



Livro Didático e Apropriação de Conceitos Algébricos: uma análise na perspectiva da Teoria Histórico-Cultural

Textbook and Appropriation of Concepts Algebraic: an analysis in the perspective of Historical-Cultural Theory

Juciane Teixeira Silva¹

Marilene Ribeiro Resende²

RESUMO

O texto apresenta resultados de uma pesquisa cujo objetivo foi analisar se a abordagem proposta nos livros escolares de matemática do 8º ano do Ensino Fundamental, adotados na rede municipal de ensino de Uberaba/MG, nos últimos cinco anos, favorece a apropriação de conceitos algébricos na perspectiva da Teoria Histórico-Cultural. Há uma tendência de não enfatizar o transformismo algébrico. Os livros trazem fragmentos de história da matemática, situações-problemas ligadas a outras áreas do conhecimento e da matemática, como a geometria, ou seja, há uma busca de “contextualização” dos conceitos algébricos. Entretanto, essa abordagem tem subjacente a lógica da generalização empírica.

PALAVRAS-CHAVE: Apropriação de Conceitos Algébricos. Livro Didático. Teoria Histórico-Cultural

ABSTRACT

The paper presents results of a study aimed to examine whether the approach proposed in textbooks math 8th grade of elementary school, adopted in the municipal school of Uberaba / MG, the past five years, favors the appropriation of algebraic concepts in perspective Historical-Cultural Theory. There is a tendency not to emphasize the algebraic transformations. The books contain mathematics history fragments, situations- problems linked to other areas of knowledge and mathematics, such as geometry, that is, there is a search for "contextualization" of algebraic concepts. However, this approach has the underlying logic of empirical generalization.

KEYWORDS: Appropriation of Algebraic Concepts. Textbook. Historical-Cultural Theory

Introdução

A Matemática possui uma linguagem própria, com símbolos específicos, que nos remetem a significados e abstrações das relações ali representadas. Neste contexto, durante a

¹ Universidade Federal do Triângulo Mineiro - UFTM. jucianet@gmail.com

² Universidade de Uberaba. UNIUBE. marilene.resende@uniube.br

transposição de determinado problema em linguagem usual para a linguagem algébrica, elimina-se a referência ao contexto ou situação que originou o problema ou relação, e priorizam-se as generalizações. Assim, os processos cognitivos necessários à sistematização da linguagem algébrica e do pensamento algébrico indicam possíveis razões para as dificuldades com relação à aprendizagem da álgebra.

Na Teoria Histórico-Cultural desenvolvida por Vigostki³, seus colaboradores e seguidores, base teórica desse estudo, encontram-se contribuições acerca da construção do pensamento e da linguagem, as quais podem elucidar as relações entre pensamento e linguagens usual e algébrica. Oferecem, também, referenciais consistentes para discutir a apropriação de conceitos e o desenvolvimento do aluno, de modo especial, o desenvolvimento das capacidades psíquicas superiores.

Para Vygotski (2001), o significado da palavra é a unidade indecomponível de ambos os processos e a palavra sem significado é algo gorado, chocho, um som vazio. Acrescenta, ainda, que o significado nada mais é do que a generalização de um conceito. Da mesma forma, podemos inferir que os símbolos algébricos apresentados aos estudantes apenas na esfera das operações não geram apropriação do seu significado; correspondendo ao mesmo som vazio.

No que respeita ao ensino-aprendizagem da álgebra, a discussão sobre a relação entre o pensamento e a linguagem é fundamental, pois as concepções de álgebra de muitos professores e alunos se limitam à de uma linguagem, isto é, a álgebra é o estudo da matemática em que estão presentes as letras.

Assim, o objetivo geral deste estudo foi analisar se a abordagem proposta nos livros escolares de matemática do 8º ano do Ensino Fundamental, adotados na rede municipal de ensino de Uberaba/MG, favorece a apropriação de conceitos algébricos, na perspectiva da Teoria Histórico-Cultural.

Estabelecido o corte temporal dos últimos cinco anos, 2011 a 2015, período em que toda a rede municipal utilizou os mesmos livros de matemática nos anos finais do ensino fundamental, foram analisadas as duas coleções adotadas: o material apostilado da Campanha Nacional de Escolas da Comunidade (CNEC), de 2011 a 2013, e o livro didático de Souza e Pataro, *Vontade de saber matemática*, escolhido para o período 2014 a 2016, disponibilizado

³ As obras de Vigotski possuem diversas traduções e em várias línguas, o que causou uma variedade de formas escritas de seu nome, usadas pelos diversos tradutores. Adotamos a forma escrita com “i” – Vigotski. No entanto, conservamos a forma escrita adotada pelos tradutores e/ou autores das obras nas citações.

pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD).

A presente investigação, de abordagem qualitativa, valeu-se da pesquisa bibliográfica para fundamentá-la teórica e metodologicamente, e da pesquisa documental, porque se considera o livro didático como um documento histórico, produto das relações socioculturais. Conforme apresenta Gil (2008), na perspectiva da análise documental, adotam-se os seguintes procedimentos: seleção dos documentos, no caso, os livros; exploração do material, preparação do material para a análise, escolha das unidades de análise; pré-análise; inferência e interpretação.

Para responder à problemática desta pesquisa, inicialmente, foram mapeados os conteúdos específicos de álgebra em cada um dos livros selecionados, o que constituiu o *corpus* de análise. Foram estabelecidas *a priori* as seguintes unidades de análise, a partir das quais se analisou cada tópico de álgebra tratado: 1) a inter-relação entre os conceitos, considerando que qualquer conceito deve ser tomado junto com todo o sistema de suas relações de generalidade, todo-parte e parte-todo; 2) o significado, compreendendo que a apropriação de conceitos científicos está ligada à compreensão do seu significado; 3) nexos internos e externos dos conceitos, os externos compreendidos como o reconhecimento de características externas, visíveis, palpáveis, memorização de regras, técnicas e algoritmos, e os internos, como as formas de pensar o conceito; 4) concepções de álgebra e de educação algébrica. Neste artigo apresentamos algumas categorias resultantes dessa análise.

Os fundamentos teóricos

Esta investigação tem os seus fundamentos teórico-metodológicos na Teoria Histórico-Cultural, fundamentada no materialismo histórico-dialético de Marx, cujo projeto central, segundo Rigon, Asbahr e Moretti (2010, p. 22) “é estudar a formação da subjetividade dos indivíduos a partir de seu mundo objetivo, concreto, isto é a formação da consciência humana em sua relação com a atividade.”

Nesta perspectiva teórica, o trabalho é a atividade promotora, por excelência, do desenvolvimento humano e da cultura, constituindo-se em um elemento de mediação para atingir determinados fins. Portanto, é sempre intencional e está na base da formação da consciência, dos processos de objetivação e apropriação. O homem torna-se humano à medida

que se apropria das objetivações historicamente construídas, as quais lhe permitem ter domínio do contexto no qual se insere. (OLIVEIRA, 2005).

Na história da humanidade, paralelamente ao desenvolvimento dos instrumentos e das técnicas, ocorreu o desenvolvimento da linguagem articulada, oral e escrita, conseqüentemente a criação de signos, o processo de internalização de significados, a formação da consciência e a transformação do psiquismo. Para Vygotski (2012), tanto o emprego das ferramentas como o emprego dos signos, no plano lógico, inserem-se numa categoria mais ampla que é a da *atividade mediadora*, embora existam entre elas diferenças que são essenciais.

Por meio da ferramenta, o homem influi sobre o objeto de sua atividade. A ferramenta está dirigida para fora: deve provocar umas e outras mudanças no objeto. É o meio da atividade exterior do homem, orientado a modificar a natureza. O signo não modifica nada no objeto da operação psicológica: é o meio de que se vale o homem para influir psicologicamente, em sua conduta, bem como na dos demais; é um meio para sua atividade interior, dirigida a dominar o próprio ser humano: o signo está orientado para dentro. (VYGOTSKI, 2012, p. 94, tradução nossa).

Assim, pode-se afirmar: o instrumento medeia a relação sujeito-objeto, já o signo medeia a relação sujeito-sujeito. Os signos são instrumentos psicológicos que regulam os pensamentos, as ações e as relações humanas. Desse modo, o desenvolvimento psicológico é mediado pelos signos, dentre eles, a linguagem, os quais desencadeiam o desenvolvimento das funções psicológicas complexas ou superiores (memória, atenção, percepção, abstração, comparação, etc). Nesta perspectiva teórica, a mediação é considerada como a unidade de construção da consciência.

A Matemática, enquanto construção humana, é uma atividade mediadora, pois possibilita ao homem se inserir no mundo e se humanizar, desenvolvendo as suas capacidades psíquicas superiores. Essa atividade ocorre a partir do uso de signos, criados pelo homem, dentre os quais a linguagem, tanto a natural (a compartilhada por um povo), como a específica da Matemática.

A apropriação de conceitos científicos está ligada à compreensão do significado das palavras. Assim, o ser humano compreende o mundo externo por meio da atividade de sua consciência, que lhe permite apropriar-se dos significados partilhados nas relações sociais, durante a realização de suas ações cotidianas. Essa apropriação, por sua vez se dá por meio da linguagem, que, assim como o trabalho, é um elemento mediador da atividade da consciência e

das relações humanas com o outro e consigo mesmo. A linguagem tanto permite desenvolver a consciência quanto compartilhar com os outros, o que nela se passa.

A relação entre a linguagem e a consciência está na significação construída historicamente pelos homens para cada palavra. Uma palavra carrega um significado generalizado do conjunto dos objetos que ela evoca. Delari Júnior (2013, p. 26), com base na Teoria Histórico-Cultural, afirma: “Na palavra está objetivado um percurso dos conhecimentos das gerações anteriores, aos quais o escolar haverá de ter acesso, e apropriar-se da palavra é vir a dominar modos de pensar próprios do conhecimento sistemático, científico. ”

Vygotski (2001) argumenta que no *significado da palavra* está a unidade de ligação entre pensamento e linguagem:

O significado da palavra, como temos pretendido explicar anteriormente, é a unidade de ambos os processos, o qual não admite mais decomposição e acerca do qual não se pode dizer que representa: um fenômeno da linguagem ou do pensamento. Uma palavra carente de significado não é uma palavra, é um som vazio. (VYGOTSKI 2001, p. 289, tradução nossa).

Cada palavra, do ponto de vista psicológico, refere-se a uma generalização ou conceito, a um conjunto de objetos, e o significado é parte inalienável da palavra, ele pertence tanto ao reino da linguagem quanto ao reino do pensamento. O significado é um traço indispensável da palavra, é a palavra vista no seu aspecto interno; enquanto que a palavra é a expressão externa do pensamento, é a sua veste; na palavra, o pensamento se realiza. (VYGOTSKI, 2001).

Essas considerações a respeito da palavra levam a refletir sobre o ensino-aprendizagem da álgebra, dado que as suas diferentes concepções acabam por nos conduzir à relação entre pensamento e linguagem, como afirmam Fiorentini, Miorim e Miguel (1993). Pensamos que a compreensão de Vygotski (2001) a respeito da *palavra*, como unidade do pensamento e da linguagem, estende-se aos signos matemáticos. Quando a álgebra é apresentada aos alunos como campo da matemática, que estuda o emprego de letras para representar números, há uma redução de seu campo e de seu papel, pois se enfatiza a linguagem em detrimento do pensamento, isto é, dos significados. Os símbolos, assim, são como palavras vazias, pois não estão associadas a seus significados.

A escola, por sua vez, tem papel fundamental no desenvolvimento humano, uma vez que é preferencialmente nela que se tem contato com os signos utilizados para a escrita, leitura e construção do conhecimento, dentre eles, o matemático.

Por fim, há que se considerar que faz parte dos objetivos do ensino, despertar no aluno o desejo de querer aprender, mas há que se considerarem também as condições concretas e particulares da aprendizagem, geradas pela vida em sociedade, e que não dependem exclusivamente do professor.

O desenvolvimento no contexto escolar oportuniza o surgimento de novas formações mentais (percepção, representação, imaginação, memória lógica, atenção, concentração, raciocínio lógico, pensamento teórico, etc) que vão sendo aprimoradas ao longo da vida do estudante e se traduzem em mudanças qualitativas na sua vida psíquica. O desenvolvimento do pensamento teórico, de acordo com esta teoria, possui determinadas características que só podem ser perseguidas no ambiente escolar, diferentemente do pensamento empírico, que pode ser desenvolvido através de experiências cotidianas.

Assim, de acordo com a Teoria Histórico-Cultural, existem dois estágios do pensamento: estágios inferiores onde se localizam os conceitos espontâneos e estágios superiores onde se localizam os conceitos científicos, que estão inter-relacionados e fazem parte da sistematização do processo de aprendizagem, porém através da educação escolar, os conceitos científicos superam os conceitos cotidianos. (VIGOTSKI, 2010).

Os conceitos espontâneos, também chamados de conceitos cotidianos ou conceitos empíricos, são conhecimentos que a criança já possui até mesmo antes de ingressar na escola. Seu desenvolvimento acontece por meio de sensações e experiências da criança em diferentes situações e espaços sociais.

Já nos estágios superiores, estão os conceitos científicos, no qual a criança deixa de usar exemplos particulares e consegue generalizar fenômenos e atribuí-los a grupos; consegue identificar um sistema de características essenciais de uma classe de objetos. A Teoria Histórico-Cultural entende que o real papel da escola é o de oferecer ao aluno uma orientação pedagógica capaz de estimulá-lo a desenvolver ações mentais que permitam a formação dos conceitos científicos e do pensamento teórico. Entende também que a intervenção do professor junto ao aluno é fundamental para a construção desse tipo de conceito.

Sobre a formação de conceitos, Davidov (1988, p. 128), explica, “[...] ter um conceito sobre um ou outro objeto significa saber reproduzir mentalmente seu conteúdo, construí-lo. A ação de construção e transformação do objeto mental constitui o ato de sua compreensão e explicação, o descobrimento de sua essência [...]”. Desse modo, a formação dos conceitos

depende da habilidade de realizar ações mentais tais que sejam capazes de transformar o objeto em algo conhecido; conhecer sua essência.

Em relação aos conceitos algébricos, esclarecem Sousa, Panossian e Cedro (2014, p. 18):

Os conceitos algébricos, na condição de conceitos científicos no dizer de Vigotski (1934[2001]) têm uma linha de desenvolvimento diferente dos conceitos espontâneos. Dificilmente serão apropriados pelas vias de formação do pensamento empírico, pois não se sustentam em características visíveis e palpáveis. É necessário compreender os conceitos algébricos dentro de um sistema de conceitos inter-relacionados, atribuindo significado aos seus símbolos, compreendendo os processos de generalização realizados.

Diante da tarefa da escola de proporcionar a aprendizagem dos conceitos científicos, o significado e o sentido assumem papel primordial, pois esse processo de construção deve ser considerado para favorecer a apropriação do conhecimento pelos alunos, na medida em que os contextos são ampliados.

Com relação à álgebra, a humanidade foi construindo diferentes significados e diferentes linguagens, que foram sendo partilhados e desenvolvidos historicamente e socialmente. Assim, cabe à escola, dentro de suas condições objetivas, propiciar a sua apropriação de modo a promover a aprendizagem e o desenvolvimento dos alunos.

Algumas concepções de álgebra

Não existe consenso entre os estudiosos sobre o que vem a ser álgebra e a partir de quando esse conjunto de ideias é introduzido no ensino de matemática (FIORENTINI, MIORIM, MIGUEL 1992, 1993; LINS e GIMENEZ, 2001). Contudo, o pensamento algébrico perpassa os diversos campos da matemática, e por isso a importância de seu efetivo aprendizado.

Compreende-se, neste estudo, a álgebra em suas diversas concepções, como o fazem Berdnaz e outros, citados por Resende (2007, p. 188): “o estudo de uma linguagem e sua sintaxe; o estudo de procedimentos de resolução de certas classes de problemas; o estudo das regularidades que governam as relações numéricas; e o estudo de relações entre quantidades que variam”.

Uma contribuição importante com relação às concepções de álgebra foi dada por Lins e Gimenez (2001). Estes autores recordam que não há consenso a respeito do que seja pensar

algebricamente, e ressaltam, como implicações dessa incerteza, a dificuldade de se organizar um currículo para a educação algébrica, de saber se os tópicos tradicionalmente incluídos são de fato relevantes para a aprendizagem e o desenvolvimento do aluno ou se existem outros tópicos que deveriam também constar do currículo. Esses autores identificam as seguintes concepções de educação algébrica: *letrista*, segunda a qual a álgebra é caracterizada pelo uso de determinadas notações, e são apresentadas aos alunos na sequência “algoritmo”/“exercícios”, ou seja, técnica/prática; *letrista facilitadora*, para a qual o uso de material concreto/manipulativo ajudará a formalizar as estruturas algébricas; *modelagem matemática*, na qual o conhecimento algébrico serve ao propósito de iluminar ou organizar uma situação concreta, em que o concreto é assumido como real ou realista e não necessariamente manipulável; *aritmética generalizada*, em que a atividade algébrica se caracteriza pela expressão de generalidade. A primeira delas corresponderia ao que se chama transformismo algébrico.

Os autores lamentam ser a concepção letrista a que geralmente é encontrada nos livros didáticos. Acrescentam que essa postura não se baseia em investigação ou reflexão alguma, apenas está baseada na tradição. Ao contrário, porém, estudos comprovam a ineficácia dessa abordagem, e até mesmo seu caráter pernicioso para a aprendizagem. E denunciam a falta de preparo dos professores, que não conhecem alternativas, ou que simplesmente, seguem o que o livro traz.

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) defendem a tese de que as concepções de educação algébrica estão marcadas negativamente pela redução do pensamento algébrico à linguagem algébrica, o que, conseqüentemente, reduz o processo de ensino aprendizagem de álgebra ao transformismo algébrico. Propõem os autores que repensar a álgebra implica em repensar a relação que se estabelece entre pensamento e linguagem, a qual não é uma relação de subordinação, mas de natureza dialética.

O livro didático: concepções e o programa nacional do livro didático – PNLD

É possível perceber nas produções e orientações a respeito do livro didático que não há uma caracterização precisa e consensual desse importante recurso para o ensino-aprendizagem. Lajolo (1996) considera que o livro didático é aquele que foi elaborado, editado e comercializado com o objetivo de ser usado de forma sistemática no espaço escolar. Para

Câmara (2012), o livro didático, assim como as apostilas, pertence ao gênero didático pedagógico - GDP⁴, ainda que outros os considerem suporte⁵. Como o material apostilado em análise satisfaz às condições indicadas por essas autoras, embora se saiba que há algumas diferenças entre livro e material apostilado, neste estudo, foi tratado como livro didático.

Embora não haja uma caracterização precisa do que é um livro didático, é ele a principal fonte de referência para grande parte dos professores na organização do ensino (LAJOLO, 1996; LUCA, 2012; LIMA, 2012).

Segundo Luca (2012), a partir da segunda metade do século XX, com o acesso das camadas populares à Educação Básica, cresceu o número de matrículas, o número de escolas e o de professores, e, em consequência disso, as condições de trabalho docente se modificaram – as longas jornadas, o desprestígio da profissão, o despreparo profissional. Neste contexto, também a função do livro didático se alterou, pois passou a ocupar um lugar central na prática pedagógica.

Um grupo de trabalho constituído pelo MEC, em 1999, para avaliar o PNLD e sugerir alterações, publicou, em 2001, o documento *Recomendações para uma política pública de livros didáticos*, no qual reconhece que há uma “cristalização de uma concepção de livro didático”, segundo a qual:

[...] os livros didáticos tendem a apresentar não uma síntese dos conteúdos curriculares, mas um desenvolvimento desses conteúdos; a se caracterizar não como um material de referência, mas como um caderno de atividades para expor, desenvolver, fixar e, em alguns casos, avaliar o aprendizado; desse modo, tendem a ser não um apoio ao ensino e ao aprendizado, mas um material que condiciona, orienta e organiza a ação docente, determinando uma seleção de conteúdos, um modo de abordagem desses conteúdos, uma forma de progressão, em suma, uma metodologia de ensino, no sentido amplo da palavra. (BATISTA, 2001, p. 29).

Neste sentido, o livro didático é o condutor da organização do ensino. Os conteúdos a serem desenvolvidos, a forma como o serão, as atividades propostas, são, muitas vezes, determinadas pelo livro.

⁴ O GDP (gênero didático-pedagógico) pode então ser definido como um conjunto de textos cujo objetivo é instruir, divulgar, determinar as doutrinas e métodos que devem ser seguidos no processo de ensino e aprendizagem, no domínio discursivo educacional.

⁵ Marcuschi (2008), por exemplo, afirma que a diferença entre suporte e gênero é uma discussão polêmica e em andamento. Para ele, o livro deve ser considerado como um suporte e conseqüentemente o livro didático também. O autor classifica o livro didático como um suporte que possui vários gêneros e que pode “ser tratado como um suporte com características muito especiais” (Marcuschi, 2008, *apud* Câmara, 2012, p.3)

No Brasil, o livro com fins didáticos também tem sido alvo de atenção das políticas públicas. Em vista disso, desde o ano de 1929, vêm sendo desenvolvidas no país iniciativas com a finalidade de legalizar e incentivar a produção de livros com caráter pedagógico. O atual programa para este fim, o PNLD, assim denominado a partir de 1989, ao longo dos anos vem passando por reformulações, a fim de melhor atender às demandas de sua clientela, composta exclusivamente por escolas da rede pública de ensino, que atuam nos níveis de Ensino Fundamental e Médio.

Por meio do PNLD é possível avaliar, indicar, comprar e distribuir materiais didáticos (livros e dicionários) que são fornecidos gratuitamente aos estudantes das escolas públicas em todo o país, nas redes municipais e estaduais. Por meio dele também é possível identificar o perfil de ensino de Matemática a que se propõe o Programa, a partir dos editais que orientam a participação das editoras interessadas. E porque não dizer que é possível identificar o perfil de ensino de Matemática que o Ministério da Educação propõe, já que se trata de um programa governamental.

Cabe comentar que, enquanto o PNLD se restringe à avaliação de livros didáticos para as escolas públicas, os Sistemas Apostilados de Ensino, que são materiais didáticos não avaliados pelo PNLD, avançam atingindo escolas privadas e também da rede pública do país. Segundo Adrião *et al.* (2009), é possível observar que especialmente em regiões consideradas mais ricas (notadamente Sul e Sudeste), eles estão sendo adotados pelas redes municipais.

Uberaba é um exemplo de município que adotou os Sistemas Estruturados de Ensino na rede municipal, no período de 2011 a 2013. Neste caso, o Município deixou de receber o livro didático gratuitamente e investiu seus próprios recursos, na ordem de 20 milhões de reais durante o referido período, para a aquisição do material apostilado (UBERABA, 2014).

Na maioria dos casos de adoção desse tipo de material, muitas são as alegações para justificar a ocorrência, tais como maior apoio aos professores e gestores, suporte pedagógico e treinamento, acesso a portais com conteúdo exclusivo, avaliações pré-formatadas e que podem ser corrigidas por meio de leitores óticos, além da promessa de bons resultados de aprendizagem para os estudantes. Entretanto, os Sistemas Apostilados estabelecem vários riscos, como a restrição da autonomia do professor que deve segui-los à risca. Diante dessa escolha, podemos nos questionar: onde fica a autonomia do professor e da escola? Onde entra o projeto político pedagógico da escola, já que se adquiriu um livro padronizado?

O que a análise revelou

A partir da leitura de toda a parte específica de álgebra das obras seleccionadas e da análise realizada a partir das unidades apresentadas anteriormente, três categorias puderam ser inferidas, as quais são apresentadas a seguir.


1) A abordagem histórica da álgebra é ilustrativa

Nos livros das duas coleções analisadas, em muitas partes é realizada uma abordagem histórica de aspectos ligados ao desenvolvimento da álgebra, sem deixar clara a relação com o assunto que será abordado. A avaliação do PNLD 2014 para o livro de Souza e Pataro indica também esse aspecto, quando afirma que “[...] os textos da história da Matemática pouco contribuem, como recurso didático, para a aprendizagem do aluno” (BRASIL, 2013, p. 92).

Em alguns temas foi possível perceber recortes históricos com visões parciais e limitadas, como se pode constatar nos recortes abaixo:

CÁLCULO ALGÉBRICO

10. INTRODUÇÃO AO CÁLCULO ALGÉBRICO

 **Ampliando o conhecimento**

A seguir, temos um texto no qual você poderá descobrir um pouquinho da história da Álgebra, essa parte da Matemática muito útil em nossa vida.

Álgebra é uma variante latina da palavra árabe *al-jabr* (às vezes transliterada *al-jebr*), usada no título de um livro, *Hisab al-jabr w'al-muqabalah*, escrito em Bagdá por volta do ano 825, pelo matemático árabe Mohammed ibn-Musa al Khowarizmi (Maomé, filho de Moisés, de Khowarizm). Este trabalho de álgebra é com frequência citado, abreviadamente, como *Al-jabr*. Talvez a melhor tradução fosse simplesmente "a ciência das equações".

Ainda que originalmente "álgebra" refira-se a equações, a palavra hoje tem um significado muito mais amplo, e uma definição satisfatória requer um enfoque em duas fases:

(1) Álgebra antiga (elementar) é o estudo das equações e métodos de resolvê-las.
 (2) Álgebra moderna (abstrata) é o estudo das estruturas matemáticas tais como grupos, anéis e corpos .

Tópicos de História da Matemática - John K. Baumgart

Figura 1 – Fragmento 1 do Caderno do Sistema CNEC
 Fonte: SISTEMA DE ENSINO CNEC, 2013, 8º ano, v. 1, p. 88

O fragmento aborda uma possibilidade de leitura da álgebra – álgebra antiga e álgebra moderna, citando conceitos tais como os de grupos, anéis e corpos, que só são discutidos em nível superior de ensino, deixando, assim, os professores impossibilitados de tratá-los. Deste modo, a função do texto é ilustrativa, não se constituindo em um recurso de aprendizagem para os conceitos que serão abordados.

No outro livro analisado, a álgebra está associada à parte da matemática que estuda o uso das letras.

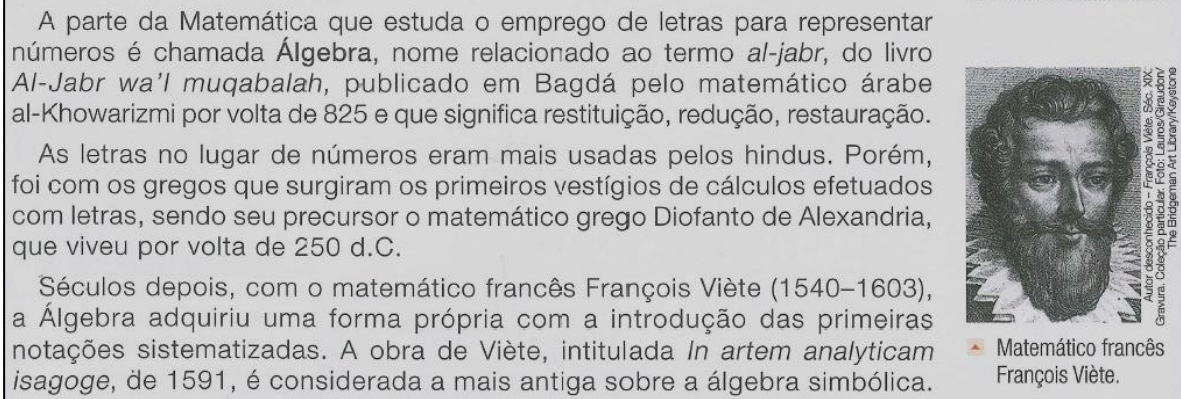


Figura 2 – Fragmento 1 do livro de Souza e Pataro
Fonte: SOUZA; PATARO, 2012, p. 96

Dentro da perspectiva teórica do estudo, o ensino adequadamente organizado e intencional é capaz de promover e até acelerar a aprendizagem e o desenvolvimento dos estudantes. Ao trazer fragmentos da história da álgebra, somos conduzidos a pensar que os autores não têm a intenção de conduzir o estudante no movimento lógico-histórico ou histórico-lógico, pois, como diz Moura (2014), os conceitos algébricos não são conceitos empíricos, palpáveis. Segundo o autor, o movimento histórico do conceito, fruto da solução de problemas ligados às necessidades humanas, não se separa do lógico, pois a lógica é também fazer humano. Porém, no ensino, o movimento é histórico-lógico, pois o professor busca apreender o movimento histórico do conceito para decidir o que é relevante ensinar. “É por isto que a história do conceito dever ser vista não como ilustradora do que deve ser ensinado. Ela é o verdadeiro balizador das atividades educativas.” (MOURA, 2014, p. 11).

Insistir nos aspectos externos dos conceitos, por exemplo, na caracterização da álgebra, como parte da matemática que estuda o emprego de letras no lugar de números, é promover um ensino que pode não conduzir à produção de significados e sentidos para a álgebra, pelos alunos. Conforme já o dissemos, é separar o pensamento da linguagem.

2) A “contextualização” não explora os conceitos

A “contextualização” tem sido um forte pressuposto, a partir da década de 1990, para a definição de propostas curriculares no Brasil, estando muito presente nos discursos pedagógicos. Observa-se a ênfase na aplicação dos conteúdos escolares, naquilo que o estudante vai usar em sua vida imediata, caminhando, inclusive para um utilitarismo, um desvio da ideia

de contextualização, que desvaloriza os conteúdos como elementos mediadores do desenvolvimento humano.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1999), especialmente, os do Ensino Médio, apontam a *contextualização* e a *interdisciplinaridade* como elementos estruturadores das propostas curriculares. Caracterizam a contextualização: como a inserção das ciências e de suas tecnologias em um processo histórico, social e cultural; recurso para a escola tirar o aluno da condição de espectador; associar os estudos ao contexto do trabalho, da vida pessoal, cotidiana, da convivência. Os PCN do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998) referem-se aos temas transversais, como forma de contextualização e de interdisciplinaridade.

No PNLD, a contextualização é um dos critérios de avaliação, constando como um dos itens analisados. No caso específico do livro de Souza e Pataro, no PNLD 2014 (BRASIL, 2013, p. 48) consta neste item o comentário: “A coleção traz diversos tipos de atividades e problemas contextualizados, relativos a práticas sociais diversas e a temas interdisciplinares, o que pode contribuir para a compreensão do mundo e o desenvolvimento da cidadania.”

De fato, percebe-se uma preocupação dos autores de ambas as coleções de “contextualizar” os conteúdos e de estabelecer “pontes” entre os conhecimentos matemáticos e as outras áreas de conhecimento e as situações da vida dos alunos, como se pode constatar nas figuras a seguir.

No livro de Souza e Pataro, o estudo de álgebra é iniciado por um texto intitulado *O espetáculo das águas*, que trata da vazão média das águas das Cataratas do Iguaçu, fazendo questões que se referem à vazão, como também outras como a de preservação das regiões de matas nativas, buscando a interdisciplinaridade e a contextualização.

Vazão média das cataratas do Iguaçu	
Tempo (s)	Volume (m ³)
1	1 500
2	3 000
3	4 500
4	6 000
...	...
n	1 500 · n

Vazão ■
 a rapidez com que determinado volume de um líquido escoar em um intervalo de tempo.

Figura 3 - Fragmento 2 do livro de Souza e Pataro - Vazão das cataratas do Iguaçu
 Fonte: SOUZA; PATARO, 2012, p. 94

Os dados numéricos relativos à vazão foram organizados em uma tabela, com duas variáveis (tempo e volume), como se vê na figura, o que revela a concepção de álgebra como estudo de relações entre grandezas. É importante ressaltar que na última linha da tabela, o valor da variável independente é representado pela letra “n”, e na célula correspondente é apresentada a expressão algébrica que permite calcular o volume em função do tempo “1500.n”, porém esses dados não são explorados. Um conceito essencial, que é o de variável, nexos internos da álgebra, que, ao lado de outros, como o de campo de variação e o de fluência, conforme indicados por Sousa, Panossian e Cedro (2014), não é discutido pelos autores. Como se trata de nexos internos essenciais, eles devem merecer todo o cuidado por parte dos livros didáticos e dos professores ao organizarem o ensino.

Infere-se que a preocupação é a de contextualizar a álgebra em uma situação da realidade, porém os conceitos algébricos nela presentes são apresentados, sem a ênfase naquilo que é essencial do ponto de vista do ensino-aprendizagem da álgebra. Na situação, está presente, também, o conceito de função, que poderia ser explorado, pois se trata de um conceito

fundamental na álgebra e na matemática, como o indica Caraça (1984), mas também não o é. Certamente, porque está previsto para o livro do 9º ano.

Deste modo, corre-se o risco de os significados construídos historicamente pela humanidade não serem partilhados e apropriados pelos alunos, e a palavra *variável* ser um som vazio.

O observado em relação ao livro de Souza e Pataro ocorre, também, com o caderno do sistema apostilado, ao iniciar o estudo das expressões algébricas.

10.1 Expressões algébricas

Observe o exemplo a seguir:
Em um supermercado, o preço unitário de um pacote de bolachas é de R\$ 1,50. Portanto, poderíamos construir a seguinte tabela:

Número de pacotes de bolachas	Valor a pagar em reais
1	R\$ 1,50
2	R\$ 3,00
3	R\$ 4,50
4	R\$ 6,00
X	???

Qual a expressão que indica, de modo geral, o valor a pagar? R\$ 1,50 X

Essa expressão do preço a pagar ($1,50 X$) é um exemplo de **expressão algébrica** ou **literal**.

Expressões algébricas podem ser definidas como expressões constituídas por números e letras entre os quais existem sinais de operações. As letras que aparecem numa expressão algébrica são chamadas de **variáveis**.

Figura 4 – Fragmento 2 do material apostilado CNEC - Expressões algébricas
Fonte: SISTEMA DE ENSINO CNEC, 2013, 8º ano, v. 1, p. 88

Nessa situação-problema, os dados foram organizados em uma tabela com duas variáveis interdependentes, o “número de pacotes de bolachas” e o “valor a pagar”, mas não se explorou devidamente o importante conceito de “variável”, considerando-as apenas como “as letras que aparecem numa expressão algébrica”. Esse conceito é restrito, estático, não expressa a riqueza do conceito de variável que, para Caraça (1984, p. 127), é “o símbolo da vida coletiva do conjunto, vida essa que se nutre da vida individual de cada um dos seus membros, mas não se reduz a ela”. O ensino da álgebra fica, assim, limitado a uma linguagem, o que é questionado por Vigotski (2010), quando afirma que não se pode separar o pensamento (nexo interno dos conceitos) e a linguagem (nexo externos dos conceitos), mas estudá-los em suas relações.

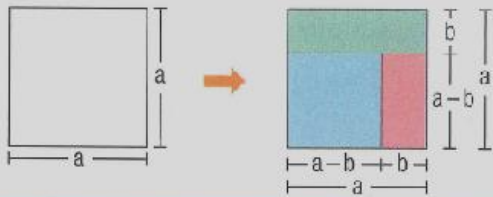
Desse modo, em ambas as obras, a exploração da situação de contextualização não foca naquilo que é essencial. As situações que introduzem a álgebra lidam com os conceitos de

variáveis e de função, considerados fundamentais. Entretanto, esses conceitos não são explorados. As situações são apenas ilustrativas, com foco nas expressões algébricas, ou seja, nos nexos externos. As expressões algébricas passam a se constituir em palavras sem significado, ou como diz Vigotski (2010), palavras vazias, pois não se atrelam ao pensamento algébrico, que é, por sua natureza, teórico, fruto das generalizações e das abstrações, das relações entre relações. O pensamento geral, a essência, corre o risco de ficar fora da organização do ensino, se o professor não buscar outras formas de mediação.

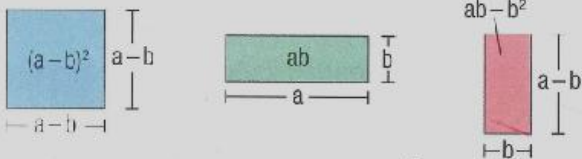
3) O apelo ao geométrico é recorrente, privilegiando o pensamento empírico

Outro recurso bastante utilizado nas duas coleções é a associação de expressões algébricas a perímetro e área de figuras geométricas planas e a volume de sólidos geométricos. Em ambas, todo o estudo de operações com polinômios, produtos notáveis e fatoração é desenvolvido a partir de figuras geométricas. Na figura abaixo, faz-se apelo à representação geométrica de um produto notável, o quadrado da diferença de dois termos.

► Consideramos um quadrado cujo lado mede a , ou seja, com área $A = a^2$. Em seguida, decomparamos esse quadrado em três partes.



► As áreas das partes obtidas são dadas por:



Note que a área do quadrado azul é dada por $A = (a - b)^2$ (I) ou $A = (a - b) \cdot (a - b)$ (II). Outra maneira de obter essa área é subtrair as áreas dos retângulos verde e vermelho da área do quadrado inicial.

$$A = a^2 - ab - (ab - b^2) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2 \text{ (III)}$$

Portanto, como as expressões I, II e III representam a mesma área, justificamos geometricamente a igualdade $(a - b)^2 = (a - b) \cdot (a - b) = a^2 - 2ab + b^2$.

A expressão $a^2 - 2ab + b^2$ também é um trinômio quadrado perfeito.

Ilustrações: Acervo TE Editor

Figura 5 - Fragmento 3 do livro de Souza e Pataro - Produtos notáveis
Fonte: SOUZA; PATARO, 2012, p. 114

Ainda que a não fragmentação dos diversos campos da matemática seja importante e que, historicamente, o pensamento algébrico tenha sido expresso por meio de construções geométricas, isso não é suficiente para que o aluno construa significados para os conceitos algébricos, porque eles não são empíricos. Essa busca de recursos geométricos para dar significados ao pensamento algébrico tem limites internos ou epistemológicos, impostos por condições próprias das medidas.

Além disso, concorda-se que não há uma generalização dessas situações particulares para uma situação geral, ou seja, não há passagem desse pensamento empírico para o teórico, pois esse exige ruptura com o sensível, com o palpável. De acordo com Davíдов (1982), citado por Sforzi (2004), a generalização na adolescência é fruto da análise mental das relações e conexões dos objetos. A formação dos conceitos depende da habilidade de realizar ações mentais tais que sejam capazes de transformar o objeto em algo conhecido e em conhecer sua essência. Ela exige a assimilação (apropriação) pelo indivíduo dos procedimentos historicamente construídos, isto é, a transformação da experiência social em experiência individual. Como explicam Davíдов e Márkova (1987, p. 321):

Assimilação é o processo de reprodução, pelo indivíduo dos procedimentos historicamente construídos de transformação dos objetos da realidade circundante, dos tipos de relação entre eles e o processo de conversão destes padrões socialmente elaborados, em formas da “subjetividade” individual. O desenvolvimento se realiza através da assimilação (apropriação). (DAVIDOV; MÁRKOVA, 1987, p. 321, *tradução nossa, destaque do autor*)

O pensamento conceitual teórico-científico do aluno deve orientá-lo a generalizações próprias da gênese constitutiva do objeto de estudo, chegando a conceitos essenciais que superam aqueles que circundam as aparências do objeto. (LIBÂNIO; FREITAS, 2013).

Neste sentido, esse apelo aos recursos geométricos torna palpável o trabalho com as expressões algébricas, mas não garante a assimilação (apropriação) das relações gerais que são próprias dos conhecimentos algébricos, pois, segundo Vigotski (2001), a álgebra se constitui um plano novo e mais elevado do pensamento matemático abstrato. Desse modo, as relações, conhecidas como “Produtos notáveis”, extrapolam os limites do geométrico. Além disso, em algumas situações, como a mostrada na figura, o uso do recurso geométrico pode até dificultar a apreensão do significado ao invés de facilitá-la. Essa ênfase na utilização dos recursos geométricos permite afirmar que prevalece a concepção de educação algébrica *Letrista Facilitadora*, segundo Lins e Gimenez (2001).

A pesquisa permitiu corroborar com o que muitos autores vêm indicando e questionando a respeito das relações entre o pensamento e a linguagem algébricos. Há uma preocupação com a representação – por exemplo, monômios são caracterizados como produto de letras e números, e, polinômios, como soma de monômios. Mas o que essas letras representam? Essa é uma questão que vem persistindo, ainda que a linguagem algébrica tenha muitas vantagens, ela não pode sobrepor-se aos processos de pensamento, generalização e abstração, como assinalam Sousa, Panossian e Cedro (2014).

Algumas considerações finais

A investigação, que tomou como objeto o ensino da álgebra nos livros didáticos da rede municipal de Uberaba, nos últimos cinco anos, permite considerar que alguns avanços já foram feitos em relação ao transformismo algébrico, que marcou o ensino da álgebra no século passado. Há, nos volumes das coleções analisadas, a preocupação de mostrar a importância e a presença dos conteúdos algébricos na própria matemática e nas outras áreas do conhecimento. Entretanto, com base no referencial teórico adotado neste estudo, foi possível perceber que esse esforço não é suficiente para que o aluno se aproprie dos conceitos fundamentais e dos instrumentos desta vasta área da matemática.

Prevalece uma abordagem que tem subjacente a lógica da generalização empírica, do particular para o geral. Conceitos que são essenciais, como o de variáveis e o de função, e que estão presentes nessas situações não são adequadamente explorados, assim como aquilo que neles é essencial.

A análise dos dados aponta indícios de maior ênfase à linguagem em detrimento do pensamento algébrico, assim, a relação dialética entre eles, que depende dos nexos internos dos conceitos, pode não se efetivar. Essas abordagens podem não estimular a generalização e a abstração, fundamentais no desenvolvimento do pensamento teórico.

O conhecimento algébrico não é palpável, ele supõe uma ruptura com o empírico, o que exige a generalização com base na essência dos objetos e não em propriedades observáveis. Para que isso seja possível o papel da escola é fundamental, pois a sua finalidade é promover a apropriação do conhecimento teórico construído historicamente e culturalmente. Assim, a organização do ensino, envolvendo todos os elementos mediadores, os instrumentos e os signos – os conteúdos, as linguagens, os recursos, de modo especial o livro didático, tem que concorrer

para que haja a apropriação dos significados e a construção de sentidos pelos alunos, que favoreçam o seu desenvolvimento.

Pensar o ensino-aprendizagem da álgebra supõe pensar inevitavelmente na questão da linguagem, considerando que pensamento e linguagem se relacionam e se influenciam fazendo parte de um único processo – o da formação de conceitos, como nos ensina Vigotski (2010). Os significados construídos socialmente pelos homens, ao longo da história têm que ser apropriados, internalizados pelo aluno, de modo que lhe façam sentido, mesmo sabendo que esses sentidos são mutáveis.

NOTA: Pesquisa com apoio financeiro e bolsas do Edital 13/2012 CAPES/FAPEMIG, voltado para a educação básica, e do Programa Observatório da Educação – OBEDUC/CAPES

Referências

ADRIÃO, T.; GARCIA, T. G.; BORGHI, R.; ARELARO, L. R. G. Uma modalidade peculiar de privatização da educação pública: a aquisição de “sistemas de ensino” por municípios paulistas. **Educação & Sociedade**, Campinas, v. 30, n. 108, p. 799-818, 2009.

BATISTA, A. A. G. (Elab.) **Recomendações para uma política pública de livros didáticos** - Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Fundamental, 2001.

BRASIL. MEC. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. 5ª a 8ª séries. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148 p.

BRASIL. MEC. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: ensino médio**. Brasília: MEC, 1999. 188 p.

BRASIL/ MEC. **Guia de Livros Didáticos: PNLD 2014: Matemática**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2013.

CÂMARA, N. S. Análise comparativa entre o livro didático e a apostila. SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE ENSINO DE LÍNGUA PORTUGUESA – SIELP. **Anais do SIELP**. Vol.2, N.1. Uberlândia: EDUFU, 2012. Disponível em: http://www.ileel.ufu.br/anaisdosielp/wp-content/uploads/2014/07/volume_2_artigo_239.pdf. Acesso em 01 jul.2007.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora, 1984.

DAVÍDOV, V.; MÁRKOVA, A. La concepción de la actividad de estudio en los escolares. In: **La psicología evolutiva y pedagógica en la URSS (Antología)**. Biblioteca de Psicología Soviética. Moscú: Editorial Progresso, 1987, p. 316-337.

DAVIDOV, V. V. Problemas do ensino desenvolvimental: a experiência da pesquisa teórica e experimental na psicologia. Tradução de LIBÂNEO, J. C. e FREITAS, R. A. M. da M. **Soviet Education**, August, v. XXX, n. 8, 1988.

DELARI JUNIOR, A. Prefácio. In: LONGAREZI, A. M.; PUENTES, R. V (Org.). **Ensino Desenvolvimental: vida, pensamento e obra dos principais representantes russos**. Uberlândia: EDUFU, 2013.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A.;.Álgebra ou Geometria: para onde Pende o Pêndulo? **Pro-posições**, vol.- nº 1 [7], p. 39-53, março de 1992.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. Â.; MIGUEL, A. Contribuição para um repensar a educação algébrica elementar. **Pro-Prosições**, nº 4, v. 1[10], p. 79-91, 1993.

GIL, Antonio Carlos. **Como Elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

LAJOLO, M. Livro didático: um (quase) manual de usuário. **Em Aberto**, Brasília, ano 16, n.69, jan./mar. 1996.

LIBÂNEO, J. C.; FREITAS, R. A. M. da M. Vasily Vasilyevich Davydov: a escola e a formação do pensamento teórico-científico. In: LONGAREZI, A. M.; PUENTES, R. V. (Orgs.). **Ensino Desenvolvimental: vida, pensamento e obra dos principais representantes russos**. Uberlândia: EDUFU, 2013.

LIMA, E. G. Para compreender o livro didático como objeto de pesquisa. **Educação e Fronteiras On-Line**, v. 2, n. 4, p. p. 143-155, 2012.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas, SP: Papirus, 2001.

LUCA, T. R. de . O debate em torno dos livros didáticos de História. In: MALATIAN, T. (Org.). **Caderno de Formação**. 3. ed. São Paulo: Cultura Acadêmica: Univesp, 2012.

MOURA, M. O. Conceitos algébricos: do movimento lógico-histórico à organização do ensino. In: SOUSA, M. C.; PANOSSIAN, M. L. CEDRO, W. L. **Do movimento lógico e histórico à organização do ensino: o percurso dos conceitos algébricos**. Campinas: Mercado das Letras, 2014.

OLIVEIRA, B. A dialética do singular-particular-universal. In: ABRANTES, A. A.; SILVA, N. R.; MARTINS, S, T. F. (Org.). **Método histórico-social na psicologia social**. Petropolis. R.J: Vozes, 2005, p. 25-51.

RESENDE, M. R. **Re-significando a disciplina Teoria dos Números na formação do professor de Matemática na licenciatura**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) PUC/SP, 2007.

RIGON, J. A.; ASHABR, F. S. F.; MORETTI, V. D. Sobre o processo de humanização. In: MOURA, M. O. (Org.). **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural**. Brasília: Liber Livro, 2010.

SFORNI, M. S. F. **Aprendizagem conceitual e organização do ensino**: contribuições da teoria da atividade. Araraquara: JM Editora, 2004.

SISTEMA DE ENSINO CNEC. **Ensino Fundamental**. Matemática. 8º ano. Uberaba: Editora e Gráfica Cenecista Dr. José Ferreira, 2013. (Volumes 1 a 3).

SOUSA, M. C.; PANOSSIAN, M. L. CEDRO, W. L. **Do movimento lógico e histórico à organização do ensino**: o percurso dos conceitos algébricos. Campinas: Mercado das Letras, 2014.

SOUZA, J. R. de; PATARO, P. R. M.. **Vontade de saber matemática**. 8º ano. 2ª ed. São Paulo: FTD, 2012.

UBERABA. **Secretaria Municipal de Educação e Cultura**, 2014. Disponível em: <http://www.uberaba.mg.gov.br/portal/conteudo,32059>. Acesso em: 13 abr. 2015.

VYGOTSKI, L. S. **Obras Escogidas II** (Pensamiento Y Lenguaje). Traducción: José Maria Bravo. 2 ed. Madrid: A. Machado Libros, S. A., 2001.

VIGOTSKI, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem**. Tradução: BEZERRA, P. 2. ed. São Paulo: WMF Martins Fontes, 2010.

VYGOTSKI, L. S. **Obras Escogidas III** (Problemas del desarrollo de la psique). Traducción: Lydia Kuper. 2 ed. Madrid: Machado Grupo de Distribución, S. L., 2012.

Submetido em setembro de 2016

Aprovado em janeiro de 2017