

Professores refletem sobre misconceptions ligadas às estruturas multiplicativas

Teachers reflect on misconceptions related to multiplicative structures

Helena do Carmo Borba Martins¹

Angélica da Fontoura Garcia Silva²

Marta Élid Amorim³

RESUMO

Esta pesquisa investigou as reflexões de professoras sobre misconceptions em multiplicação e divisão durante um jogo estratégico. Sete docentes de Matemática dos anos iniciais, reunidas na escola, discutiram concepções equivocadas de alunos e professores ao operar com números racionais entre 0 e 1. A pesquisa qualitativa utilizou dados de registros escritos e gravações em vídeo e áudio. A fundamentação teórica baseou-se em estudos sobre reflexão prática e conhecimento docente. Os resultados mostraram que as professoras, inicialmente influenciadas pela crença de que multiplicação sempre aumenta e divisão sempre diminui, confrontaram-se com situações onde essas operações com números racionais entre 0 e 1 resultavam em respostas diferentes das esperadas. Durante o jogo, perceberam que suas próprias limitações em misconceptions de estruturas multiplicativas poderiam dificultar o ensino do tema. As discussões no grupo de estudos ampliaram o conhecimento das participantes sobre as misconceptions analisadas.

PALAVRAS-CHAVE: Anos Iniciais. Grupo de estudos. Conhecimento Profissional Docente. Reflexão sobre a Prática. Misconceptions sobre estruturas multiplicativas.

ABSTRACT

This research investigated teachers' reflections on misconceptions about multiplication and division during a strategic game. In a school meeting, seven early years mathematics teachers discussed

¹ Colégio Adventista da Liberdade. E-mail: helenacbm.martins@gmail.com Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-9894-3020>

² Universidade Unopar Anhanguera. E-mail: angelicafontoura@gmail.com Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-2435-9240>

³ Universidade Federal de Sergipe. E-mail: martaেলid@mat.ufs.br Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-5909-6228>



students' and teachers' misconceptions when operating with rational numbers between 0 and 1. The qualitative research used data from written records and video and audio recordings. The theory was based on studies on practical reflection and teaching knowledge. The results showed that the teachers, initially influenced by the belief that multiplication always increases and division always decreases, faced situations where the results of the operations with rational numbers between zero and one differed from those expected. During the game, teachers realized that their own limitations and misconceptions about multiplicative structures could make teaching the topic difficult. The discussions in the study group expanded the participants' knowledge about the analyzed misconceptions.

KEYWORDS: Early years. Study group. Teaching professional knowledge. Reflection on practice. Misconceptions about multiplicative structures.

Introdução

Este artigo apresenta e amplia resultados apresentados na pesquisa de Martins (2022) no que diz respeito a misconceptions das estruturas multiplicativas. Apoiados em Ball et al. (2008), consideramos que a construção da base de conhecimentos necessária para o ensino de Matemática é diversa e complexa e que fazer pesquisas sobre tal construção é de fundamental importância. Aliado a isso, temos realizado investigações que mostram que a constituição de um grupo de estudos com professores no próprio ambiente em que trabalham pode favorecer o desenvolvimento do conhecimento profissional dos participantes a partir de suas reflexões sobre a prática (Correia et al., 2020; Garcia Silva et al., 2017; Miranda, 2014, 2019; Marciliano, 2022).

Nesta investigação, analisamos discussões e reflexões ocorridas no âmbito escolar com a participação de professores que compuseram um grupo de estudos e se organizaram para discutir sobre misconceptions ligadas à multiplicação e à divisão durante a vivência no jogo denominado Labirinto. Esse jogo foi escolhido por favorecer a realização de estimativas de resultados de multiplicações e divisões por números racionais entre 0 e 1, permitindo, dessa forma, a ampliação das discussões a respeito de possíveis dificuldades expressadas por equívocos conceituais, como a hipótese de que a multiplicação “sempre aumenta” e de que a divisão “sempre diminui”, conforme descrito por Schwartz e Budd (1981) e Bell et al. (1984). Assim como esses autores, nesta pesquisa, utilizamos o termo misconceptions para designar “erros de compreensão”. Nossa escolha pelo jogo justificou-se pelo entendimento de que a discussão gerada durante a experiência de jogar favoreceria a problematização dos processos de ensino e de aprendizagem das estruturas multiplicativas e de que essa vivência ampliaria os conhecimentos dos participantes sobre o tema e seu ensino

Neste artigo, apresentamos os referenciais que fundamentaram este estudo. Eles nos permitiram delinear os procedimentos metodológicos adotados para analisar e discutir os dados encontrados.

Marco teórico

Para fundamentar nossa análise, utilizamos os pressupostos que discutem aspectos ligados ao conhecimento profissional docente e à reflexão coletiva discutidos nas pesquisas de Ball et al. (2008) e Zeichner (2008). Quanto à análise dos conhecimentos matemáticos para o ensino (MKT), embasamos esta pesquisa nos pressupostos de Ball et al. (2008). Eles detalham os saberes profissionais do professor de Matemática como Conhecimento comum do conteúdo (CCK), Conhecimento do conteúdo no horizonte (HCK), Conhecimento especializado do conteúdo (SCK), Conhecimento do conteúdo e do estudante (KCS), Conhecimento do conteúdo e do ensino (KCT) e Conhecimento do conteúdo e do currículo (KCC). Neste artigo, analisaremos especialmente duas dessas categorias: Conhecimento comum do conteúdo (CCK) e Conhecimento do conteúdo e do ensino (KCT).

Ball et al. (2008) declaram que o Conhecimento comum do conteúdo (CCK) refere-se aos conteúdos matemáticos que todos os profissionais, professores ou não, que fazem uso da Matemática deveriam saber. Essa categoria envolve os saberes que levam o docente a, por exemplo, reconhecer algoritmos eficientes para encontrar resultados de multiplicações e divisões por números racionais entre 0 e 1, identificar quando o livro didático dá uma definição inadequada, ser capaz de usar termos e notações corretamente, quando fala ou escreve na lousa. Os outros conhecimentos aqui analisados (KCS e KCT) estão estreitamente relacionados à prática.

O Conhecimento do conteúdo e dos estudantes (KCS) demanda que o professor conheça sobre a Matemática e sobre os alunos e, ainda, que seja capaz de compreender o raciocínio matemático do aluno, assim como fazer antecipações sobre possíveis erros e maneiras de resolver um problema. Em relação ao ensino da multiplicação e divisão de números racionais entre 0 e 1, é importante que o professor reconheça que, muitas vezes, os estudantes consideram equivocadamente que a multiplicação sempre resulta em um aumento absoluto e não consideram situações em que a multiplicação pode levar à diminuição ou à manutenção de quantidade (Schwartz & Budd, 1981). Reconhecer e identificar a natureza dessas misconceptions é importante para o professor que ensina Matemática.

O Conhecimento do conteúdo e do ensino (KCT) pressupõe que o professor possua uma profunda compreensão dos conteúdos matemáticos específicos e uma

visão clara sobre o ensino. Isso inclui entender o porquê de ensinar determinado conteúdo, decidir como introduzi-lo, estabelecer uma sequência apropriada para o desenvolvimento da compreensão, incluindo a seleção, organização e elaboração de tarefas e materiais, selecionar situações introdutórias e avançadas, e saber quando e como apresentar tarefas que complementem a aprendizagem.

Essa categoria está diretamente relacionada ao conjunto de recursos que o professor utiliza durante o planejamento do ensino, representando uma fusão entre o entendimento dos conteúdos matemáticos específicos e a compreensão de questões pedagógicas. Na perspectiva de Ball et al. (2008), esse conhecimento é a união entre o saber matemático e o relacionado a como ensiná-lo.

Para analisar os momentos de reflexão sobre as práticas de forma coletiva, apoiamo-nos em Zeichner (2008). Sob nosso ponto de vista, isso seria possível a partir da constituição de um grupo de estudos que discutisse coletivamente sobre a Matemática, seu ensino e práticas já arraigadas. Apoiados em Zeichner (2008), consideramos a discussão e reflexão coletiva relevante. Para o autor, refletir individualmente sobre a própria prática encaminha o professor a ver seus problemas como exclusivamente seus, não os relacionando aos de outros professores ou à estrutura da educação escolar.

Nesse contexto, ponderamos ser de fundamental importância propor discussões coletivas. Para Zeichner (2008, p. 543), existe ainda muito pouca ênfase sobre a reflexão como uma prática social que acontece em comunidades de professores que se apoiam mutuamente e em que um sustenta o crescimento do outro. Ser desafiado e, ao mesmo tempo, apoiado por meio da interação social é importante para ajudar-nos a clarificar aquilo que nós acreditamos e para ganharmos coragem para perseguir nossas crenças.

Nessa perspectiva, procuramos discutir uma abordagem em que a problematização das misconceptions sobre as estruturas multiplicativas ocorreu a partir da vivência coletiva de um jogo estratégico – Labirinto. Entendemos que realizar uma pesquisa em e com um grupo de estudos no próprio contexto em que as participantes lecionam nos permite ter dados e observações dos efeitos do trabalho em uma amostra específica, que servirá de parâmetro para a observação de outros resultados. Acreditamos que a troca realizada entre os professores e pesquisadores pode promover reflexões que favorecerão ressignificações de conhecimentos.

Procedimentos metodológicos

A pesquisa aqui apresentada, de natureza qualitativa, contou com a participação de sete professoras que lecionam Matemática para os anos iniciais em uma escola particular, localizada em uma cidade da grande São Paulo, Brasil. Para preservar suas identidades, elas serão identificadas por meio de abreviações – PA, professora A, PB, professora B, e assim por diante.

Quanto à formação superior, a maioria cursou Pedagogia (6). Uma tem formação em magistérios e cursou Psicologia no Ensino Superior (PE). Das participantes, 4 concluíram cursos de especialização em áreas afins à atividade profissional que exercem (PA, PB, PD e PG). Uma das professoras é doutora em Educação, na área de Inclusão (PD). Quanto ao aspecto da experiência profissional, o grupo é bem heterogêneo: 2 lecionam há menos do que 1 ano (PB e PF), 2 há 3 anos (PD e PG), 1 há 7 anos (PE), 1 há 29 anos (PC) e 1 há 34 anos (PA). As informações analisadas neste artigo foram coletadas durante uma das sessões de estudo por meio de registros escritos realizados pelas professoras durante a vivência no jogo e videograções da sessão de estudo do grupo, transcritos posteriormente.

Descrição preliminar do jogo

O jogo Labirinto consiste em um emaranhado de caminhos associados a cálculos das 4 operações; o valor inicial é 100. O objetivo é sair do labirinto com o maior valor possível. Em cada rodada, os participantes têm a missão de maximizar os 100 pontos atribuídos inicialmente. Cada trecho do caminho no labirinto, representa uma operação, e sua escolha resulta em um aumento ou redução do valor inicial. O vencedor é quem alcançar o valor mais alto ao final do jogo.

Apoiados em Grandó (2000), denominamos esse jogo como estratégico, uma vez que o sucesso do jogador não está relacionado “ao fator sorte”, e sim aos conhecimentos mobilizados para resolver a situação proposta. Como ocorre em qualquer labirinto, há vários caminhos a serem seguidos, e a escolha dos trajetos nesse jogo pode ser feita por meio da observação de cada trecho do percurso e da operação associada a ele. Nesse caso, o jogador pode antecipar mentalmente se sua jogada aumenta ou diminui o valor envolvido no cálculo. A estimativa desses valores é a chave estratégica do jogo para fazer a escolha de cada novo trecho do caminho; o jogador mentaliza as estimativas e faz sua jogada. Propusemos que os cálculos fossem estimados, mas não realizados com o auxílio de uma calculadora. O tabuleiro do jogo é exposto na Figura 1.

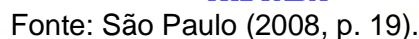


Tabela 1
Possibilidades de boas jogadas feitas pela pesquisadora.

	Primeira jogada	Segunda jogada	Terceira jogada	Quarta jogada	Quinta jogada	Sexta jogada	CHEGADA
Opção 1	100x0,9	90:0,09	1000x1,9	1900x1,09	2071:0,87	2380x1,01	2404,26
Opção 2	100-0,09	99,91:0,09	1110,111x1,89	2098,11-1,7	2096,41:0,87	2409,65x1,01	2433,75

Os desdobramentos desse jogo revelaram conhecimentos sobre os impactos operacionais da multiplicação e da divisão, especialmente envolvendo operadores e divisores racionais. Por exemplo, em uma multiplicação que engloba um operador racional “menor que um”, ocorre uma redução do fator inicial. Multiplicar por meio (0,5) é o mesmo que calcular a metade do valor, ou seja, equivale a dividir por dois e

consequentemente impacta o valor original, reduzindo-o. A consciência dessa equivalência entre os cálculos de multiplicação e divisão assim como o impacto no resultado e compreensão a respeito das misconceptions ligadas à multiplicação e à divisão fazem parte da base de conhecimentos necessárias ao ensino, mas, especificamente, estariam relacionados ao CCK (Ball et al., 2008).

Descrição e análise dos dados

Iniciamos a sessão apresentando o jogo Labirinto e destacamos que o que se espera de um jogo como esse é que cada jogador realize suas jogadas intencionais, neste caso, sempre para aumentar os pontos enquanto caminha para a saída do labirinto. Ao observarmos as jogadas das participantes da pesquisa, é possível notar se suas estimativas foram realizadas de modo a prever o real aumento dos valores. Foi proposto que se separassem em duplas para vivenciar o jogo. Entendemos que essa organização pode fomentar a reflexão, visto que há o intuito de uma ultrapassar o valor da outra jogadora, esse sentimento promove uma maior concentração e a busca de melhores resultados. Cada participante recebeu uma folha com a proposta do jogo, e foi dado início a este.

PA jogou em dupla com PE. Outro par foi formado por PB e PC. E as outras três participantes — PD, PF e PG — formaram um trio. Durante o jogo, elas tiveram a oportunidade de escolher o caminho intencionalmente, de modo que aumentassem seus pontos, partindo do valor inicial.

Realizar escolhas de operações erradas no jogo Labirinto também poderia levar à redução dos valores, trata-se do Conhecimento comum do conteúdo (CCK) sobre propriedades das operações no conjunto dos números racionais. Consideramos que antecipar mentalmente o impacto dos cálculos resultantes das operações sobre os números envolvidos no cálculo foi um saber que algumas participantes mostram não dominar, evidenciando, assim, uma limitação do CCK. Enquanto umas aumentavam seus valores, outras se assustavam ao diminuir seus resultados. Esses cálculos proporcionaram para o ambiente uma atmosfera de espanto e surpresa. Nas duplas, havia reações variadas, como altas risadas, suspiros e empolgação ao declararem quais números foram encontrados durante o caminho do labirinto.

Tabela 2
Registro de estratégias utilizadas pelas participantes da pesquisa

Parti c.	INIC .	1ª jogada	2ª jogada	3ª Jogada	4ª Jogada	5ª jogada	6ª jogada	FIM
PA	100	$100+0,7$	$100,7 \times 1,2$	$120,84 + 1,9$	$122,74 \times 1,9$	$233,20 \times 1,09$	$254,19 \times 0,97$	246,56
PB	100	$100 - 0,09$	$99,91 \times 1,9$	$189,82 \times 1,09$	$206,91 \times 0,97$	-----	-----	200,7
PC	100	$100 \times 0,9$	$90 \times 1,89$	$170,1 \times 0,5$	$85,05 \times 1,09$	$92,7 \times 0,97$	89,9	89,9
PD	100	$100 \times 0,9$	$90 \times 1,89$	$170,1 - 1,7$	$168,4 \times 0,97$	-----	-----	163,348
PE	100	$100 + 0,7$	$100,7 \times 1,2$	$120,84 \times 0,99$	$119,63 - 0,8$	$118,83 \times 1,01$	-----	120,01
PF	100	$100 + 0,7$	$100,7 \times 1,2$	$120,84 \times 0,99$	$119,63 - 0,8$	$118,83 \times 1,01$	-----	120,01 ⁴
PG	100	$100 - 0,09$	$99,91 \times 1,9$	$189,82 \times 1,09$	$206,91 : 0,87$	$237,83 \times 1,01$	-----	240,210

Fonte: Dados da pesquisa.

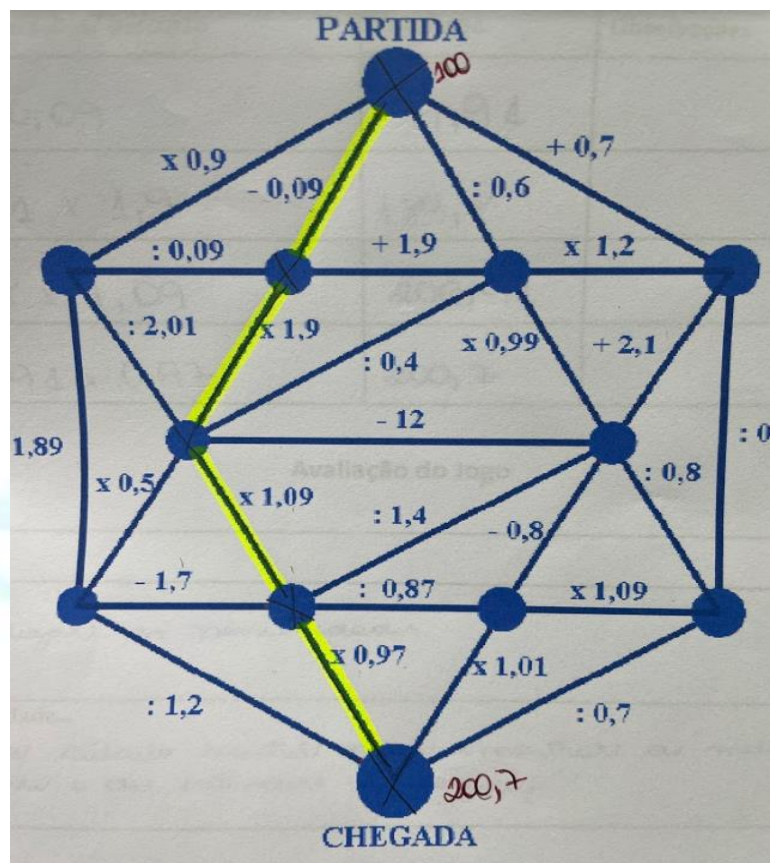
Ao observar a Tabela 2, deparamo-nos com a predominância da escolha da multiplicação pelos professores (aproximadamente 70% das operações eram multiplicações). Notamos que as participantes deste estudo não aplicaram estratégias que revelassem aumento de resultados no decorrer de todas as jogadas, visto que algumas das professoras fizeram escolhas de operações que reduziram os valores já obtidos. Quanto ao conhecimento das estruturas multiplicativas, a maioria das professoras — 6 de 7 — utilizou-se, de modo equivocado, de, ao menos, uma multiplicação por um número entre 0 e 1, uma vez que essa operação não aumentaria o valor alcançado na jogada anterior.

As duplas jogaram por cerca de 10 minutos; nesse tempo, a maioria das participantes já estava terminando ou havia terminado o jogo e se mostrava segura de suas jogadas. Durante as partidas, foi incentivado o uso da calculadora a partir da estimativa da melhor opção na trilha. Cada participante digitou o número 100 no início; e, a cada jogada, realizava uma operação com o valor já armazenado na memória da máquina. Ao terminarem, tivemos alguns pareceres imediatos de duas participantes

⁴ 120,01 é o resultado correto segundo as operações selecionadas. 123,36 foi o resultado registrado pela participante.

— PC e PB. Observemos nas Figuras 2 e 3 os protocolos das participantes PB e PC antes de seguirmos com as análises:

Figura 2. Protocolo de PB.



Fonte: Dados da pesquisa.

PC declarou que percebeu logo em sua primeira escolha, a respeito da multiplicação, que “o produto por um número decimal reduziu o valor que, na minha cabeça, era para ter aumentado”. Essa participante revelou também que, normalmente, suas multiplicações por operadores naturais sempre aumentavam os resultados e que não imaginava que uma multiplicação fosse reduzir o valor do resultado. Ela percebeu que isso ocorreu com os números decimais, porém, ao fazer essa observação, ainda não tinha se dado conta de que o fato se dava não por ter um operador decimal, mas sim por conta de o valor ser menor do que um inteiro. Continuou o jogo que classificou como “uma roubada”, pois, ao pensar que ganhava, perdia pontos. A participante jogava em dupla com PB, porém, ao notar que não ganharia o jogo, pensando nas escolhas que fazia, resolveu deixar de lado a competição e continuar os cálculos, curiosa para saber como os valores do labirinto se comportariam.

O jogo Labirinto foi proposto com a intenção de revelar o impacto das operações ao envolverem determinados valores racionais. As operações aritméticas, em geral, têm significados que transitam pelo senso comum, mas esse pressuposto não contempla todos os casos das operações, especialmente quando envolvem valores racionais, menores ou maiores que um. Observamos isso nas declarações de PC, PB, PF e PE, que concordaram entre si em relação ao significado de soma de parcelas iguais da multiplicação. Elas disseram que a multiplicação, quando tem um operador natural, impacta o resultado, aumentando seu valor. Esse conceito é correto, porém não se encerra aí, esse mesmo significado pode encaminhar para uma redução de valores, quando envolve um operador racional maior que zero e menor que um. A multiplicação envolve propriedades que ampliam seu potencial de alteração nos valores, incluindo sua redução, além do aumento. Essa nossa constatação pode ser verificada nas jogadas de PC (Figura 3). A vivência no jogo possibilitou que a participante refletisse sobre suas concepções prévias a respeito das operações e sobre o que experienciou.

Protocolo de áudio e vídeo 1: Reflexão sobre o Jogo Labirinto

PC: Esse jogo é uma roubada...

Pesquisadora: Por quê?

PC: Estou pensando que estou ganhando e estou perdendo.

Eu vou fazer o que parece lógico, só para ter certeza de que não é..., que é furada [risos]. Eu percebi que é furada; então, eu quero saber de onde é que está a lógica de você multiplicar e seu número diminuir.

Pesquisadora: Essa lógica é uma grande sacada.

PC: Eu vou continuar o caminho que eu pensei só para saber o porquê que diminui ao invés de aumentar, agora eu fiquei curiosa... Depois você vai me explicar. Eu vou em todas as multiplicações só para ver o que irá acontecer... Me quebrei...

PC se deu conta de que suas concepções em relação à multiplicação eram equivocadas, mas ainda não havia entendido exatamente o motivo de estarem erradas. Resolveu continuar seguindo as mesmas estratégias para ver o que aconteceria; mesmo sabendo que perderia o jogo, ficou curiosa para ver os desdobramentos dando passos baseados em suas prévias convicções. Essa participante chegou ao final do jogo com 89,9 pontos. Com seus conceitos balançados sobre multiplicação, cheia de perguntas, questionamentos, buscou entender melhor as operações que conhecia.

Ficou evidente por suas escolhas, ao observar o modo pelo qual continuou transitando pelo labirinto, que a participante seguiu a ideia de que a multiplicação

aumenta o valor e a divisão diminui. Isso explica as jogadas realizadas, estas envolveram seguidas multiplicações. Nenhuma divisão foi escolhida na estratégia utilizada por PC, fato que demonstra a crença equivocada na ideia de que a divisão diminui o resultado. Tal aspecto impediu a participante de elevar seus resultados, deixando de utilizar caminhos que ofereciam divisões por números entre 0 e 1. A utilização de seguidas multiplicações deveria resultar, segundo suas concepções, em contínuos aumentos de valores, porém, ao multiplicar por 0,9, o valor diminuiu 10% e, ao multiplicar por 0,5, o valor armazenado na memória foi reduzido a 50%.

PB também se utilizou da ideia de que a multiplicação sempre aumenta e a divisão diminui. Ao observar a sequência das operações, ficou evidente que a escolha de uma divisão com o intuito de fazer crescer o valor não foi cogitada pela participante. No protocolo que representava a estratégia utilizada por essa professora (Figura 2), observamos também uma sequência de multiplicações certa enquanto o valor do operador era maior que um, porém, quando a quantidade era menor do que um, o resultado foi reduzido, e a participante não antecipou esse fato no momento de sua escolha. A professora conseguiu elevar seu resultado para 200,7 pontos.

Foi possível verificar que PB optou por subtrair 0,09. Tal escolha foi justificada pela participante: “Eu pensei em reduzir só um pouquinho [referindo-se 0,09] para depois aumentar mais [referindo-se à multiplicação por 1,9]”. Todavia, até esse momento, é possível notar que essa professora não observou que, melhor do que escolher a multiplicação por 1,9 (que resultou em 189,82), seria a escolha da divisão por 0,09, que resultaria em 1000. Em seguida, teve como opção duas multiplicações, uma com operador “maior que um” e outra com operador menor que um bem como uma subtração, que encaminharia para uma divisão por 0,8, porém a escolha foi novamente pela multiplicação. Finalizando, chegou a uma encruzilhada, na qual havia uma possibilidade de aumentar dividindo, mas optou por uma multiplicação que reduziu o valor, ainda sinalizando a crença na multiplicação como operação que aumenta o valor do fator multiplicado. Aqui fica também explícita a ideia da participante de que a divisão não poderia aumentar valores, por isso também a opção pela divisão foi descartada nos momentos em que era possível escolhê-la. É importante ressaltar que as duas participantes mencionadas, PB e PC, jogaram inicialmente juntas, porém, com os desdobramentos dos cálculos, uma delas desistiu de tentar ganhar e apenas focou em tentar entender o que se passava com os cálculos.

Além da dupla anterior, escolhemos analisar as estratégias e discussões geradas pelo trio PD, PF e PG. A ganhadora foi PG, alcançando 240,21 pontos,

porém, ao terminar o jogo, percebeu que, mesmo tendo aumentado seus pontos, poderia ter ampliado sua pontuação se trilhasse outro caminho. Com base em Ball et al. (2008), podemos afirmar que essa participante revelou conhecimento sobre as operações e boa antecipação dos resultados (CCK). Todavia ela não realizou todas as jogadas com as melhores escolhas possíveis, PG declarou: “Ainda poderia ter um melhor resultado se utilizasse outro caminho que só percebi depois que terminei o jogo, que, se eu tivesse dividido por 0,09, em vez de multiplicar por 1,9, seria melhor”.

As outras duas participantes, PD e PF, que jogaram com PG revelaram posteriormente que não perceberam também a divisão como uma operação que aumentasse os valores de seus pontos. Analisando o protocolo de PD, notamos que a divisão não foi selecionada em nenhum dos casos, ficando explícita sua preferência pela multiplicação, que, em alguns casos, poderia não ser a melhor opção. Por exemplo, quando a participante se deparou entre as escolhas de dividir por 0,87 ou multiplicar por 0,97, a multiplicação foi escolhida, mesmo sendo um fator de redução, em detrimento da escolha da divisão por 0,87, que resultaria em aumento do valor. PF fez escolhas semelhantes, como mostraram os dados. Assim, chegamos a conclusões muito próximas em relação ao conhecimento aferido sobre as operações nesse trio de participantes.

Acreditamos que a ideia de medida (ou cota) da divisão ajudaria a ampliar a compreensão de que nem sempre a operação de divisão “reduz os valores dos dividendos”. Ou seja, a compreensão da ideia de “quantos cabem” associada diretamente à divisão poderia indicar que a divisão por 0,5 aumentaria o dividendo, pelo fato de caberem duas vezes em cada inteiro.

Por outro lado, a multiplicação é tida pelo senso comum como “a operação que aumenta”. Essa mensagem é tão forte que encaminha para decisões dentro do jogo, que, por sua vez, revelam a força dessa ideia. No entanto, não abrange todos os tipos de resultados que podem ocorrer com essas operações, dependendo dos valores envolvidos.

Voltando a olhar os protocolos, observamos que PF, no momento de sua quarta jogada, teve a oportunidade de fazer uma escolha entre a divisão ou a subtração por um mesmo valor, a saber, 0,8, e optou pela operação de subtração por 0,8 por acreditar que “era melhor diminuir oito centésimos do que dividir por esse valor, (. . .) que era melhor diminuir do que dividir” (PF), em detrimento de fazer a operação de divisão envolvendo um divisor que aumentaria o valor de seus pontos em 80%. Observamos que essa participante realizou um segundo cálculo, por conta própria,

uma vez que, no momento da discussão, ela ouviu comentários que a alertaram para outras possibilidades. A professora resolveu recalcular o caminho pelo labirinto e chegou ao valor de 200,70 pontos. Declarou: “como as colegas estavam discutindo o fato de que a divisão poderia aumentar o valor dos pontos; então, fui testar essa possibilidade”. Porém, em sua segunda tentativa, não observamos a verificação de um cálculo de divisão entre suas escolhas.

Os três protocolos anteriormente analisados foram finalizados no contexto do jogo Labirinto, mas as participantes desse trio não se ativeram ao resultado do jogo, quem ganhou ou perdeu. Tiveram uma postura de questionamento e curiosidade sobre o funcionamento das operações. Isso também ocorreu com as demais participantes. As jogadoras se mostraram surpresas com os desdobramentos do jogo e declararam que fizeram importantes descobertas. Neste artigo, optamos por não detalhar os movimentos de PA e PE por verificarmos grande semelhança com as escolhas e os movimentos de jogo das outras participantes.

Para além da análise das estratégias e dos depoimentos gerados durante e logo após o jogo, consideramos importante destacar as reflexões realizadas ao final do encontro. PC destacou:

Protocolo de áudio e vídeo 2: Reflexão sobre o Jogo Labirinto

Eu cheguei a uma conclusão e tive uma triste descoberta, nem sempre multiplicação significa que o número vai crescer. Eu descobri que, quando multiplico pelo decimal, sem o inteiro, o número desce... Nossa, nunca que iria pensar. Para mim, a multiplicação sempre ia para frente; então, acabei de descobrir.

Além dessa constatação, selecionamos outros comentários que evidenciam descobertas de misconceptions de que multiplicar qualquer número por outro sempre terá como produto um número maior do que os fatores da multiplicação, ignorando situações que envolvem Números Racionais entre 0 e 1:

Protocolo de áudio e vídeo 3: Reflexão sobre o Jogo Labirinto

PB: Achei o jogo muito bacana, a estrutura bem interessante, mas eu tracei um caminho pensando que vai multiplicar e vai ser muito bom, mas não, descobri a mesma coisa, que a multiplicação pode diminuir, e meu resultado não foi tão alto como esperava.

PA: Fiz a mesma descoberta que as colegas, e, assim que descobri, já fui mudando a estratégia, pensando nos valores maiores que um inteiro e decimais. Posso falar um negócio? Fazendo a divisão aqui depois do jogo, descobri que eu dividir por decimal aumenta.

Pesquisadora: Qualquer número decimal?

PA: Não, só se for número decimal menor que “1”, certo?

Pesquisadora: Vocês concordam?

PA: Sim, número que não tem inteiro, eu peguei aqui 100 dividido por 0,6, deu 166,66, fiz essa descoberta depois do jogo. Curiosamente, é

uma descoberta do momento, mas, em sala de aula, ao ser questionada pelo aluno, com o porquê disso. Eu respondi “É isso...”, sem mais explicações, por realmente não ter palavras para expressar o porquê disso.

PG: Isso reflete a forma como aprendemos, que a multiplicação aumenta..., e, na hora de ensinar os alunos, acabamos verbalizando isso, e ensinamos dessa mesma forma. Isso só serve sempre para os números inteiros [referindo-se aos Naturais] e não para todos os decimais.

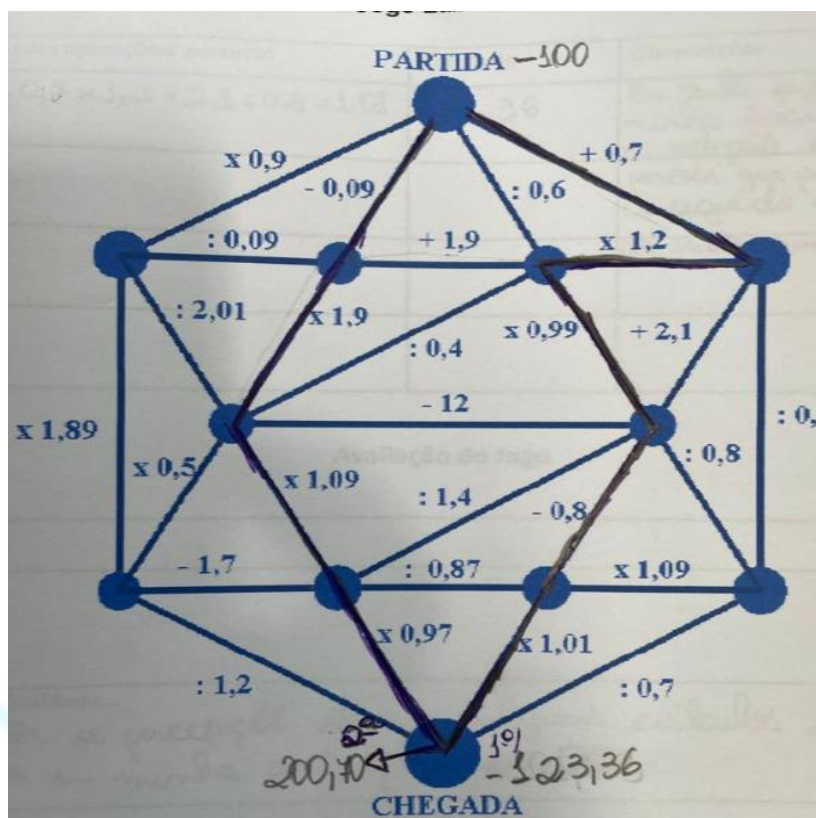
Esses depoimentos evidenciam que a vivência do jogo favoreceu a discussão coletiva sobre misconceptions relacionadas à multiplicação e à divisão. Essa experiência oportunizou que os professores refletissem sobre conceitos equivocados que nutriam até então. Consideramos ser essa uma indicação de que a fragilidade do Conhecimento do conteúdo e do ensino (KCT) pode ter origem nas limitações de Conhecimento comum do conteúdo (CCK).

Protocolo de áudio e vídeo 4: Reflexão sobre o Jogo Labirinto

PE: Eu descobri que o óbvio nem sempre é o que imaginávamos que seria. É tão óbvio, na hora que começou a explicar o jogo, eu já comecei a pensar que escolheria as multiplicações e aumentaria, mas descobri que não é óbvio, o que eu pensava que era tão óbvio não é, e vi os resultados da minha colega aumentando, e os meus diminuindo. Então, pensei: o que é que está de errado? Adorei esse jogo, ele fez com que pensássemos sobre as ideias erradas que tínhamos. Essa característica do jogo me chamou a atenção: me ajudou a investigar mais sobre a multiplicação com decimais e descobrir que multiplicação por números pequenos é diferente [referindo-se a situações que envolvem Números Racionais entre 0 e 1]

Depois dessa discussão coletiva, PF reestruturou seu caminho no labirinto e obteve resultados mais altos ao testar a divisão com intuito de aumentar. PF também ressaltou a importância de aprender com o outro e sinalizou como essa experiência lhe permitiu refletir sobre sua prática, assim como preconiza Zeichner (2008). Observemos a seguir o protocolo que aponta dois resultados diferentes (Figura 4) e o depoimento da professora.

Figura 3. Protocolo de PC.



Fonte: Dados da pesquisa.

PF: O jogo de hoje me fez pensar muito, além das ideias erradas que eu tinha da multiplicação, serviu para eu pensar sobre as ideias erradas que temos quando olhamos só para um tipo de número [Naturais]. Isso me fez pensar tanto na necessidade de propor aos alunos situações que os façam compreender essa característica dos decimais, como a utilização do jogo para estimular a exploração nas aulas de Matemática.

Assim como PF, observamos que a vivência e discussão coletiva do jogo favoreceu a reflexão sobre a necessidade de um olhar mais amplo para a multiplicação e a divisão no conjunto dos Números Racionais. Acreditamos que isso a ajudou a pensar também sobre seu ensino (KCT na perspectiva de Ball et al., 2008).

Protocolo de áudio e vídeo 4: Reflexão sobre o Jogo Labirinto

PB: Achei o jogo muito bacana, a estrutura bem interessante, mas eu tracei um caminho pensando que vai multiplicar e vai ser muito bom, mas não, descobri a mesma coisa, que a multiplicação pode diminuir, e meu resultado não foi tão alto como esperava. Esse jogo aguçou minha curiosidade.

PA: Fiz a mesma descoberta que as colegas, e, assim que descobri, já fui mudando a estratégia, pensando nos valores maiores que um inteiro e decimais. Posso falar um negócio? Fazendo a divisão aqui depois do jogo, descobri que eu dividir por decimal aumenta.

Pesquisadora: Qualquer número decimal?

PA: Não, só se for número decimal menor que "1", certo?

Pesquisadora: Vocês concordam?

PA: Sim, número que não tem inteiro, eu peguei aqui 100 dividido por 0,6, deu 166,66, fiz essa descoberta depois do jogo. Além disso, eu achei maravilhosa a experiência desse jogo, pois ele nos fez pensar sobre como posso usar o jogo para estimular a vontade das crianças de investigar.

Notamos que, em geral, o grupo percebeu que, dependendo do fator operador, a multiplicação pode ou não se caracterizar como uma operação que aumenta o valor do produto em relação ao valor inicial, ampliando, assim, o CCK na perspectiva de Ball et al. (2008). Consideramos que essa compreensão, ao ser associada ao Raciocínio Proporcional, poderá ampliar a percepção de crescimento e decrescimento proporcional de valores que se traduzem por meio de produtos.

Do ponto de vista de Ball et al. (2008), e conforme evidenciado pelos dados apresentados neste estudo, foi possível notar que a participação no jogo, juntamente com as discussões decorrentes dessa experiência, proporcionou uma reavaliação das crenças relacionadas às estruturas multiplicativas (misconceptions). Além disso, esse envolvimento promoveu uma reflexão mais profunda sobre o conteúdo e o ensino. Todavia, vale ressaltar que não temos evidência de que tenha ocorrido uma expansão significativa dos conhecimentos dessa faceta KCT, mas a vivência favoreceu a reflexão sobre o ensino.

Considerações Finais

Este estudo, baseado na vivência do jogo Labirinto por um grupo de professoras de Matemática dos anos iniciais, revelou aspectos fundamentais sobre as misconceptions relacionadas à multiplicação e à divisão. A análise das estratégias utilizadas durante o jogo e as reflexões pós-experiência proporcionaram importantes reflexões sobre a temática e seu ensino.

Os resultados evidenciaram que as participantes, inicialmente guiadas pelo senso comum de que a multiplicação sempre aumenta e de que a divisão sempre diminui, foram confrontadas com situações em que essas operações, quando envolviam números racionais entre 0 e 1, podiam ter resultados diferentes do esperado. Essa constatação gerou surpresa e questionamento, levando as professoras a repensarem suas concepções prévias sobre essas operações.

A análise das estratégias adotadas durante o jogo revelou a predominância da escolha da multiplicação. Isso indica uma tendência do grupo em considerá-la como a operação que levaria ao aumento dos pontos.

As reflexões pós-jogo demonstraram a importância da vivência prática e coletiva para confrontar concepções arraigadas e promover uma revisão crítica do

conhecimento docente. As participantes destacaram a necessidade de uma abordagem mais ampla e cuidadosa sobre as operações no contexto dos números racionais, reconhecendo que a multiplicação nem sempre implica aumento e que a divisão pode, de fato, resultar em ampliação dos valores.

Além disso, as professoras reconheceram a relevância de incorporar essa experiência em suas práticas pedagógicas, podendo utilizar jogos como uma ferramenta estimulante para promover a investigação e compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos pelos alunos. A constatação de que as *misconceptions* estão presentes não apenas nos estudantes, mas também nos professores, reforça a importância contínua do desenvolvimento profissional e da reflexão coletiva para aprimorar a qualidade do ensino de Matemática.

Em síntese, este estudo contribui para a compreensão do conhecimento profissional docente no contexto específico das *misconceptions* envolvendo a multiplicação e a divisão em diferentes conjuntos numéricos. Destaca-se a necessidade de abordagens pedagógicas mais refinadas e contextualizadas para promover uma compreensão mais precisa e abrangente desses conceitos matemáticos.

Referências

- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). **Content knowledge for teaching: what makes it special?** *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
<https://www.math.ksu.edu/~bennett/onlinehw/qcenter/ballmkt.pdf>
- Bell, A., Fischbein, E., & Greer, B. (1984) **Choice of operation in verbal arithmetic problems:** the effects of number size, problem structure and context. *Educational Studies in Mathematics*, 15, 129-147.
- Correia, D. S., Garcia Silva, A. F., & Galvão, M. E. E. L. (2020). **Conhecimentos de professores sobre as estratégias mobilizadas por seus alunos ao resolverem situação envolvendo a ideia de cota na divisão.** *Em Teia*, 11(1), 1-16.
<https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/244122>
- Garcia Silva, A. F.; Duarte, A. R. S.; Miranda, M. S. (2017). **OBEDUC:** reflexões, aspectos teóricos e prática docente em um grupo de estudos. *Crítica Educativa*, 3(2), 144-158.
<https://www.criticaeducativa.ufscar.br/index.php/criticaeducativa/article/view/160>
- Grando, R. C. A. (2000). **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula** [Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas].
- Marciliano, A. M. M. (2022). **Conhecimentos de professores que estudam coletivamente sobre o ensino de medidas de comprimento nos anos iniciais** [Dissertação de Mestrado, Universidade Anhanguera].
<https://repositorio.pgsskroton.com/bitstream/123456789/45442/1/Disserta%C3%A7%C3%A3o%20de%20Mestrado%20Angela%20-%20Ultima%20vers%C3%A3o.pdf>

Martins, H. C. B. (2022). **Ressignificação de conhecimentos profissionais de um grupo de professoras que ensinam Matemática sobre o Raciocínio Proporcional** [Dissertação de Mestrado, Universidade Anhanguera].
https://repositorio.pgsscogna.com.br/bitstream/123456789/48614/1/Dissertacao%20Helena%2008_12-22%20final%20revisto%20angelica.pdf

Miranda, M. S. (2014). **Uma investigação sobre a (re)construção do conhecimento de professores participantes de um grupo que estuda o campo conceitual aditivo** [Dissertação de Mestrado, Universidade Anhanguera].
<https://repositorio.pgsskroton.com/bitstream/123456789/3621/1/Mirtes%20de%20Souza%20Miranda.pdf>

Miranda, M. S. (2019). **Escola como espaço de (re)significação de conhecimentos matemáticos para o ensino: a constituição de um grupo que estuda o currículo e investiga a própria prática** [Dissertação de Mestrado, Universidade Anhanguera].
<https://repositorio.pgsskroton.com/bitstream/123456789/32031/1/TESE%20Mirtes%202019%20entregue%20sucupira.pdf>

Schwartz, S. E., & Budd, D. (1981). **Mathematics for handicapped learners: a functional approach for adolescents**. Focus on Exceptional Children, 13(7), 1-12.
<https://pdfs.semanticscholar.org/2dcc/c89faf84d4627a4a47dd093a532f41132c41.pdf>

Chang, T., Lee, W., Fu, H., Lin, Y., & Hsueh, H. (2007). **A study of an augmented CPFR model for the 3C retail industry**. Supply Chain Management: An International Journal, 12(3), 200-209.
<https://www.emerald.com/insight/content/doi/10.1108/13598540710742518/full/html>

Kotler, P., & Keller, K. L. (2005). **Administração de marketing (12a ed.)**. Prentice Hall.

Lima, E. C. P. (1997). **Privatização e desempenho econômico: teoria e evidência empírica** [Texto para discussão, Nº 532]. IPEA.

São Paulo. Secretaria da Educação. **Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas**. Oficina de Experiências Matemáticas: ciclos I e II. São Paulo: SE/CENP, 2008.
http://educacao.assis.sp.gov.br/uploads/files/bibliografia_ps2012/experiencias_matematicas.pdf

Segatto-Mendes, A. P. (2001). **Teoria de agência aplicada à análise de relações entre os participantes dos processos de cooperação tecnológica universidade-empresa** (Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo).
<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/12/12139/tde-24012002-114443>

Silva, A. B., & Pereira, A. A. (2004). **Fatores de influência na gestão das empresas de pequeno e médio porte da grande Florianópolis/SC**. XXVIII Encontro Nacional da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Administração, Curitiba, PR, Brasil.

Tanure, B., Evans P., & Cançado, V. L. (2010). **As quatro faces de RH: analisando a performance da gestão de Recursos Humanos em empresas no Brasil**. Revista de Administração Contemporânea, 14(4), 594-614.
http://www.anpad.org.br/periodicos/arq_pdf/a_1074.pdf

Zeichner, K. M. **Uma análise crítica sobre a “Reflexão” como conceito estruturante na formação docente**. Educação e Sociedade, Campinas, v. 29, n. 103, p. 535-554, maio/ago. 2008.
<https://www.scielo.br/j/es/a/bdDGnvvgiCzi336WkgYgSzq/?format=pdf&lang=pt>.

Submetido em: 24/05/2024

Aceito em: 28/04/2025

