

Dissociação entre informações verbal e visual em livros didáticos de Matemática dos anos iniciais

Dissociation between verbal and visual information in early years mathematics textbooks

Ana Mara Coelho da Silva ¹

Danieli Yngridi Neves Melo ²

Marcos Guilherme Moura-Silva ³

RESUMO

Esse estudo objetivou identificar elementos da Teoria da Dupla Codificação (TDC) em livros didáticos de matemática do ensino fundamental, com foco no pensamento algébrico. Baseou-se nos princípios teóricos defendidos por Paivio, que sugere a combinação entre representações verbais e visuais na aprendizagem. Analisaram-se, de forma qualitativa, dois livros do 5º ano adotados em Belém/PA, um de escola pública e outro de privada, selecionando conteúdos e tarefas para análise. Os resultados indicam que a TDC é uma estratégia válida para ensinar o pensamento algébrico nos anos iniciais, todavia esta é empregada de forma descontextualizada e sem associação entre os domínios verbal e não verbal. Sugere-se que as políticas públicas que fomentam a elaboração de livros didáticos ou as formações inicial e continuada de professores considerem a TDC em suas abordagens, visando implementar imagens adequadamente, em estreita relação com o conteúdo e com as tarefas, de maneira indissociável.

PALAVRAS-CHAVE: Teoria da Dupla Codificação. Ensino da Matemática. Pensamento Algébrico. Livro Didático. Anos Iniciais.

ABSTRACT

This study aimed to identify elements of Dual Coding Theory (DCT) in mathematics textbooks for elementary education, focusing on algebraic thinking. It was based on the theoretical principles

¹ Instituição: Universidade Federal do Pará . Email: maracoelho17@yahoo.com.br . Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-2767-5406>

² Instituição: Universidade Federal do Pará. Email: danieliluc19@gmail.com . Orcid: <https://orcid.org/0009-0009-5180-9700> .

³ Instituição: Universidade Federal do Pará. Email: marcosgmouras@yahoo.com.br . Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-3589-1897> .



proposed by Paivio, which suggest the combination of verbal and visual representations in learning. Qualitative analysis was conducted on two 5th-grade books used in Belém/PA, one from a public school and the other from a private school, selecting content and tasks for examination. The results indicate that DCT is a valid strategy for teaching algebraic thinking in the early years; however, it is often used out of context and without integration between verbal and non-verbal domains. It is recommended that public policies promoting the development of textbooks or initial and ongoing teacher training consider DCT in their approaches, aiming to implement images appropriately, in close relation to the content and tasks, in an inseparable manner.

KEYWORDS: Dual Coding Theory. Teaching Mathematics. Algebraic Thinking. Textbook. Early Years.

Introdução

A Teoria da Dupla Codificação (TDC) (*Dual Coding Theory*, no original) é uma estratégia de aprendizagem, que envolve aspectos visuais, verbais e mentais, empregados paralelamente em situações didáticas (Paivio, 2010; 2014). Tal estratégia faz parte do rol das principais técnicas da Ciência da Aprendizagem⁴ (Weinstein; Madan; Sumeracki, 2014), responsáveis por entender como as pessoas aprendem e processam informações, para melhorar seus desempenhos (Dunlosky et al., 2013). Por incluir imagens na interpretação e na contextualização de informações (Mayer, 2003), a TDC pode ser usada nos processos de ensino e de aprendizagem de forma eficaz, uma vez que busca promover a flexibilidade cognitiva e a melhor compreensão do conteúdo ou quaisquer aspectos envolvidos com muitas representações (Ainsworth, 1999).

As pesquisas envolvendo a TDC mostram que a interatividade entre atividades cognitivas de sistemas verbais e não verbais é fundamental ao conhecimento humano (Paivio, 2014), ao permitir que uma informação seja mais facilmente lembrada na memória (Clark; Paivio, 1991; Paivio, 1971). Logo, entendemos que seu uso em aulas de Matemática poderia estimular e aprimorar o sucesso acadêmico dos alunos, principalmente diante de um eixo temático, que envolve a Álgebra, conceito ainda complexo e abstrato, pelos empregos de símbolos e de regras próprias.

Contudo, poucos estudos com contribuição de imagens para o ensino de Matemática, a partir da lente teórica da TDC, têm sido investigados, até o momento, e os livros didáticos ainda não passaram por esta testagem, possivelmente. Como resultado, alunos deixam de articular informações visuais e verbais em aulas de Matemática, o que torna esta pesquisa necessária, no que tange à análise de livros didáticos, principais ferramentas de apoio ao professor no ensino de Matemática nas séries iniciais.

⁴ As principais estratégias são: prática intercalada; prática de recuperação; prática de lembrar; elaboração; exemplos concretos; e dupla codificação.

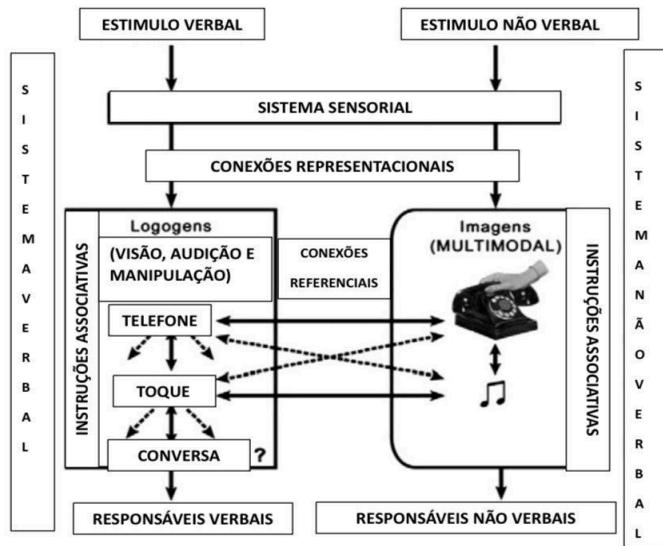
É pertinente ressaltar que os livros didáticos selecionados não foram utilizados para fins de comparação entre as esferas pública e privada de ensino, mas para discutir sobre como a TDC está sendo empregada e se esta contribui como estratégia de ensino, para que o professor possa explorá-la adequadamente em suas aulas. Assim, é válido questionar: em que termos a TDC é apresentada em livros didáticos de Matemática dos anos iniciais? Para responder à pergunta de pesquisa, o estudo tem por objetivo identificar elementos da TDC em livros didáticos de matemática dos anos iniciais, com foco no pensamento geométrico.

A seguir, apresentaremos a abordagem teórica utilizada na pesquisa, seguida dos procedimentos metodológicos e, finalmente, dos seus resultados.

A Teoria da Dupla Codificação

Estudos relativos à TDC começaram a ser explorados em 1971, pelo psicólogo cognitivo Allan Paivio. De acordo com esta teoria (Figura 1), a informação pode ser processada, tanto de forma verbal (por meio da linguagem e das palavras) quanto de forma visual (por meio de imagens mentais e de representações visuais). Essas duas formas de representação são consideradas independentes, mas interconectadas, e podem ser utilizadas em conjunto nos processos de aprendizagem e de codificação, na memória de longo prazo (Paivio, 1971). Com isto, a ideia da formação de imagens facilitaria a aprendizagem e, portanto, seria possível impulsionar o conhecimento de formas eficaz e significativa. Logo, a informação seria retida com maior facilidade (Paivio, 2014), ao acrescentar materiais de estudos a associações verbais e visuais, simultaneamente.

Figura 1 - Sistemas simbólicos verbais e não verbais da TDC, propostos por Paivio



Fonte: Paivio (2014, tradução nossa)

Legenda: A ilustração apresenta as entidades estruturais dos sistemas visual e verbal, com as conexões referenciais, os quais representam caminhos, que conectam unidades entre e intrassistemas, com setas direcionais simbolizando o processamento bidirecional mútuo. Também são mostradas as conexões entre as unidades representacionais e os sistemas de estímulo e de resposta.

De acordo com este modelo, as representações mentais estão associadas a modos simbólicos verbais e não verbais distintos, e retêm propriedades de eventos sensório-motores concretos, em que se baseiam (Clark; Paivio, 1991; Paivio, 2014). Esse sistema contém recursos visuais, auditivos, articulatórios e outros códigos verbais específicos da modalidade, cuja representação relaciona processamento e codificação de cognição a formas de palavras e à linguagem, além de ideias abstratas e complexas (Clark; Paivio, 1991). Na Matemática, por exemplo, ao ler um problema e desenvolvê-lo, a representação verbal pode envolver a compreensão e a mudança de palavras em símbolos matemáticos.

A codificação verbal é considerada com menor representação, em comparação à codificação visual, pois as palavras são representações simbólicas da realidade e não capturam todos os detalhes e as modulações visuais. No entanto, a codificação verbal contém serventias, como a capacidade de expressar conceitos abstratos e complexos e as possibilidades de armazenar e de transmitir informações de formas compacta e eficiente (Paivio, 1990).

Por sua vez, a codificação visual envolve a representação de informações, por meio de imagens mentais, de representações visuais e de estímulos visuais mais externos. Elas incluem imagens específicas para formas (por exemplo, um modelo químico), para sons ambientais (por exemplo, um sino de escola), para

ações (por exemplo, um desenho de linhas ou um pressionar de teclas), para sensações ou emoções (por exemplo, um coração acelerado) ou, ainda, para outros objetos ou eventos não linguísticos (Clark; Paivio, 1991). Essa forma de codificar é considerada mais precisa, pois permite o armazenamento de informações visuais detalhadas (Paivio, 1990). Em suma, tais representações imaginárias são análogas ou perceptualmente semelhantes aos eventos que denotam, em vez de serem símbolos arbitrários.

Outros pressupostos estruturais da TDC se referem às ligações, que vinculam as representações verbais e não verbais (Figura 1) a uma rede associativa complexa (Clark; Paivio, 1991; Paivio, 2014). As ligações entre estes dois sistemas são denominadas conexões referenciais e unem códigos verbais e imagens correspondentes. Palavras concretas são referencialmente significativas, em virtude de suas conexões com imagens não verbais, enquanto palavras abstratas carecem de tais conexões referenciais para fazer associações com as imagens. Nesse segundo caso, percebemos que o ensino de Matemática, por conter conceitos abstratos e complexos para o ensino fundamental, precisa ter as conexões referenciais, de que a TDC trata.

Em suma, a TDC pressupõe que uma informação pode ser codificada e armazenada na memória, tanto pela via verbal quanto pela visual. Mas, quando a informação é codificada de forma dupla, ou seja, através da combinação e da integração entre representações verbais e visuais, ela é mais facilmente retida e posteriormente lembrada, quando necessária (Paivio, 2014). Sendo assim, a combinação destes dois tipos de estímulos é mais efetiva nos processos de aprendizagem e de construção da memória do que o uso único de cada forma de codificação (Clark; Paivio, 1991).

A representação dupla permite que as mensagens sejam processadas e armazenadas em dois modelos diferentes, facilitando a codificação e a recuperação das informações. Por exemplo, ao aprender um novo conceito matemático, a representação dupla pode incluir a leitura de explicações verbais e a observação de exemplos visuais para melhorar o aprendizado. Desse modo, essa teoria tem implicações importantes para a prática educacional, pois variadas estratégias de ensino são baseadas na TDC, com utilização de recursos visuais, como diagramas, gráficos e mapas conceituais, em conjunto com explicações verbais (Mayer, 2003). Essas abordagens visam facilitar o processamento e a retenção de conhecimentos, permitindo uma melhor compreensão e a construção de conexões mais significativas

à aprendizagem, como é o caso da introdução ao pensamento algébrico, apoiado nesta pesquisa.

O ensino do pensamento algébrico nos anos iniciais

A Álgebra tem por finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – o pensamento algébrico – o qual é essencial à utilização de modelos matemáticos na compreensão, na representação e na análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e de estruturas matemáticas, fazendo usos de letras e de outros símbolos (Brasil, 2018). Igualmente, tal diz respeito à simbolização (representar e analisar situações matemáticas, usando símbolos algébricos), ao estudo de estruturas (compreender relações e funções) e à modelação, bem como implica conhecer, compreender e usar instrumentos simbólicos para representar problemas matematicamente, além de aplicar procedimentos formais, para obter resultados e para poder interpretar e avaliar estes resultados (Barbosa; Borralho, 2009).

Radford (2006) aborda o pensamento algébrico como um modelo específico da compreensão matemática. Para ele, três elementos estão inter-relacionados neste processo, permitindo que as pessoas elaborem e manipulem conceitos algébricos de forma ponderada e consciente (Radford, 2010). O primeiro refere-se a um senso de indeterminação (incógnitas, variáveis e parâmetros). Essa indeterminação, em oposição à determinação numérica, possibilita, por exemplo, a substituição de uma variável ou incógnita por outra - ou seja, não faz sentido substituir 3 por 3 em aritmética, mas, na álgebra, faz sentido a substituição de uma incógnita por outra, sob determinadas condições (De Almeida; Dos Santos, 2017; Radford, 2006). O segundo elemento do pensamento algébrico é que objetos indeterminados são manipulados de maneira analítica. A analiticidade consiste em considerar porções desconhecidas que aparecam ser conhecidas, o que permite a realização das operações (Radford, 2010). Neste caso, conseguimos pensar algebraicamente quando manipulamos, por exemplo, objetos desconhecidos em uma equação (Almeida; Santos, 2017). Por fim, o terceiro elemento refere-se ao modo simbólico próprio que o pensamento algébrico deve utilizar para designar seus objetos, os quais podem se expressar por meio de construções baseadas em sinais, como as letras, entre outros.

Sendo assim, é necessário que os alunos sejam capazes de identificar regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, de estabelecer leis matemáticas, que expressem relações de interdependência entre grandezas em

diferentes contextos, bem como de criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas, por meio de equações e de inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados. Em síntese, essa unidade temática deve enfatizar o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de generalizações, a análise de interdependências de grandezas e a resolução de problemas, por meio de equações ou inequações (Brasil, 2018).

No entanto, os alunos ainda apresentam muitas dificuldades na aprendizagem deste aglomerado de conhecimentos, que podem ser frutos de um ensino com noções e com ideias, que não são ensinadas explicitamente pelo professor, em sala de aula (Aguiar, 2016), inclusive pela forma como a proposta do ensino está presente nos livros didáticos (Santos, 2007). Os alunos entendem que seus estudos se restringem à busca por um valor desconhecido, pela mera manipulação desvinculada de sentido, não construindo conceitos fundamentais, tais como o princípio da generalização, que relaciona as áreas da Aritmética à Álgebra (Pereira; Silva; Silveira, 2018). Embora o domínio da linguagem algébrica seja um componente do pensamento algébrico, ela deve fazer sentido para quem aprende, o que pode ser realizado por processos criativos (Ponte, 2006).

É importante entender que, nos anos iniciais do ensino fundamental, não se propõe o uso de letras para expressar regularidades, por mais simples que sejam (Brasil, 2018; Regis, 2017). Nesse sentido, não cabe considerar a Álgebra como uma área, que repousa suas construções em técnicas de manipulação de símbolos, apenas (Neto; Demarchi, 2022). Conceitos primários, como o de regularidade, generalizações de padrões e propriedades de igualdade (Brasil, 2018; Santos; Oliveira, 2024) são fundamentais ao desenvolvimento e à iniciação de um pensamento próprio desta área: o pensamento algébrico. Nesse caso, a importância da visualização vem do fato de que esta não se relaciona somente à mera ilustração, mas por ser reconhecida como uma componente do raciocínio, da resolução de problemas (Vale, 2012), que, juntamente das informações verbais, permite uma maior facilidade no entendimento do ensino algébrico. Por conta disto, as imagens precisam estar presentes nos livros didáticos, antes mesmo de introduzir o uso de símbolos para representar variáveis e incógnitas.

Assumimos que o pensamento algébrico, enquanto objeto de ensino da escola básica, presente nas atividades propostas em materiais didáticos, deva ser um meio para possibilitar uma forma de pensar, que desenvolva o conhecimento algébrico, por meio da percepção de regularidades, do desenvolvimento de

pensamentos analíticos e do estabelecimento de relações (Regis, 2017). Nesse caso, a atenção dada seria às relações existentes entre os elementos constituintes, representando e raciocinando sobre estas ligações tanto quanto possível, de modos geral e abstrato (Pontes, 2006).

A inclusão da abordagem do pensamento algébrico nesta pesquisa foi feita em razão de dificuldades encontradas, por muitos alunos, em compreender conceitos abstratos, representados por letras e por símbolos algébricos (Barbosa; Borralho, 2009), que diferem do uso comumente empregado na abordagem concreta dos números. Nesse caso, conectar e transferir conhecimentos sobre operações aritméticas a representações algébricas é desafiador, pois implica uma mudança visual de cálculos específicos para relações gerais, o que necessariamente requer um pensamento lógico-matemático, que pode estar em desenvolvimento nos anos iniciais.

Uma recomendação feita por Ponte (2006) é a de usar atividades, que conectem a Aritmética à introdução de símbolos, com experiências concretas, que possam ser exploradas de forma algébrica. Nessa situação, entendemos que articular a Teoria da Dupla Codificação, por meio de representações verbais (linguagem simbólica) e visuais (imagens, representações visuais), aos anos iniciais promoverá uma aprendizagem mais efetiva do pensamento geométrico, mas tal abordagem ainda não foi explorada no Brasil. Nessa pesquisa, procuramos identificar elementos que se alinham a esta teoria em livros didáticos de Matemática dos anos iniciais do ensino fundamental, a fim de identificar seus efeitos e suas potencialidades para o ensino.

Procedimentos metodológicos

A pesquisa apresenta uma abordagem qualitativa, realizada por meio de análise documental (Sá-Silva; Almeida; Guindani, 2009), procedimento que se utiliza de métodos e de técnicas para apreensão, compreensão e análise de documentos dos mais variados tipos. Foram selecionados dois livros didáticos de Matemática do 5º ano do ensino fundamental (EF), que estavam sendo utilizados no ano letivo de 2023: um deles é distribuído gratuitamente a escolas públicas do estado do Pará, denominado Prepara Pará, de autoria do governo do estado do Pará; e o outro é um livro de uma escola privada, de autoria do Sistema de Ensino MAXI, homônimo, do ano de 2019. Esses livros foram escolhidos para compor a análise documental, por se tratar de duas escolas, com as quais um dos autores do artigo teve contato, durante seu estágio supervisionado.

Embora os livros selecionados representem uma amostra por conveniência, ressalta-se que o livro *Prepara Pará* é amplamente distribuído na rede de ensino do estado, em seus 144 municípios, e tem o intuito de auxiliar o trabalho dos professores, em consonância com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), preparando os estudantes para o Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb), enquanto o segundo livro é um material comercializado há mais de 30 anos em sistemas de ensino privados. Sendo assim, consideramos está uma oportunidade de identificar elementos da TDC em livros didáticos de matemática dos anos iniciais, com foco no pensamento algébrico.

Para a análise dos dados, consideramos a técnica da Análise de Conteúdo, desenvolvida por Bardin (2016), a partir de suas três etapas: pré-análise; exploração do material; e tratamento e interpretação dos resultados obtidos. Na pré-análise dos livros, foi possível se familiarizar com o material e realizar uma leitura dos acervos, com o intuito de compreender o cenário de investigação. Na etapa seguinte, houve a exploração do material, momento em que procuramos realizar uma leitura minuciosa dos exemplares, a fim de verificar de que maneira eles vinham tratando as informações sobre o ensino de Álgebra e os dados verbais e visuais, elementos da TDC. Foi nesta etapa que percebemos que o livro *Maxi* continha um capítulo específico para tratar sobre o ensino de Álgebra, enquanto o livro *Prepara Pará* distribuía as explicações, relacionadas ao nosso objeto de estudo, ao longo de seus capítulos.

Ainda na fase de exploração do material, houve o processo de codificação, em que cada livro foi considerado uma unidade de contexto (UC) e as partes textuais e as imagens dos conteúdos e das tarefas, relacionados à Álgebra, unidades de registros (UR). A partir disto, pudemos separar partes dos conteúdos e das tarefas, agrupando informações verbais e visuais semelhantes, para estabelecer as categorias de análise. Nesse momento, para não tornar as análises dos livros *Prepara Pará* e da “*Maxi*” muito extensas, procuramos adotar os critérios definidos na Base Nacional Comum Curricular para o ensino da Álgebra no 5º ano, considerando o objeto de conhecimento “Propriedades da igualdade e noção de equivalência”, para desenvolver as habilidades presentes no Quadro 1.

Quadro 1 – Objetos de conhecimento e habilidades definidas na BNCC

<p>EF05MA10 - Concluir, por meio de investigações, que a relação de igualdade existente entre dois membros permanece ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir cada um desses membros por um mesmo número, para construir a noção de equivalência.</p>
<p>EF05MA11 - Resolver e elaborar problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido.</p>

Fonte: Brasil (2018)

Na terceira etapa, a partir dos elementos categorizados na etapa anterior, a principal categoria analítica foi definida: dissociação entre as informações verbal e visual no ensino do pensamento algébrico. A interpretação dos resultados se deu à luz da TDC. Ademais, consideramos registrar, por meio de imagens fotográficas, as sessões de conteúdos e de tarefas empregadas, para ilustrar os resultados da pesquisa.

Resultados e discussão

Dissociação entre as informações verbal e visual no ensino do pensamento algébrico

Essa pesquisa teve, por objetivo, identificar elementos da TDC em livros didáticos de matemática dos anos iniciais, com foco no pensamento algébrico. Foi possível perceber que os domínios verbais e visuais estão presentes nos livros didáticos, mas ainda de maneira dissociada, principalmente no material utilizado pela escola privada. Isso quer dizer que algumas imagens são meramente ilustrativas e não estabelecem paralelos com as informações verbais.

Uma situação que chamou a atenção foi o fato de que o livro Prepara Pará apresenta abordagens do ensino da Álgebra, ao longo de todos os conteúdos de Matemática ministrados no 5º ano, de maneira interdisciplinar e em um mesmo eixo curricular, envolvendo os assuntos Números e Operações, Álgebra e Funções. Tal prerrogativa é defendida por Regis (2017), ao colocar que o tema da Álgebra pode assumir um caráter transversal no currículo, pela integração entre a Álgebra, a Geometria e a Aritmética, possibilitando a que os alunos se apropriem da linguagem algébrica de forma gradativa. Paradoxalmente, o livro Maxi concentrou um capítulo exclusivo para tratar do assunto, apontando apenas os elementos exigidos na BNCC.

Levando em conta estas percepções, no livro *Prepara Pará*, consideramos a resolução de problemas envolvendo números naturais no campo multiplicativo e, como habilidades, a multiplicação comparativa, a ideia de proporcionalidade e as combinações (Figura 2), presentes no eixo curricular Operações e Sistema Monetário.

Figura 2 – Imagem representativa do eixo curricular Operações e Sistema Monetário

Atividade 1 – Multiplicações

Explorando as ideias

Para resolver alguns problemas, podemos usar a multiplicação ou a divisão. Veja as situações abaixo.

1ª situação: Em uma embalagem, cabem 30 ovos. Quantos ovos cabem em 3 embalagens iguais a esta ao lado?

Para saber quantos ovos haverá nas 3 embalagens, podemos multiplicar por 3 a quantidade de ovos de cada embalagem.

$$3 \times 30 = 90$$

Então, caberão 90 ovos em 3 embalagens.

2ª situação: Na lanchonete de uma escola são oferecidos 3 tipos de sanduíche: queijo, atum e frango. Para beber, são oferecidos 2 tipos de suco de frutas: laranja e limão. Quantas combinações de lanches podemos fazer com um dos sanduíches e um dos sucos?

Podemos resolver este problema da seguinte maneira:

Suco de laranja	→	Sanduíche de queijo
	→	Sanduíche de atum
	→	Sanduíche de frango
Suco de limão	→	Sanduíche de queijo
	→	Sanduíche de atum
	→	Sanduíche de frango

No esquema acima, combinamos os 2 sabores de suco com as 3 opções de sanduíches e obtivemos 6 combinações de lanches. Para resolver este problema, também poderíamos calcular a multiplicação $3 \times 2 = 6$.

3ª situação: A professora do 4º ano B recebeu 120 lápis de cor para ser usados na aula de Arte. Ela tem 6 potes e vai colocar a mesma quantidade de lápis em cada um. Quantos lápis a professora colocará em cada pote?

Para resolver esta situação, podemos usar uma divisão, pois a professora vai distribuir igualmente os lápis nos potes. Ou seja,

$$120 \div 6 = 20$$

Então, a professora colocará 20 lápis em cada pote.

Em outro dia, a professora organizou novamente os 120 lápis. Dessa vez, ela colocou 15 lápis em cada pote. Quantos potes ela utilizou?

Nesse caso, não queremos saber a quantidade de lápis em cada pote, mas quantos potes haverá com essa quantidade. Para isso, também podemos usar uma divisão:

$$120 \div 15 = 8$$

Assim, a professora usou 8 potes.

Fonte: livro *Prepara Pará* (2023)

Na Figura 2, percebe-se uma combinação entre palavras e imagens no livro, o que favorece a oportunidade de o aluno estabelecer associações entre o que se lê e a sua representação visual, inclusive podendo desenhar outras representações para encontrar o resultado esperado, a partir de imagens já conhecidas por ele, de seu cotidiano, pelo menos nas situações 1 (os ovos — a quantidade de ovos em uma cuba) e 3 (os potes coloridos). O pensamento algébrico reconhece estas representações como padrões, que permitem, aos estudantes, a conexão entre seus elementos, a descrição e a construção de argumentos para validar o cálculo formal. Para Vale (2012, p. 199), esse tipo de situação visual "[...] ajuda os alunos a verem um padrão e escrever a expressão numérica que traduza esse modo de ver, de forma a permitir generalizações".

Já na explicação da situação 2, entendemos que a imagem ilustra apenas a situação dos produtos, qual sejam: suco e sanduíche, enquanto a informação verbal está mais evidente na representação dos tipos de sucos para os possíveis sanduíches. Embora haja equivalência entre as informações verbais de sucos e de

tipos de sanduiches, uma alternativa seria estabelecer paralelos com diversas imagens de tipos diferentes de sucos e de sanduíches, para que o aluno conseguisse desenvolver todas as etapas da resolução.

Em relação ao livro Maxi, notamos que as ilustrações estão presentes, mas sem se ligar às informações dos enunciados do texto. As situações 1 e 2 (Figura 3) envolvem problemas sobre valores monetários, os quais não estão ilustrados. As imagens, embora tratem do contexto de ocorrência do problema, não se associam às informações verbais. Nesse caso, não se estabelece uma relação funcional entre imagem e texto, contrariando os pressupostos teóricos assumidos por Paivio (1990, 2014), cujas informações codificadas e processadas de maneiras simultaneamente verbal e visual são mais fáceis de serem lembradas do que as codificadas apenas de uma destas formas.

Figura 3 – Imagem do livro para explicar o termo desconhecido

Determinando o termo desconhecido de uma igualdade

Situação 1

- Lúcia foi à papelaria com uma quantia em dinheiro, comprou um caderno de 28 reais e voltou para casa com 32 reais. Quantos reais ela tinha?

Para descobrir, podemos montar a seguinte sentença matemática:

$$? - 28 = 32$$

Para resolver essa sentença, vamos adicionar o valor do troco ao valor do caderno, assim descobriremos quanto Lúcia tinha.

$$? = 32 + 28$$

$$? = 60$$

Resposta: Lúcia tinha 60 reais.

Situação 2

- Tiago economizou 180 reais. Para que sua irmã, Natália, tenha a mesma quantia que ele, ela precisa juntar mais 48 reais. Quantos reais Natália já economizou?

Fonte: livro Maxi (2019)

Entretanto, chama a atenção a ausência de símbolos de incógnita, para determinar o valor desconhecido nas situações que representam as equações, os quais foram substituídos por pontos de interrogação. Tal prerrogativa, embora esteja de acordo com os pressupostos defendidos pela BNCC, quanto da não utilização de letras para representar regularidades, e mais próximo ao contexto da situação-problema ou do estudante (Santos; Oliveira, 2024), deixa em evidência que o ensino de Álgebra está mais atrelado à linguagem simbólica e, menos, à construção de um pensamento algébrico.

Após a exposição do conteúdo, analisamos as tarefas neles contidas (figuras 4 e 5), e constatamos que o domínio verbal é predominante nas tarefas.

Figura 4 – Imagem das tarefas contidas no livro Prepara Pará

AGORA É SUA VEZ!

1 Na loja em que Fernando trabalha são montados aquários com diversas espécies de peixes. Hoje, chegaram 234 peixes da espécie paulistinha para fazer a montagem de 13 aquários. Em cada aquário, será colocada a mesma quantidade de peixes dessa espécie. Quantos peixes serão colocados em cada aquário?

2 Carla é artesã e confecciona brinquedos pedagógicos. Para montar um jogo de dominó, ela produz 28 peças. Carla recebeu a encomenda de 15 jogos de dominó. Quantas peças ela precisa fabricar?

3 Complete o quadro a seguir indicando a quantidade de peças que Carla precisa fabricar para determinada quantidade de jogos de dominó.

Jogo	Total de peças
1	28
3	
5	
7	
10	

Fonte: livro Prepara Pará (2023)

Embora o livro Prepara Pará empregue mais associações entre aspectos verbais e não verbais às explicações de seus conteúdos, suas tarefas se concentraram em deixar as imagens de lado. No exemplo, os autores optaram pelo uso de uma imagem de peças de dominó, que ocultamente representaria a dificuldade na resolução do problema, se a ilustração não associasse as peças do dominó à quantidade 28 no quadro ao lado, algo impossível de ver na imagem. Uma alternativa viável para conduzir a generalização do padrão, a fim de identificar a quantidade de peças para todos os jogos solicitados na tabela, seria expô-las visualmente, em sua totalidade. Tal permitiria, ao aluno, analisar, reconhecer e representar seu resultado, com a ajuda do contexto figurativo (Vale, 2012).

Figura 5 – Exemplo de tarefa contida no livro Maxi

JOGO RÁPIDO

• Descubra os números desconhecidos, realizando as operações necessárias.

a) $36 + \boxed{18} = 54$ c) $12 \times \boxed{25} = 300$

b) $\boxed{96} - 27 = 69$ d) $\boxed{448} \div 14 = 32$

Fonte: livro Maxi (2019)

As tarefas apresentadas no livro Maxi apresentam questões objetivas, sem nenhuma articulação com aspectos não visuais (Figura 5). De modo geral, a estratégia de TDC para o ensino de Álgebra empregada em livros didáticos do 5º ano apresenta sistemas verbais e não verbais de informação, mas pouca ênfase é dada à integração entre eles. A TDC defende que, embora tais sistemas estejam presentes, eles precisam estar associados, uma vez que, segundo Paivio (2014), tal abordagem deve se concentrar na sinergia e na interatividade entre os sistemas verbais e não verbais.

Os resultados corroboram a noção defendida por Weinstein, Madan e Sumeracki (2018), de que um texto acompanhado por informação visual complementar melhora o aprendizado, por fornecer auxílio ao conteúdo e por desenvolver a capacidade de recuperar informações, com maiores chances de recordar o assunto, posteriormente.

No entanto, as imagens presentes nos livros didáticos aqui enfocados não impactam a aprendizagem dos alunos, pois eram meramente ilustrativas. Sobre isto, é importante esclarecer que as imagens são geralmente mais lembradas do que as palavras, então é importante garantir que as imagens sejam úteis e relevantes ao tema em estudo (Weinstein; Madan; Sumeracki, 2018).

Quanto ao conteúdo de Álgebra presente nos livros didáticos observados, notou-se que as incógnitas, usadas para encontrar o valor desconhecido, estavam representadas por sinais de interrogação ou por retângulos, linha de pensamento apoiada pela BNCC (Brasil, 2018) e por Neto e Demarchi (2022), os quais defendem que a Álgebra dos anos iniciais não deve ser explorada, por meio de técnicas de manipulação simbólica, mas por construções de lógica, de pensamento e de raciocínio do aluno. Por outro, a utilização destes símbolos precisa estar vinculada à constituição do pensamento algébrico, a partir de uma abordagem ainda genérica do desenvolvimento do pensamento analítico, para que o estudante possa estabelecer relações e se apropriar da sua linguagem de forma gradativa, não sendo precocemente exposto a sua linguagem formal (Regis, 2017).

Assim, os materiais didáticos devem se vincular ao desenvolvimento de estruturas lógico-cognitivas, em particular desde as séries iniciais, apresentando situações-problema investigativas pela dupla codificação e garantindo que o estudante possa construir uma base conceitual sólida no estudo de Álgebra.

Considerações finais

Ao analisar a técnica da dupla codificação no ensino de Álgebra, e verificar o uso da estratégia em conteúdos e em tarefas de livros didáticos do 5º ano, é possível concluir que a pesquisa atingiu seus objetivos, pois se percebeu que os dois livros analisados possuem abordagens apenas parcialmente compatíveis com os pressupostos da TDC, uma vez que seus elementos visuais e verbais estão frequentemente dissociados. Tal conclusão mostra a necessidade de abranger este assunto nas formações de professores, pois eles talvez desconheçam o assunto e acabem perdendo a oportunidade de tornar seus alunos mais autônomos, frente aos eventuais desafios presentes na Matemática. Do mesmo modo, sugere-se que as políticas públicas que fomentam a elaboração de livros didáticos levem em consideração esta abordagem, ao utilizar imagens em seus conteúdos.

Essa pesquisa se limitou a este ponto de análise documental, isto é, deteve-se à temática da Álgebra, no entanto a análise aqui empregada pode ser ampliada a outros domínios matemáticos, inclusive de outros anos escolares, sendo esta uma lacuna a ser preenchida em futuros trabalhos. Outra limitação desta pesquisa residiu na seleção de livros didáticos, correspondente a uma amostra por conveniência, concentrada em duas ferramentas utilizadas por professores em aulas do 5º ano, em uma escola, na qual uma das autoras do artigo realizava seu estágio curricular obrigatório — um dos quais é distribuído a escolas públicas, pelo governo do estado do Pará. Portanto, pela limitação no número de livros didáticos colocados em estudo, os resultados aqui apresentados precisam ser tomados com cautela. Recomenda-se adotar, por exemplo, os livros distribuídos pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), desenvolvido pelo governo federal brasileiro. Além disso, faz-se necessário estender a pesquisa e investigar a realidade em campo, ou seja, nas práticas escolares das aulas de Matemática, para averiguar como os alunos se posicionariam, junto aos seus professores, diante da TDC, dentro de situações-problema que caracterizam a Álgebra.

Referências

AGUIAR, Márcia. As lacunas do ensino de Álgebra no ensino fundamental: uma análise a partir da transposição didática. In: XII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2016. São Paulo. Anais [...]. São Paulo: SBEM, 2016.

AINSWORTH, Sharoon. The functions of multiple representations. Computers and Education. v. 33, n.1, p. 131-152, 1999. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/S0360-1315\(99\)00029-9](https://doi.org/10.1016/S0360-1315(99)00029-9)> Acesso em: 18 outubro 2023.

BARBOSA, Elsa; BORRALHO, António. Pensamento algébrico e explorações de padrões. 2009. Disponível em: <http://www.ese.ipvc.pt/padroes/artigos/2009_14.pdf>. Acesso em: 31 novembro 2023.

BARDIN, Laurence. Análise de Conteúdo. São Paulo: Edições 70, 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Elementos Conceituais e Metodológicos para definição de direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental. Brasília, 2012.

CLARK, James; PAIVIO, Allan. Dual Coding Theory and Education. *Educational Psychology Review*, v. 3, n. 3, p. 149-210, Sep.1991. Disponível em: <<https://link.springer.com/article/10.1007/BF01320076>>. Acesso em: 29 novembro 2023.

DE ALMEIDA, Jadilson Ramos; DOS SANTOS, Marcelo Câmara. Pensamento algébrico: em busca de uma definição. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, v. 6, n. 10, p. 34-60, 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.33871/22385800.2017.6.10.34-60>>. Acesso em: 03 junho 2025.

MAXI. Somos Educação: ensino fundamental, anos iniciais - 1 ao 5 ano. Caderno 1 – 4/aluno / obra coletiva. Coord. Thamirys Genova da Silva. 1. ed. São Paulo: Somos Sistema de Ensino, 2019.

MAYER, Richard. The promise of multimedia learning: using the same instructional design methods across different media. *Learning and instruction*, v. 13, n. 2, p. 125-139, abr. 2003. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0959475202000166>>. Acesso em: 12 outubro 2023.

NETO, João Debastiani; DEMARCHI, Tatielen. Análise do pensamento algébrico em livros didáticos do ensino fundamental. *Arquivos do Mudi*, v. 26, n. 1, p. 92-107, 2022. Disponível em: <<https://periodicos.uem.br/ojs/index.php/ArgMudi>>. Acesso em: 22 outubro 2023.

PAIVIO, Allan. Dual coding theory and the mental lexicon. *The Mental Lexicon*, v. 5, n. 2, p. 205-230, 2010.

PAIVIO, Allan. Mental representations: A dual coding approach. [S. I.]: Oxford University Press, 1990.

PAIVIO, Allan. Imagery and verbal processes. Oxford University Press. 1971.

PAIVIO, Allan. Dual coding theory: retrospect and current status. *Canadian Journal of Psychology*, v. 45, n. 3, p. 255-287, 1991.

PAIVIO, Allan. Intelligence, dual coding theory and the brain. *Intelligence*, v. 47, n. 1, p. 141-158, 2014. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0160289614001305>>. Acesso em: 18 novembro 2023.

PEREIRA, Djalma Gonçalves; SILVA, Juciane Teixeira; SILVEIRA, Vinícius. Álgebra no Ensino Fundamental: Por que pesquisar? 2018. Disponível em: <<https://sites.pucgoias.edu.br/pos-graduacao/mestrado-doutorado-educacao/wp-conte>

nt/uploads/sites/61/2018/05/Djalma-Gon%C3%A7alves-Pereira_-Juciane-Teixeira-Silva_-Vin%C3%ADcius-Silveira.pdf >. Acesso em: 12 outubro 2023.

PONTE, João Pedro da. Números e álgebra no currículo escolar. In: VALE, Isabel et al. (ed.). Números e álgebra na aprendizagem da matemática e na formação de professores. Lisboa: SEM-SPCE, 2006. p. 5-27.

PREPARA PARÁ. Somos Educação: ensino fundamental, anos iniciais - 5 ano/ Arlete Ap. Oliveira de Almeida(et al).—São Paulo: somos sistema de ensino, a partir da página 82, 2023.

RADFORD, Luis. Algebraic thinking and the generalization of patterns: a semiotic perspective. In: North America Conference of the International Group of Psychology of Mathematics Education –PME. Bergen University College. V. 1, 2006.

RDFORD, Luis. Algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. Research in Mathematics Education, Abingdon, v. 12, n. 1, p. 1-19, 2010. Disponível em: < <https://doi.org/10.1080/14794800903569741> > Acesso em 05 junho 2025.

REGIS, Flávia Christiane do Nascimento. Introdução ao pensamento algébrico: a generalização de padrões. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação e Docência) – Programa de Pós-Graduação em Educação e Docência, Universidade de Minas Gerais, 2017. Disponível em: < https://repositorio.ufmg.br/bitstream/1843/BUOS-ARKFTE/1/disserta_o_fl_viafinal.pdf > Acesso em: 22 maio 2024.

SANTOS, Leandra Gonçalves dos. Introdução do pensamento algébrico: um olhar sobre professores e livros didáticos de matemática. 2007. 198 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2007.

SANTOS, Anderson Oramisio; OLIVEIRA, Guilherme Saramago. O pensamento algébrico: compreensões à prática pedagógica de professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. Revista Valore, Volta Redonda, n. 9, p. 1-22, 2014. Disponível em: < <https://revistavalore.emnuvens.com.br/valore/article/view/1718/1211> > Acesso em: 4 junho 2024.

SÁ-SILVA, Jackson Ronie; ALMEIDA, Cristóvão Domingos de; GUINDANI, Joel Felipe. Pesquisa documental: pistas teóricas e metodológicas. Revista Brasileira de História & Ciências Sociais, v. 1, n. 1, p. 1-15, jul. 2009. Disponível em: < <https://periodicos.furg.br/rbhcs/article/view/10351/pdf> >. Acesso em: 15 outubro 2023.

VALE, Isabel. As tarefas de padrões na aula de matemática: um desafio para professores e alunos. Revista Interacções, v. 8, n. 20, p. 181-207, 2012. Disponível em: < <https://revistas.rcaap.pt/interaccoes/article/view/493> >. Acesso em: 31 maio 2024.

WEINSTEIN, Yana; MADAN, Christopher R.; SUMERACKI, Megan. A. Teaching the science of learning. Cognitive research: principles and implications, v. 3, n. 2, p. 1-17, jan. 2018. Disponível em: < <https://cognitiveresearchjournal.springeropen.com/articles/10.1186/s41235-017-0087-y> >. Acesso em: 3 outubro 2023.

Submetido em: 04/06/2024

Aceito em: 23/05/2025

