.

Tarefa A - O princípio da complementaridade: o efeito da transformação única sobre os números

O objetivo desta tarefa foi avaliar a compreensão do princípio da complementaridade por meio de situações em que era necessário descobrir a natureza da transformação ocorrida: se de acréscimo (adição) ou de retirada (subtração), a partir de relações estabelecidas entre o estado inicial e o final. A tarefa consistia em 12 itens referentes a situações-problema de estrutura aditiva do tipo transformação (Vergnaud, 1982), sendo seis de adição e seis de subtração.

A instrução dada a cada participante foi: “Existe uma máquina de fazer contas que, secretamente, muda os números. Entra um número e sai outro de dentro da máquina. Eu vou mostrar umas cartelas e você tem que descobrir o que foi que a máquina fez com cada número que entrou nela, se foi uma conta de mais ou se foi uma conta de menos. Não precisa fazer as contas, só precisa descobrir o que foi que a máquina fez com cada número que entrou. Quem faz as contas é a máquina”. Como mencionado por Spinillo (2006), essa atividade está presente em alguns livros didáticos, sendo denominada ‘máquina de fazer contas’.

A cada item era apresentada uma cartela retangular em que do lado esquerdo estava impresso o número que entrava na máquina e do lado direito o que saía dela. Exemplos:

> O número 24 entrou na máquina e saiu o número 243. Qual foi a conta que a máquina fez: de adição ou de subtração? (expressão matemática: 24 ? = 243, adição)
>
> Entrou o número 251 e saiu o número 152. Qual foi a conta que a máquina fez: de adição ou de subtração? (expressão matemática: 251 ? = 152, subtração)
>
> Entrou o número 152. A máquina secretamente fez alguma coisa com esse número e saiu o número 120. Que conta foi esta que a máquina fez: de adição ou de subtração? (expressão matemática: 152 ? = 120, subtração)

As duas alternativas foram sempre apresentadas nesta ordem: adição e subtração. Em seis itens, a resposta correta era a primeira alternativa e nos outros seis, era a segunda alternativa.

Tarefa B - O princípio da inversão: o efeito de transformações sucessivas e inversas sobre as quantidades

O objetivo desta tarefa foi avaliar a compreensão do princípio da inversão por meio de situações em que duas transformações sucessivas e inversas (uma de adição e outra de subtração) ocorriam sobre uma quantidade inicial. As transformações podiam alterar a quantidade inicial para mais ou para menos, ou não alterar esta quantidade que era mantida constante devido ao fato de uma operação anular o efeito da outra. A tarefa consistia em 12 itens referentes a situações de estrutura aditiva do tipo transformação (Vergnaud, 1982).

A instrução dada a cada participante foi: “Vou ler para você alguns problemas. Não precisa fazer nenhuma conta. Você só precisa descobrir se nesses problemas a quantidade aumentou, diminuiu ou se ficou a mesma coisa”. Em quatro itens, a dupla transformação gerava um aumento na quantidade inicial, em quatro itens gerava uma diminuição na quantidade inicial e em quatro itens a dupla transformação não gerava qualquer alteração na quantidade inicial. Exemplos:

Sem alteração na quantidade inicial

> No cinema, tinham 48 pessoas. Chegaram, atrasadas, 5 pessoas. Depois saíram 5 pessoas. No final do filme, o número de pessoas no cinema: aumentou, diminuiu ou ficou a mesma coisa? (expressão matemática: 48 + 5 - 5)
>
> Em uma cesta havia 36 maçãs. João comeu 2 maçãs. Depois, sua mãe colocou 2 maçãs dentro da cesta. O número de maçãs dentro da

cesta: aumentou, diminuiu ou ficou a mesma coisa? (expressão matemática: 36 - 2 + 2)

Aumento na quantidade inicial

No estojo de Jane, tinham 22 canetas. Jane ganhou mais 22 canetas de sua irmã. Depois, Jane deu oito das suas canetas para a mãe dela. O número de canetas no estojo de Jane: aumentou, diminuiu ou ficou a mesma coisa? (expressão matemática: 22 + 22 - 8, aumento na quantidade inicial)

Na caixa, tinham 52 bolas de gude. Roberto deu 6 bolinhas para seu amigo. Depois, o pai de Roberto deu para ele 52 bolinhas. O número de bolas de gude na caixa: aumentou, diminuiu ou ficou a mesma coisa? (expressão matemática: 52 - 6 + 52)

Diminuição na quantidade inicial

O ônibus saiu da parada com 16 pessoas. Na primeira parada, oito pessoas desceram do ônibus. Na parada seguinte, quatro pessoas subiram. O número de pessoas no ônibus aumentou, diminuiu ou ficou a mesma coisa? (expressão matemática: 16 - 8 + 4)

Tinham 30 crianças na festa de aniversário de Maria. Depois, quando foram cortar o bolo, nove crianças chegaram. Depois de cortarem o bolo, trinta crianças foram embora. O número de crianças aumentou, diminuiu ou ficou a mesma coisa? (expressão matemática: 30 + 9 - 30)

As três alternativas foram sempre apresentadas nesta ordem: aumentou, diminuiu e ficou a mesma coisa. Em quatro itens, a resposta correta era a primeira alternativa, em quatro itens era a segunda alternativa e em quatro itens era a terceira alternativa.

Tarefa C - Estimativa de resultado de operações por meio de pontos de referência

O objetivo desta tarefa foi avaliar a capacidade de estimar o resultado de operações de adição e subtração usando números que serviam como pontos de referência. A tarefa consistia em 12 itens, sendo seis relativos à operação de adição e seis de subtração. Os pares numéricos, em cada item, eram formados por números de dois ou três dígitos, sendo quatro itens com números de dois dígitos (por exemplo: 45 - 20), quatro itens com números de três dígitos (por exemplo: 306 + 221) e quatro itens com números de dois e três dígitos (por exemplo: 207 + 54). Nos itens que envolviam a adição com números de dois e três dígitos, o maior número sempre antecedia o menor. A cada item era apresentada uma cartela retangular em que estava impressa a operação cujo resultado seria estimado.

A instrução fornecida a cada criança foi: “Vou mostrar umas contas para você. Uma de cada vez. Mas não é preciso resolver essas contas. Eu quero apenas que você diga se o resultado da conta é maior ou menor que um número que eu vou dizer.

Por exemplo, na conta 5 + 6 (mostra uma cartela com a operação), me diz se o resultado é maior ou menor que 10?”. Exemplos:

> Nessa conta 76 + 50, o resultado é maior ou menor que 100?
> Nessa conta 405 + 98, o resultado é maior ou menor que 500?
> Nessa conta 45 - 20, o resultado é maior ou menor que 30?
> Nessa conta 236 - 15, o resultado é maior ou menor que 200?

As duas alternativas foram sempre apresentadas nesta ordem: maior ou menor. Em seis itens, a resposta correta estava na primeira alternativa e nos outros seis, na segunda alternativa. Os pontos de referência utilizados eram múltiplos de 10 ou de 100, sendo que, na adição, eles foram sempre maiores que os valores das parcelas das operações; e na subtração, um valor entre minuendo e subtraendo.

Resultados

Optou-se por usar testes estatísticos não paramétricos que são apropriados para pequenas amostras de participantes, como é o caso da presente investigação que, por isso, não atende ao critério de normalidade na distribuição (Levin; Fox, 2004).

Inicialmente, o perfil de habilidade dos participantes foi definido por meio de uma Análise de Agrupamentos realizada com os escores obtidos nas três tarefas. Tal prova estatística classifica itens em grupos, de maneira que itens em um mesmo grupo sejam parecidos entre si. A Análise de Agrupamentos resultou com a formação de dois grupos: Grupo 1, crianças com maior domínio das habilidades relacionadas à adição e subtração; e Grupo 2, crianças com menor domínio das referidas habilidades. Para comparação do desempenho entre esses perfis e a significância da diferença dos escores obtidos por cada grupo foi aplicado o teste estatístico U de Mann Whitney. Para avaliação do desempenho nas diferentes tarefas, para cada um desses perfis de habilidade e a significância da diferença dos escores obtidos por cada grupo foi empregada a prova estatística de Friedmam, seguida de comparações entre tarefas (duas a duas) por meio do teste Wilcoxon, sendo aplicada a correção de Bonferroni. Para examinar a associação entre domínio das habilidades relacionadas à adição e subtração e escolaridade foi aplicado o teste Qui-Quadrado.

Como pode ser visto na Tabela 1, o Grupo 1 (maior domínio) apresentou desempenho significativamente superior ao do Grupo 2 (menor domínio) na Tarefa A ($U= 21{,}500$, $p<{,}01$) e na Tarefa B ($U= 40{,}000$, $p<{,}01$). Contudo, não houve diferença significativa entre os grupos na Tarefa C ($U= 154{,}500$, $p={,}43$). Assim, o diferencial entre os grupos decorreu do domínio que apresentavam acerca do princípio da complementaridade (Tarefa A) e da inversão (Tarefa B) e não da capacidade para estimar o resultado das operações (Tarefa C), uma vez que ambos os grupos tiveram um desempenho pouco expressivo nesta tarefa.

Tabela 1 - Desempenho dos participantes de cada perfil (Grupo 1 e Grupo 2) em cada tarefa (A, B e C)

	Tarefa A			Tarefa B			Tarefa C		
	M	DP	Mdn	M	DP	Mdn	M	DP	Mdn
Grupo1 (Maior domínio) (n=37)	0,82	0,11	0,83	0,60	0,17	0,58	0,51	0,12	0,50
Grupo2 (Menor domínio) (n=10)	0,60	0,08	0,58	0,33	0,14	0,33	0,53	0,12	0,54

Fonte: Elaborada para a pesquisa.

Nota: Tarefa A: princípio da complementaridade; Tarefa B: princípio da inversão; e Tarefa C: estimativa de resultado. M: Média; DP: Desvio Padrão; Mdn = Mediana.

Em relação às crianças do Grupo 1 (maior domínio), foram detectadas diferenças significativas entre as tarefas (X2 = 43,930, gl = 2, p<,01). De acordo com o teste de Wilcoxon, aplicada a correção de Bonferroni, isso ocorreu porque a Tarefa A foi significativamente mais fácil do que a Tarefa B (Z = 4, 30, p<,01) e do que a Tarefa C (Z = 5, 33, p<,01), enquanto a Tarefa B foi mais fácil que a Tarefa C (Z = 2, 40, p =,016). Ao que parece, o princípio da complementaridade (Tarefa A) foi o aspecto mais fácil de ser compreendido pelos participantes deste grupo, enquanto estimar o resultado de operações a partir de pontos de referência (Tarefa C) foi o aspecto mais difícil.

No Grupo 2 (menor domínio), também foram identificadas variações no desempenho entre as tarefas (X2 = 10,87, gl = 2, p<,01). Como demonstrado pelo teste de Wilcoxon, isso ocorreu porque a Tarefa B foi significativamente mais difícil do que a Tarefa A (Z = 2,72, p=<,01) e do que a Tarefa C (Z = 2,41, p=,016). Não houve diferença significativa entre a Tarefa A e a Tarefa C (Z = 1,38, p=,166).

Nota-se que ambos os grupos tinham dificuldades em estimar o resultado das operações a partir de pontos de referência. As diferenças entre eles decorreram do fato de que as crianças com maior domínio tinham um melhor desempenho que as de menor domínio em relação ao princípio da complementaridade e da inversão. Esse resultado indica que aquelas com menor domínio tinham dificuldades em lidar com as transformações, fossem elas únicas ou sucessivas e inversas.

Um aspecto que merece ser comentado é que embora os participantes de ambos os grupos apresentassem uma compreensão do princípio da complementaridade (Tarefa A), essa compreensão não foi suficiente para garantir a compreensão do princípio da inversão (Tarefa B). Isso é evidenciado, por exemplo, nas médias de acertos das crianças com maior domínio que, embora apresentassem um bom desempenho na Tarefa A (média: 0,82), tiveram um desempenho significativamente inferior na Tarefa B (média: 0,60). O mesmo padrão de resultados é observado em relação às crianças com menor domínio que obtiveram média significativamente mais alta na Tarefa A (média: 0,60) do que na Tarefa B (média: 0,33). Ao que parece, embora compreender transformações únicas seja conhecimento necessário, ele não é suficiente para garantir a compreensão das transformações sucessivas e inversas.

Como pode ser visto na Tabela 2, observa-se uma associação significativa entre o perfil de habilidade (Grupo 1 e Grupo 2) e o ano escolar dos participantes (X2 = 4,91, gl = 1, Fisher exact: p=, 04, Phi=, 32).

Tabela 2 - Número e porcentagem (entre parênteses) de participantes de cada perfil (Grupo 1 e Grupo 2) em função do ano escolar

Ano escolar	Grupo 1 (Maior domínio)	Grupo 2 (Menor domínio)
1° ano (n = 23)	15 (65%)	8 (35%)
2° ano (n = 24)	22 (92%)	2 (8%)

Fonte: Elaborada para a pesquisa.

Isso ocorreu porque a maioria das crianças do 1º ano (65%) e a quase totalidade das crianças do 2º ano (92%) foram agrupadas no Grupo 1 (maior domínio). Esse dado sugere que estudantes com maior domínio aparecem em ambos os anos escolares, porém, é no 2º ano, que a grande maioria deles se concentra, em função da maior experiência em diversos contextos em que tais operações/invariantes são requeridas, quer informalmente, quer na escola.

Discussão e Conclusões

As principais conclusões derivadas dos dados obtidos no presente estudo versam sobre dois aspectos: transformações e estimativa. No que tange às transformações, essas foram investigadas a partir do princípio da complementaridade e da inversão, noções fundamentais à compreensão dos conceitos de adição e de subtração. O efeito da transformação sobre os números parece ser compreendido desde cedo pelas crianças no início de sua escolarização. Ao compararem o estado inicial com o estado final nas situações apresentadas, a maioria delas foi capaz de inferir a natureza da transformação ocorrida: se de aumento ou de diminuição.

Tal inferência envolveu a noção de complementaridade que está relacionada à noção parte-todo que foi aplicada pelos participantes que percebiam a diferença entre os números ao compararem o estado inicial e o final. Por outro lado, o efeito das transformações geradas por operações sucessivas e inversas foi um desafio para as crianças nesta faixa de escolaridade, sobretudo, para aquelas com um menor domínio acerca da adição e da subtração. É possível que a compreensão desse efeito ocorra em anos escolares subsequentes àqueles investigados nesta pesquisa.

Ao que parece, articulando essas duas conclusões, identificar a natureza da transformação (se de retirada ou se de acréscimo) não garante a compreensão das transformações sucessivas e inversas. Em outras palavras, o princípio da complementaridade é necessário, porém não é suficiente para garantir a compreensão do princípio da inversão entre adição e subtração. No que tange ao cálculo por estimativa, esse parece ser um grande desafio para as crianças do 1º e 2º anos do Ensino Fundamental, inclusive entre aquelas mais habilidosas, como revelaram os dados obtidos neste estudo.

Para compreender possibilidades e os limites experimentados pelas crianças frente aos aspectos investigados, parece ser relevante considerar o raciocínio e as demandas cognitivas associadas a cada uma das tarefas apresentadas. O raciocínio requerido para a resolução da Tarefa A (princípio da complementaridade) envolvia uma única transformação que era a de comparar duas informações numéricas (estado inicial e final) para, a partir disso, inferir se havia ocorrido um acréscimo ou uma diminuição na quantidade inicial, sendo possível, então, identificar a operação que havia sido realizada. Dois aspectos podem ter contribuído para o melhor desempenho nessa tarefa: (i) as relações matemáticas estabelecidas entre as duas informações numéricas eram simples (“maior que”, “menor que”), sendo dominadas desde cedo pelas crianças da faixa etária investigada; e (ii) era exigido pouco esforço da memória de trabalho (que é a capacidade de armazenamento e processamento temporário da informação enquanto o indivíduo realiza uma atividade), esforço que era requerido na resolução das Tarefas B e C.

O raciocínio necessário para a resolução da Tarefa B (princípio da inversão) envolvia uma compreensão da dupla transformação e, ainda, da relação inversa entre adição e subtração, a qual pode, inclusive, anular uma a outra. Como mencionado, apenas compreender o efeito de uma transformação única sobre uma quantidade, como requerido na Tarefa A (princípio da complementaridade), parece não ser suficiente para lidar de forma apropriada com transformações sucessivas e inversas. Esta discussão tem implicações educacionais, como discutido adiante.

O raciocínio necessário para estimar o resultado de operações por meio de pontos de referência (Tarefa C) exige mais do que comparações do tipo “maior que” e “menor que” entre duas quantidades como requerido na resolução da Tarefa A (princípio da complementaridade). Na realidade, as relações estabelecidas são bem mais complexas, pois envolvem relações entre os dois termos da operação e o ponto de referência fornecido.

Verifica-se, portanto, que o raciocínio requerido para a resolução das Tarefas B e C é mais sofisticado do que aquele na Tarefa A. Além disso, como mencionado, há de se considerar o esforço da memória de trabalho em cada uma dessas tarefas e a complexidade das relações e transformações que precisam ser estabelecidas em cada uma delas.

No que se refere à memória de trabalho, esta tem sido apontada como associada ao desempenho em problemas verbais aritméticos e em tarefas de estimativa (Nogues; Dorneles, 2020). Nos problemas verbais, ela é responsável por armazenar temporariamente informações contidas no enunciado para que ele seja interpretado e sejam definidas possíveis sequências de ações, inibidas ações desnecessárias e, assim, dar acesso à memória de longo prazo (Ching; Nunes, 2017).

Dessa forma, para compreender o efeito de operações sucessivas aplicadas sobre um número, a criança precisa, simultaneamente, monitorar e armazenar as informações que essas operações exigem, sendo isso, particularmente, mais difícil quando elas são inversas.

Em relação às estimativas por meio de pontos de referência, é preciso considerar o conjunto de operações mentais requeridas nesta atividade: estimar a soma dos números apresentados de forma aproximada, fazer arredondamentos e julgar a proximidade do resultado encontrado com o número apresentado como ponto de referência. Essas ações, seguramente, precisam da atuação eficiente da memória de trabalho para serem monitoradas e reguladas.

No que se refere às transformações, é necessário ressaltar que elas estão associadas ao princípio da complementaridade e ao princípio da inversão. Em termos de desenvolvimento, o princípio da complementaridade parece anteceder o princípio da inversão. Contudo, apesar de necessária, a compreensão da complementaridade não é suficiente para garantir a compreensão da inversão entre adição e subtração.

Nesse sentido, parece importante conduzir instruções explícitas acerca das relações inversas, como enfatizado em estudos de intervenção (e.g., Nunes *et al*., 2012) e em pesquisas sobre o uso da estratégia denominada adição por subtração, em que a subtração é considerada a diferença entre quantidades e não apenas a retirada de uma quantidade (e.g., Paliwal; Baroody, 2020; Van Der Auwera *et al*., 2022, 2023).

O que se percebe é que, como afirma Dowker (2019), a aritmética é constituída por múltiplos componentes, demandando habilidades distintas, como ilustrado neste estudo em relação à adição e à subtração em que as diferenças individuais identificadas revelaram dificuldades que podem variar de uma criança a outra em função do perfil de habilidade apresentado.

As habilidades investigadas nesta pesquisa fazem parte de um conjunto de conhecimentos que caracterizam o raciocínio matemático de crianças que iniciam sua escolarização. Alguns desses conhecimentos são adquiridos a partir de experiências informais vividas em contextos sociais diversos, como no ambiente familiar (Lefevre *et al*., 2009; Spinillo, 2018; Spinillo; Cruz, 2018). É possível supor que o efeito das operações sobre as quantidades (atividades de retirada e de acréscimo) seja um conhecimento adquirido informalmente em situações extraescolares, o que seria mais um aspecto que também justificaria o melhor desempenho das crianças na Tarefa A do que nas demais.

Contudo, é papel da escola não apenas integrar esse conhecimento informal às situações de instrução, mas também ampliá-lo. Por exemplo, diante da limitação das crianças em realizar cálculo por estimativa a partir de pontos de referência, como observado neste estudo, parece ser necessário propor situações didáticas que auxiliem a superar esta dificuldade. Uma possibilidade seria colocar em evidência todos os números envolvidos na operação, assinalando-os em três retas numéricas: em uma seria assinalado o primeiro termo da operação, em outra o segundo termo e em outra o ponto de referência. Isso poderia diminuir o esforço da memória e, ainda, tornar evidente a distância entre os números dos termos e o ponto de referência.

Além de disponibilizar diversos recursos para a resolução de problemas, é necessário propor situações que envolvam diferentes princípios operatórios relativos ao domínio da adição e da subtração. Como afirma Vergnaud (1990), os conceitos matemáticos se manifestam e se desenvolvem por meio de diversas situações, uma vez que uma única situação não abarca todas as facetas de um dado conceito. As tarefas, nesta investigação, envolvem diferentes princípios dos conceitos de adição e de subtração, podendo ser transformadas em atividades didáticas que promovam formas de raciocinar mais elaboradas sobre essas operações.

Pesquisas futuras poderiam ampliar e aprofundar os resultados obtidos. Por exemplo, investigar estudantes em anos escolares mais avançados com o objetivo saber quando ocorreria a compreensão das transformações sucessivas e inversas. Seria também interessante analisar os tipos de erros que emergiriam ao resolverem esse tipo de transformação. Isso poderia ser feito por meio de uma entrevista clínica em que os participantes fossem solicitados a explicitar suas formas de raciocinar ao emitir seus julgamentos, aspecto este não contemplado na presente investigação.

De modo geral, em uma perspectiva psicológica, o estudo traz contribuições acerca do desenvolvimento do raciocínio aritmético no que tange às operações de adição e de subtração. Em uma perspectiva educacional, os resultados, as tarefas adotadas e a compreensão das demandas cognitivas nelas envolvidas têm implicações para o ensino de matemática, nos anos iniciais.

Para finalizar, como afirma Dowker (2010; 2017), dificuldades com a aritmética é um fenômeno frequente e a cognição aritmética não é um construto unitário, pelo contrário, é constituída por múltiplos componentes que apesar de apresentarem certa correlação também evidenciam uma independência funcional. Björklund, Marton e Kullberg (2021) comentam que as habilidades aritméticas formam um complexo de aspectos que precisam ser diferenciados pelos aprendizes para que possam efetivamente desenvolver habilidades aritméticas poderosas. Dentre vários aspectos, os autores mencionam as relações parte-todo que estão presentes nos princípios da complementaridade e da inversão entre adição e subtração, princípios esses que foram examinados na presente investigação.

Assim, o nível de compreensão da criança pode variar de um componente a outro, como observado nos resultados obtidos neste estudo. Segundo Dowker (2010; 2017), é importante elaborar intervenções que incidam sobre componentes específicos nos quais residem as dificuldades, uma vez que apesar de frequentes, as dificuldades com a aritmética são altamente suscetíveis a intervenções desta natureza. Esta é uma visão que, além de otimista acerca do potencial que têm os estudos de intervenção, desafia pesquisadores e educadores a proporem formas de intervir voltadas a aspectos específicos que constituem o raciocínio aritmético.

Agradecimentos

Agradecemos ao Instituto Federal de Pernambuco (IFPE) pela liberação da segunda autora para realização do pós-doutoramento, período em que participou da elaboração deste trabalho; ao Instituto de Psicologia da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) onde o pós-doutoramento foi realizado; à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelas bolsas concedidas para a realização do doutorado da segunda autora no Programa de Pós-Graduação em Psicologia Cognitiva da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE). Agradecimentos são também endereçados aos participantes da pesquisa e às escolas que frequentavam cuja colaboração viabilizou a coleta de dados.

Referências

BAROODY, Arthur; LAI, Meng Lung. ***Pre-schoolers' understanding of the addition–subtraction inverse principle***: a Taiwanese sample, Mathematical Thinking and Learning, v. 9, n. 2, p. 131-171. 2007.

BISANZ, Jeffrey. *et al*. On “understanding” children's developing use of inversion. ***Mathematical Thinking and Learning***, v. 11, p. 10-24, 2009.

BJÖRKLUND, Camila; MARTON, Ference; KULLBERG, Angelika. What is to be learnt? Critical aspects of elementar arithmetic skills. ***Educational Studies in Mathematics***, v. 107, p. 261-284, 2021.

BRYANT, Peter. Childrens understanding and use of inversion in arithmetic. ***Cuadernos***, v. 11, p. 231-238, 2013.

BRYANT, Peter; CHRISTIE, Clare; RENDU, Alison. Children's understanding of the relation between addition and subtraction: Inversion, identity, and decomposition. ***Journal of Experimental Child Psychology***, v. 74, n. 3, p. 194-212, 1999.

CANOBI, Katherine. Children’s profiles of addition and subtraction understanding. ***Journal of Experimental Child Psychology***, v. 92, p. 220-246, 2005.

CASE, Robbie; SOWDER, Judith. T. The development of computational estimation: A neoPiagetian analysis. ***Cognition and Instruction***, v. 7, n. 79-104, 1990.

CHING, Boby Ho-Hong; NUNES, Terezinha. Children´s understanding of the commutativity and complement principles: A latent analysis profile. ***Learning and Instruction***, v. 47, n. 1, p. 65-79, 2017.

CHING, Boby Ho-Hong; WU, Xiaohan. Concreteness fading fosters children's understanding of the inversion concept in addition and subtraction. ***Learning and Instruction***, v. 61, n. 148-159, 2019.

CORREA, Jane; MOURA, Maria Lúcia Seidl de. A solução de problemas de adição e subtração por cálculo mental. ***Psicologia Reflexão e Crítica***, v. 10, n. 1, p. 71-86, 1997.

DE CORTE, Erik; VERSCHAFFEL, Lieven. The Effect of Semantic Structure on First Graders' Strategies for Solving Addition and Subtraction Word Problems. ***Journal for Research in Mathematics Education***, v. 18, n. 5, p. 363-381. 1987.

DOWKER, Ann. Young Children's Addition Estimates. ***Mathematical Cognition***, v. 3, n. 2, p. 140-153, 1997.

DOWKER, Ann. Targeted interventions for children with arithmetical difficulties. ***British Journal of Educational Psychology Monograph Series***, v. 2, n. 7, p. 65-81, 2010.

DOWKER, Ann. Young children´s estimates for addition: The zone of partial knowledge and understanding. In: BAROODY, Arthur; DOWKER, Ann (Eds.). *The development of arithmetic concepts and skill**s***: constructing and adaptative expertise. Routledge, 2013.

DOWKER, Ann. Interventions for primary school children with difficulties in mathematics. ***Advances in Child Development and Behavior***, v. 53, p. 255-287, 2017.

DOWKER, Ann. ***Individual differences in arithmetic***: Implications for psychology, neuroscience and education. Routledge, 2019.

GIL, Antônio. ***Como elaborar projetos de pesquisa***. São Paulo: Atlas, 2017.

GILMORE, Camilla; BRYANT, Peter. Can children construct inverse relations in arithmetic? Evidence for individual differences in the development of conceptual understanding and computational skill. ***British Journal of Developmental Psychology***, v. 26, p. 301-316, 2008.

GILMORE, Camilla; SPELKE, Elizabeth. Children’s understanding of the relationship between addition and subtraction. ***Cognition***, v. 107, n. 3, p. 932-945, 2008.

KULLBERG, Angelika. *et al*. Effects of learning addition and subtraction in preschool by making the first ten numbers and their relations visible with finger patterns. ***Educational Studies in Mathematics***, v. 103, n. 2, p. 157-172, 2020.

LAI, Meng Lung; BAROODY, Arthur; JOHNSON, Amanda. Fostering Taiwanese preschoolers’ understanding of the addition subtraction inverse principle. ***Cognitive Development***, v. 23, n. 1, 2008.

LEFEVRE, Jo-Anne. *et al*. Home numeracy experiences and children's math performance in the early school years. ***Canadian Journal of Behavioural Science***, v. 41, n. 2, p. 55-66, 2009.

LEMAIRE, Patrick; LECACHEUR, Mireille. Children’s strategies in computational estimation. ***Journal of Experimental Child Psychology***, v. 82, p. 281-304, 2002.

LEVIN, Jack; FOX, James. ***Estatística para ciências humanas***. São Paulo: Pearson, 2004.

NOGUES, Camila; DORNELES, Beatriz Vargas. Estimativa numérica, memória de trabalho e raciocínio quantitativo: relações no desempenho matemático. ***Zetetiké***, v. 28, p. 1-17, 2020.

NUNES, Terezinha *et al*. Teaching children how to include the inversion principle in their reasoning about quantitative relations. ***Educational Studies in Mathematics***, v. 79, n. 3, p. 371-388, 2012.

PALIWAL, Veena; BAROODY, Arthur. Fostering the learning of subtraction concepts and the subtraction-as-addition reasoning strategy. ***Early Childhood Research Quarterly***, v. 51, p. 403-415, 2020.

PIAGET, Jean; MOREAU, Albert. The inversion of arithmetic operations. In: CAMPELL, Robert (Ed.). ***Studies in Reflecting Abstraction***. Psychology Press, 2001.

ROBINSON, Katherine; DUBÉ, Adam. Children's additive concepts: promoting understanding and the role of inhibition. ***Learning and Individual Differences***, v. 23, p. 101-107, 2013.

SEKERIS, Elke; VERSCHAFFEL, Lieven; LUWEL, Koen. Exact arithmetic, computational estimation and approximate arithmetic are different skills: evidence from a study with 5-year-olds. ***Infant and Child Development***, v. 30, n. 5, e2248. 2021.

SPINILLO, Alina Galvão. O sentido de número e sua importância na Educação Matemática. In: BRITO, Márcia Regina Ferreira de (Ed.). ***Solução de problemas e a matemática escolar***. Campinas_SP: Alínea, 2006.

SPINILLO, Alina Galvão. Number sense in elementary school children: The uses and meanings given to numbers in different investigative situations. In: KAISER, Gabriele et al. (Eds.). Invited Lectures from the 13th International Congress on Mathematical Education. Springer, 2018.

SPINILLO, Alina Galvão; CORREA, Jane; CRUZ, Maria Soraia Silva. Number Sense in a Developmental Perspective: comparing the Mastery of its Different Components in Children. In: SPINILLO, Alina Galvão; LAUTERT, Síntria Labres; BORBA, Rute (Eds.). ***Mathematical Reasoning of Children and Adults***: teaching and Learning from an Interdisciplinary Perspective. Springer, 2021.

SPINILLO, Alina Galvão; CRUZ, Maria Soraia Silva. Matemática em casa? Uma análise exploratória das atividades matemáticas realizadas por crianças no ambiente familiar. ***Em Teia***: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, v. 9, n. 1, p. 1–19. 2018.

TORBEYNS, Joke *et al*. Children’s understanding of the addition/subtraction complement principle. ***The British Journal of Educational Psychology***, v. 86, n. 3, p. 382-396, 2016.

TORBEYNS, Joke *et al*. Subtraction by addition strategy use in children of varying mathematical achievement level: a choice/no-choice study. ***Journal of Numerical Cognition***, v. 4, n. 1, p. 215-234, 2018.

TORBEYNS, Joke; VERSCHAFFEL, Lieven; GHESQUIÈRE, Pol. Strategic aspects of simple addition and subtraction: the influence of mathematical ability. ***Learning and Instruction***, v. 14, n. 2, p. 177-195, 2004.

VAN DER AUWERA, Stijn *et al*. The remarkably frequent, efficient, and adaptive use of the subtraction by addition strategy: a choice/no-choice study in fourth- to sixth-graders with varying mathematical achievement levels. ***Learning and Individual Differences***, 93, 2022. https://doi.org/10.1016/j.lindif.2021.102107

VAN DER AUWERA, Stijn *et al*. Children's subtraction by addition strategy use and their subtraction-related conceptual knowledge. ***Educational Studies in Mathematics***, 2023. https://doi.org/10.1007/s10649-023-10276-3

VERGNAUD, Gérard. The acquisition of arithmetical concepts. ***Educational Studies in Mathematics***, v. 10, p. 263-274, 1979.

VERGNAUD, Gérard. A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In: CARPENTER, Thomas; MOSER, James; ROMBERG, Thomas (Eds.). ***Addition and subtraction***: a cognitive perspective. Hillsdale: Lawrence Erlbaum, 1982.

VERGNAUD, Gérard. La théorie des champs conceptuels. ***Recherches en Didactique des Mathématiques***, v. 10, n. 2-3, p. 133-170, 1990.

VERGNAUD, Gérard. ***A criança, a matemática e a realidade***: problemas do ensino da matemática na escola elementar. Curitiba: Editora Universitária da UFPR, 2009.

VILETTE, Bruno. Do young children grasp the inverse relationship between addition and subtraction? Evidence against early arithmetic. ***Cognitive Development***, v. 17, p. 1365-1383, 2002.

Submetido em:15/05/2024

Aceito em: 06/03/2025